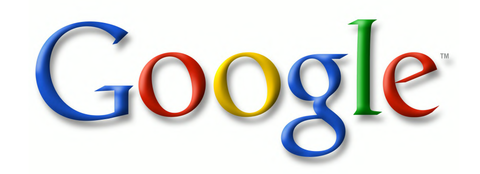

Google



ASSOCIATION

FRANÇAISE

POUR

L'AVANCEMENT DES SCIENCES

Une table des matières est jointe à chacun des volumes du Compte Rendu des travaux de l'Association Française en 1895.

Une table analytique *générale* par ordre alphabétique termine la 2me partie; dans cette table, les nombres qui sont placés après la lettre *p* se rapportent aux pages de la 1re partie, ceux placés après l'astérisque * se rapportent aux pages de la 2me partie.

Bordeaux. — Imp. G. GOUNOUILHOU, rue Guiraude, 11.

ASSOCIATION
FRANÇAISE
POUR L'AVANCEMENT DES SCIENCES

FUSIONNÉE AVEC

L'ASSOCIATION SCIENTIFIQUE DE FRANCE

(Fondée par Le Verrier en 1864)

Reconnues d'utilité publique

COMPTE RENDU DE LA 24ME SESSION

BORDEAUX

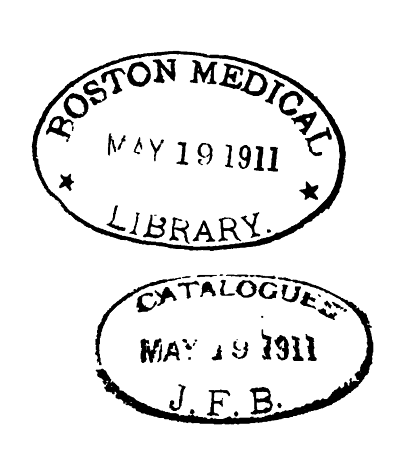
1895

SECONDE PARTIE
NOTES ET MÉMOIRES



PARIS
AU SECRÉTARIAT DE L'ASSOCIATION
28, rue Serpente (Hôtel des Sociétés savantes)
ET CHEZ M. G. MASSON, LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE
120, boulevard Saint-Germain

1896


BOSTON MEDICAL
MAY 19 1911
LIBRARY.
CATALOGUED
MAY 19 1911
J. F. B.

ASSOCIATION FRANÇAISE

POUR

L'AVANCEMENT DES SCIENCES

NOTES ET MÉMOIRES

M. J. HADAMARD

Chargé de cours à la Faculté des sciences de Bordeaux.

SUR LA STABILITÉ DES ROTATIONS DANS LE MOUVEMENT D'UN CORPS PESANT AUTOUR D'UN POINT FIXE [R 8 a α]

— *Séance du 5 août 1895* —

Le problème du mouvement d'un corps pesant fixé par un de ses points, dans le cas le plus général, est un de ceux que l'analyse n'a point su traiter jusqu'à présent : les données fournies à ce sujet par Mme Kowalewsky (*) sont des données négatives, tendant à faire supposer que la question ne pourra être abordée avec les instruments analytiques dont nous disposons actuellement.

C'est ce qui donne un certain intérêt au seul résultat *positif* obtenu jusqu'ici, et qui est dû à M. O. Staude (**). Ce géomètre s'est proposé de rechercher si, parmi les mouvements possibles du corps pesant, il n'en existait pas qui se réduisent à de simples rotations

(*) *Acta Mathematica*, t. XIV.
(**) *Journal de Crelle*, 1894.

autour d'axes verticaux, et il a donné l'équation d'un cône dont toutes les génératrices peuvent servir d'axes de rotation.

Les mêmes résultats peuvent s'obtenir à un autre point de vue, en partant de la théorie de l'équilibre relatif.

Soient, comme dans le mémoire de M. Staude :

$Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1$, l'équation de l'ellipsoïde d'inertie au point de suspension, rapporté à ses axes;

ξ, η, ζ, les coordonnées, par rapport aux mêmes axes, du centre de gravité, multipliées par le poids total du corps;

$\gamma, \gamma', \gamma''$, les cosinus directeurs de la verticale descendante;

p, q, r, les composantes de la rotation instantanée.

Considérons un système d'axes animé d'un mouvement de rotation uniforme, de vitesse angulaire ω, autour de la verticale, et écrivons l'équilibre relatif du corps par rapport à ces axes. Nous aurons à considérer d'une part la pesanteur, dont la fonction de forces est $\gamma\xi + \gamma'\eta + \gamma''\zeta$, d'autre part le système des forces centrifuges, ayant pour fonction de forces le produit de $\frac{\omega^2}{2}$ par le moment d'inertie relatif à la verticale, soit $\omega^2 \frac{(A\gamma^2 + B\gamma'^2 + C\gamma''^2)}{2}$; de sorte que nous serons conduits à chercher les équations du maximum ou du minimum de

$$(1) \qquad U = A\gamma^2 + B\gamma'^2 + C\gamma''^2 + \frac{2}{\omega^2}(\gamma\xi + \gamma'\eta + \gamma''\zeta),$$

en tenant compte de (2) $\gamma^2 + \gamma'^2 + \gamma''^2 = 1$, ce qui nous donne les équations

$$A\gamma + \frac{1}{\omega^2}\xi = \lambda\gamma,$$

$$B\gamma' + \frac{1}{\omega^2}\eta = \lambda\gamma',$$

$$C\gamma'' + \frac{1}{\omega^2}\zeta = \lambda\gamma'',$$

ou

$$(2) \qquad \omega^2\gamma = \frac{\xi}{\lambda - A}, \qquad \omega^2\gamma' = \frac{\eta}{\lambda - B}, \qquad \omega^2\gamma'' = \frac{\zeta}{\lambda - C},$$

ω étant déterminé par

$$(3) \qquad \omega^4 = \frac{\xi^2}{(\lambda - A)^2} + \frac{\eta^2}{(\lambda - B)^2} + \frac{\zeta^2}{(\lambda - C)^2}.$$

Lorsque λ varie, la droite (2) décrit le cône de M. Staude; de sorte que chaque génératrice de ce cône prise, en général, dans un sens déterminé (ainsi qu'il résulte des formules (2), où ω^2 est positif), est

susceptible, une fois placée suivant la verticale descendante, de servir d'axe de rotation permanent, avec une vitesse ω déterminée.

Si la quantité est bien un *maximum*, l'équilibre relatif (comme par suite la rotation) est stable; il faudra bien, en effet, une fois l'équilibre relatif légèrement troublé, adjoindre à la pesanteur et aux forces centrifuges les forces centrifuges composées; mais on sait que le théorème de Dirichlet n'est pas mis en défaut par l'intervention de ces forces, comme, en général, de tout autre système de forces à travail nul.

Il est aisé de trouver dans quelles conditions la quantité (1) sera maximum. Soient, en effet, $\gamma, \gamma', \gamma''$ un système de valeurs des cosinus directeurs donné par les formules (2) et (3). Remplaçons, dans la quantité (1), $\gamma, \gamma', \gamma''$ par $\gamma + \gamma_1, \gamma' + \gamma'_1, \gamma'' + \gamma''_1$. L'accroissement correspondant de U sera [sous le bénéfice des formules (2) et (3)]

$$\delta U = (A - \lambda)\gamma_1^2 + (B - \lambda)\gamma_1'^2 + (C - \lambda)\gamma_1''^2, \tag{4}$$

et il faudra que toutes les valeurs de $\gamma_1, \gamma'_1, \gamma''_1$, satisfaisant à

$$\gamma\gamma_1 + \gamma'\gamma'_1 + \gamma''\gamma''_1 = 0, \tag{5}$$

donnent $\delta U < 0$. Pour cela, $\gamma_1, \gamma'_1, \gamma''_1$ étant considérés comme des coordonnées, le plan représenté par l'équation (5) ne devra d'abord pas couper le cône représenté par $\delta U = 0$, soit

$$(A - \lambda)(B - \lambda)(C - \lambda)\left(\frac{\gamma^2}{A - \lambda} + \frac{\gamma'^2}{B - \lambda} + \frac{\gamma''^2}{C - \lambda}\right) > 0,$$

ou, d'après les formules (2),

$$(\lambda - A)(\lambda - B)(\lambda - C)\,P > 0, \tag{6}$$

ou

$$P = \frac{\xi^2}{(\lambda - A)^2} + \frac{\eta^2}{(\lambda - B)^2} + \frac{\zeta^2}{(\lambda - C)^2}. \tag{7}$$

L'équation $P = 0$ a deux racines $\lambda = \varpi_1$ et $\lambda = \varpi_2$, l'une entre C et B, l'autre entre B et A (en supposant $C < B < A$).

L'inégalité (6) est donc vérifiée entre $-\infty$ et ϖ_1, d'une part, entre ϖ_2 et $+\infty$, de l'autre.

Dans le premier cas ($-\infty < \lambda < \varpi_1$), les quantités $\gamma_1, \gamma'_1, \gamma''_1$, satisfaisant à l'équation (5), rendent *positive* la quantité δU. Le second intervalle $\varpi_2 < \lambda < +\infty$ est donc seul à conserver. *Pour les valeurs de λ supérieures à ϖ_2, la stabilité de la rotation est démontrée.*

Mais la condition que la fonction U soit maximum, si elle est suffisante, n'est nullement nécessaire : un mouvement relatif qui, sous

l'influence des seules forces données et centrifuges, ne serait pas oscillatoire, peut le devenir par l'influence des forces centrifuges composées. Ainsi qu'il est expliqué dans le *Treatise of natural Philosophy,* de lord Kelvin et Tait (*), si l'on considère l'écart du système par rapport à sa position d'équilibre relatif comme proportionnel à une exponentielle de la forme e^{st}, on aura, dans le cas (qui est le nôtre) d'un système dépendant de trois paramètres, une équation en s de la forme

$$(8) \qquad s^2 + a^2 (s^2 + b)(s^2 + c) = 0$$

(a, b, c étant trois nombres réels), si l'on ne tient pas compte des forces centrifuges composées; au lieu que par l'intervention de ces forces, l'équation en s prendra la forme

$$(8') \qquad \begin{vmatrix} s^2 + a & ks & -ls \\ -ks & s^2 + b & ms \\ ls & -ms & s^2 + c \end{vmatrix} = 0,$$

k, l, m désignant trois autres constantes réelles.

Dans le cas actuel, on a $c = 0$. En effet, les trois nombres a, b, c ne sont autres que les coefficients des carrés dans la forme δ U une fois réduite, et celle-ci ne dépend que de deux variables. Dès lors, l'équation (8') admet deux racines nulles, et, débarrassée du facteur s^2, devient :

$$(8'') \qquad \begin{vmatrix} s^2 + a & ks & -l \\ -ks & s^2 + b & -m \\ l & m & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

La condition nécessaire et suffisante de stabilité est que l'équation (8''), considérée comme équation en s^2, ait ses racines réelles et négatives.

Au lieu de développer les calculs que nous venons d'indiquer, nous formerons directement l'équation en s en partant des équations générales du mouvement.

Ces équations sont :

$$(9) \quad \begin{cases} A\dfrac{dp}{dt} + (C - B)\,qr = \eta\gamma'' - \zeta\gamma', & \dfrac{d\gamma}{dt} + q\gamma'' - r\gamma' = 0, \\ B\dfrac{dq}{dt} + (A - C)\,rp = \zeta\gamma - \xi\gamma'', & \dfrac{d\gamma'}{dt} + r\gamma - p\gamma'' = 0, \\ C\dfrac{dr}{dt} + (B - A)\,pq = \xi\gamma' - \eta\gamma, & \dfrac{d\gamma''}{dt} + p\gamma' - q\gamma = 0; \end{cases}$$

(*) Vol. I, part. I, § 345.

elles sont vérifiées par des valeurs constantes de γ, γ', γ'', p, q, r, à savoir les valeurs (2) de γ, γ', γ''; $-p$, q, r étant donnés par

$$\frac{p}{\gamma}=\frac{q}{\gamma'}=\frac{r}{\gamma''}=\omega. \tag{10}$$

Si l'on y remplace alors $\gamma, \gamma', \gamma'', p, q, r$, par $\gamma+\gamma_1, \gamma'+\gamma'_1, \gamma''+\gamma''_1$, $p+p_1$, $q+q_1$, $r+r_1$, les accroissements $\gamma_1, \gamma'_1, \gamma''_1, p_1, q_1, r_1$, étant infiniment petits, on aura pour déterminer ces accroissements un système linéaire à coefficients constants, dont l'équation en s est identique à l'équation (8'); cette équation est

$$\begin{vmatrix} As & (C-B)r & (C-B)q & 0 & \zeta & -\eta \\ (A-C)r & Bs & (A-C)p & -\zeta & 0 & \xi \\ (B-A)q & (B-A)p & Cs & \eta & -\xi & 0 \\ 0 & \gamma'' & -\gamma' & s & -r & q \\ -\gamma'' & 0 & \gamma & r & s & -p \\ \gamma' & -\gamma & 0 & -q & p & s \end{vmatrix}=0; \tag{11}$$

elle admet bien le facteur $s^2=0$; c'est ce qui résulte de ce fait que les équations linéaires en $\gamma_1, \gamma'_1, \gamma''_1, p_1, q_1, r_1$, admettent les deux intégrales $\gamma\gamma_1+\gamma'\gamma'_1+\gamma''\gamma''_1$, $App_1+Bqq_1+Crr_1-(\gamma_1\xi+\gamma'_1\eta+\gamma''_1\zeta)$, correspondant l'une à l'équation des cosinus directeurs, l'autre à l'équation des forces vives; et l'on peut, en divisant b déterminant (11) par s^2, remplacer deux de ces lignes par

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & \gamma_1 & \gamma'_1 & \gamma''_1, \\ Ap & Bq & Cr & -\xi & -\eta & -\zeta. \end{matrix}$$

L'équation en s, ainsi débarrassée du facteur s^2, s'écrit

$$F(s)=ABCs^4+\left[(\omega^2\left(\Sigma A^2-2\Sigma AB)+\Sigma\frac{A\xi}{\gamma}\right)\Sigma A\gamma^2+4ABC\omega^2-\Sigma A^2\gamma\xi\right]s^2$$
$$+\frac{\xi\eta\zeta}{\gamma\gamma'\gamma''}(4Q-3P\Sigma A\gamma^2)=0,$$

où P est la quantité déjà indiquée

$$P=\frac{\xi^2}{(\lambda-A)^2}+\frac{\eta^2}{(\lambda-B)^2}+\frac{\zeta^2}{(\lambda-C)^2},$$

et Q la quantité

$$Q=\frac{A\xi^2}{(\lambda-A)^3}+\frac{B\eta^2}{(\lambda-B)^3}+\frac{C\zeta^2}{(\lambda-C)^3}.$$

D'après les expressions de γ, γ', γ'', nous voyons que F(0) a le signe de la quantité

$$(\lambda-A)(\lambda-B)(\lambda-C)\left[4Q\left(\frac{A\xi^2}{(\lambda-A)^2}+\frac{B\eta^2}{(\lambda-B)^2}+\frac{C\zeta^2}{(\lambda-C)^2}\right)\right. \tag{12}$$
$$\left.-3P\left(\frac{\xi^2}{(\lambda-A)^2}+\frac{\eta^2}{(\lambda-B)^2}+\frac{\zeta^2}{(\lambda-C)^2}\right)\right].$$

La quantité Q, de même que P, a deux zéros χ_1, χ_2, l'un entre C et B, l'autre entre B et A ; et ces zéros précèdent ceux de P ; de sorte que la quantité (12) a au moins un zéro λ_1 entre C et χ_1, et un autre λ_2 entre B et χ_2.

On voit ainsi, en tenant compte du signe du coefficient de s^2, qu'il existe un intervalle de stabilité comprenant la valeur $\lambda = C$, mais ne s'étendant pas jusqu'à $-\infty$, et un autre, comprenant la valeur $\lambda = A$ et s'étendant jusqu'à $+\infty$; toutes conclusions à peu près évidentes *a priori*, d'après ce que l'on sait sur la stabilité des rotations autour des axes principaux. Mais il serait intéressant de discuter plus complètement les signes du discriminant de $F(s)$ et de la quantité (12), et en particulier de voir s'il n'existe pas d'autres zéros réels que ceux que nous avons signalés.

M. Ed. COLLIGNON

Inspecteur général des ponts et chaussées, à Paris.

UNE REMARQUE SUR CERTAINS NOMBRES ET CONSÉQUENCES QU'ON PEUT EN TIRER [I 19 c]

— *Séance du 5 août 1895* —

Lorsque deux nombres x et y sont tels que leur somme $x + y$ soit identique à leur produit xy, l'emploi des logarithmes devient inutile pour le calcul de ce produit, et montre simplement que la somme des logarithmes $l(x) + l(y)$ est égale alors au logarithme $l(x + y)$ de la somme. Nous nous proposons dans cette note d'étudier les propriétés de ces nombres, et de généraliser les résultats obtenus.

I

Soit p la valeur commune du produit et de la somme des deux nombres x et y. Ces deux nombres seront les racines de l'équation du second degré

$$z^2 - pz + p = 0,$$

qu'il est aisé de résoudre, et qui donne

$$z = \frac{p}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{p(p-4)}.$$

On voit tout de suite que z sera réel si p est en dehors des limites 0 et 4, et qu'il sera imaginaire s'il y est compris.

Nous pouvons construire la courbe qui a pour abscisse le nombre p et pour ordonnée les valeurs correspondantes de z, c'est-à-dire les valeurs de x et de y.

Nous obtenons une hyperbole, ayant pour centre le point C ($p = 2$, $z = 1$), pour asymptotes les droites HH', LL', dont l'une est parallèle à l'axe OP, l'autre à la bissectrice de l'angle des axes.

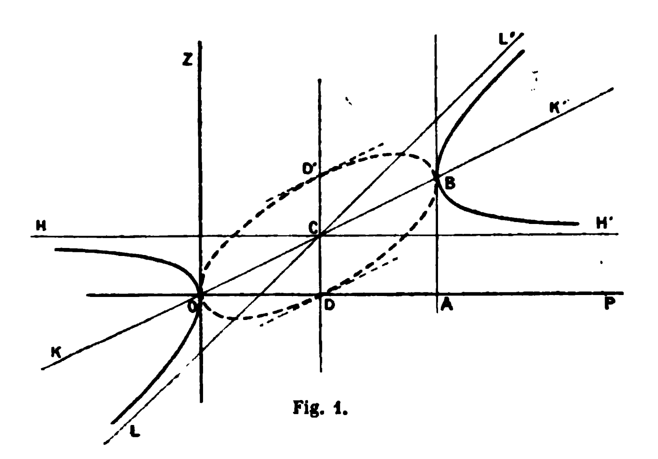


Fig. 1.

Entre les abscisses $p = 0$, $p = 4$, c'est-à-dire entre les parallèles OZ, AB, les valeurs de z sont imaginaires; elles deviennent réelles si l'on change le signe du produit sous le radical, ce qui revient à prendre entre ces deux lignes, pour représenter z, la valeur z' de la fonction réelle

$$z' = \frac{p}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{p(4-p)}.$$

On obtient ainsi une ellipse ODBD', qui a même diamètre KK' que l'hyperbole, et qui fait connaître les valeurs imaginaires de z moyennant qu'on affecte du coefficient $\sqrt{-1}$ la portion de l'ordonnée comprise entre la courbe et son diamètre KK'.

Nous pouvons ordonner l'équation

$$z^2 - pz + p = 0$$

par rapport à $z - 1$ en posant $z = 1 + u$; il vient

$$(1+u)^2 - p(1+u) + p = 0,$$

c'est-à-dire

$$u^2 - (p-2)u + 1 = 0,$$

équation réciproque, qui a pour racines deux nombres t et $\frac{1}{t}$. Ces nombres sont compris tous deux dans la formule

$$u = \frac{p-2}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{p(p-4)}.$$

Revenant de cette solution aux nombres x et y, on aura

$$x = 1 + t,$$
$$y = 1 + \frac{1}{t},$$

et la somme, comme le produit de ces deux nombres, est égale à $\frac{(t+1)^2}{t}$.

En donnant à t diverses valeurs, on obtient pour p, x, y quelques résultats intéressants.

t	p	x	y	*Observations.*
1	4	2	2	Racines égales de l'équatn en r.
-1	0	0	0	Id.
$\pm\sqrt{-1}$	2	$1+\sqrt{-1}$	$1-\sqrt{-1}$	
$\frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}\sqrt{3}\sqrt{-1}$	3	$\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{3}\sqrt{-1}$	$\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{3}\sqrt{-1}$	
$-\frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}\sqrt{3}\sqrt{-1}$	1	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{3}\sqrt{-1}$	$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{3}\sqrt{-1}$	Racines cubiques imaginaires de -1.
$\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$	-1	$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$	$\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$	Segment de la droite égale à l'unité, coupée en moyenne et extrême raison.
$-2\pm\sqrt{3}$	-2	$-1+\sqrt{3}$	$-1-\sqrt{3}$	
$\operatorname{tang}\alpha$	$2+\frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}$	$1+\operatorname{tang}\alpha$	$1+\cot\alpha$	

On remarque dans le tableau précédent qu'il existe parmi les nombres x et y des nombres de la forme $a + \sqrt{b}$, b pouvant être positif ou négatif, et tels que l'on passe de l'un à l'autre par le simple changement du signe du radical. On a alors la relation

$$(a+\sqrt{b}) + (a-\sqrt{b}) = 2a = a^2 - b.$$

Ces nombres a et b satisfont donc à la relation

$$a^2 - 2a - b = 0,$$

c'est-à-dire à l'équation $a = 1 \pm \sqrt{b+1}$.

Le nombre t est alors égal à $a-1+\sqrt{b}$, ou à $\sqrt{b+1}+\sqrt{b}$, et $\frac{1}{t}$ à $\sqrt{b+1}-\sqrt{b}$; p est égal à $2a$.

On peut chercher aussi parmi les nombres x et y ceux qui sont des carrés, auquel cas leur somme $x+y$ sera aussi un carré, puisqu'elle est égale à leur produit.

Il faudra faire en sorte que $1+t$ soit un carré, ainsi que $1+\frac{1}{t}$ ou $\frac{1+t}{t}$. Il faut et il suffit, pour qu'il en soit ainsi, que t et $1+t$ soient carrés ensemble; et si l'on pose $t=\frac{m^2}{n^2}$, m et n désignant des nombres entiers, la condition sera remplie si m^2+n^2 est aussi un carré. Toute solution en nombres entiers de l'équation

$$m^2+n^2=h^2$$

donnera donc pour x et y des nombres carrés. Car on aura, en posant $t=\frac{m^2}{n^2}$,

$$x=1+\frac{m^2}{n^2}=\frac{n^2+m^2}{n^2}=\frac{h^2}{n^2},$$

$$y=1+\frac{n^2}{m^2}=\frac{m^2+n^2}{m^2}=\frac{h^2}{m^2},$$

dont la somme $h^2\left(\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}\right)=\frac{h^4}{m^2n^2}$ est aussi un carré.

Par exemple si l'on fait $n=3$, $m=4$, $h=5$, on aura les nombres

$$x=\frac{25}{9}=1+\frac{16}{9},\qquad y=\frac{25}{16}=1+\frac{9}{16},$$

qui satisfont aux conditions demandées.

II

Cherchons si les résultats que nous venons d'obtenir peuvent être généralisés. La première manière qui se présente pour y parvenir consiste à chercher m nombres, tels que la somme de ces m nombres, la somme de leurs produits 2 à 2, la somme des produits 3 à 3, 4 à 4, ..., enfin le produit des m nombres, aient tous une même valeur p, qu'on peut regarder comme donnée ou comme prise arbitrairement.

Ces m nombres seront les racines de l'équation algébrique

$$x^m-px^{m-1}+px^{m-2}-px^{m-3}+\ldots+(-1)^{m-1}px+(-1)^m p=0.$$

Multiplions le premier membre par $x+1$, il vient, toutes réductions opérées,

$$y = x^{m+1} + x^m(1-p) + (-1)^m p = 0,$$

équation qui a $m+1$ racines, mais où nous avons introduit la racine $x = -1$, étrangère à la question. Les solutions cherchées sont données par les m autres racines.

Le nombre p, supposé réel, peut être positif ou négatif, et s'il est positif, il peut être moindre ou plus grand que 1.

Pour $p > 1$, le premier membre de l'équation a 2 variations si m est pair, et l'équation ne peut avoir plus de 2 racines positives; il n'a que 1 variation si m est impair, et ne peut avoir alors que 1 racine positive.

Pour $p > 0$ et < 1, et m pair, le premier membre n'a pas de variations, et l'équation n'a aucune racine positive; pour m impair, il y a 1 variation et 1 racine positive au plus.

Si $p < 0$, et m pair, pas de variation, pas de racine positive; pour m impair, 1 seule variation, 1 racine positive.

La dérivée $\frac{dy}{dx}$, égalée à zéro, donne l'équation

$$(m+1)x^m + m(1-p)x^{m-1} = 0;$$

elle a $m-1$ racines nulles, qui ne satisfont pas en général à la proposée, et une racine réelle égale à $\frac{m}{m+1}(p-1)$; celle-ci est positive si $p > 1$, négative si $p < 1$, nulle si $p = 1$. La racine $x = 0$ ne vérifie pas l'équation proposée.

On voit sur-le-champ que la proposée a au plus une racine positive comprise entre $x = 0$ et $\frac{m}{m+1}(p-1)$ si $p > 1$, et une autre racine positive supérieure à $\frac{m}{m+1}(p-1)$. Si $p < 1$, il ne peut y avoir qu'une racine positive.

Il y a donc toujours des racines imaginaires dès que m surpasse 2. Pour $p = 1$, l'équation devient une équation binôme,

$$x^{m+1} + (-1)^m = 0,$$

et elle a pour racine réelle le nombre -1, qu'on doit écarter; elle a aussi les m autres racines $(m+1)^{\text{mes}}$ de $(-1)^{m+1}$, parmi lesquelles figure le nombre $+1$, lorsque m est impair.

Lorsque m est pair, l'équation peut avoir 3 racines réelles, savoir : $x = -1$, et 2 racines positives si $p > 1$; la seule racine réelle est

$x = -1$ si $p < 1$. Les $m - 2$ ou m autres racines sont imaginaires.

Lorsque m est impair, il y a toujours la racine -1, et en outre une racine positive, avec $m - 1$ racines imaginaires.

Dans l'équation proposée, substituons successivement $x = 0$, $x = 1$, $x = p - 1$, $x = p$; nous obtiendrons les résultats suivants :

Pour $x = 0$, $y = (-1)^m p$, soit $y = p$ si m est pair, $y = -p$ si m est impair;

Pour $x = 1$, $y = 2 + p\left((-1)^m - 1\right)$, soit $y = 2$ si m est pair, $y = 2 - 2p$ si m est impair;

Pour $x = p - 1$, $y = (-1)^m p$, comme pour $x = 0$, c'est-à-dire $x = \pm p$, suivant que m est pair ou impair,

Et pour $x = p$, $y = p\left(p^{m-1} + (-1)^m\right)$, soit $y = p\,(p^{m-1} + 1)$ si m est pair, $y = p\,(p^{m-1} - 1)$ si m est impair.

On voit que pour m impair, la racine réelle positive est comprise entre $x = p - 1$ et $x = p$, si $p > 1$, et entre $x = 1$ et $x = p - 1$, si $p < 1$.

Comme application particulière, faisons $m = 3$, et successivement $p = 1$ et $p = 3$.

Pour $p = 1$, nous aurons à résoudre l'équation binôme

$$x^4 = 1,$$

qui, en excluant la racine égale à -1, a pour racines $x = 1$, $x = \sqrt{-1}$, $x = -\sqrt{-1}$. On remarque, en effet, que ces nombres satisfont à toutes les conditions imposées.

Pour $p = 3$, on obtient l'équation

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 3 = 0,$$

ou bien

$$(x - 1)^3 = 2.$$

Si l'on appelle α et α' les deux racines cubiques imaginaires de l'unité, on aura donc

$$x = 1 + \sqrt[3]{2}, \quad x = 1 + \alpha\sqrt[3]{2}, \quad x = 1 + \alpha'\sqrt[3]{2}.$$

Ce sont, avec -1, les racines de l'équation de 4e degré

$$x^4 - 2x^3 - 3 = 0.$$

III

Revenons aux groupes de deux nombres. Si l'on prend x et y au hasard, le produit xy ne sera pas, en général, égal à la somme $x + y$. Mais on peut toujours déterminer un troisième nombre z tel

qu'en divisant x et y par ce nombre, les quotients aient la propriété demandée. Le nombre z est donné par l'équation

$$(1) \qquad z = \frac{xy}{x+y}.$$

Cette équation peut s'appliquer au nombre z associé au nombre x, puis au résultat de cette opération, de sorte que de deux nombres x et y, donnés ou pris au hasard, on peut déduire une série de termes dont l'équation (1) est pour ainsi dire la fonction génératrice.

Soit par exemple $x = n$, $y = n$. Il viendra successivement les termes

$$\frac{n}{2}, \quad \frac{n}{3}, \quad \frac{n}{4}, \quad \frac{n}{5}, \quad \dots \quad \frac{n}{n} = 1, \quad \frac{n}{n+1}, \quad \frac{n}{n+2}, \quad \dots$$

Cette suite de nombres a cette propriété remarquable, que chacun d'eux s'obtient en additionnant terme à terme les fractions qui expriment les nombres voisins. Il en est ainsi pour les valeurs $x = 1$, $y = 1$, qui donnent la *série harmonique;* pour $x = 2$, $y = 2$, qui donnent la série

$$1, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{1}{2}, \quad \frac{2}{5}, \quad \frac{1}{3}, \quad \dots \quad \frac{2}{2k+1}, \quad \frac{1}{k+1}, \quad \frac{2}{2k+3}, \quad \frac{1}{k+2}.$$

Chaque terme est la fraction la plus simple qu'on puisse insérer entre les deux termes voisins.

Si l'on prenait $x = 1$, $y = n$, la série serait

$$\frac{n}{n+1}, \quad \frac{n}{2n+1}, \quad \frac{n}{3n+1}, \quad \dots \quad \frac{n}{pn+1}, \quad \frac{n}{(p+1)n+1}, \quad \frac{n}{(p+2)n+1},$$

où chaque terme s'obtient encore en additionnant terme à terme les fractions voisines.

L'équation (1) peut se mettre sous la forme

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y};$$

elle montre que $2z$ est la moyenne harmonique des nombres x et y.

Le nombre z peut aisément s'obtenir par une construction géométrique. Sur un axe OX prenons OA $= x$, AB $= y$. Achevons le carré ABDC sur le côté AB. Joignons les points OD; la droite OD coupe AC en E, et l'on a AE $= z$.

Si l'on prend sur la droite OB des segments

$$\text{OH} = \text{BK} = \text{AE} = z,$$

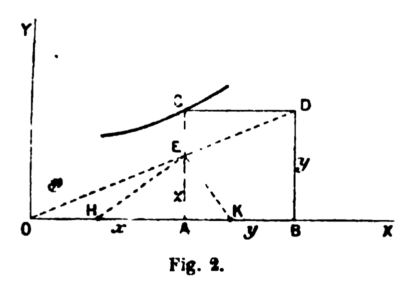


Fig. 2.

les segments AH, AK seront respectivement égaux à $x - z$, $y - z$, et l'on a identiquement

$$(x - z)(y - z) = z^2.$$

Si l'on joint HE, KE, l'angle HEK est droit et le triangle est rectangle en E.

La figure indique une transformation géométrique qu'il est utile d'étudier à part. Soit C un point d'une ligne rapportée aux axes OX, OY. Soient $OA = x$ l'abscisse et $AC = y$ l'ordonnée du point C de cette ligne. On achève le carré CABD, qui a y pour côté, et l'on mène OD, qui détache sur AC une ordonnée nouvelle AE, que nous représenterons ici par y_1; nous aurons

$$y_1 = \frac{xy}{x + y}.$$

Le point E sera le transformé du point C, et le lieu de E le lieu transformé de la courbe lieu des points C. La nouvelle ordonnée y_1 peut être l'objet d'une transformation analogue, qui fera connaître une troisième ordonnée y_2 par l'opération

$$y_2 = \frac{xy_1}{x + y_1};$$

celle-ci conduira à une quatrième ordonnée y_3

$$y_3 = \frac{xy_2}{x + y_2},$$

et l'opération peut être indéfiniment répétée.

IV

Examinons l'effet de ces transformations sur divers cas particuliers.

Soit d'abord une droite $y = mx$ passant par l'origine des coordonnées. Il viendra successivement

$$y_1 = \frac{m}{m + 1}x,$$

$$y_2 = \frac{m}{2m + 1}x,$$

$$y_3 = \frac{m}{3m + 1}x,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$y_k = \frac{m}{km + 1}x,$$

Une droite quelconque $y = ax + b$ se transforme dans l'hyperbole

$$y_1 = \frac{x(ax+b)}{(a+1)x+b},$$

et l'hyperbole $(y_1\ x)$ dans la courbe

$$y_2 = \frac{x^2(ax+b)}{(2a+1)x^2+2bx} = \frac{x(ax+b)}{(2a+1)x+2b},$$

qui est encore une hyperbole, et qui donne lieu, en répétant la transformation, à une troisième hyperbole,

$$y_3 = \frac{x(ax+b)}{(3a+1)x+3b}.$$

La loi est manifeste; la courbe obtenue par k transformations successives est l'hyperbole

$$y_k = \frac{x(ax+b)}{(ka+1)x+kb}.$$

Avant d'aller plus loin, remarquons que la construction par laquelle on passe de l'ordonnée y_k à l'ordonnée y_{k+1} est celle que l'on fait en géométrie élémentaire pour démontrer par la méthode classique le théorème du carré de l'hypoténuse. Sur les côtés AB, AC de l'angle droit, on construit les carrés AA'B'B, CC'A"A, et l'on mène les droites CB', BC'; on obtient les triangles CBB', BCC' que l'on considère dans cette démonstration. Les droites CB', BC' coupent les côtés AB, BC, aux points M et N, et les deux segments AM, AN sont les transformés des côtés AB, AC, rapportés respectivement aux axes AC, AB, sur lesquels on prendrait les points C et B pour origines. Si l'on fait AB = c, AC = b, on aura pour les deux segments

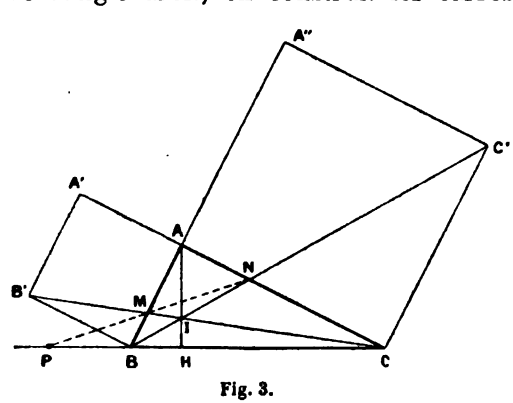


Fig. 3.

$$\mathrm{AM} = \mathrm{AN} = \frac{bc}{b+c},$$

de sorte que ces deux segments sont égaux. Les segments complé-

mentaires BM et CN s'en déduisent aisément. On a

$$\mathrm{BM} = c - \frac{bc}{b+c} = \frac{c^2}{b+c},$$

$$\mathrm{CN} = \frac{b^2}{b+c}.$$

On tire de là, en prenant les rapports des deux segments dans lesquels chaque côté est divisé,

$$\frac{\mathrm{BM}}{\mathrm{AM}} = \frac{c}{b} = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AC}},$$

$$\frac{\mathrm{CN}}{\mathrm{AN}} = \frac{b}{c} = \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}}.$$

Menons la transversale MN, qui coupe en P l'hypoténuse. Nous aurons dans le triangle ABC l'égalité

$$\frac{\mathrm{BM}}{\mathrm{AM}} \times \frac{\mathrm{PC}}{\mathrm{PB}} \times \frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{CN}} = 1,$$

ou bien

$$\frac{\mathrm{PC}}{\mathrm{PB}} = \frac{\mathrm{CN}}{\mathrm{AN}} \times \frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{BN}} = \frac{b^2}{c^2} = \frac{\overline{\mathrm{AC}}^2}{\overline{\mathrm{AB}}^2}.$$

Du point A abaissons AH perpendiculaire sur BC. On a dans le triangle rectangle

$$\frac{\overline{\mathrm{AC}}^2}{\overline{\mathrm{AB}}^2} = \frac{\mathrm{HC}}{\mathrm{HB}}.$$

Donc les points P et H sont conjugués harmoniques par rapport à B et C, et la hauteur AH passe par le point I où se coupent les droites CM, BN.

La construction peut être généralisée. Remarquons d'abord que la transformation s'opère aussi bien avec des axes obliques qu'avec des axes rectangulaires, moyennant qu'on substitue aux carrés des losanges.

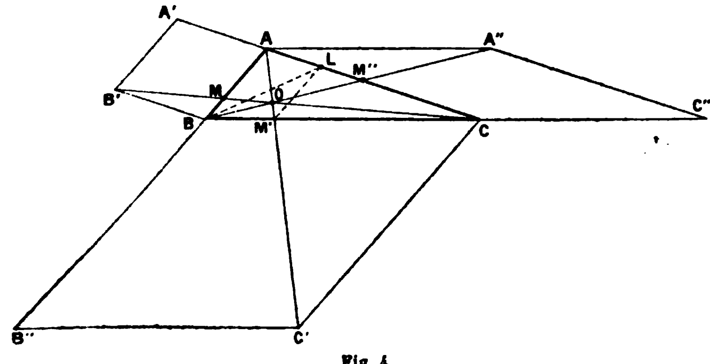


Fig. 4.

Prolongeons le côté CA $= b$ d'une quantité AA' $= c$, et achevons le losange AA'B'B; joignons B'C. Nous obtenons sur le côté AB un point M, et l'on a

$$AM = \frac{bc}{b+c}, \quad BM = \frac{c^2}{b+c}.$$

Prolongeons le côté AB $= c$ d'une quantité BB' $= a$, achevons le losange BB'C'C et joignons AC'. Nous obtenons sur le côté BC un point M' :

$$BM' = \frac{ca}{c+a}, \quad M'C = \frac{a^2}{c+a}.$$

Prolongeons de même BC $= a$ d'une quantité CC' $= b$; achevons le losange CAA'C'; joignons BA'; nous obtenons sur AC un point M' qui satisfait aux conditions

$$CM' = \frac{ab}{a+b}, \quad AM' = \frac{b^2}{a+b}.$$

On vérifie l'égalité

$$AM \times BM' \times CM' = \frac{ab \times bc \times ca}{(a+b)(b+c)(c+a)} = BM \times CM' \times AM';$$

et, par conséquent, les trois droites AC', BA', CB', concourent en un même point O.

En prolongeant les côtés dans le sens inverse, on obtiendrait d'autres losanges, d'autres segments, et trois autres droites qui concourraient de même en un point O'.

Remarquons que le rapport des segments $\frac{BM'}{M'C}$, sur un côté quelconque BC, est égal à $\frac{c}{a} = \frac{BA}{BC}$. Si donc nous menons (*fig.* 4) la bissectrice de l'angle ABC, qui coupe le côté AC en segments AL, LC, proportionnels aussi à BA et BC, on aura $\frac{AL}{LC} = \frac{BM'}{M'C}$, de sorte que la droite LM' est parallèle au côté AB.

On obtiendra les segments AM, BM', CM', en menant les bissectrices des angles du triangle ABC, et, par leurs pieds, des parallèles aux côtés de ce triangle pris dans un sens déterminé. Si par le pied D (*fig.* 5) de la bissec-

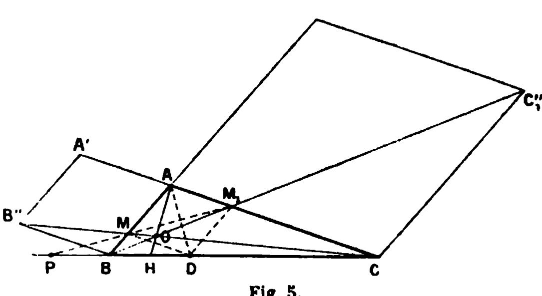


Fig. 5.

trice AD on mène des parallèles aux deux côtés AB, AC qui partent du même sommet, ces droites, qui achèvent le losange $AMDM_1$, coupent les côtés aux points M et M_1 que l'on obtiendrait aussi en joignant les sommets B et C aux sommets B' et C_1'' des losanges construits sur AB et AC en prolongeant les côtés CA, BA; de sorte qu'on aura $AM = AM_1 = \frac{bc}{b+c}$. La droite M_1M prolongée coupe en P le côté BC, et si l'on mène AO par le point de rencontre O des deux droites BC_1'', CB', le point H, où cette droite coupe BC, est conjugué harmonique de P par rapport à B et C. On peut ajouter que le point H divise BC dans le rapport des carrés des côtés $\frac{\overline{BA}^2}{\overline{CA}^2}$.

La même construction donne le moyen de former un abaque qui fasse connaître l'inverse d'un nombre donné *n*.

Sur les côtés OX, OY d'un angle O quelconque, prenons deux longueurs OA, OC égales à l'unité, et achevons le losange OABC.

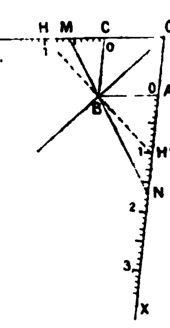


Fig. 6.

A partir du point C sur le côté CY, à partir du point A sur le côté AX, construisons une échelle comprenant au moins l'unité = CH sur OY, mais prolongée indéfiniment sur le côté OX.

Les zéros des échelles sont aux points A et C.

Cela posé, si l'on tend un fil en ligne droite MN, en ayant soin de le faire passer par le point B, les segments CM et AN que détermine le fil sur les deux échelles satisfont à la relation

$$CM \times AN = 1;$$

l'un est l'inverse de l'autre. On lira donc sur les échelles le nombre M inverse du nombre N.

V

Nous appliquerons les transformations successives à l'hyperbole équilatère $y = \frac{a^2}{x}$. On en déduit, en posant $y_1 = \frac{xy}{x+y}$:

$$y_1 = \frac{a^2x}{x^2+a^2}, \quad y_2 = \frac{a^2x}{x^2+2a^2}, \quad y_3 = \frac{a^2x}{x^2+3a^2}, \quad \dots, \quad y_n = \frac{a^2x}{x^2+na^2}.$$

On vérifie la loi en formant $y_{n+1} = \frac{xy_n}{x+y_n} = \frac{a^2x}{x^2+(n+1)a^2}$.

Toutes ces courbes, y compris l'hyperbole d'où elles dérivent, appartiennent à l'équation générale

$$y = \frac{Ax}{x^2 + B},$$

que l'opération $y_1 = \frac{xy}{x + y}$ transforme en l'hyperbole

$$y = \frac{Ax}{x^2 + (B + A)},$$

pour laquelle la constante B est simplement changée en B + A.

L'hyperbole rentre dans ce type en faisant B = 0. Les courbes qui s'en déduisent correspondent à une valeur entière du rapport $\frac{B}{A}$.

Nous nous arrêterons un instant à la recherche des propriétés générales de la courbe $y_n = \frac{a^2 x}{x^2 + na^2}$.

Remarquons d'abord que le rapport d'une ordonnée y_n à l'ordonnée précédente y_{n-1} est égal à $\frac{x^2 + (n-1)a^2}{x^2 + na^2}$, c'est-à-dire qu'il est compris entre $\frac{x^2}{x^2} = 1$, et $\frac{(n-1)a^2}{na^2} = \frac{n-1}{n}$, rapport qui tend vers l'unité à mesure que le nombre n augmente. Les ordonnées y, y_1, y_2, ... décroissent indéfiniment en valeur absolue; mais les rapports

$$\frac{y_1}{y}, \quad \frac{y_2}{y_1}, \quad \frac{y_3}{y_2}, \quad \ldots, \quad \frac{y_n}{y_{n-1}}$$

d'une ordonnée à la suivante tendent vers l'unité.

La courbe (n) est située tout entière au-dessous de la branche de l'hyperbole $y = \frac{a^2}{x}$ située dans l'angle des parties positives des axes coordonnés.

Mais si l'on trace une nouvelle hyperbole dont l'équation soit

$$y = \frac{ka^2}{x},$$

k étant un facteur positif moindre que l'unité, cette hyperbole coupe la courbe (n) en un point défini par l'abscisse $x = a\sqrt{\frac{kn}{1-k}}$. Au delà de ce point, la courbe (n) reste comprise entre les deux hyperboles $y = \frac{a^2}{x}$ et $y = \frac{ka^2}{x}$.

Tracé direct de la courbe (n). — Soit proposé de trouver l'ordonnée PM qui correspond à une abscisse donnée OP = x.

Sur l'axe OY prenons $OA = a\sqrt{n}$; élevons en A une perpendiculaire à OY, sur laquelle nous prendrons $AC = \frac{a}{\sqrt{n}}$. Menons la droite AP, sur laquelle nous élèverons en P une perpendiculaire PB, qui coupe en B l'axe OY. Menons la droite CB, et du point O abaissons sur cette droite la perpendiculaire OI. La droite OI prolongée coupera l'ordonnée PM au point M qui appartient à la courbe.

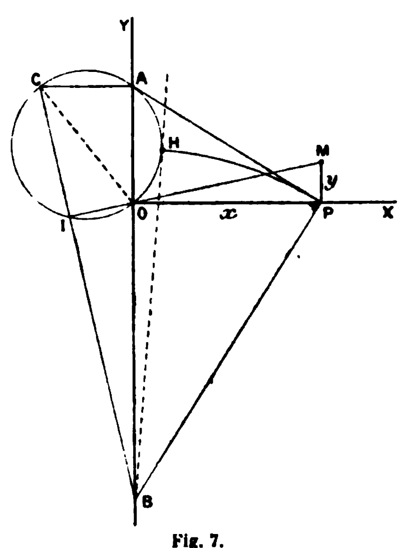


Fig. 7.

En effet, on a les égalités

$$\frac{MP}{OP} = \frac{AC}{AB} = \frac{AC \times OA}{AB \times OA}$$
$$= \frac{a^2}{AP^2} = \frac{a^2}{x^2 + na^2},$$

ce qui revient à l'équation

$$\frac{y}{x} = \frac{a^2}{x^2 + na^2}.$$

Les angles I et O du quadrilatère ACIO étant droits, le point I appartient à la circonférence fixe décrite sur OC comme diamètre. Si du point O on mène une tangente BH à cette circonférence, on aura

$$\overline{BH}^2 = BO \times BA = \overline{BP}^2,$$

de sorte qu'on déduira le point P, connaissant le point B, en menant de ce point la tangente BH au cercle, et en décrivant de B comme centre un arc de cercle avec BH pour rayon.

Tangente à la courbe. — Cherchons l'équation différentielle de la famille des courbes représentée par l'équation générale

$$y = \frac{a^2 x}{x^2 + na^2},$$

dans laquelle nous regarderons a comme une constante donnée, et le nombre n comme le paramètre qui caractérise chaque courbe particulière. Il viendra en différentiant

$$dy = \frac{(x^2 + na^2)\, a^2 dx - a^2 x \times 2x dx}{(x^2 + na^2)^2}$$
$$= \frac{a^2 (na^2 - x^2)\, dx}{(x^2 + na^2)^2}.$$

On a donc à la fois

$$\frac{y}{x}=\frac{a^2}{x^2+na^2}$$

et

$$\frac{dy}{dx}=a^2\frac{na^2-x^2}{(x^2+na^2)^2}.$$

Si l'on retranche ces deux équations, le paramètre n disparait. Il vient

$$\frac{y}{x}-\frac{dy}{dx}=a^2\left\{\frac{x^2+na^2-(na^2-x^2)}{(x^2+na^2)^2}\right.$$

$$=a^2\times\frac{2x^2}{(x^2+na^2)^2}=\frac{2y^2}{a^2}.$$

Cette relation donne le moyen de tracer la tangente au point M d'une courbe en particulier, sans faire intervenir le nombre n qui caractérise cette courbe. Le produit $a\times\frac{y}{x}$ représente sur l'ordonnée P'S, distante de la quantité a, le segment QS intercepté par la droite OM et la parallèle MQ à l'axe OX. Le produit $a\frac{dy}{dx}$ représente de même la portion QS', prise avec son signe, que détermine sur la même ordonnée P'S la tangente MT à la courbe.

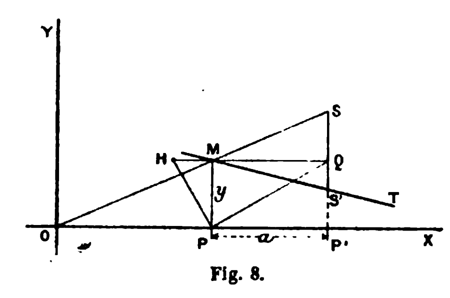


Fig. 8.

L'équation montre que la différence algébrique SS' des deux segments est égale à $\frac{2y^2}{a}=\frac{2\overline{MP}^2}{MQ}$.

Menons donc PH perpendiculaire à PQ, et nous aurons SS' $=2$MH. La construction fait donc connaître la tangente MT, que l'on déduit du point S.

Point le plus haut de la courbe. — En ce point on a $\frac{dy}{dx}=0$, et par suite $\frac{y}{x}=\frac{2y^2}{a^2}$, ou $xy=\frac{a^2}{2}$. On en déduit $x=a\sqrt{n}$, $y=\frac{a}{2\sqrt{n}}$. Les points les plus hauts de toutes les courbes sont situés sur l'hyperbole $xy=\frac{a^2}{2}$.

Le maximum de SS′ correspond au maximum de y, c'est-à-dire à $y = \frac{a}{2\sqrt{n}}$; on a donc $\frac{a}{2n}$ pour le maximum de SS′.

Points d'inflexion. — De la relation

$$\frac{y}{x} - \frac{dy}{dx} = \frac{2y^2}{a^2},$$

on tire successivement

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{1}{x} - \frac{4y}{a^2}\right)\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x^2} = \left(\frac{1}{x} - \frac{4y}{a^2}\right)\left(\frac{y}{x} - \frac{2y^2}{a^2}\right) - \frac{y}{x^2}$$
$$= \frac{2y^2}{a^2}\left(\frac{4y}{a^2} - \frac{3}{x}\right).$$

Les points d'inflexion sont donnés par les équations

$$y^2 = 0$$

ou

$$\frac{4y}{a^2} = \frac{3}{x}.$$

La première correspond à l'origine, qui est un centre et un point d'inflexion pour toutes les courbes (n) (sauf le cas de $n = 0$, auquel cas la courbe ne passe pas par son centre); la seconde montre que les points d'inflexion en dehors de l'origine sont situés sur l'hyperbole

$$xy = \frac{3}{4}a^2,$$

qui rencontre la courbe (n) au point

$$x' = a\sqrt{3n}, \quad y' = \frac{a}{4}\sqrt{\frac{3}{n}}.$$

Le coefficient angulaire de la tangente à la courbe en ce point est $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{8n}$. Le rapport $\frac{y'}{x'}$ est égal à $\frac{1}{4n}$.

Le point le plus haut a pour coordonnées

$$x = a\sqrt{n}, \quad y = \frac{a}{2\sqrt{n}}.$$

En comparant les coordonnées de même nom de ces deux points on obtient les relations

$$x' = x\sqrt{3}, \quad y' = \frac{1}{2}y\sqrt{3},$$

qui rattachent le point d'inflexion au point le plus haut, indépen-

damment des valeurs de a et de n. Le rapport $\frac{y}{x}$ relatif au point le plus haut est égal à $\frac{1}{2n}$. Ces remarques facilitent le tracé de la courbe.

Par l'origine O menons la droite ON sous l'inclinaison $\frac{1}{n}$. Prenons sur OX une abscisse

$$OP = a\sqrt{n}.$$

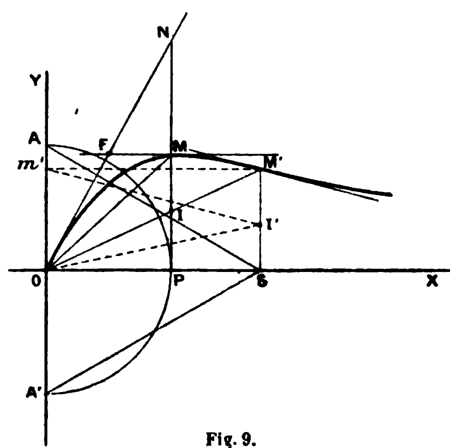


Fig. 9.

A cette abscisse correspond sur la droite ON un point N dont l'ordonnée est $PN = \frac{a}{\sqrt{n}}$. En en prenant la moitié, on aura au point M le point le plus haut de la courbe.

Rabattons $OP = a\sqrt{n}$ en OA et OA', par un arc de cercle décrit de O comme centre avec OP pour rayon. Puis construisons sur la base AA' un triangle équilatéral. Le sommet S de ce triangle sera au pied de l'ordonnée du point d'inflexion M'. Car on a $OS = a\sqrt{3n}$. Pour avoir le point d'inflexion lui-même, prenons le milieu I de PM, et menons la droite OI; cette droite prolongée coupera l'ordonnée SM' au point cherché M'. La tangente en M' a un coefficient angulaire moitié, en valeur absolue, du coefficient de la droite OM'. Si donc on prend le milieu I' de SM', il suffira de joindre I'm', m' étant la projection de M' sur l'axe OY, pour avoir une parallèle à la tangente cherchée.

Les points M', M, F, c'est-à-dire le point d'inflexion, le point le plus haut et le point F où la tangente au point le plus haut rencontre la tangente à l'origine, sont respectivement situés sur trois hyperboles homothétiques

$$xy = \frac{3}{4}a^2, \quad xy = \frac{1}{2}a^2, \quad xy = \frac{1}{4}a^2.$$

Quadrature de la courbe. — L'aire élémentaire $y\,dx$ est égale à $\frac{a^2 x\,dx}{x^2 + na^2} = \frac{a^2}{2}\frac{d(x^2 + na^2)}{x^2 + na^2}$, et l'aire comprise entre deux ordonnées correspondant aux valeurs x et x' de l'abscisse, s'exprime par la fonction

$$\frac{a^2}{2}\,l\,\frac{x'^2 + na^2}{x^2 + na^2} = a^2 l\,\frac{\sqrt{x'^2 + na^2}}{\sqrt{x^2 + na^2}},$$

la lettre l désignant les logarithmes népériens. Soit $x = \mathrm{OP}$, $x' = \mathrm{OP}'$; prenons sur l'axe OY la quantité $\mathrm{OA} = a\sqrt{n}$. Les hypoténuses AP, AP′ des triangles rectangles AOP, AOP′ seront respectivement égales à $\sqrt{x^2 + na^2}$, $\sqrt{x'^2 + na^2}$, et l'aire MPP′M′ est par conséquent égale au produit

$$a^2 \times l\left(\frac{\mathrm{AP}'}{\mathrm{AP}}\right).$$

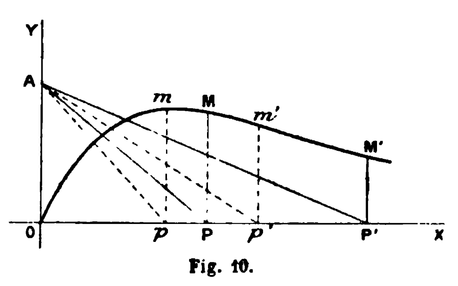


Fig. 10.

Pour $n = 0$, le point A se confond avec l'origine O, et l'on retrouve l'expression connue de l'aire de l'hyperbole $y = \dfrac{a^2}{x}\cdot$

Le point le plus haut m a pour abscisse $\mathrm{O}p = a\sqrt{n} = \mathrm{OA}$. L'aire $\mathrm{O}mp$ est donc égale à $a^2 l\left(\sqrt{2}\right) = \frac{1}{2}a^2 l2 = a^2 \times 0{,}346575$.

Le point d'inflexion m' a pour abscisse $\mathrm{O}p' = \mathrm{O}p \times \sqrt{3} = a\sqrt{3n}$. Donc $\mathrm{A}p' = \mathrm{AO} \times 2$, et l'aire $\mathrm{O}mm'p'\mathrm{O}$, jusqu'au point d'inflexion, est égale au double de l'aire $\mathrm{O}mp$ terminée au point le plus haut.

Les aires terminées au point le plus haut sont les mêmes pour toutes les courbes (n); les aires terminées au point d'inflexion sont aussi les mêmes. Cette remarque nous conduit à chercher le lieu des points M tels, que l'aire OPM ait une valeur constante quand on fait varier le paramètre n.

L'aire OPM a pour mesure $a^2 l\dfrac{\sqrt{x^2 + na^2}}{a\sqrt{n}}$, et si elle est constante et égale à $a^2 l\sqrt{\mathrm{A}}$, A désignant un nombre donné, positif et plus grand que l'unité, on aura la relation

$$\frac{x^2 + na^2}{na^2} = \mathrm{A},$$

qui lie l'abscisse x au paramètre n.

On a d'ailleurs

$$y = \frac{a^2 x}{x^2 + na^2}$$

pour l'abscisse correspondante. Éliminons n entre ces deux équations, nous aurons pour l'équation du lieu :

$$\frac{\dfrac{a^2 x}{y}}{\dfrac{a^2 x}{y} - x^2} = \mathrm{A},$$

ou bien

$$\frac{a^2}{a^2 - xy} = \text{A}.$$

C'est l'équation d'une hyperbole asymptote aux axes OX et OY :

$$xy = a^2 \left(\frac{\text{A} - 1}{\text{A}}\right).$$

Cette hyperbole rencontre la courbe (n) au point

$$x = a\sqrt{n}\sqrt{\text{A} - 1}, \quad y = \frac{a}{\sqrt{n}} \frac{\sqrt{\text{A} - 1}}{\text{A}}.$$

Si $\text{A} = 2$, on a le point le plus haut; $\text{A} = n$ donne le point d'inflexion.

Centre de gravité de l'aire de la courbe. — Supposons toujours n positif, et posons, pour abréger l'écriture, $na^2 = b^2$. Il vient

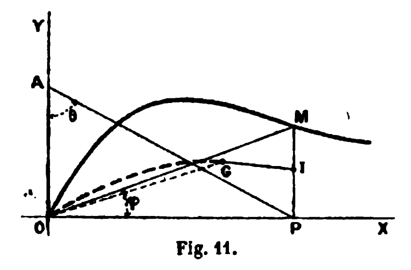


Fig. 11.

$$y = \frac{a^2 x}{x^2 + b^2},$$

et si l'on fait

$$x = b \operatorname{tang} \theta,$$

on en déduit

$$y = \frac{a^2}{b} \cos\theta \sin\theta.$$

L'angle θ est donné sur la figure par l'angle PAO, la longueur OA étant prise sur l'axe OY égale à $a\sqrt{n} = b$. Si l'on appelle φ l'angle MOP, on aura

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{y}{x} = \frac{a^2}{x^2 + b^2} = \frac{a^2}{b^2} \cos^2\theta,$$

équation du lieu dans un système particulier de coordonnées θ et φ.

Proposons-nous de trouver les coordonnées ξ et η du centre de gravité G de l'aire OMP de la courbe, entre les abscisses $x = 0$ et $x = \text{OP}$. Nous avons les relations, en désignant par Ω l'aire elle-même,

$$\Omega = \int_0^x y\,dx = \int_0^\theta \frac{a^2 \sin\theta\,d\theta}{\cos\theta} = -a^2\, l(\cos\theta),$$

$$\Omega\xi = \int_0^x yx\,dx = \int_0^\theta a^2 b \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}\,d\theta = a^2 b\,(\operatorname{tg}\theta - \theta),$$

$$\Omega\eta = \frac{1}{2}\int_0^x y^2\,dx = \frac{a^2}{4b}\int_0^\theta \sin^2\theta\,d\theta = \frac{a^2}{4b}\left(\theta - \frac{1}{2}\sin^2\theta\right);$$

de sorte que l'on obtient pour les coordonnées du centre de gravité G

$$\xi = b \frac{\tang \theta - \theta}{- l \cos \theta},$$

$$\eta = \frac{a^2}{4b} \frac{\theta - \frac{1}{2}\sin^2\theta}{- l \cos \theta},$$

équations qui, prises ensemble, définissent le lieu du point G. La tangente au lieu menée au point G est la droite GI qui joint ce point au milieu de l'ordonnée finale GM de l'aire correspondante. Le rapport $\frac{\eta}{\xi}$, qui définit l'inclinaison de la droite OG, est égal à

$$\frac{a^2}{4b^2} \frac{\theta - \frac{1}{2}\sin^2\theta}{\tang \theta - \theta} = \frac{1}{4n}\left(\frac{\theta - \frac{1}{2}\sin^2\theta}{\tang \theta - \theta}\right).$$

Pour θ infiniment petit, le rapport entre parenthèses est égal à 2 unités; il décroît à partir de cette valeur jusqu'à zéro, quand θ varie de 0 à $\frac{\pi}{2}$. Le coefficient angulaire $\frac{\eta}{\xi}$ de la droite OG varie dans les mêmes conditions de $\frac{1}{2n}$ à 0.

Le rapport $\frac{\eta}{\xi}$ est inférieur à tang φ pour les petites valeurs de l'angle θ, de sorte que le point G commence par être au-dessous du rayon OM; puis il arrive une valeur de θ qui satisfait à la condition

$$\cos^2\theta = \frac{1}{4} \frac{\theta - \frac{1}{2}\sin^2\theta}{\tang \theta - \theta},$$

et alors le point G est situé sur la droite OM. Au delà, il passe au-dessus. La racine de cette équation est comprise entre $\theta = 60°$ et $\theta = 70°$.

Lieu des points du plan où la tangente à la courbe a un parallélisme donné. — Reprenons l'équation générale des courbes (n) :

$$\frac{y}{x} - \frac{dy}{dx} = \frac{2y^2}{a^2}.$$

Il suffira de poser $\frac{dy}{dx} = \lambda$, en appelant λ un nombre donné, pour obtenir l'équation du lieu

$$\frac{y}{x} - \lambda = \frac{2y^2}{a^2}.$$

Cette équation résolue par rapport à x donne

$$x = \frac{a^2 y}{2y^2 + \lambda a^2} = \frac{\frac{a^2}{2} y}{y^2 + \lambda \frac{a^2}{2}},$$

ou bien, si l'on pose $a = a' \sqrt{2}$,

$$x = \frac{a'^2 y}{y^2 + \lambda a'^2}.$$

Or cette équation est de même forme que l'équation des courbes (n); il suffit, en effet, pour passer de l'une à l'autre, que l'on change

$$x, \quad y, \quad a, \quad n,$$

en

$$y, \quad x, \quad a', \quad \lambda.$$

Trajectoires orthogonales. — L'équation des trajectoires orthogonales des courbes (n) s'obtient en conservant dans l'équation différentielle de ces courbes les cordonnées x et y, et en y changeant $\frac{dy}{dx}$ en $-\frac{dx}{dy}$. Il vient

$$\frac{y}{x} + \frac{dx}{dy} = \frac{2y^2}{a^2}$$

pour l'équation différentielle des lignes cherchées. Il ne faut pas perdre de vue que l'élimination du paramètre n conduit à une équation générale, englobant toutes les courbes correspondantes aux valeurs positives et négatives de ce paramètre. Or, la forme des courbes (n) change notablement quand n devient négatif, ainsi qu'on le verra dans le paragraphe suivant. Sans chercher à intégrer l'équation des trajectoires orthogonales, on peut remarquer :

1° Qu'aux environs du point O, elles diffèrent peu d'un cercle $x^2 + y^2 = C$, décrit de ce point comme centre;

2° Que dans les régions très éloignées du point O, les courbes (n) étant très voisines des hyperboles $y = \frac{ka^2}{x}$ asymptotes aux axes, les trajectoires orthogonales doivent peu différer des hyperboles

$$y^2 - x^2 = C,$$

qui coupent les premières à angle droit;

3° Que, par conséquent, la fonction de x et de y, qui, égalée à une constante, est l'équation des trajectoires orthogonales, doit être telle qu'elle se réduise sensiblement à la forme $x^2 + y^2$ pour les petites valeurs des variables, et à $x^2 - y^2$ pour les très grandes valeurs.

On peut déduire de l'équation différentielle une propriété de ces courbes. Mettons-la sous la forme

$$a^2(xdx + ydy) = 2y^2xdy.$$

Le produit xdy est l'aire élémentaire $abb'a'$, comprise entre deux parallèles à l'axe OX menées aux distances y et $y + dy$ de cet axe; y^2xdy est le moment d'inertie de cette aire par rapport à OX. Enfin, $xdx + ydy$ est la moitié de la différentielle du carré du rayon $Ob = r$. Soit I le moment d'inertie de l'aire MPab comprise entre l'abscisse PM et l'abscisse variable ab. Il viendra

Fig. 12.

$$\frac{a^2}{2}d(r^2) = 2dI,$$

et en intégrant entre les limites $y = \text{OP}$, $y' = \text{OP}'$,

$$I = \frac{a^2}{4}\left(\overline{\text{OM}'}^2 - \overline{\text{OM}}^2\right).$$

Le moment d'inertie de l'aire MPP'M' est le produit de $\frac{a^2}{4}$ par la différence des carrés des rayons menés de l'origine O aux extrémités de l'arc MM' qui limite cette aire.

VI

Nous avons reconnu que l'on passe de la courbe (n) à la courbe ($n + 1$) par l'opération

$$y_{n+1} = \frac{xy_n}{x + y_n}.$$

On revient de la courbe ($n + 1$) à la courbe (n) par l'opération inverse

$$y_n = \frac{xy_{n+1}}{x - y_{n+1}}.$$

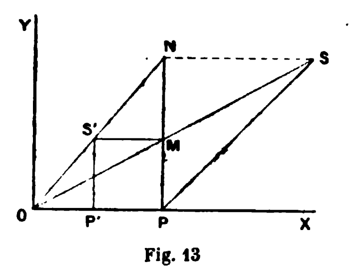


Fig. 13

Géométriquement, on peut passer du point M (y_{n+1}) au point N (y_n) soit en menant la droite OM et la bissectrice PS de l'angle NPX, ce qui donne le point S, qu'on ramène en N par une parallèle à OX, soit en construisant sur MP le carré négatif MPP'S, et en menant la droite OS' qui coupe en N l'ordonnée PM.

On a donc d'une manière générale

$$y_{n-1} = \frac{x y_n}{x - y_n},$$

et cette relation, appliquée à l'hyperbole $y_0 = \frac{a^2}{x}$, conduit à définir les fonctions y_n pour n négatif.

On aura, en effet, en mettant en évidence le signe de n,

$$y_{-n} = \frac{a^2 x}{x^2 - n a^2}.$$

Les propriétés générales de ces courbes sont les mêmes que celles des courbes pour lesquelles n est positif, bien qu'elles aient des formes toutes différentes.

La tangente se mène de la même manière.

Remarquons qu'elles peuvent être considérées comme le résultat du cumul des ordonnées de deux hyperboles réelles. On a, en effet, identiquement

$$\frac{a^2 x}{x^2 - n a^2} = \frac{\frac{a^2}{2}}{x - a\sqrt{n}} + \frac{\frac{a^2}{2}}{x + a\sqrt{n}},$$

et l'ordonnée y_{-n} est formée du cumul algébrique des ordonnées des courbes

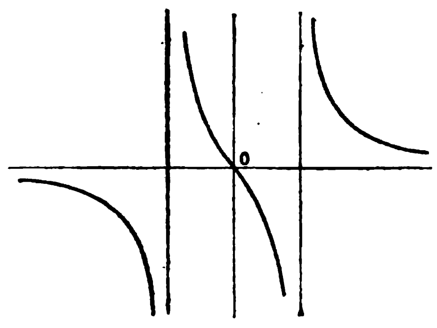


Fig. 14.

$$y = \frac{\frac{a^2}{2}}{x - a\sqrt{n}},$$

$$y = \frac{\frac{a^2}{2}}{x + a\sqrt{n}}.$$

On voit tout de suite que les droites $x = a\sqrt{n}$ et $x = -a\sqrt{n}$ sont, ainsi que l'axe OX, des asymptotes à la courbe $(-n)$. L'aire de cette courbe ne peut être obtenue qu'entre des limites qui excluent les valeurs infinies de l'ordonnée. S'il en est ainsi, on aura la formule

$$\int_m^{m'} y\,dx = a^2 \left[l \sqrt{x^2 - n a^2} \right]_m^{m'}$$

applicable aux valeurs de x supérieures à $a\sqrt{n}$.

Si l'on prend $OA = OA' = a\sqrt{n}$, et qu'on mène les verticales

indéfinies en AB, A′B′, on aura, avec l'axe OX, les asymptotes de la courbe. L'aire PMM′P′ comprise entre les ordonnées correspondantes aux abscisses m et m' sera égale à

$$a^2\left(l\sqrt{m'^2-na^2}-l\sqrt{m^2-na^2}\right)$$
$$=a^2\ l\frac{\sqrt{m'^2-na^2}}{\sqrt{m^2-na^2}}.$$

Des points P et P′, pieds des ordonnées extrêmes, menons des tangentes PH′, P′H′, à la circonférence décrite du point O comme centre avec $a\sqrt{n}$ pour rayon. On aura

$$\mathrm{PH}=\sqrt{m^2-na^2}.$$
$$\mathrm{P'H'}=\sqrt{m'^2-na^2},$$

et, par conséquent, l'aire cherchée est égale au produit

$$a^2\times l\left(\frac{\mathrm{P'H'}}{\mathrm{PH}}\right).$$

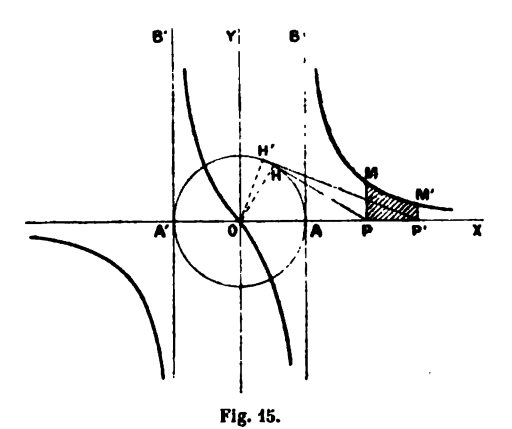


Fig. 15.

Si les deux limites m et m' étaient toutes deux comprises entre $-a\sqrt{n}$ et $+a\sqrt{n}$, l'intégrale générale se présenterait sous forme imaginaire, mais l'aire cherchée serait réelle, et la formule, convenablement transformée, la ferait connaître encore. On a, en effet,

$$l\sqrt{m^2-na^2}=\frac{1}{2}l(m^2-na^2)=\frac{1}{2}[l(na^2-m^2)+l(-1)],$$
$$l\sqrt{m'^2-na^2}=\frac{1}{2}l\left((na^2-m'^2)+l(-1)\right),$$

et la différence fait disparaître le logarithme imaginaire de -1, et ramène l'expression cherchée de l'aire à la forme réelle

$$a^2\,l\frac{\sqrt{na^2-m'^2}}{\sqrt{na^2-m^2}}.$$

Or, on a (*fig. 16*)

$$na^2-m'^2=\left(a\sqrt{n}-m'\right)\left(a\sqrt{n}+m'\right)=\mathrm{P'A}\times\mathrm{P'A'},$$
$$na^2-m'^2=\mathrm{PA}\times\mathrm{PA'};$$

de sorte que, si l'on décrit la circonférence qui a le point O pour

centre et $a\sqrt{n}$ pour rayon, on a l'égalité

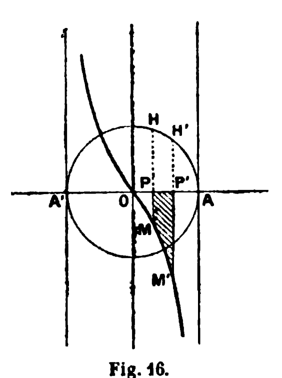


Fig. 16.

$$\frac{\sqrt{na^2 - m'^2}}{\sqrt{na^2 - m^2}} = \frac{\text{P'H'}}{\text{PH}},$$

et l'aire négative PMM'P' s'exprime par le produit

$$a^2\, l\, \frac{\text{P'H}}{\text{PH}}.$$

On peut donc dire que l'*aire comprise* $x = m$ *et* $x = m'$ *est égale au produit de* a^2 *par le logarithme népérien du rapport des puissances des points définis par les abscisses* m' *et* m *par rapport au cercle décrit sur* AA' *comme diamètre*. Il faut, pour que la formule soit applicable, que les deux puissances que l'on compare soient de même signe; autrement, le logarithme devient imaginaire, et l'aire n'est plus définie, puisque l'ordonnée y devient infinie entre les deux limites.

VII

Toutes ces courbes peuvent être réduites à des types distincts suivant le signe du second terme du dénominateur.

Considérons la courbe

(1) $$y = \frac{a^2 x}{x^2 + b^2},$$

en remplaçant na^2 par b^2. Posons

$$x = bx',$$

$$y = \frac{a^2}{b} y',$$

et l'équation deviendra

(2) $$y' = \frac{x'}{1 + x'^2}.$$

La courbe unique représentée par l'équation (2) englobera toutes les courbes contenues dans l'équation (1), et l'on passera de l'une à l'autre par un changement convenable des échelles des hauteurs et des bases.

De même la courbe

(3) $$y = \frac{a^2 x}{x^2 - b^2},$$

qui correspond aux valeurs négatives de n, peut se ramener au type

$$y' = \frac{x'}{x'^2 - 1}, \tag{4}$$

en posant $x = bx'$, $y = \frac{a^2}{b} y'$.

Sous ces formes simplifiées on aperçoit quelques propriétés nouvelles.

1° Si l'on change x' en $\frac{1}{x'}$ dans l'équation (2), le second membre reste le même ; donc, deux valeurs inverses de l'abscisse x' assurent la même valeur à l'ordonnée x' ;

2° Pour la courbe (4), la même loi s'observe, sauf que les valeurs à attribuer à l'abscisse doivent être inverses en valeur absolue, mais de signes contraires ; x' doit être changé en $-\frac{1}{x'}$.

Ces propriétés s'étendent aux courbes (1) et (2), à la condition de changer x en $\pm \frac{b^2}{x}$;

3° Comparons les ordonnées y' et y'' des deux courbes-types

$$y' = \frac{x'}{1 + x'^2},$$

$$y'' = \frac{x'}{x'^2 - 1},$$

correspondantes à la même abscisse. Éliminons x' entre ces deux équations. Pour cela, prenons les inverses des deux membres de chacune. Il vient

$$\frac{1}{y'} = \frac{x'^2 + 1}{x'},$$

$$\frac{1}{y''} = \frac{x'^2 - 1}{x'}.$$

Il vient, en retranchant

$$\frac{1}{y'} - \frac{1}{y''} = \frac{2}{x'},$$

et par suite

$$x' = \frac{2}{\frac{1}{y'} - \frac{1}{y''}} = \frac{2y'y''}{y'' - y'} ;$$

substituant cette valeur de x' dans l'une des deux équations, il vient

pour équation finale une relation entre x' et y'' :

$$y' = \frac{\frac{2y'y''}{y''-y'}}{1+\frac{4y'^2y''^2}{(y''-y')^2}} = \frac{2y'y''(y''-y')}{y''^2-2y''y'+y'^2+4y'^2y''^2}.$$

Cette équation se réduit à

$$y''^2 - y'^2 - 4y'^2y''^2 = 0.$$

On pourra donc déduire l'une des courbes de l'autre par l'opération

$$y'' = \frac{y'}{\sqrt{1-4y'^2}},$$

ou

$$y' = \frac{y''}{\sqrt{1+4y''^2}}.$$

On peut encore mettre la relation entre x' et y'' sous l'une des formes

$$(1-4y'^2)(1+4y''^2) = 1,$$

$$\frac{1}{y'^2} - \frac{1}{y''^2} = 4,$$

ou, en rétablissant les ordonnées véritables $y_1 = \frac{a^2y'}{b}$, $y_2 = \frac{a^2y''}{b}$, a et b étant supposés les mêmes pour les deux courbes, on a l'équation

$$\frac{a^2}{y_1^2} - \frac{a^2}{y_2^2} = \frac{4b^2}{a^2} = 4n.$$

VIII

Généralisation de la transformation. — Prenons des axes OX, OY, se coupant sous un angle quelconque. Soit M un point d'une courbe tracée dans le plan de ces axes; $OP = x$, $PM = y$, ses coordonnées.

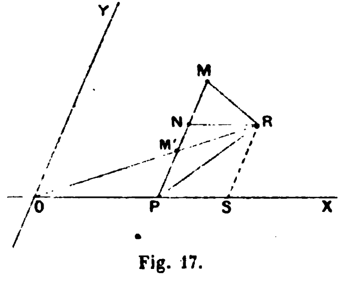


Fig. 17.

Sur l'ordonnée PM construisons un triangle MPR semblable à un triangle donné. Joignons le sommet R de ce triangle au point O; la droite OR coupe l'ordonnée PM en un point M', qui sera le transformé du point M.

Le triangle PRM ayant des angles connus, les triangles PRS, PRN, que l'on forme en menant par le point R des parallèles aux

axes, ont également les angles constants, et, par suite, l'ordonnée RS est dans un rapport constant avec l'ordonnée $PM = y$; le segment PS, égal à NR, a de même avec PM un rapport donné. Posons

$$PS = ky, \quad SR = k'y,$$

et faisons $PM' = z$.

Les triangles OPM', OSR donnent la proportion

$$\frac{PM'}{OP} = \frac{RS}{OS},$$

ou bien

$$z = x \times \frac{k'y}{x + ky} = k' \frac{xy}{x + ky},$$

formule de transformation qui est plus générale que celle dont nous nous sommes servi, et qui rentre dans celle-ci quand on fait à la fois $k = k' = 1$.

L'introduction de ces coefficients conduit à l'interprétation des formules que nous avons obtenues quand on y donne à x une valeur fractionnaire. Supposons par exemple $k' = 1$. Le point R s'obtiendra en construisant sur PM un parallélogramme MPSR, dans lequel le côté PS sera égal au côté $PM \times k$. La formule de transformation sera

$$z = \frac{xy}{x + ky},$$

Fig. 18.

et appliquée à l'hyperbole $y = \frac{a^2}{x}$, elle donne pour la courbe transformée

$$z = \frac{x \times \frac{a^2}{x}}{x + k\frac{a^2}{x}} = \frac{a^2 x}{x^2 + ka^2},$$

équation identique à celle que nous avons trouvée, sauf que le nombre k peut recevoir une valeur non entière.

L'emploi d'un second coefficient k' revient à amplifier dans le rapport de 1 à k' les ordonnées de la courbe déduite de la transformation

$$z = \frac{xy}{x + ky},$$

et plus généralement, la transformation complète

$$z = k' \frac{xy}{x + ky}$$

peut se ramener à la transformation simple

$$z = \frac{xy}{x + y}$$

par un double changement de l'échelle des ordonnées. Posons, en effet,

$$ky = y'$$

et

$$\frac{k}{k'} z = z'.$$

Il viendra

$$\frac{k'}{k} z' = k' \frac{x \frac{y'}{k}}{x + y'},$$

ce qui se réduit à

$$z' = \frac{xy'}{x + y'}.$$

Le premier changement des ordonnées y en y' revient à substituer à l'ordonnée PM le segment PS; le second, z en z', revient à amplifier les ordonnées finales PM' dans le rapport de PS à SR. Ces amplifications ne changeant pas le degré ni l'ordre des courbes, la transformation simple $z = \frac{xy}{x + y}$ a autant de généralité que la transformation à deux coefficients k et k'.

IX

APPLICATIONS DIVERSES

Loi des forces naturelles instantanées. — En réalité, ce qu'on appelle force instantanée, ou percussion, est l'impulsion d'une force variable qui agit pendant un temps très court, ou la somme $\int_0^\theta F\,dt$, θ étant très petit.

La force F, dans cette formule, part de la valeur 0, grandit très rapidement jusqu'à une certaine limite, puis décroît moins rapidement jusqu'à devenir nulle ou négligeable. La loi de variation de la force peut vraisemblablement être représentée par l'équation

$$F = \frac{a^2 t}{t^2 + b^2},$$

où b a une petite valeur pour que le maximum $\frac{a^2}{b}$ soit très grand.

L'impulsion de la force est représentée par la fonction

$$\frac{a^2}{2} l \left(\frac{\theta^2 + b^2}{b^2}\right) = a^2 l \left(\frac{\text{AC}}{\text{AO}}\right);$$

a^2 est homogène à une quantité de mouvement; b est un temps.

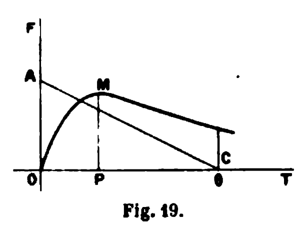


Fig. 19.

Montagnes de glace. — Les montagnes de glace, telles qu'on les construit en Russie pour les divertissements de l'hiver, comprennent généralement deux plans : l'un fortement incliné, sur lequel le traîneau prend un mouvement accéléré, et l'autre d'inclinaison très faible, sur lequel le traîneau, sous l'action du frottement, perd graduellement sa vitesse, et s'arrête après un certain parcours. Le raccordement des deux plans se fait par un congé qui gagne à être suffisamment étendu, pour éviter le choc subi par le traîneau par suite du changement brusque de la direction de sa vitesse. La courbe

$$y = \frac{a^2 x}{x^2 + b^2}$$

paraît fournir une solution acceptable pour le tracé du profil de la montagne.

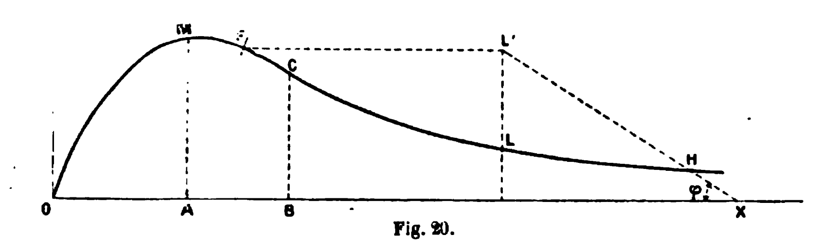


Fig. 20.

Soient M le point le plus haut, C le point d'inflexion.

Le point de départ des traîneaux serait fixé en un point F intermédiaire entre M et C dans la région où la pente de la courbe est croissante; la pente diminue au contraire à partir du point C; mais la vitesse du traîneau augmente encore jusqu'à un certain point L, où la composante de la pesanteur commence à être équilibrée par le frottement. A partir de là, le traîneau se ralentit graduellement, et s'arrête en un point H, limite assignée à la course. L'ordonnée maximum étant égale à $\frac{a^2}{2b}$, on voit que la vitesse du traîneau est partout inférieure à $a\sqrt{\frac{g}{b}}$.

Le mouvement du traîneau, tant qu'il descend sur une forte pente, a une stabilité bien suffisante; il n'en est plus de même quand la composante de la pesanteur devient faible, car alors le traîneau subit toutes les perturbations dues aux accidents de la surface qu'il parcourt. Sur la partie LH le traîneau doit, par conséquent, être conduit, ce qui exige une grande habileté de la part du conducteur. Un faux mouvement suffit pour faire sortir le traîneau de la piste, au grand dommage des personnes qui sont dessus.

Soit L un point où la tangente à la courbe fait un angle très petit avec l'horizontale, et à partir duquel la courbe elle-même peut être considérée comme sensiblement droite sur une certaine étendue. La vitesse du traîneau au point L est moindre que la vitesse due à la chute verticale L'L entre le point de départ F et le point L. Par le point L' menons la droite L'X, qui fait avec l'horizontale un angle L'XO égal à l'angle φ du frottement du traîneau sur la glace. Le point H où cette droite coupera la courbe sera approximativement la limite que le traîneau ne pourra dépasser, ni même atteindre.

Digues de réservoirs. — La courbe

$$y = \frac{a'x}{x^2 + b^2}$$

paraît très convenable pour servir de profil à une digue destinée à soutenir les eaux d'un réservoir.

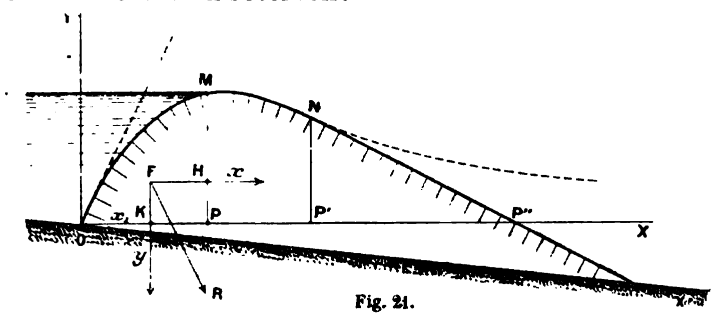


Fig. 21.

La partie OM qui s'étend du centre au point le plus haut M de la courbe forme la paroi baignée par le liquide. Elle doit être réalisée en maçonnerie très soignée. De la forme convexe des parois résultent des poussées convergentes qui tendent à serrer les pierres et à prévenir l'ouverture des joints.

La courbe ne doit pas être prolongée au delà de son point d'inflexion N; la branche qui rejoint asymptotiquement l'axe horizontal OX est remplacée par la tangente NS au point d'inflexion, prolongée jusqu'à la rencontre avec la ligne OX' du terrain naturel.

Pour nous rendre compte des actions exercées par l'eau sur cette digue, nous supposerons le réservoir rempli jusqu'au point le plus haut M. Nous appellerons X la somme des composantes horizontales des actions de l'eau sur la courbe OM (cette composante peut être supposée appliquée au tiers inférieur H de l'ordonnée maximum PM); Y la composante verticale dirigée de haut en bas et appliquée en un certain point K de l'axe horizontal OX, à la distance x_1 de l'origine O; h la hauteur PM $= \frac{a^2}{2b}$; Π le poids spécifique de l'eau, ω l'aire OPM et ξ l'abscisse du centre de gravité de cette aire. Nous avons, en appliquant les équations de la statique,

$$X = \frac{\Pi h^2}{2} = \frac{\Pi a^4}{8b^2},$$

$$Y = \Pi(bh - \omega) = \Pi\left(\frac{a^2}{2} - \omega\right),$$

$$x_1 = \frac{\frac{hb^2}{2} - \omega\xi}{hb - \omega} = \frac{\frac{a^2 b}{4} - \omega\xi}{\frac{a^2}{2} - \omega}.$$

L'angle φ, que fait avec la verticale la résultante R des forces X et Y, est donné par l'équation

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{X}{Y} = \frac{h^2}{2(hb - \omega)} = \frac{\frac{a^4}{8b^2}}{\frac{a^2}{2} - \omega} = \frac{a^4}{4a^2b^2 - 8b^2\omega}.$$

L'inclinaison de la paroi au point O est égale à $\frac{1}{n} = \frac{a^2}{b^2}$; l'inclinaison d'aval est égale à $\frac{1}{8n} = \frac{a^2}{8b^2}$. Le profil assure à la digue une très large base; on a, en effet, en prenant les longueurs sur l'horizontale OX,

$$OP = b = a\sqrt{n}, \quad OP' = a\sqrt{3n} = b\sqrt{3},$$

et

$$P'P'' = NP' \times 8n = \frac{a}{4}\sqrt{\frac{3}{n}} \times 8n = a \times 2\sqrt{3n} = 2 \times OP',$$

de sorte que l'empâtement total OP'' est égal à $3b\sqrt{3} = b \times 1{,}496$, ou à $a\sqrt{n} \times 5{,}196$. Le rapport de la base à la hauteur est $n \times 2{,}5968$. Un profil de cette forme est susceptible d'une résistance très considérable; il suffit, pour que la conservation du massif soit assurée, que la surface extérieure, faite en matières de choix, et soigneusement rejointoyée, protège le centre du massif contre les affouillements. Le

centre lui-même peut être composé de matériaux de moindre valeur. L'emploi de ces profils étoffés paraît s'imposer quand on a à soutenir une très grande masse d'eau, qui forme une menace permanente pour les populations et les propriétés d'aval. En pareil cas, les murs élevés à grands frais, avec un profil toujours voisin de la limite de résistance, ne semblent pas offrir toutes les garanties qu'on doit exiger contre les accidents qui peuvent se produire. La chute des barrages de l'Habra (1881), en Algérie; de Puentes (Espagne, 1801); de Sheffield (Angleterre, 1864); de Bouzey (Vosges, 1895), a laissé dans les populations des souvenirs tragiques et montre qu'en pareille matière on ne peut pas prendre trop de précautions.

Coupe des dunes. — Le profil des dunes qui forment le cordon littoral de la mer, sur les plages de sables, paraît aussi se rapprocher comme forme de la courbe que nous étudions.

Si OX représente l'horizontale ou une ligne légèrement plongeante, la forme naturelle de la dune appartient à la partie AB de la courbe du côté de la mer, côté des pentes faibles, et le versant AO du côté de la terre est plus abrupt. Le sable, soulevé par le vent, remonte la partie inclinée CA; il va se déverser par dessus la crête A; par suite de ce phénomène, la dune semble se transporter dans le sens de la flèche *f*. Les travaux de consolidation des dunes commencent par retourner la forme du profil, de manière à opposer les pentes fortes à la mer et à créer du côté des terres des pentes faibles, qui se couvrent de végétation.

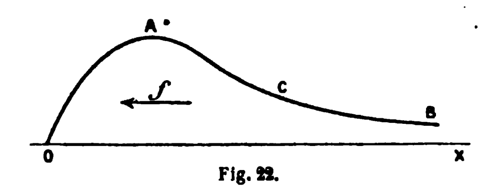


Fig. 22.

Courbe de la vie moyenne. — Sur un nombre de personnes représenté par l'ordonnée OA, nées à la fois à l'époque $t = 0$, il en reste, au bout d'un temps $t = OP$, un nombre MP de survivantes.

Le lieu des points M est la *courbe de mortalité*. L'abscisse OB représente le temps t au bout duquel toutes ces personnes ont disparu. A un âge $OP = t$ correspond un nombre $z = PM$ de survivants.

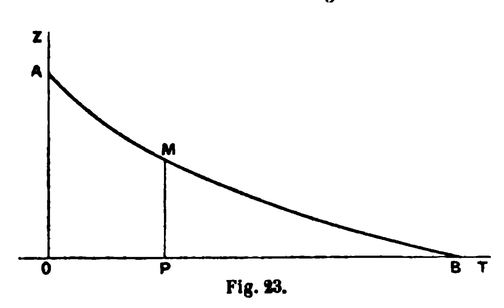


Fig. 23.

La *vie moyenne* à partir d'un âge $t = \mathrm{OP}$ est la moyenne des temps pendant lesquels ont vécu les z personnes âgées de t années jusqu'à la disparition complète de ces z personnes. Si l'on représente par y la vie moyenne, on aura

(1) $$y = \frac{\int_t^m z\,dt}{z},$$

c'est-à-dire que y s'obtiendra en divisant l'aire PMB par l'ordonnée PM à partir de laquelle on la compte.

Si l'on différentie cette équation en faisant varier de dt la limite inférieure de l'intégrale, il vient l'équation différentielle

(2) $$d\,(yz) + z\,dt = 0,$$

qui permettra de revenir de la fonction y, supposée connue, à la fonction z, c'est-à-dire de déduire la courbe de mortalité de la courbe de la vie moyenne. Il vient, en effet, en développant les calculs indiqués,

$$z\left(\frac{dy}{dt} + 1\right) + y\,\frac{dz}{dt} = 0,$$

ou bien

$$\frac{dz}{z} + \frac{dy}{y} + \frac{dt}{y} = 0,$$

équation où les variables sont séparées si l'on admet que y est connue en fonction de t. L'intégration donne

(3) $$l\,(z) + l\,(y) + \int \frac{dt}{y} = \mathrm{C}.$$

L'équation

(4) $$y = \frac{a^2 x}{x^2 + n a^2}$$

peut être regardée comme représentant approximativement la courbe de la vie moyenne, sauf à prendre pour x, non pas l'âge t, mais cet âge augmenté d'une quantité constante. Au surplus, les transformations représentées par les équations (2) et (3) peuvent s'appliquer à des courbes quelconques, indépendamment de toute considération de mortalité ou de vie moyenne. Il suffira de changer dt en dx pour déduire de l'équation (4) la courbe qui est rattachée à la courbe (4) par la relation analytique (2). Il vient d'abord

$$l\,(z) + l\left(\frac{a^2 x}{x^2 + n a^2}\right) + \int \frac{x\,dx}{a^2} + n\int \frac{dx}{x} = \mathrm{C},$$

et ensuite

$$l(z) + l\frac{a^2 x}{x^2 + na^2} + \frac{x^2}{2a^2} + nl(x) = \text{C},$$

et cette équation, résolue par rapport à z, fait connaître la courbe de mortalité qui correspondrait à la vie moyenne définie par l'équation (4). Il vient

(5) $$z = \frac{x^2 + na^2}{a^2} \frac{e^{\text{C} - \frac{x^2}{2a^2}}}{x^{n+1}}.$$

Pour assimiler cette courbe à la courbe que l'on déduit des observations, il faudrait déterminer les constantes de manière à serrer le plus près possible la courbe observée. Ces constantes sont au nombre de quatre, savoir : a, n, C, et la constante qui exprime la différence entre l'abscisse x et l'âge t.

Il ne paraît pas possible d'exprimer par une fonction unique la loi de la vie moyenne.

La courbe (4) ne s'applique avec un peu d'exactitude qu'à une portion de la courbe, celle qui s'étend de $t = 0$ à $t = 10$ ans, et qui comprend le maximum de la fonction y. Au delà, la courbe (4) creuse trop et a des ordonnées trop petites jusqu'à un certain âge, où, au contraire, les ordonnées deviennent trop grandes : la courbe, en effet, est asymptote à l'axe des t ou des x, tandis que la courbe de la vie moyenne se termine brusquement à une ordonnée nulle vers 96 ou 97 ans. Voici comment on peut se figurer d'une manière simple la courbe complète, telle qu'elle résulte des données statistiques.

1° De $t = 0$ à $t = 10$ ans, on aura à peu près pour la vie moyenne, en faisant $x = 5 + t$,

$$y = \frac{945x}{x^2 + 110} = \frac{945t + 4725}{t^2 + 10t + 135}.$$

A partir de $t = 10$ ans, la fonction y devient linéaire, mais le coefficient d'inclinaison de la droite représentative de la fonction décroît successivement en valeur absolue, sauf à la dernière limite de la table, où il augmente légèrement, et termine la courbe;

2° De $t = 10$ à $t = 70$ ans, l'inclinaison est $\frac{5}{9} = 0{,}555\ldots$;

3° De $t = 70$ à $t = 80$ ans, l'inclinaison se réduit à $\frac{2}{5} = 0{,}4$;

4° De $t = 80$ à $t = 90$ ans, elle se réduit à $\frac{3}{10} = 0{,}3$;

5° Enfin, au delà de $t = 90$, elle s'accentue et devient égale à $\frac{1}{3} = 0{,}333\ldots$

La durée de la vie moyenne, qui est de 35 ans à l'âge 0, et de 45 ans à 5 ans, se réduit à 42 ans 1/2 à 10 ans. Elle est réduite à 70 ans, à la différence 42 1/2 — $\frac{5}{9} \times 60 = 9$ ans 1/6;

à 80 ans, elle devient 9 ans 1/6 — $0{,}4 \times 10 = 5$ ans 1/6;

à 90 ans, elle devient 5 ans 1/6 — $0{,}3 \times 10 = 2$ ans 1/6;

enfin, à 96 ans 1/2, elle est égale à 2 ans 1/6 — $\frac{1}{3} \times \left(6\frac{1}{2}\right) = 0$.

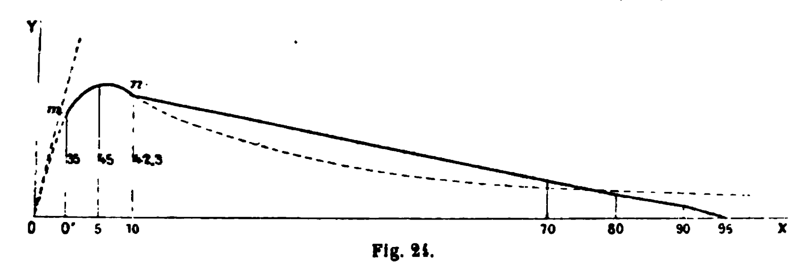


Fig. 21.

La courbe $y = \frac{a^2 x}{x^2 + x a^2}$ dessinée en pointillé représente l'allure générale de la courbe; pour le calcul direct dans la portion utile comprise entre $x = 5$ et $x = 15$, c'est-à-dire entre $t = 0$ et $t = 10$, il paraît préférable de substituer à la courbe un arc de parabole. On prendra par exemple l'équation

$$y = 35 + 3{,}2\,t - 0{,}24\,t^2,$$

qui représentera très bien la vie moyenne entre les limites $t = 0$ et $t = 10$.

La *vie probable* à l'âge t est le temps t' au bout duquel le nombre de personnes âgées de t années se trouvent réduites à moitié. Si $z = f(t)$ est l'équation de la courbe de mortalité, la vie probable à l'âge t est la valeur de t' qui rend $f(t + t')$ égal à $\frac{1}{2} f(t)$.

Les observations donnent la table suivante :

t	VIE PROBABLE	t	VIE PROBABLE
0	31	50	20
5	46	60	14
10	44	70	8
20	38	80	3
30	32	90	3
40	26		

On reconnaît encore que la loi peut être représentée par une courbe de la forme $y = \frac{Ax}{x^2 + B}$, x différant de t d'une constante à déterminer.

Mais cette formule ne donnerait exactement la loi que dans l'intervalle de $t = 0$ à $t = 10$, et au delà la courbe dégénère presque exactement en une série de lignes droites. Dans ces conditions, il paraît préférable de chercher la parabole qui correspond au maximum de $t = 0$ à $t = 10$, et à la prolonger par des droites.

On aura pour la vie probable aux différents âges, de $t = 0$ à $t = 10$,

$$y' = 31 + 4{,}7\,t - 0{,}34\,t^2.$$

A partir de 10 ans, les pentes des droites représentatives de y' sont successivement

	PENTES	
de $t = 10$ à $t = 70$....	0,6	$y' = 44 - 0{,}6(t - 10) = 50 - 0{,}6\,t,$
de $t = 80$ à $t = 90$....	0,5	$y' = 8 - 0{,}5(t - 70) = 43 - 0{,}5\,t.$
au delà de $t = 90$............	0,0	

La vie probable dans les âges avancés reste sensiblement constante, et égale à 3 années.

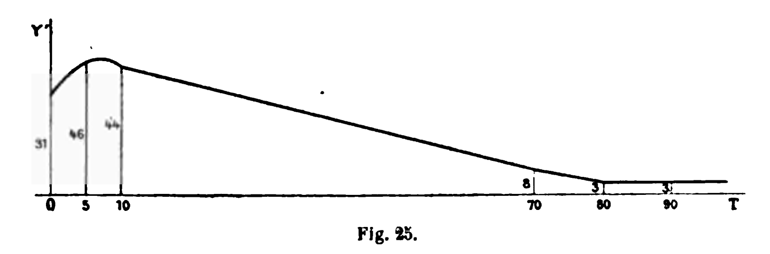


Fig. 25.

La vie probable est de 31 années au moment de la naissance, et elle se retrouve encore égale à 31 années à l'âge de 31 ans $\frac{4}{10}$. Ces résultats, bien entendu, ne sont pas absolus, et ils varient suivant la courbe de mortalité dont on fait usage.

M. P. BARBARIN

Professeur au Lycée de Bordeaux.

APPLICATION DE LA MÉTHODE DE GERGONNE A LA SPHÈRE. — TRIANGLES SPHÉRIQUES ET TRIANGLES CIRCULAIRES PLANS [K 16 α]

— *Séance du 5 août 1895* —

Les propositions de la géométrie sphérique élémentaire offrent partout le même caractère de simplicité que celles de la géométrie plane. Les analogies si nombreuses entre la théorie des triangles sphériques et celle des triangles rectilignes nous en donnent l'exemple le plus frappant; aussi, il nous semble que l'étude de la sphère gagnerait en netteté si elle pouvait être faite directement, et, autant que possible, sans l'intervention des angles solides, lorsque celle-ci n'est pas absolument nécessaire. Ainsi, après avoir établi, comme en géométrie plane, les premiers théorèmes relatifs aux angles des arcs de grand cercle (ou, en abrégé, grands arcs), on est amené naturellement à s'occuper des triangles sphériques en débutant par le triangle isoscèle ou équiangle, superposable à lui-même et à son symétrique; de là on déduit les trois premiers cas d'égalité ou de symétrie. Le quatrième, qui se tire habituellement du troisième par l'emploi du triangle supplémentaire, peut aussi se démontrer directement par un lemme. Il n'entre pas dans mon but actuel d'insister sur ce point, car j'espère avoir plus tard l'occasion d'y revenir; je veux simplement me contenter de dire quelques mots au sujet du problème des contacts des cercles, pour prouver que la théorie et les applications de cette question intéressante sont les mêmes que pour les cercles plans. On sait que sur le plan toutes les constructions de cercles tangents soit à des droites, soit à des cercles, sont des applications de l'élégante méthode de Gergonne. De même sur la sphère nous saurons exécuter, par des procédés tout à fait semblables, les constructions que voici :

Construire un cercle tangent à trois cercles donnés, un cercle tangent à deux cercles donnés et passant par un point donné, un cercle tangent à un cercle donné et passant par deux points donnés,

et dans lesquelles les cercles donnés sont grands ou petits, peuvent même se réduire à des points.

Je rappelle d'abord les propositions suivantes :

1. *Division harmonique.* — Si sur un même demi grand arc on imagine quatre points ABCD tels que les rayons OA, OB, OC, OD, qui les joignent au centre de la sphère, forment un faisceau plan harmonique, on dit que ABCD est une *division sphérique harmonique*. Les grands arcs joignant ABCD à un point quelconque S de la sphère forment un *faisceau sphérique harmonique*, qu'un autre grand arc quelconque A′B′C′D′ coupe harmoniquement.

2. *Pôle et polaire sphérique* (*). — Un point P et un cercle C étant donnés, le lieu géométrique des points Q conjugués harmoniques de P par rapport aux points AB où un grand arc quelconque passant par P coupe C, est un grand arc normal au grand arc CP, et qu'on appelle *l'arc polaire* de P. Inversement, P est *le pôle* de cet arc relativement à C. Pôle et polaire sphériques ont mêmes propriétés que les éléments de même nom en géométrie plane; on pourra donc, en particulier, leur appliquer les mêmes procédés de construction, et énoncer les règles de Pascal et de Brianchon pour les hexagones inscrits ou circonscrits.

3. *Puissance sphérique.* — Un point P et un cercle C étant donnés, tout grand arc passant par P coupe C en A et B de sorte que

$$\operatorname{tg}\frac{PA}{2}\cdot\operatorname{tg}\frac{PB}{2}=K.$$

K est la *puissance de* P par rapport à C. De cette définition résultent les propriétés des *axes et centres radicaux* des cercles sphériques, tout comme en géométrie plane.

4. *Homothétie ou inversion.* — Soient donnés deux cercles CC′ dont on peut toujours supposer que les centres sphériques sont distants de moins d'un quadrant; on sait construire deux points SS′ conjugués par rapport aux points CC′, et tels que si r, r' sont les rayons sphériques,

$$\frac{\sin SC}{\sin SC'}=\frac{\sin S'C}{\sin S'C'}=\frac{\sin r}{\sin r'}.$$

(*) Ces termes ayant ici la même acception qu'en géométrie plane, j'emploierai toujours le nom de centre sphérique pour désigner sans équivoque l'extrémité du diamètre normal au plan d'un grand ou petit cercle.

Si on mène par S un grand arc quelconque coupant les cercles en AB, A'B', on a

$$\frac{\operatorname{tg}\frac{SA}{2}}{\operatorname{tg}\frac{SA'}{2}} = \frac{\operatorname{tg}\frac{SB}{2}}{\operatorname{tg}\frac{SB'}{2}} = K,$$

$$\operatorname{tg}\frac{SA}{2}\cdot\operatorname{tg}\frac{SB'}{2} = \operatorname{tg}\frac{SA'}{2}\cdot\operatorname{tg}\frac{SB}{2} = K',$$

et S' jouit de la même propriété. S et S' ont été appelés *centres d'homothétie ou d'inversion* des deux cercles. Quand ceux-ci admettent des grands arcs tangents communs, S, S' sont leurs points de rencontre respectifs. Les points AA', BB' *homologues*, et les points AB', BA' *antihomologues*, ont des propriétés similaires de celles de leurs homonymes en géométrie plane, jusques et y compris celles qui ont pour objet des angles; ainsi, en particulier, les grands arcs tangents à CC' en AB, A'B' y sont également inclinés sur SA, de sorte que les arcs tangents en A et A' se coupent sur le grand arc qui joint S au centre sphérique de CC', et les arcs tangents en A et B' se coupent sur l'axe radical. Deux groupes de points antihomologues AB', $A_1B'_1$ sont d'ailleurs toujours sur un même cercle.

De là on peut déduire la notion des *quatre axes de similitude* de trois cercles, contenant chacun trois des six centres d'homothétie, et d'une méthode générale, propre à transformer les figures sphériques, et dont le caractère particulier réside dans la conservation des angles.

CONSTRUCTION DES CERCLES TANGENTS, MÉTHODE DE GERGONNE.

Ce qui précède explique bien maintenant pourquoi les constructions des cercles tangents peuvent se réaliser, sur la sphère matérielle, au moyen de procédés calqués littéralement sur ceux que l'on emploie dans le plan. Construisons les cercles tangents à trois cercles donnés C, C', C''. Ils vont par couples, et sont au nombre de huit au maximum. S'il y a un cercle Ω tangent intérieurement à CC'C'', il y en a aussi un autre Ω_1, extérieurement tangent. Soit $\omega_1\omega_2\omega_3$ l'axe de similitude externe de CC'C''; il faut construire les pôles de cet axe par rapport aux trois cercles, ou les points $\alpha\alpha'\alpha''$, et les joindre au centre radical γ de CC'C''; les points AB, A'B', A''B'', où $\alpha\gamma$, $\alpha'\gamma$, $\alpha''\gamma$ coupent respectivement CC'C'', sont donc les contacts cherchés de Ω et Ω_1 avec eux. Chacun des autres axes de similitude pourra donner aussi deux solutions, et la méthode s'applique très bien aux nombreux cas particuliers où les cercles donnés deviennent,

soit des grands cercles, soit des points. Prenons pour exemple le triangle sphérique ABC. Le centre radical γ devient le point de rencontre des arcs bissecteurs internes; l'axe de similitude externe est le grand cercle concentrique à γ; les pôles de cet axe par rapport aux trois côtés sont les rencontres de ces côtés avec les arcs menés de γ et qui leur sont normaux; donc ces pôles sont eux-mêmes les contacts des côtés avec le cercle Ω inscrit dans le triangle. Ω_1 est alors le cercle inscrit dans le triangle sphérique A' B' C' opposé de ABC. En substituant à ABC chacun des triangles sphériques adjacents, on a les trois autres couples de cercles exinscrits.

CONTACTS DU CERCLE DE HART.

Le Dr Hart a démontré (Voir Salmon, *Géométrie à 3 dimensions*, § 259) que les quatre cercles tangents aux côtés du triangle ABC sont aussi tangents à un même cercle; pour le construire, il n'y a qu'à chercher ses contacts en appliquant la méthode précédente. Soient $\Omega, \Omega_a, \Omega_b, \Omega_c$ les centres des quatre cercles; abc, $a_1 a' a''$, $b_1 b' b''$, $c_1 c' c''$ leurs contacts avec les côtés de ABC; A_1, B_1, C_1 les milieux de ces côtés; $\alpha\beta\gamma$, $\alpha'\beta'\gamma'$ les pieds des bissecteurs internes et externes; $\omega_a\omega_b\omega_c$, $\omega'_a\omega'_b\omega'_c$ les centres sphériques de ces bissecteurs. $A_1\omega'_a$, $B_1\omega'_b$, $C_1\omega'_c$ convergent en I, centre radical de $\Omega_a, \Omega_b, \Omega_c$; $A_1\omega'_a$, $B_1\omega_b$, $C_1\omega_c$ en I' centre de $\Omega, \Omega_b, \Omega_c$. $\alpha\beta\gamma$ est l'axe de similitude externe des trois premiers cercles, $a'\omega'_c$ et $a''\omega'_b$ se coupent au pôle μ de $\alpha'\beta'\gamma'$ par rapport à Ω_a; donc S_a, intersection interne de $I\mu$ et Ω_a, est le contact de ce cercle avec celui de Hart. De même se trouvent S_b et S_c. Puis $S_a\alpha$, $S_b\beta$, $S_c\gamma$ convergent au même point de Ω, qui est son contact S.

ΩS, $\Omega_a S_a$, $\Omega_b S_b$, $\Omega_c S_c$ convergent en Σ, centre du cercle.

Si on applique au théorème de Hart la méthode supplémentaire, on est conduit à cette propriété nouvelle :

Les cercles circonscrits à ABC *et ses opposés aux sommets* AB'C', BC'A', CA'B' *sont tangents à un même cercle.* Les contacts de ce cercle se trouveront aussi aisément, si on remarque que $\alpha'\beta'\gamma'$ est l'axe de similitude externe des trois derniers, et que leur centre radical I est le point de convergence des arcs médians de ABC; de même I', centre radical des trois premiers, est au centre médian de ABC'.

INTERSECTION D'UNE CONIQUE SPHÉRIQUE AVEC UN GRAND ARC.

Ce problème, qui est aussi une application des cercles tangents, se résout par une construction identique à celle qui a pour objet la

section d'une conique plane par une droite, en se servant de la propriété focale. Comme lui, il conduit à cette conclusion que toute conique sphérique admet en chaque point un grand arc tangent bissectant l'un des angles formés par les rayons vecteurs.

RETOUR DE LA SPHÈRE AU PLAN.

Quand certaines propriétés des figures planes ont été étendues à la sphère, il est naturel de les transformer pour rechercher ce qu'elles deviennent quand on fait retour au plan. Le procédé de transformation le plus simple est la projection stéréographique, qui conserve la forme circulaire et la grandeur des angles. Ainsi un triangle sphérique devient un système de trois cercles, se coupant sous des angles égaux à ceux du triangle sphérique, et qui ont pour propriété distinctive de couper un cercle déterminé du plan en deux points diamétralement opposés de ce cercle. D'ailleurs, tout grand cercle de la sphère est dans le même cas, et par suite, si on donne le nom générique de *cycle* à un cercle du plan coupant un cercle donné ω suivant un de ses diamètres, tout grand cercle se transforme en un cycle, et réciproquement.

La méthode d'inversion des figures planes permettait déjà d'étendre à un système de cercles passant par le même point beaucoup de propriétés des triangles et polygones rectilignes. Elles peuvent maintenant s'appliquer aux figures planes composées de cycles. Il importe d'ailleurs de remarquer que trois cercles sécants admettent toujours un cercle réel ω par rapport auquel ils sont des cycles; son centre est à leur centre radical, et le carré de son rayon égale la puissance commune, qui est négative, prise en valeur absolue. Voici les énoncés de quelques-unes des extensions les plus remarquables :

Tout cercle passant par les points communs à deux cycles est un cycle.

— *Tous les cycles orthogonaux à un cercle donné* C *passent par deux points fixes situés sur le diamètre* AB *du cercle* ω *qui passe par* C *et conjugués par rapport à* A *et* B.

Ces points sont indépendants de la position de C sur AB.

— *Plus généralement, tout cycle coupant un cercle donné* C *sous un angle donné* α *est tangent à deux cercles fixes ayant leurs centres sur une droite qui passe par* ω.

— Trois cycles se coupant respectivement en six points déterminent sur le plan huit régions dont sept sont limitées et la huitième illimitée. Soit ABC l'une des premières :

Les cycles bissecteurs de ses angles et les cycles orthogonaux

à chacun de ses côtés, menés par le sommet opposé, se coupent aux mêmes points.

— Il existe huit cercles tangents à trois cycles, et qu'il faut associer deux à deux au moyen des régions non contiguës du plan; *les quatre droites joignant deux à deux les centres de chaque couple passent par le centre radical* ω. *De plus, ces huit cercles, réunis par groupes de quatre pour quatre régions contiguës, sont aussi tangents à huit autres cercles dont les centres sont également deux à deux sur quatre nouvelles droites se coupant aussi en* ω.

— *Les cercles passant par les sommets* ABC *et ceux des trois régions opposées aux sommets* AB'C', BC'A', CA'B' *sont tangents à un même cercle. Les quatre régions restantes donnent aussi lieu à un deuxième cercle qui a son centre sur la droite joignant* ω *au centre du premier.*

— *Si les sommets du quadrilatère formé par quatre cycles sont sur un cercle, la somme des deux angles opposés égale celle des deux autres.*

— On peut même appliquer aux cycles les propriétés de l'harmonie. Nous dirons que quatre points *abcd* d'un cycle forment une *harmonie* quand les rayons ω*a*, ω*b*, ω*c*, ω*d* forment un faisceau harmonique. Tout autre cycle coupera ce faisceau suivant une harmonie. Les points *abcd*, joints à un même point *s* du plan par des cycles, donnent lieu à un faisceau qu'un cycle quelconque coupera aussi harmoniquement.

Le cycle S*c* est conjugué de S*a* par rapport à S*b* et S*d*; il est à la fois le lieu géométrique du point conjugué de *a* dans l'harmonie formée sur un cycle variable qui, passant par *a*, coupe les cycles S*b*, S*d*, et le lieu géométrique des intersections mutuelles des cycles diagonaux du quadrilatère formé par les cycles S*b*, S*d*, et deux cycles quelconques issus de *a*.

De même, étant donné un cercle Γ, si un cycle variable passant par *a* le coupe en *b* et *d*, le point *c* conjugué de *a* décrit *un cycle polaire* de *a* par rapport à Γ, renfermant les points d'intersection des cycles diagonaux du quadrilatère inscrit dans Γ au moyen de deux cycles quelconques passant par *a*. Les cycles polaires jouissent de propriétés analogues à celles des polaires rectilignes.

— Les théorèmes de Pascal et de Brianchon subsistent pour les hexagones inscrits ou circonscrits à un même cercle Γ et qui sont formés par six cycles.

— Enfin on peut appliquer au triangle ABC de trois cycles des règles de convergence analogues à celles des Ceva et de Menelaus.

Si trois cycles passant respectivement par ABC font avec les côtés des angles satisfaisant à la relation

$$\frac{\sin BAP}{\sin CAP} \times \frac{\sin CBQ}{\sin ABQ} \times \frac{\sin ACR}{\sin BCR} = -1,$$

ils sont convergents. Dans le cas où le produit des trois rapports égale 1, leurs pieds PQR sont sur un même cycle.

CYCLES GÉNÉRALISÉS.

S étant un point quelconque du plan, et P une puissance d'inversion arbitraire, transformons la figure en prenant S pour centre. Le cercle fondamental ω devient un cercle ω_1 et le diamètre $A\omega B$ étant remplacé par le cercle A_1SB_1 passant par S et orthogonal à ω_1, tout cycle passant par A et B est aussi remplacé par un cercle coupant ω_1 en A_1B_1, et qu'on peut appeler un *cycle généralisé.* L'inversion conservant à la fois la forme circulaire et la grandeur des angles, toutes les propriétés des cycles ayant trait à ces deux éléments sont conservées. En particulier, si on choisit S sur le cercle ω, et qu'on prenne la puissance d'inversion égale au double carré du rayon de ce cercle, il se transforme en son diamètre xy perpendiculaire à ωS. Tout cycle est alors remplacé par un cercle coupant xy aux deux points conjugués A_1B_1 d'une involution d'origine O à points doubles imaginaires, puisque l'angle A_1SB_1 est droit.

Ainsi donc, soient trois couples de points conjugués ab, a' b', a' b', d'une telle involution, trois cercles quelconques passant respectivement par ab, a' b', a' b', forment une figure qui jouit de nombreuses propriétés des triangles.

DERNIER RETOUR A LA SPHÈRE.

Si on projette le cercle fondamental ω sur une sphère quelconque tangente au plan en ω, celui-ci devient un petit cercle ω_1, normal à $\omega_1\omega$, et tout cycle plan se transforme en un cercle sphérique coupant le précédent aux deux extrémités d'un de ses diamètres; il devient donc aussi un cycle sphérique par rapport à ω_1 pris comme cercle fondamental. Ceci donne lieu à une généralisation nouvelle des propriétés des triangles sphériques, et on peut dire que ces propriétés s'appliquent également aux triangles formés par trois cycles, à condition, toutefois, que les lignes de la figure soient toutes égalément des cycles.

S étant un point quelconque de la sphère, menons par S un cercle

orthogonal à ω_1 le coupant en A_1B_1. Tout cercle sphérique passant par A_1 et B_1 pourra être traité comme cycle généralisé, et donner lieu à de nouvelles propriétés corrélatives.

M. Émile VIGARIÉ

Expert-géomètre à Laissac (Aveyron).

LA BIBLIOGRAPHIE DE LA GÉOMÉTRIE DU TRIANGLE [V 9]

— *Séance du 5 août 1895* —

Depuis 1873, la géométrie du triangle a pris une extension considérable, au point de constituer aujourd'hui une branche particulière des sciences mathéma[illegible] grand nombre de mémoires ont été écrits sur ce sujet.

En 1885, au Congrès de Grenoble, M. Émile Lemoine avait communiqué une notice bibliographique contenant les titres des écrits publiés sur cette nouvelle géométrie avant 1873, et aussi de 1873 à 1885. Au Congrès de Paris, en 1889, nous avions ajouté un certain nombre de titres à ceux de la liste de M. Lemoine, et continué ainsi la bibliographie jusqu'en 1889.

La présente communication a pour but de faire suite aux deux notices bibliographiques dont nous venons de parler, en les complétant et en donnant l'indication des mémoires parus de 1889 à 1895.

Nous ferons usage des abréviations que voici, déjà adoptées par un grand nombre de géomètres, en conformité de diverses décisions de la Commission du Répertoire bibliographique des Sciences mathématiques.

ABRÉVIATIONS EMPLOYÉES

M. Mathesis (Gand).
Z. H. Zeitschrift de Hoffmann (Leipzig).
A. G. Annales de Gergonne (Nismes et Paris).
A. Gr. Archives de Grunert (Leipzig) (et continuations).
A. F. Association Française pour l'Avancement des Sciences.

B. D. Bulletin des Sciences Mathématiques de M. Darboux (Paris).
Cr. Journal de Crelle (Berlin) (et continuations).
N. A. Nouvelles Annales de Mathématiques (Paris).
N. C. Nouvelle Correspondance Mathématique (Bruxelles).
J. E. Journal de Mathématiques Élémentaires de M. de Longchamps (Paris).
J. S. Journal de Mathématiques Spéciales de M. de Longchamps (Paris).
Q. J. The Quarterly Journal... (Londres).
E. T. The Educational Times (Londres).
R. E. T. Reprint of the Educational Times (Londres).
S. M. Société Mathématique de France (Paris).
C. R. Comptes rendus de l'Académie des Sciences (Paris).
M. M. Messenger of Mathematics (Londres et Cambridge).
M. A. Mathematische Annalen (Leipzig).
R. M. Rivista di Matematica (Turin).
J. M. Journal de Liouville (Paris) (et continuations).
S. M. L. Société Mathématique de Londres.
S. M. E. Société Mathématique d'Édimbourg.
S. M. A. Société Mathématique d'Amsterdam.
S. R. L. Société Royale de Londres.
B. A. B. Bulletin de l'Académie de Belgique (Bruxelles).
P. M. S. Progreso Matematico (Saragosse).
R. S. L. Société Royale des Sciences de Liége.
A. N. L. Accademia Pontificia de Nuovi Lincei (Rome).
M. A. B. Mémoires de l'Académie de Belgique.

NOTA. — (3), VI, 363-366, *signifie :* 3me série, tome VI, pages 363 à 366.

ADDITIONS AUX NOTICES BIBLIOGRAPHIQUES

Publiées en 1885 (LEMOINE) et en 1889 (VIGARIÉ)

I. — ÉCRITS ANTÉRIEURS A 1873.

1647. B. CAVALERIUS. Exercitationes geometricæ. 1 vol. (Bononiæ).
1659. VIVIANI . . . . . De maximis et minimis. p. 143 (Florentiæ).
1669. H. FABRY. . . . Synopsis geometrica. 1 vol. (Lyon).
1746. W. CHAPPLE . . Miscellanea curiosa mathematica. I, 123.
1748. L. EULER. . . . Variæ demonstrationes geometricæ. (Novi commentarii Ac. Sc. Imp. Petropol.)
1749. R. SIMSON . . . Apollonii Pergaei Locorum Planorum. Libri II, 179-180.
1752. TH. SIMPSON . . Select exercises. 1 vol. (Londres).
1755. J. LANDEN . . . Lucubrationes mathematicæ. 1-6.
1765. RICCATI . . . . . Instituzioni analitiche. 2 vol. (Bologna).
1776. R. SIMSON . . . Opera quædam reliqua. 171.
1816. GRÜSON . . . . . Abhandlungen der Akad. der Wissensch. zu Berlin (1816-1817).
1822. A.-L. CRELLE. . Sammlung math. Aufsätze und Bemerkungen (Berlin).
1827. T.-S. DAVIES . . Symmetrical properties of plane triangles (Phil. Mag.). II, 29-31.
1828. J. STEINER . . . Développements d'une série de théorèmes relatifs

aux sections coniques. A. G., XIX, 34-64. (Gesam. Werk. I, 191-210.)

1831. C.-J. MATTHES. Commentatio de proprietatibus quinque circulorum. 41.

1833. J. STEINER . . . Die geometrischen Constructionen, ausgeführt mittelst der geraden Linie und eines festen Kreises. (Gesamm. Werk. I, 489-492.)

1834. HEINEN. . . . . Ueber Systeme von Kräften (Cleve).

1841. J.-R. HIND. . . Trigonometry. 4e édition.

1843. J. BERTRAND. . J. M., VIII, 158.

1846. G.-B. MARSANO. Memoria sui triangoli simili (Genova). 64 p.

1850. LEHMUS. . . . . Cr., tome L.

1859. NIEGEMANN. . . Analytische Entwickelung der Sätze über die Transversalen und merkwürdigen Punkte des Dreiecks aus allgemeinen Prinzipien. Köln. Program. des Kathol. Gymnasiums.

1859. I. TODHUNTER . Plane trigonometry. 1 vol.

1863. R. TOWNSEND . Modern geometry of the point, line and circle. I, 117-143.

1863. J.-B. MARSANO. Considerazioni sul triangolo rettilineo. 1 broch., 71 p. (Genova).

1866. FRENET. . . . . Exercices de calcul infinitésimal. 2e édit., 138.

1866. LINDELÖF. . . . Sur les maxima et minima d'une fonction des rayons vecteurs menés d'un point mobile à plusieurs centres fixes. (Acta Soc. Sc. Fennicæ), 191.

1867. J. GRIFFITHS . . Note on the geometry of the plane triangle. R. E. T., 65.

1869. W.-H. BESANT. Conic Sections. 1 vol.

? J. DÖTTL . . . . Neue merkwürdige Punkte des Dreiecks.

II. — ÉCRITS DE 1873 A 1889.

1873. M. AZZARELLI. . Formole generali per assignare i lati dei triangoli rettangoli primitivi. A. N. L., XXVI, 13 p.

1874. M. AZZARELLI. . Alcuni problemi riguardanti il triangolo rettilineo. A. N. L., XXVII, 42 p.

1877. J. BOOTH . . . . New geometrical Methods. 2 vol.

1878. H. VAN AUBEL. Deux propriétés générales des courbes du 3e degré. N. C., IV, 355-356.

1879. H. VAN AUBEL. Sur les courbes du 3e degré. N. C., V, 81-87.

1881. G.-B. MARSANO. Problema della construzione di un triangolo. (Rivista di matematica elementare.) (2), III, 12 p.

1883. J.-S. MACKAY. . The circles associated with a triangle viewed from their centres of similitude. S. M. E., I.

1883. J.-S. MACKAY. . The triangle and its six scribed circles. S. M. E., I, 1-128.

1884. J.-S. MACKAY. . Geometrical notes. S. M. E., II, 38-41.

1886. M. Azzarelli.. Esercizio geometrico. A. N. L., XXXIX, 39 p.

1886. J.-S. Mackay.. Historical notes on a geometrical theorem and its developments. S. M. E., V.

1887. M. Azzarelli.. Alcuni teoremi e problemi sopra i triangoli annessi. A. N. L., XL, 18 p.

1887. J.-S. Mackay.. Properties of the figure consisting of a triangle and the squares described on its sides. S. M. E., VI.

1888. A. Gob ..... Notes sur quelques propriétés segmentaires des polygones harmoniques (7 p.) (Annuaire scientifique du Cercle des Normaliens. — Gand).

1888. L. Burmeister. Lehrbuch der Kinematik. I, § 337. Beziehungen zum Brocard'schen Kreise als Folgerungen aus der geradlinigen Bewegung eines ähnlichveränderlichen ebenen Systems. 880-884.

BIBLIOGRAPHIE DE 1889 A 1895.

1889

G. Lalbalettrier .. Trigonométrie rectiligne suivie des principes de la nouvelle géométrie du triangle. 1 vol. (Paris).

C. Servais....... Sur la réversibilité de la transformation linéaire. M. (1), IX, 267-268.

Schlömilch ...... Crelle oder Brocard? Z., 6e fascicule.

E. Vigarié....... Esquisse historique sur la marche du développement de la géométrie du triangle. A. F. (Paris), XVIII, 117-141.

J. Neuberg ...... et A. Gob......... Sur les axes de Steiner et l'hyperbole de Kiepert. A. F. (Paris), XVIII, 166-179.

J. Neuberg....... et A. Gob......... Sur les foyers de Steiner d'un triangle A. F. (Paris), XVIII, 179-196.

E. Lemoine ...... Contributions à la géométrie du triangle. A. F. (Paris), XVIII, 197-222.

L. Benezech...... Propriétés du triangle rectangle. J. E. (3), III, 193-195, 241.

A. Morel .... Crelle ou Brocard? J. E. (3), III, 251-255.

A. Poulain ...... Des coordonnées sous-trilinéaires. J. E. (3), III, 245-248, 267-270.

A. Boutin .... Sur un groupe de cubiques remarquables du plan d'un triangle. J. S. (3), III, 265-268.

R. Tucker....... Isoscelian Hexagrams. S. M. L., XXI, 29 p.

? .... A Syllabus of modern plane geometry. (Associat. for improv. of geomet. teaching.), 32 p.

J. Neuberg....... et M. d'Ocagne ...... Remarques sur une transformation quadratique. R. S. L. (2), XVI, 18 p.

M. Azzarelli ..... Generalizzazione del problema delle mediane di un triangolo rettilineo. A. N. L., XLII, 14 p.

J.-S. MACKAY . . . . . Historical notes on a geometrical problem and theorem. S. M. E., VIII, 2 p.

S. KEPINSKIEGO . . . . Wlasnosci szczegolnych trojek punktow trojkata. (51 p.). Matematyczno fizycznych. (Varsovie), II.

1890

J.-S. MACKAY . . . . . The Wallace line and the Wallace point. S. M. E., IX.

R. TUCKER. . . . . . . Some properties of co-normal points of a parabola. S. M. L., XXI, 442-451.

E. CESARO . . . . Sur l'emploi des coordonnées barycentriques. M. (1), X, 177-190.

J. NEUBERG . . . . . . Sur les projections et les contre-projections d'un triangle fixe et sur le système de trois figures directement semblables. M. A. B., XLIV, 86 p.

P. MANSION . . . . . . Crelle ou Brocard? M. (1), X, 28-30.

W. FUHRMANN . . . . Synthetische Beweise planimetrischer Sätze. 1 vol., XXIV, 190 p. (Berlin).

G. DE LONGCHAMPS . . Sur le tétraèdre orthocentrique. M. (1), X, 49-53, 77-82.

W. FUHRMANN . . . . Sur un nouveau cercle associé à un triangle. M. (1), X, 105-111.

A. C. . . . . Sur le 176e porisme d'Euclide. M. (1), X, 115.

A. GOB . . . . Sur quelques transformations de figures. A. F. (Limoges), XIX, 1-18.

J. NEUBERG . . . . . . Sur les figures symétriques successives. A. F. (Limoges), XIX, 18-23.

A. POULAIN . . . . . . Sur quelques séries de points remarquables dans un triangle. M. (1), X, 246-251.

C.-A. LAISANT. . . . . Propriétés du triangle. — Orientation moyenne. — Points équisegmentaires. A. F. (Limoges), XIX, 23-29.

E. LEMOINE . . . . . . Sur les triangles orthologiques et sur divers sujets de la géométrie du triangle. A. F. (Limoges), XIX, 111-146.

J.-J. MILNE . . . . . . Le théorème de Feuerbach. J. E. (3), IV, 3-5.

E. LAUVERNAY. . . . . Théorèmes sur les transversales. J. E. (3), IV, 11-14, 51-53.

E. VIGARIÉ. . . . . . . Sur un ouvrage de Crelle. J. E. (3), IV, 32-35.

L. BENEZECH. . . . . . Note de géométrie. J. E. (3), IV, 53-55.

A. BOUTIN . . . . Exercices divers *(suite)*. J. E. (3), IV, 65-68, 87-89, 134-137 *(à suivre)*.

L. BENEZECH. . . . . . Propriétés du triangle. J. E. (3), IV, 73-77, 97-99, 121-122.

E. VIGARIÉ. . . . . . . Le 176e porisme d'Euclide et ses conséquences. J. E. (3), IV, 83-86.

G. DE LONGCHAMPS . . Démonstration élémentaire d'un théorème de M. Artzt. J. E. (3), IV, 149-151.

LAUVERNAY . . . . . . Le 176e porisme. J. E. (3), IV, 151.

LAUVERNAY	Le théorème de Feuerbach. J. E. (3), IV, 193-195.
G. DE LONGCHAMPS . .	Sur les triangles caractérisés. J. E. (3), IV, 203, 206, 234-237, 252-256.
LAUVERNAY	Sur un problème de géométrie. J. E. (3), IV, 265-269.
A. POULAIN	Sur un problème de M. Boutin. J. S. (3), IV, 33-41.
A. BOUTIN	Exercices divers *(suite)*. J. S. (3), IV, 41-43 *(à suivre)*.
E. VIGARIÉ.	Note bibliographique sur les cubiques. J. S. (3), IV, 63-69.
A. BOUTIN	Sur un groupe de quatre coniques remarquables du plan d'un triangle. J. S. (3), IV, 104-107, 124-127.
G. TARRY.	Remarques sur le quadrangle harmonique. J. S. (3), IV, 122-124.
A. BOUTIN	Exercice. J. S. (3), IV, 130-131.
G. DE LONGCHAMPS . .	Sur les paraboles de M. Artzt. J. S. (3), IV, 149-153.
A. BOUTIN	Problèmes sur le triangle (avec notes de M. Neuberg). J. S. (3), IV, 265-270.
E. CATALAN	Quelques formules relatives aux triangles rectilignes. M. A. B., XLIV, 28 p.
C. SERVAIS.	Sur les points caractéristiques de quelques droites remarquables dans les coniques. B. A. B. (3), XIX, 519-528.
P.-H. SCHOUTE	Sur les figures planes directement semblables. C. R., 3 p.
E. CATALAN	Sur un théorème de M. Mannheim. 1 brochure, 13 p. (Rome).
A. POULAIN.	Sur deux coniques. J. S. (3), IV, 3.

1891

R.-J.-C. NIXON	Supplement to *Euclid Revised*, being an introduction (within the limits of Euclidian geometry) to the Lemoine and Brocard points, lines and circles. 28 p.
C. THIRY.	Distances des points remarquables du triangle. B. A. B. (3), XXI, 471-481.
Z.-G. DE GALDEANO. .	La geometria elemental reciente. P. M. S., I, 75-82.
E. VIGARIÉ.	Los progresos de la geometria del triangulo en 1890. P. M. S., I, 101-106, 128-134, 187-190.
Z.-G. DE GALDEANO. .	Algunos trabajos de M. Neuberg sobre la geometria del triangulo. P. M. S., I, 190-194.
G. DE LONGCHAMPS . .	Développements sur les paraboles de M. Artzt. P. M. S., I, 209-216, 250-253.
Z.-G. DE GALDEANO. .	La evolucion de la geometria del triangulo. P. M. S., I, 223-228, 269-274, 317-318 *(à suivre)*.

E. VIGARIÉ. . . . . . . Las generalizaciones de la geometria del triangulo. P. M. S., I, 241-247, 274-279.

J.-S. MACKAY . . . . . Matthew Stewart's theorem. S. M. E., X.

R. TUCKER. . . . . . . Two notes on isoscelians. S. M. L., XXII, 178-180.

VAN DEN BERG. . . . . Over zelf-wederkeerige poolkrommen (Ower. Niew. Archiv. Wisk.). XIX, 17 p.

C. THIRY. . . . . Applications remarquables du théorème de Stewart et théorie du barycentre. 1 broch., 94 p. (Paris et Gand).

J. NEUBERG . . . . . . Sur les quadrangles complets. M. (2), I, 33-35, 67-70, 81-82, 189-195.

A. POULAIN . . . . . . Sur une correspondance de droites et de points. M. (2), I, 88-90.

H. BROCARD . . . . . . Sur une classe particulière de triangles. M. (2), I, 153-158.

B. SOLLERTINSKY . . . Propriétés des coniques. M. (2), I, 177-182.

A. POULAIN . . . . . . Sur la distance de deux points. M. (2), I, 184-186.

B. SOLLERTINSKY . . . Théorèmes de géométrie. M. (2), I, 221-222.

M'CLELLAND. . . . . . A Treatise on the geometry of the circle. 1 vol., 300 p. (Londres).

G. DE LONGCHAMPS . . Expression du rayon de courbure dans les coniques inscrites à un triangle de référence. A. F. (Marseille), XX, 11-23.

E. COLLIGNON . . . . . Sur certaines séries de triangles et de quadrilatères. A. F. (Marseille), XX, 38-66.

E. LEMOINE . . . . . . Sur les transformations systématiques des formules relatives au triangle. — Transformation continue. A. F. (Marseille), XX, 130-159.

J. NEUBERG . . . . . . et P.-H. SCHOUTE . . . . Généralisation d'un problème connu. A. F. (Marseille), XX, 168-180.

A. GOB . . . . Sur une série de quadrangles. A. F. (Marseille), XX, 232-241.

J. NEUBERG . . . . . . Sur la géométrie récente du triangle et du tétraèdre (chapitres du *Traité de Géométrie* de MM. Rouché et de Comberousse), I, II, 595-616.

E. VIGARIÉ. . . . . . . Les progrès de la géométrie du triangle en 1890. J. E. (3), V, 8-12, 28-32, 56-59, 80-82.

LORMEAU. . . . . Des coordonnées angulaires. J. E. (3), V, 35-41.

E. VIGARIÉ. . . . . . . Sur la méthode de transformation de M. Schoute. J. E. (3), V, 101-105, 129-131, 153-157, 181-183, 207-211.

G. DE LONGCHAMPS . . Sur les points et les droites de Feuerbach. J. E. (3), V, 106-108.

BERNÈS. . . . . Lettre à M. de Longchamps. J. E. (3), V, 109-112.

A. POULAIN . . . . . . Des coordonnées angulaires. J. E. (3), V, 52-56, 73-79.

BERNÈS. . . . . Transformation par inversion symétrique. J. E. (3), V, 121-127, 145-148, 175-181, 197-207, 217-224, 244-252, 265-273 *(à suivre)*.

A. BOUTIN . . . . Exercices divers *(suite)*. J. E. (3), V, 132-134, 157-159, 183-186, 211-212, 224-227, 256-257, 277-278 *(à suivre)*.

E. LEMOINE . . . . . . et A. BOUTIN . . . . Lettres à M. de Longchamps. J. E. (3), V, 134-135.

A. POULAIN . . . . . . Lettre à M. de Longchamps. J. E. (3), V, 254-256.

B. SOLLERTINSKY . . . Sur les cercles inverses. J. E. (3), V, 173-177.

A. POULAIN . . . . . . Des équations tripolaires réversibles. J. E. (3), V, 265-276.

P.-H. SCHOUTE . . . . Théorèmes généraux par rapport aux figures planes directement semblables (Annales de l'École polytechnique de Delft). VI, 51-71.

W. STEGEMANN . . . . Dreiecksscharen, Parabelscharen und Kegelschnittbüschel, welche durch drei ähnliche Punktreihen oder durch drei projectivische Strahlenbüschel erzeugt werden. A. Gr., X, 225-260.

A. POULAIN . . . . . . Principes de la nouvelle géométrie du triangle. 1 broch., 46 p. (Paris).

A. EMMERICH . . . . . Die Brocardschen Gebilde. Broch., XV, 153 p. (Berlin).

E. LEMOINE . . . . . . Sur une transformation relative à la géométrie du triangle. S. M., XIX, 7 p.

E. CATALAN . . . . . . Sur l'ellipse de Brocard. B. A. B., XLIX, 20 p.

F. MORLEY . . . . La géométrie covariante du triangle. Q. J., 186-197.

E. UHLICH . . . . Reihensummation auf geometrischen Wege. Programm. Grimma. 7 p.

1892

E. LEMOINE . . . . . . Sur une nouvelle transformation, dite transformation continue. M. (2), II, 58-64, 81-92.

BERTRAND . . . . Sur quelques propriétés du triangle. M. (2), II, 130-134.

J. NEUBERG . . . . . . Bibliographie relative à un problème de Fermat. M. (2), II, 162.

Mme F. PRIME . . . . . Sur les points de Brocard. M. (2), II, 194-195.

R. TUCKER . . . . Sur les triangles inscrits et égaux à un triangle donné. M. (2), II, 195-196.

J. NEUBERG . . . . . . Sur l'hyperbole de Kiepert. M. (2), II, 241-246.

E. VIGARIÉ . . . . Lettre à M. Neuberg. M. (2), II, 274.

Z.-G. DE GALDEANO . . La evolucion de la geometria del triangulo. P. M. S., II, 217-221.

E. VIGARIÉ . . . . Algunas propiedades de los triangulos podares y de los circulos de Schoute. P. M. S., II, 97-105, 173-176.

E. LEMOINE . . . . . . La géométrographie ou l'art des constructions géométriques. A. F. (Pau), XXI, 36-100.

E. LEMOINE . . . . . . Résultats et théorèmes divers concernant la géométrie du triangle. A. F. (Pau), XXI, 101-132.

R. TUCKER. . . . . . . Geometrical note. S. M. E., XI, 4 p.

J.-S. MACKAY . . . . . Early history of the symmedian point. S. M. E., XI, 92-103.

R. TUCKER. . . . . . . Two circular notes. S. M. E., XI, 6 p.

J.-S. MACKAY . . . . . Adams hexagons and circles. S. M. E., XI, 104-106.

J.-S. MACKAY . . . . . History of the nine-point circle. S. M. E., XI, 39 p.

R. TUCKER. . . . . . . A geometrical note. S. M. E., XXIV, 162-166.

BERNÈS. . . . . Transformation par inversion symétrique *(suite)*. J. E. (4), I, 3-5, 25-31, 49-58, 73-82, 97-101, 121-131, 145-151, 169-174, 193-200, 217-223, 241-247, 265-272 *(à suivre)*.

E. VIGARIÉ. . . . . . . Les progrès de la géométrie du triangle en 1891. J. E. (4), I, 7-10, 34-37.

A. BOUTIN . . . . Exercices divers *(suite)*. J. E. (4), I, 36-38, 69-70, 94-96, 113-115, 141-143, 156-159 *(à suivre)*.

E. LEMOINE . . . . . . Règle des analogies dans le triangle. — Transformation continue. J. E. (4), I, 62-69, 91-93, 103-106.

A. POULAIN . . . . . . Transformation des formules des triangles. J. E. (4), I, 110-113, 136-139, 151-153.

A. BOUTIN . . . . Exercices. J. E. (4), I, 179-183, 230-233, 272-278.

A. POULAIN . . . . . . Quelques changements de coordonnées. J. E. (4), I, 228-230.

A. BOUTIN . . . . Distances des points remarquables du triangle. J. E. (4), I, 248-258.

Mme F. PRIME. . . . . Contribution à l'étude des cubiques. J. S. (4), I, 3-5.

C.-A. LAISANT. . . . . Détermination analytique de l'aire d'un triangle. J. S. (4), I, 77-79.

A. BOUTIN . . . . Exercices divers *(suite)*. J. S. (4), I, 88-90, 115-116, 163-166 *(à suivre)*.

A. LUGLI. . . . . Piccole note e sunti di note. (Periodico matem. per l'insegn. secund., VII, 5 p.)

J. CASEY . . . . A sequel to the first six books of the Elements of Euclid. (Edited by P. A. E. Dowling.) 6e édit., 302 p. (Dublin et Londres).

J. HAHN . . . . Beiträge zur Geometrie des Dreiecks. 16 p. (Programm de Heppenheim).

1893

BERNÈS. . . . . Transformation par inversion symétrique *(suite)*. J. E. (4), II, 3-7, 25-29, 49-54, 76-79.

A. POULAIN . . . . . . Construction de l'angle de Boutin. J. E. (4), II, 13-15.

A. BOUTIN . . . . Exercices divers *(suite)*. J. E. (4), II, 19-20, 34, 107-109, 134, 159-161, 179-181, 204-205, 225-226, 254-255, 273-275 *(à suivre)*.

Mme F. PRIME	Théorèmes sur les cubiques. J. S. (4), II, 14-15.
C. MICHEL	Sur la transformation continue. J. S. (4), II, 29-33.
E. CATALAN	Note sur l'ellipse de Longchamps. J. S. (4), II, 28-30.
A. BOUTIN	Exercices divers *(suite)*. J. S. (4), II, 44-45, 68-69, 83-85, 113-114, 154-155 *(à suivre)*.
E. VIGARIÉ	Les progrès de la géométrie du triangle en 1892. J. E. (4), II, 61-63, 85-88.
H. VERRIÈRE	Sur le théorème de Poncelet. J. E. (4), II, 79-84.
A. POULAIN	Points à l'infini sur certaines droites. J. S. (4), II, 77-78.
J.-S. MACKAY	Note de géométrie. J. E. (4), II, 97-100.
E. LEMOINE	Lettre à M. de Longchamps. J. E. (4), II, 135-136.
J. CLAIRIN . . . . et H. VERRIÈRE	Sur quelques propriétés relatives aux projections des sommets d'un triangle sur les bissectrices. J. E. (4), II, 174-179.
Mme F. PRIME	Sur une transformation des figures de la géométrie du triangle. J. S. (4), II, 249-255.
E. VIGARIÉ	Los circulos de Tucker y sus casos particulares. P. M. S., III, 333-340 *(à suivre)*.
J. NEUBERG	Notes de géométrie. A. F. (Besançon), XXII, 26-45.
E. LEMOINE	Compléments de géométrographie. A. F. (Besançon), XXII, 113-132.
E. LEMOINE	Notes de géométrie. A. F. (Besançon), XXII, 132-146.
A. GOB	Sur une formule donnant le rayon de courbure des coniques. A. F. (Besançon), XXII, 254-257.
E. LEMOINE	Application au tétraèdre de la transformation continue. A. F. (Besançon), XXII, 146-163.
R. TUCKER	Geometrical note. S. M. E., XII, 4 p.
R. TUCKER	Two triplets of circum-hyperbolas. S. M. E., XII, 7 p.
G. DE LONGCHAMPS . .	Un théorème sur la géométrie des masses. A. F. (Besançon), XXII, 274-277.
X...	Relations entre les éléments d'un triangle. Broch., 186 p. (Paris). (Cette brochure est due, croyons-nous, à M. G. Papelier, professeur de mathématiques au Lycée d'Orléans.)
R. TUCKER	Three parabolas connected with a plane triangle. S. M. E., XII, 6 p.
BALITRAND	Sur les courbes du quatrième ordre qui ont trois points doubles d'inflexion. M. (2), III, 4-9.
MANDART	Sur un nouveau groupe de trois paraboles. M. (2), III, 10-13.
Mme F. PRIME	Sur le cercle orthocentroïdal. M. (2), III, 33-36.
J. NEUBERG	Sur l'hyperbole de Feuerbach. M. (2), III, 81-89.
J. WASTEELS	Propriétés de deux triangles. M. (2), III, 89-90.
J. NEUBERG	Rayon de courbure de certaines courbes planes.

B. A. B. (3), XXV, 374-386. (Supplément à Mathesis, juin 1893.)

E. BERTRAND . . . . . Note sur quelques propriétés du triangle. M. (2), III, 155-162.

G. DE LONGCHAMPS . . Cours de mathématiques spéciales. Supplément. 1 vol., 472 p. (Paris).

SOCOLOF . . . . Sur les brocardiens d'un point par rapport à un point. M. (2), III, 166.

L. MEURICE . . . . . . Questions de mécanique. M. (2), III, 222-223, 243-244.

G.-B HALSTED . . . . . Elementary synthetic geometry. 1 vol., 2e édit. (New York).

1894

E. LEMOINE . . . . . . Le raport anharmonique étudié au point de vue de la géométrografie. — Application de la géométrografie à la géométrie descriptive. A. F. (Caen), XXIII.

J. NEUBERG . . . . . . Notes diverses. A. F. (Caen), XXIII.

A. GOB . . . . Transformation d'un quadrangle. A. F. (Caen), XXIII.

E. LEMOINE . . . . . . Suite des notes de géométrie. A. F. (Caen), XXIII.

W. FUHRMANN. . . . . Sätze und Aufgaben aus der Sphärischen Trigonometrie. (Program. des König. Realg. a. d. Burg zu Königsberg), 38 p.

E. LEMOINE . . . . . . Étude sur le triangle et sur certains points de géométrographie. S. M. E., XIII, 24 p.

J.-S. MACKAY . . . . . Isogonic centres of a triangle. S. M. E., XIII.

R. TUCKER. . . . . . . Some properties of two Tucker circles. S. M. L., XXV, 389-394.

A. BOUTIN . . . . Exercices divers *(suite)*. J. E. (4), III, 28-29, 65-67, 79-80, 108 *(à suivre)*.

E. LEMOINE . . . . . . Note à propos de la solution de la question 503. J. E. (4), III, 81-82.

C. MICHEL . . . . Sur l'exercice 315. J. E. (4), III, 87-88.

J. DHAVERNAS . . . . . Notes sur les symédianes. J. E. (4), III, 169-170.

DROZ-FARNY . . . . . . Sur les triangles dont les côtés sont en progression arithmétique. J. E. (4), III, 193-196.

J.-S. MACKAY . . . . . Propriétés du triangle. J. E. (4), III, 217-221.

DORLET. . . . . Note sur les figures semblables. J. E. (4), III, 241-245.

A. BOUTIN . . . . Exercices divers *(suite)*. J. S. (4), III, 204-206, 233-235.

R. TUCKER. . . . . . . Parabolic note : Co-Normal points. S. M. E., XIII, 7 p.

J. GILLET . . . . Sur le cercle des neuf points. M. (2), IV, 42-43.

J. NEUBERG . . . . . . Note sur un lieu géométrique. M. (2), IV, 92-94, 116-120.

A. Gob . . . . Rayon de courbure d'une conique. M. (2), IV, 133-134.

E. Lemoine . . . . . . Notes sur la géométrie du triangle. M. (2), IV, 153-158.

J. Wasteels . . . . . Sur la transversale d'un triangle. M. (2), IV, 158-159.

J. Neuberg . . . . . . Sur les figures semblables. M. (2), IV, 164-165.

H. Mandart. . . . . . Sur une ellipse associée au triangle. M. (2), IV, 241-245.

J. Neuberg . . . . . . Sur quelques quadrilatères spéciaux. M. (2), IV, 268-271.

G. Richardson . . . . et A.-S. Ramsey . . . . . Modern plane geometry. 1 vol., 202 p. (Londres).

1895

I.-J. Schwatt . . . . . A geometrical treatment of curves which are isogonal conjugates to a straight line with respect to a triangle (Part first). Broch., 45 p. (New-York).

J.-S. Mackay . . . . . Properties connected wich the angular bisectors of a triangle. S. M. E., XIII, 66 p.

J.-S. Mackay . . . . . Formulæ connected with the radii of the incircle and the excircles of a triangle. S. M. E., XIII, 2 p.

G. Tarry. . . . . Sur le déplacement des figures semblables. J. E. (4), IV, 79-83.

L. Vautré. . . . . . . Le théorème de Feuerbach. J. E. (4), IV, 83-84.

J.-S. Mackay . . . . Propriétés du triangle. J. E. (4), IV, 97-100.

G. Tarry . . . . Propriétés de trois figures égales. J. E. (4), IV, 100-101.

A. Boutin . . . . Exercices divers *(suite)*. J. E. (4), IV, 129-131. 198-199, 273 275 *(à suivre)*.

C. Michel . . . . Sur les points de Feuerbach. J. S. (4), IV, 11-12.

G. Tarry . . . . Sur l'axe d'homologie du triangle fondamental et du triangle de Brocard. M. (2), V, 4-7.

N.-C. Spijker . . . . . Sur un groupe de coniques inscrites ou circonscrites à un triangle. M. (2), V, 105-111.

E. Liénard . . . . . . Sur la transformation continue. M. (2), V, 115-117.

A. C. . . . . Sur une conique du plan d'un triangle. M. (2), V, 117-118.

E.-N. Barisien . . . . Résumé des propriétés concernant les triangles d'aire maximum inscrits dans l'ellipse. M. (2), V, 42-45.

J. Neuberg . . . . . . Sur quelques coniques du plan d'un triangle ABC. M. (2), V, 60-63.

Desprez . . . . Propriétés concernant les triangles d'aire maximum inscrits dans l'ellipse. M. (2), V, 81-83.

DURAN-LORIGA. . . . . Notes sur le triangle. M. (2), V, 85-86.

H. MANDART . . . . . . Sur les centres isogones. M. (2), V, 153-155.

J. NEUBERG. . . . . . . Sur un cas particulier de l'homologie (Nederlandsch. Natuuren genees Kundig. Congres. te Amsterdam), 8 p.

F. J . . . . Détermination du centre de similitude de deux figures directement semblables. J. E. (4), IV, 195-197.

DROZ-FARNY . . . . . . Note sur un article de *Mathesis* M. (2), V, 226-227.

S. CHASSIOTIS . . . . . Quelques propriétés du cercle conjugué à un triangle. J. E. (4), IV, 218-222, 267-269.

HAERENS . . . . et MEURICE . . . . Démonstrations géométriques d'un théorème de M. Sondat. M. (2), V, 265-267.

J. NEUBERG. . . . . . . Triangles orthohomologiques. M. (2), V, 267-268.

J. NEUBERG. . . . . . . Triangles trihomologiques et triorthologiques. M. (2), V, 198-202.

Le nombre total des *Mémoires, Ouvrages* ou *écrits divers* se rapportant à la géométrie du triangle et qui sont mentionnés dans les notices bibliographiques que nous avons rappelées au début de la présente communication, se répartit de la manière suivante :

DATES	LEMOINE	VIGARIÉ		TOTAUX
	1885	1889	1895	
Avant 1873	23	41	30	94
De 1873 à 1885 . . .	78	27	9	114
De 1885 à 1889 . . .	»	169	7	176
De 1889 à 1895 . . .	»	»	219	219
Totaux . . .	101	237	265	603

Soit un total de 603 titres.

Nous n'avons pas, comme dans la notice de M. Lemoine (1885), ou dans la nôtre (1889), donné une liste des *questions proposées* et *résolues* relatives à la géométrie du triangle, publiées dans divers recueils mathématiques. Leur nombre est aujourd'hui considérable,

et nous nous proposons d'en donner, à un prochain Congrès, une liste aussi détaillée que possible (*).

M. Michel LAPORTE

Ancien professeur de mathématiques, à Bordeaux.

SIMPLE CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES FONCTIONS ADDITIVES. — THÉORÈME INÉDIT ET APPLICATIONS A PROPOS DES SYSTÈMES ADDITIFS ÉQUIVALENTS [I 1]

— *Séance du 5 août 1895* —

DÉFINITION. — Nous entendons par *systèmes additifs équivalents* des groupes d'additions de nombres entiers, dont le total est le même, bien que, si l'on considère deux quelconques de ces additions, on rencontre, dans chacune, au moins deux nombres différents.

Nous ne parlons ici que de l'équivalence résultant des permutations opérées dans les colonnes verticales renfermant des chiffres de même ordre.

THÉORÈME. — *Toute addition de* N *nombres de* M *chiffres fournit*

$$(1 \times 2 \times 3 \times \ldots N)^{M-1}$$

systèmes équivalents, avec répétitions de mêmes nombres, et seulement

$$N^{M-1}$$

sans répétition.

(**) DÉMONSTRATION. — Tant de nombres qu'on voudra, d'un seul chiffre, ne peuvent évidemment donner qu'un seul système additif. Cela explique, *a priori*, que le degré de la puissance M — 1 est égal

(*) Malgré tout le soin que nous avons pu apporter en dressant la liste précédente, il est à supposer qu'elle contient des erreurs ou des omissions. Nous serons reconnaissant aux lecteurs qui voudront bien nous adresser — à Laissac (Aveyron) — des rectifications ou des renseignements complémentaires. Nous en tiendrons compte à une autre occasion.

(**) Si l'auteur avait destiné sa démonstration à ses Maîtres de l'enseignement supérieur des mathématiques, il aurait pu la resserrer en quelques lignes; mais sur un sujet aussi

au nombre de colonnes à additionner moins une. (Cette colonne tient lieu du chiffre 1 que, dans la théorie des substitutions, on doit introduire dans les calculs pour pouvoir rattacher l'exposant au nombre N.) Nous convenons de la représenter par le symbole $\begin{pmatrix} A_0 \\ A_0 \end{pmatrix}$.

2° Des nombres inégaux, de deux chiffres, fournissent autant de systèmes additifs équivalents que la colonne des unités, ou celle des dizaines, peut fournir de substitutions.

Ainsi, deux nombres de deux chiffres donnent, par transposition, deux systèmes équivalents, et trois nombres de 2 chiffres, c'est-à-dire fournissant les valeurs $N = 3$ et $M - 1 = 1$, en engendrent $(1 \times 2 \times 3) = 6$, savoir :

$\begin{pmatrix} A_0 \\ A_0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} A_0 \\ A_0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} A_0 \\ A_0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} A_0 \\ A_0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} A_0 \\ A_0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} A_0 \\ A_0 \end{pmatrix}$
2 6	2 6	3 6	3 6	4 6	4 6
3 7	4 7	2 7	4 7	2 7	3 7
4 9	3 9	4 9	2 9	3 9	2 9

2° *bis* On reformerait ce même tableau, en immobilisant les chiffres des dizaines, et en permutant entre eux les chiffres des unités.

$\begin{pmatrix} A_0 \\ A_0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} A_0 \\ A_0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} A_0 \\ A_0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} A_0 \\ A_0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} A_0 \\ A_0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} A_0 \\ A_0 \end{pmatrix}$
2 6	2 6	2 7	2 7	2 9	2 9
3 7	3 9	3 9	3 6	3 7	3 6
4 9	4 7	4 6	4 9	4 6	4 7

Semblablement, quatre nombres de deux chiffres, fournissant les

élémentaire que l'addition, l'emploi, *ex abrupto,* de la notation qu'on réserve d'ordinaire pour la théorie des substitutions, aurait bien pu dérouter bon nombre de membres de l'Association. L'auteur croit donc devoir, à leur intention, rappeler ici les explications que donne M. Serret, au sujet des substitutions dans son *Traité d'Algèbre supérieure* (2e vol., p. 243).

« ... On sait que n lettres $a, b, c, d, \dots, k, l$ fournissent N permutations.

» L'opération par laquelle on passe d'une permutation à une autre est dite *substitution.*

» Si l'on représente par de simples lettres $A_0 A_1 A_2 \dots A_{N-1}$ les N permutations dont il s'agit, on pourra représenter ces opérations par le symbole

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ A_0 \end{pmatrix}.$$

» Ce symbole désigne la substitution qui a pour effet de remplacer les lettres de la permutation A_0, par celles qui occupent le même rang dans la permutation A_1 ... »

L'auteur de la présente communication se borne à faire remarquer que, pour appliquer la théorie des substitutions aux fonctions additives, il suffit de considérer les chiffres en colonnes verticales comme des facteurs qui seraient disposés en rang horizontal, en remarquant que le chiffre 1 est ici remplacé par une des colonnes, comme nous l'avons fait remarquer plus haut.

valeurs $N = 4$ et $M - 1 = 1$ donnent naissance à $(1 \times 2 \times 3 \times 4) = 24$ systèmes équivalents (*).

3° Passons aux nombres de trois chiffres et posons $N = 3$. (On a donné aussi $M = 3$).

Je dis qu'on devra obtenir $(1 \times 2 \times 3)^2 = 36$ substitutions ou systèmes équivalents.

En effet, les chiffres exprimant les centaines étant mis à part, les *six* systèmes obtenus par les trois nombres de deux chiffres, exprimant des dizaines et des unités, seront modifiés à leur tour *six* fois chacun, par suite des $(1 \times 2 \times 3) = 6$ substitutions effectuées sur les trois chiffres des centaines, de sorte qu'on obtiendra bien $6^2 = 36$ substitutions, comme il est indiqué ci-dessus.

Bien que très élémentaire, ce genre d'exercices étant nouveau, dans cet ordre de questions, l'auteur croit devoir le plus possible présenter des exemples numériques.

Soit donc l'addition $147 + 258 + 369 = 774$.

Une des colonnes (nous pouvons prendre celle des unités simples) ne formant qu'un système additif unique, remplaçant le chiffre 1, nous formons d'abord, en permutant entre eux les chiffres des dizaines, par rapport aux chiffres des unités, les *six* systèmes additifs provenant des substitutions fournies par les trois nombres de deux chiffres qui restent, quand on a mis à part les chiffres des centaines.

Nous plaçons ici ces systèmes additifs sous le symbole des substitutions identiques, c'est-à-dire indiquant la conservation de l'ordre primitif dans lequel les chiffres étaient rangés.

$\begin{pmatrix} B_0 \\ B_0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} B_1 \\ B_1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} B_2 \\ B_2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} B_3 \\ B_3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} B_4 \\ B_4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} B_5 \\ B_5 \end{pmatrix}$
4 7	4 7	4 8	4 8	4 9	4 9
5 8	5 9	5 9	5 7	5 8	5 7
6 9	6 8	6 7	6 9	6 7	6 8

(*) Supposons qu'on ait $M > N$, et, qu'à partir des nombres de deux chiffres, l'addition, faite par colonnes indépendantes, ait donné, par exemple :

Somme des unités simples. . . . . . $U = 2765$
Somme des dizaines d'unités . . . . . $D = 6593$
Total. . . . . $U + D = 74695$

On remarque immédiatement que ce même total serait obtenu en posant, par exemple.

$U' = 5935$
$D' = 6876$
$U' + D' = 74695$

Ce serait là une équivalence de 2e espèce, qu'on n'a pas envisagée ici, mais qu'on expliquerait en admettant qu'on a introduit, dans les groupes d'additions, des nombres entiers négatifs. En effet on aurait, ci-dessus :

$D' = D - 283$ (dizaines)
$U' = U + 2830$

d'où $D' + U' = D + U$.

A leur tour, les *six* substitutions ci-dessus seront modifiées *six* fois chacune par suite des *six* permutations (engendrant pareil nombre de substitutions) effectuées sur les trois chiffres des centaines, savoir :

1re	2e	3e	4e	5e	6e
1	1	2	2	3	3
2	3	3	1	1	2
3	2	1	3	2	1

Il en résulte qu'en posant successivement ces substitutions des centaines devant chacune des substitutions faites plus haut, on obtient bien $6^2 = 36$ substitutions.

Nous laissons au lecteur le soin de les effectuer et de les disposer en six cycles de six systèmes chacun.

4° Nous pouvons donc, dès à présent, faire remarquer que le raisonnement qu'on a suivi dans la démonstration, est indépendant de la valeur numérique de N et de M. On peut donc dire, d'une manière générale, que le nombre des substitutions a toujours pour expression :

$$A^x = (1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times N)^{M-1},$$

et considérer comme démontrée la première partie de notre théorème. Passons à la seconde partie.

§ II. — Des Systèmes additifs équivalents sans répétitions.

5° Dans les nombres de deux chiffres, les systèmes sans répétitions ne sont et ne peuvent être obtenus qu'au moyen de substitutions entraînant un déplacement complet des chiffres exprimant les dizaines, par rapport aux chiffres des unités.

Or, les substitutions circulaires (provenant de permutations tournantes) amènent seules ce déplacement complet, et l'on sait déjà que, pour N lettres ou chiffres, ces sortes de substitutions sont au nombre de N.

Quand on passe aux nombres de trois chiffres, ces N substitutions sont à leur tour modifiées N fois par l'effet des substitutions circulaires effectuées dans les centaines, de sorte que les systèmes équivalents sans répétitions, fournis par trois nombres de trois chiffres, sont de N^2 (car ici $N = 3$ et $M - 1 = 2$) et, en général, de N^{M-1}.

6° Résumant l'ensemble de cette démonstration, nous pouvons donc dire, en général, que :

N *nombres de* M *chiffres fournissent* $(1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times N)^{M-1}$ *systèmes additifs équivalents, avec répétitions, et seulement* N^{M-1} *sans répétitions.* C. Q. F. D.

7° *Première remarque.* — Dans le magnifique *Traité d'Algèbre supérieure* de M. Serret, ouvrage magistral qui a été le point de départ, en 1885, du présent mémoire, et lui sert encore aujourd'hui de justification et d'appui, l'illustre maître a fait voir que, « dans toute substitution représentée par le symbole $\binom{B_1}{B_0}$, on peut prendre comme dénominateur l'une quelconque des permutations. »

C'est en effectuant de pareils changements dans les trois nombres de trois chiffres (*) qu'on remplacerait, sans difficulté, les six cycles de six substitutions ordinaires par quatre cycles de neuf substitutions circulaires chacun.

8° *Deuxième remarque.* — Les zéros pouvant tenir la place de tout chiffre significatif, sans rien ajouter au total, il est clair qu'on pourra obtenir avec un chiffre de plus tel ou tel résultat d'où les zéros étaient exclus. Ainsi, le total de trois membres de trois chiffres peut être obtenu par l'addition de quatre nombres de trois chiffres :

$$140 + 207 + 358 + 69 = 774.$$

9° Mais ces quatre nombres fournissent, à leur tour,

$$(1 \times 2 \times 3 \times 4 \times)^2 = 24^2 = 576$$

substitutions, et parmi celles-ci, on en distingue inversement :

$$(1 \times 2 \times 3)^2 = 6^2 = 36,$$

qui sont ramenées à trois nombres, attendu que les permutations successives amènent 36 fois les trois zéros sur la même ligne horizontale.

10° Nous laissons aux journaux de mathématiques élémentaires le soin de proposer, s'il leur convient, des problèmes comportant des solutions numériques, qu'il serait trop long de publier ici.

11° *Troisième remarque.* — Les milliards de siècles qu'il faudrait au plus merveilleux calculateur de la terre pour consigner les solutions que comporte la fonction A^a dans le cas d'une simple addition de dix nombres de cinq chiffres (**) nous paraissent de nature, non point à effrayer l'esprit, mais à lui faire sentir plus vivement l'importance et l'utilité des machines propres à effectuer les calculs longs et difficiles.

12° Il existe aujourd'hui une assez grande variété de machines

(*) Exemple : 147 + 258 + 369 = 774.

(**) Pour enregistrer tous les systèmes additifs donnant le même total que cette petite addition d'écolier, il faudrait à ce calculateur imaginaire plus de *84 quintillons de siècles*, en supposant même qu'il pût travailler, sans discontinuité, vingt-quatre heures par jour et transcrire une substitution par seconde.

à calculer nouvelles. On a laissé loin Neper et Pascal, étendu ou simplifié Babbage. Qui sait si les machines à calculer, que les maîtres de la science accueillent aujourd'hui avec une si grande faveur, ne sont pas destinées à donner aux mathématiques le même essor que le machinisme a imprimé à l'industrie moderne?

13° Mais ici apparaît la grande loi économique de la division du travail. Au lieu donc de chercher une machine unique qui servirait à faire tous les genres de calculs (ce qui serait un rêve), on s'applique à découvrir une machine spéciale pour chaque genre.

Il nous paraît que c'est la vraie voie, car l'unité de la science comporte la variété des moyens quand il s'agit d'obtenir des résultats inverses ou simplement différents.

14° *Quatrième remarque.* — Du moment que toute addition ordinaire n'est jamais et ne peut jamais être qu'un cas particulier d'un système additif quelconque et indéterminé, mais susceptible de fournir des milliards de milliards de fois le même total, on conçoit qu'il puisse devenir avantageux (quand on a par exemple plus de 50 nombres de 3 à 7 chiffres), de déterminer le total commun de ces systèmes inconnus (mais qu'on n'a pas besoin de connaître), au lieu de s'arrêter au cas particulier qui se présente.

On y parvient facilement d'une foule de manières, consistant toujours à noter, par un signe rapide, et dans un tableau *ad hoc* convenablement préparé, le nombre de fois que chaque chiffre est répété dans les divers ordres d'unités, à en trouver la valeur au moyen d'un barême ou d'une multiplication, et à réunir enfin ces valeurs au moyen d'une petite addition dont nous allons, plus loin, donner un exemple.

APPLICATIONS

15° La première application de la remarque précédente a été faite en 1886 dans l'*Addition de 10,000 chiffres par minute* (*), opuscule qui, grâce au journal *la Nature* d'abord, à plusieurs autres revues françaises et à la revue américaine *The Office,* a été assez répandu pour qu'il soit interdit à l'auteur de le rééditer ici.

Citons seulement, pour nous faire comprendre, et à titre d'exemple fictif, l'addition qui serait effectuée au contrôle des recettes de la Compagnie d'Orléans, comprenant 1,495 stations ou gares, pour une décade, et pour toutes les catégories de recettes, indistinctement.

On indique dans cet exemple, dans les sept ordres d'unités usités dans la pratique, le nombre de fois que chaque chiffre significatif est répété.

Dans l'ordre des *unités,* exceptionnellement, on indique le nombre de fois que le zéro y figure, de manière à avoir un contrôle facile. Le total des

(*) Non compris, bien entendu, le temps de la pose ou de la notation de ces 10,000 chiffres. — Chez Feret et Fils, libraires, à Bordeaux.

chiffres de la colonne des unités, les zéros compris, devra être de 1,495, puisque nous avons admis qu'on avait 1,495 stations ou gares, et que chacune d'elles fournit un chiffre dans la colonne des unités. Ce total, ou plutôt ce comptage, est fait automatiquement, et indiqué par le dernier numéro tenant lieu des désignations des gares du réseau.

16° *Exemple fictif :*

COMPAGNIE D'ORLÉANS

CONTRÔLE DES RECETTES DE LA • DIZAINE DU MOIS DE ...... ANNÉE 180 .

Résumé général de toutes les catégories de recettes, ou tableau spécial, dressé au moyen du dépouillement des bordereaux récapitulatifs, fournis pour la même décade par toutes les gares et stations du réseau.

CENTIÈMES			UNITÉS			RÉSUMÉ	
Comptage des chiffres.			Comptage des chiffres.				
	Nombre	Valeurs		Nombre	Valeurs		
			0	203 × 0 =	0	Centièmes..	69f82
1	151 × 1 =	1 51	1	125 × 1 =	125	Dixièmes...	691 70
2	149 × 2 =	2 98	2	178 × 2 =	356	Unités......	6,123 »
3	155 × 3 =	4 65	3	164 × 3 =	492	Dizaines	67,510 »
4	161 × 4 =	6 44	4	153 × 4 =	612	Centaines...	554,200 »
5	158 × 5 =	7 90	5	167 × 5 =	835	Mille........	1,143,000 »
6	161 × 6 =	9 66	6	159 × 6 =	954	D. de M...	750,000 »
7	157 × 7 =	10 99	7	127 × 7 =	889		
8	149 × 8 =	11 92	8	111 × 8 =	888		
9	153 × 9 =	13 77	9	108 × 9 =	972		
	Total....	69 82		1495	6123	Total gén.	2,521,594f52

Nota. — Pour les ordres inférieurs et supérieurs à celui des unités simples, il est inutile de noter les zéros; mais dans l'ordre des unités, où l'on doit poser un zéro quand le nombre à inscrire est purement décimal, on doit aussi les compter, et alors le total des chiffres notés doit être égal au nombre de gares ayant accusé des recettes, ce qui fournit un contrôle facile en cas d'oublis ou de répétitions.

17° Nous nous bornons à cet exemple. Mais, parmi les applications nouvelles ou inédites, nous mentionnerons :

« Les grandes additions de 25,000 à 30,000 nombres de 3 à 7 chiffres, « faites automatiquement et d'un seul coup, si l'on veut, par la machine » à écrire, au moyen de compteurs actionnés par l'électricité. ».

L'auteur se propose de faire à ce sujet une communication à la section de mécanique de l'Association dès que la machine pourra être construite en France, car le type-writer, son organe principal, est un appareil de construction américaine.

Il est évident que l'emploi de cet appareil ajouterait au contrôle indiqué plus haut la possibilité d'un collationnement général des chiffres posés.

M. H. DELANNOY

Sous-intendant militaire en retraite, à Guéret.

EMPLOI DE L'ÉCHIQUIER POUR LA RÉSOLUTION DE CERTAINS PROBLÈMES DE PROBABILITÉS [J 2 a]

— *Séance du 5 août 1895* —

En 1889, au Congrès de Paris, nous avons donné les formules exprimant le nombre de marches de la tour et de la reine sur des échiquiers de forme *carrée, triangulaire, pentagonale* et *hexagonale,* ce qui nous a permis de résoudre *immédiatement* divers problèmes de probabilités.

Nous croyons devoir revenir sur cette question, à laquelle on ne paraît pas avoir accordé toute l'importance qu'elle mérite, bien que Édouard Lucas nous ait fait l'honneur de reproduire nos formules dans son ouvrages sur la *Théorie des nombres* (t. I, p. 84 à 90 et 170 à 176).

Peut-être aussi n'avons-nous pas été bien compris, faute d'avoir donné les détails nécessaires. Ainsi Catalan, en parlant d'une de nos solutions qu'il reconnaît exacte, dit dans les *Nouvelles Notes d'algèbre et d'analyse* (1889, p. 70) : « Il ne nous a pas été possible de saisir les considérations auxquelles a eu recours M. Delannoy; elles sont relatives à la marche de la tour sur un échiquier hexagonal. »

Ces considérations sont bien simples.

ÉCHIQUIER CARRÉ

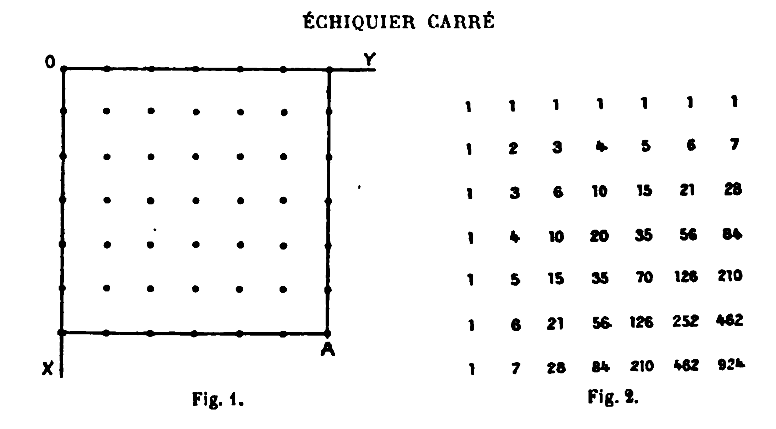


Fig. 1. Fig. 2.

Supposons une tour placée à l'angle supérieur gauche de l'échiquier carré OXAY (*fig. 1*); représentons par la lettre v chaque pas vertical de la tour, et par la lettre h chaque pas horizontal. En désignant par F_x^y le nombre de manières dont cette tour peut, en marchant dans les sens $\rightarrow$ et $\downarrow$, se rendre de l'origine O sur une case dont les cordonnées sont x et y, on voit que F_x^y est égal au nombre de combinaisons que l'on peut former avec x lettres v et y lettres h; par conséquent,

$$F_x^y = C_{x+y}^y. \tag{1}$$

Si l'on écrit sur les cases les nombres représentés par F_x^y, on obtient le carré arithmétique employé par Fermat (*fig. 2*). Ce n'est autre chose que le triangle arithmétique de Pascal, mis sous une forme plus commode.

La loi de formation de ce carré arithmétique est très simple : un terme quelconque est égal à la somme du terme placé à sa gauche et du terme placé immédiatement au-dessus de lui. La même loi de formation subsiste pour les échiquiers que nous allons considérer. C'est ce qui nous a permis de trouver facilement l'expression de leurs termes en fonction de ceux du carré arithmétique de Fermat.

ÉCHIQUIER TRIANGULAIRE

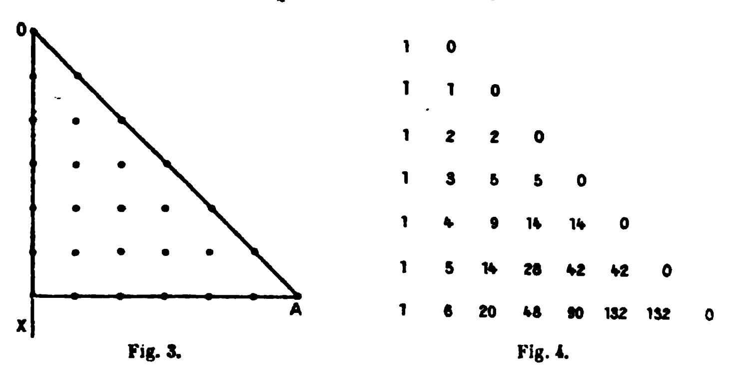


Fig. 3. Fig. 4.

Astreignons la tour à se mouvoir sur un échiquier triangulaire OXA (*fig. 3*) et cherchons le nombre de manières dont la tour peut se rendre sur les différentes cases de cet échiquier.

Dédoublons le carré arithmétique, changeons tous les signes du carré supérieur et transportons-le sur l'autre, de telle sorte que la parallèle au-dessous de la diagonale OA vienne coïncider avec la parallèle située au-dessus; nous obtenons alors une transversale formée de zéros, et, en nous bornant à la partie commune des deux

échiquiers qui est située au-dessous de cette ligne, nous avons le tableau *(fig. 4)*.

En désignant par T_x^y le nombre de marches de la tour pour aller de l'origine O sur une case x, y, T_x^y représentera le nombre des permutations de x lettres v et de y lettres h, dans lesquelles, en s'arrêtant à un endroit quelconque à partir de la première lettre, le nombre des lettres h ne dépasse jamais le nombre des lettres v.

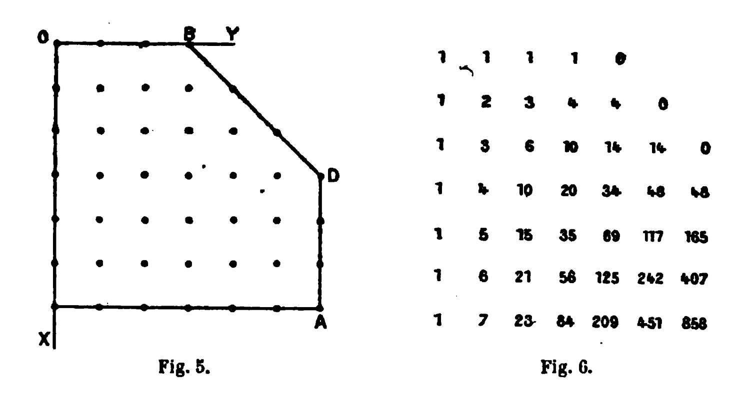
On a par définition

$$T_x^y = F_x^y - F_{x+1}^{y-1},$$

et par suite

$$(2) \qquad T_x^y = \frac{x - y + 1}{x + 1} C_{x+y}^y.$$

ÉCHIQUIER PENTAGONAL



1	1	1	1	0		
1	2	3	4	4	0	
1	3	6	10	14	14	0
1	4	10	20	34	48	48
1	5	15	35	69	117	165
1	6	21	56	125	242	407
1	7	23	84	209	451	858

Fig. 5. Fig. 6.

Considérons un échiquier pentagonal OXADB *(fig. 5)*, déterminé en prenant OB égal à $b - 1$ pas et menant par le point B une parallèle à la diagonale OA.

C'est une généralisation de la loi de construction de l'échiquier triangulaire. Au lieu de superposer les parallèles voisines de la diagonale des deux carrés arithmétiques, on peut superposer celles qui en sont distantes de b intervalles. Supposons, par exemple, $b = 4$, nous avons le tableau *(fig. 6)*.

Si nous désignons par P_x^y le terme qui se trouve sur la case x, y de ce tableau, P_x^y représente le nombre des permutations de x lettres v et de y lettres h, dans lesquelles, à partir de la première lettre de la permutation, le nombre des lettres h ne dépasse pas de plus de $b - 1$ le nombre des lettres v.

En observant que ce second échiquier a été remonté de b rangs, puis avancé de b rangs vers la droite, on a

$$P_x^y = F_x^y - F_{x+b}^{y-b},$$

ou encore

$$(3) \qquad P_x^y = C_{x+y}^x - C_{x+y}^{y-b}.$$

Pour les cases dont les coordonnées satisfont à l'équation

$$y - x = b = 1,$$

on a

$$C_{x+y}^{y-b} = C_{x+y}^{x-1}.$$

On peut donc écrire, pour les cases du côté BD de l'échiquier pentagonal,

$$P'_{x,y} = C_{x+y}^x - C_{x+y}^{x-1},$$

ou bien

$$(4) \qquad P'_{x,y} = \frac{y - x + 1}{y + 1} C_{x+y}^x = \frac{b}{y + 1} C_{x+y}^x.$$

ÉCHIQUIER HEXAGONAL

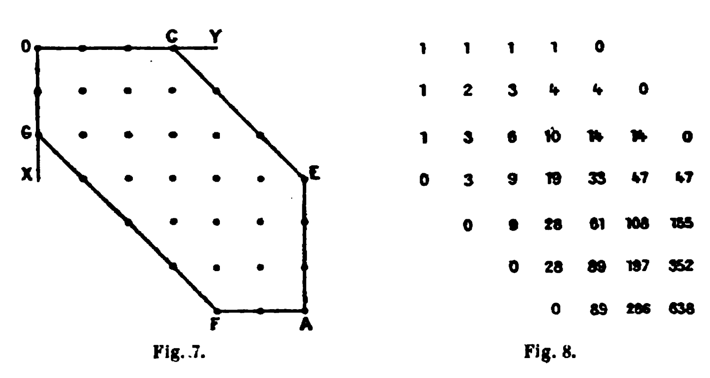


Fig. 7. Fig. 8.

Formons un échiquier hexagonal en prenant OC égal à $b - 1$ pas, OG égal à $a - 1$ pas et en menant par les points C et G des parallèles à la diagonale OA (*fig.* 7).

Sur le carré arithmétique transportons en M (*fig.* 9), à une distance b, un premier carré négatif; puis en H, à une distance a, un second carré négatif. Si le premier carré était seul, la ligne MR serait tout entière garnie de zéros; mais à cause du deuxième échiquier négatif, il n'y a des zéros que sur ML, et toute la partie LR est garnie de nombres négatifs; il en est de même dans la partie IS.

Pour rétablir les lignes de zéros, il faut superposer un échiquier

positif en L, à une distance de OX égale à $b + a$, et un autre échiquier positif en I, à une distance de OY égale à $a + b$. La ligne MR sera alors garnie de zéros jusqu'en K et de nombres positifs sur tout

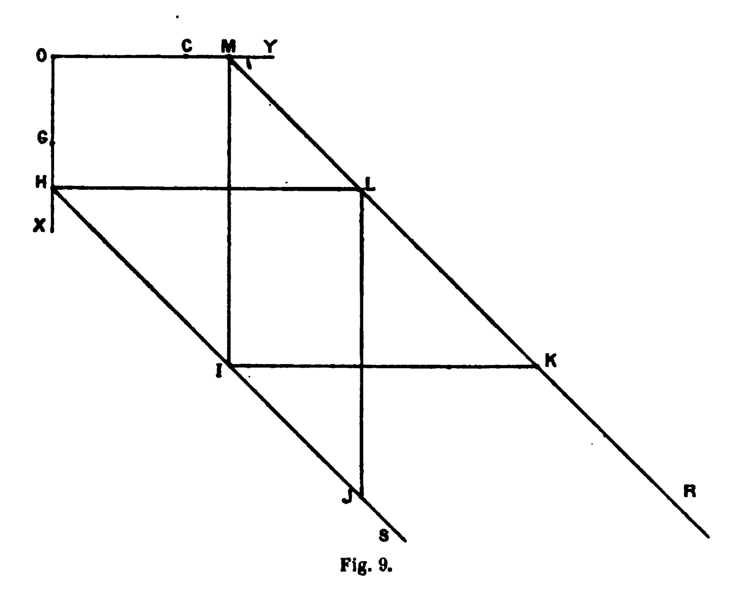


Fig. 9.

le reste de la ligne; de même LS sera garnie de zéros jusqu'en I et de nombres positifs sur tout le reste. Il faudra donc superposer encore deux nouveaux échiquiers négatifs en K à une distance $2b + a$ et en J à une distance $2a + b$, et ainsi de suite.

On obtiendra ainsi le tableau (*fig. 8*).

En désignant par H_x^y le nombre de manières dont la tour peut se rendre de l'origine sur une case x, y, H_x^y représente le nombre des permutations de x lettres v et de y lettres h, dans lesquelles, à partir de la première lettre de la permutation, le nombre des lettres h ne dépasse pas de plus de $b - 1$ le nombre des lettres v, et où le nombre des lettres v ne dépasse pas de plus de $a - 1$ celui des lettres h.

On a

$$H_x^y = F_x^y - F_{x+b}^{y-b} - F_{x-a}^{y+a} + F_{x-(a+b)}^{y+(a+b)} + \dots,$$

ou bien

$$(5)\qquad H_x^y = \sum \left\{ \begin{array}{l} C_{x+y}^{x-h(a+b)} - C_{x+y}^{y-h(a+b)-b} \\ - C_{x+y}^{x-h(a+b)-a} + C_{x+y}^{y-(h+1)(a+b)}, \end{array} \right.$$

h variant depuis zéro jusqu'au plus grand nombre entier, qui ne rend pas les indices négatifs.

Pour les cases dont les coordonnées satisfont à l'équation

$$y - x = b - 1,$$

on a

$$C_{x+y}^{y-h(a+b)-b} = C_{x+y}^{x-h(a+b)-1}.$$

On peut donc écrire pour les cases du côté CE de l'échiquier hexagonal :

$$H'_{x,y} = \sum \left[\begin{array}{l} C_{x+y}^{x-h(a+b)} - C_{x+y}^{x-h(a+b)-1} \\ - C_{x+y}^{x-h(a+b)-a} - C_{x+y}^{x-h(a+b)-a-1} \end{array} \right],$$

ou bien

$$(6) \qquad H'_{x,y} = \sum \left[\begin{array}{l} \dfrac{2h(a+b)+b}{y+1+h(a+b)} C_{x+y}^{x-h(a+b)} \\ - \dfrac{(2h+1)(a+b)+a}{y+1+h(a+b)+a} C_{x+y}^{x-h(a+b)-a} \end{array} \right].$$

Pour les cases du côté GF, il suffira de permuter dans l'équation (6) x et y, ainsi que a et b.

Dans le cas où les deux côtés de l'échiquier sont égaux, c'est-à-dire quand $a = b$, l'équation (6) se simplifie et devient

$$H'_{x,y} = \sum \left[\frac{(4h+1)a}{y+1+2ha} C_{x+y}^{x-2ha} - \frac{(4h+3)a}{y+1+(2h+1)a} C_{x+y}^{x-(2h+1)a} \right],$$

ou bien encore

$$(7) \qquad H'_{x,y} = a \sum (-1)^{\lambda} \frac{2\lambda+1}{y+1+\lambda a} C_{x+y}^{x-\lambda a}.$$

Quand on peut représenter les ordonnées d'un problème de probabilités par des pas horizontaux et verticaux sur un échiquier, le nombre des cas possibles est représenté par le nombre de marches de la tour sur l'échiquier carré, et celui des cas favorables par le nombre des marches de la tour sur l'un des échiquiers de forme triangulaire, pentagonale ou hexagonale.

On peut donc écrire immédiatement, pour l'expression de la probabilité cherchée,

$$\frac{T_x^y}{F_x^y}, \quad \text{ou} \quad \frac{P_x^y}{F_x^y}, \quad \text{ou} \quad \frac{H_x^y}{F_x^y},$$

suivant la nature du problème.

Il ne reste qu'à remplacer F_x^y, T_x^y, P_x^y, H_x^y par les valeurs indiquées dans les formules précédentes pour avoir l'expression algébrique de la probabilité.

La marche de la Reine

Au lieu d'une tour marchant dans les deux sens → et ↓ on peut considérer une reine allant dans les trois directions →, ↓ et ↖.

Construisons un carré arithmétique, dont la première ligne et la première colonne sont formées de 1, par la loi suivante :

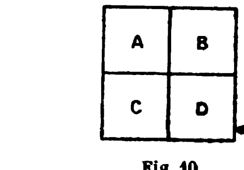


Fig. 10.

Tout nombre situé sur une case D de l'échiquier supposé indéfini est égal à la somme des trois nombres placés dans les cases voisines A, B, C. On obtient ainsi le tableau *(fig. 11)*.

1	1	1	1	1	1	1
1	3	5	7	9	11	13
1	5	13	25	41	61	85
1	7	25	63	129	231	377
1	9	41	129	321	681	1289
1	11	61	231	681	1683	3653
1	13	85	377	1289	3653	8989

Fig. 11.

Cherchons l'expression d'un terme quelconque Φ_x^y de ce tableau.

Chaque pas diagonal équivaut à l'ensemble d'un pas horizontal et d'un pas vertical. Si, pour aller de l'origine à une case de coordonnées (x, y), on a fait z pas diagonaux, le nombre des pas verticaux est $(x - z)$ et celui des pas horizontaux est $(y - z)$; par conséquent le nombre des solutions qui correspond à cette marche est égal au nombre des permutations avec répétition de $(x - z)$ pas verticaux ↓, de $(y - z)$ pas horizontaux → et de z pas obliques ↖, c'est-à-dire

$$\frac{(x + y - z)!}{(x - z)!\,(y - z)!\,z!} = C_{x+y-2z}^{y-z}\,C_{x+y-z}^{z} = C_y^z\,C_{x+y-z}^{y}.$$

Le nombre cherché, en supposant $y \leq x$, peut donc s'écrire :

$$(8) \qquad \Phi_x^y = \sum_{z=0}^{z=y} C_y^z \, C_{x+y-z}^y,$$

ou bien

$$\Phi_x^y = \sum 2^z \, C_x^z \, C_y^z.$$

Le carré arithmétique (fig. 11) correspond au carré arithmétique de Fermat ; on peut encore considérer des échiquiers de forme triangulaire, pentagonale et hexagonale. On obtient des formules analogues aux précédentes (2), (3), (5) ; elles n'en diffèrent que par le changement de F_x^y en Φ_x^y. On a donc, en désignant les éléments de ces échiquiers par des lettres grecques majuscules correspondantes,

$$(9) \qquad \Theta_x^y = \Phi_x^y - \Phi_{x+1}^{y-1} = \sum_{z=0}^{z=y} \frac{x-y+1}{x-z+1} \, C_y^z \, C_{x+y-z}^y,$$

$$(10) \qquad \Pi_x^y = \Phi_x^y - \Phi_{x+b}^{y-b},$$

$$(11) \qquad E_x^y = \sum \left[\begin{array}{l} \Phi_{y+h(a+b)}^{x-h(a+b)} - \Phi_{x+h(a+b)+b}^{y-h(a+b)-b} \\ - \Phi_{y+h(a+b)+a}^{x-h(a+b)-a} + \Phi_{x+(h+1)(a+b)}^{y-(h+1)(a+b)} \end{array} \right].$$

On trouvera moins souvent l'occasion d'appliquer ces formules que les précédentes. Pour en faire usage il faut, en effet, que les données du problème puissent être représentées par des pas verticaux, horizontaux et obliques sur un échiquier, chaque pas oblique équivalant à l'ensemble d'un pas vertical et d'un pas horizontal.

Nous les appliquerons cependant à quelques problèmes.

Application de la Méthode.

Pour montrer la supériorité de l'échiquier, toutes les fois qu'il peut être utilisé, nous allons comparer son emploi à celui des procédés ordinaires, pour toute une série de problèmes de probabilités.

Problème I.

On suppose que deux candidats A *et* B *soient soumis à un scrutin de ballottage ;* A *obtient* m *suffrages et est élu,* B *en obtient* n. *On demande la probabilité pour que, pendant le dépouillement du scrutin, le nombre des voix de* A *ne cesse pas une seule fois de dépasser celles de son concurrent.*

M. D. André a donné une solution aussi ingénieuse qu'élégante ; mais elle tient deux pages de l'ouvrage de M. Bertrand sur le *Calcul*

des probabilités; tandis que l'échiquier nous donne immédiatement, pour la probabilité cherchée,

$$\frac{T^n_{m-1}}{F^n_m} = \frac{m-n}{m} \frac{C^n_{n+m-1}}{C^n_{n+m}} = \frac{m-n}{m+n}.$$

PROBLÈME II.

Les conditions restant celles du problème précédent, on demande la probabilité que l'écart ne sera jamais inférieur à p.

Réponse :

$$\frac{T^n_{m-p}}{F^n_m} = (m-p-n+1)\frac{m!\,(m+n)-p)!}{(m+n)!\,(m-p+1)!}.$$

PROBLÈME III.

Les conditions restant encore les mêmes, on demande la probabilité que, à aucun moment, les voix de A *n'auront dépassé celles de* B *de plus de* m — n.

Réponse :

$$\frac{P'_{m,n}}{F^n_m} = \frac{m-n+1}{m+1},$$

en faisant, dans la formule (4), $b = m - n + 1$.

PROBLÈME IV.

Pierre et Paul jouent l'un contre l'autre avec des probabilités égales. Ils possèdent chacun a *francs avant d'entrer au jeu; à chaque partie le perdant donne un franc au gagnant, et le jeu ne cesse que lorsque l'un des deux joueurs est ruiné. Quelle est la probabilité* P *pour que le jeu se termine à la fin d'une partie de rang assigné* μ?

Catalan dit, dans les *Nouvelles Notes d'algèbre et d'analyse* (1889, p. 69 et suivantes) : « Ce problème, célèbre et difficile, a été traité par divers géomètres, parmi lesquels nous citerons Laplace, M. Rouché et M. Delannoy.

» La solution de Laplace est fondée sur les fonctions génératrices et sur des développements en séries absolument *inadmissibles*.

» La solution algébrique de M. Rouché, exposée avec force éloges

dans le *Calcul des probabilités* de M. Bertrand, est *illusoire* à cause de la complication du déterminant. »

Reste donc seulement la solution obtenue au moyen de l'échiquier.

Le *résumé* des calculs nécessaires pour arriver à la solution de M. Rouché remplit cinq pages de l'ouvrage de M. Bertrand. Pour obtenir la nôtre, nous avons seulement à dire :

Pour que B soit ruiné à la fin de la μ^e partie, il faut et il suffit :

1° Que, pendant le cours des $(\mu - 1)$ premières parties, la différence entre le nombre x de ses gains et le nombre y de ses pertes, abstraction faite du signe, n'ait jamais dépassé $(a - 1)$; la probabilité est $\dfrac{H'_{x,y}}{F_x^y}$;

2° Que, après les $(\mu - 1)$ premières parties, l'excès de ses pertes sur ses gains soit égal à $(a - 1)$; la probabilité est $\dfrac{F_x^y}{2^{\mu-1}}$;

3° Qu'il perde la dernière partie, la probabilité est $\dfrac{1}{2}$.

La probabilité que B sera ruiné à la fin de la μ^e partie est donc

$$\frac{H'_{x,y}}{F_x^y} \cdot \frac{F_x^y}{2^{\mu-1}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{H'_{x,y}}{2^\mu}.$$

La probabilité que A sera ruiné au lieu de B est la même. Par suite on a, pour la probabilité cherchée,

$$P = \frac{H'_{x,y}}{2^{\mu-1}}.$$

On n'aura qu'à remplacer, dans la formule (7), x et y par leurs valeurs tirées des équations

$$x + y = \mu - 1.$$
$$y - x = a - 1.$$

Il viendra

$$P = \frac{a}{2^{\mu-1}} \sum (-1)^\lambda \frac{2\lambda + 1}{\dfrac{\mu + a}{2} + \lambda a} C_{\mu-1}^{\frac{\mu-a}{2} - \lambda a},$$

ou bien, remarquant que $\dfrac{1}{k} C_{\mu-1}^{\mu-k} = \dfrac{1}{\mu} C_\mu^{\mu-k}$,

$$P = \frac{a}{\mu} \frac{1}{2^{\mu-1}} \sum (-1)^\lambda (2\lambda + 1) C_\mu^{\frac{\mu-(2\lambda+1)a}{2}}$$

λ variant de 0 à $E\left(\dfrac{\mu - a}{2a}\right)$.

Problème V.

A et B jouent l'un contre l'autre avec des probabilités p et q. Ils possèdent respectivement a et b francs avant d'entrer au jeu; à chaque partie le perdant donne un franc au gagnant et le jeu ne cesse que lorsque l'un des deux joueurs est ruiné. On demande la probabilité Π pour que le jeu se termine juste à la fin d'une partie de rang assigné μ.

En raisonnant comme précédemment, la probabilité Π_B que B sera ruiné à la fin de la μ^e partie, est

$$\Pi_B = p^x q^{y+1} H'_{x.y}.$$

Remplaçant, dans la formule (6), x et y par leurs valeurs tirées des équations

$$x + y = \mu - 1,$$
$$y - x = b - 1,$$

il viendra, en faisant $a + b = d$,

$$\Pi_B = p^{\frac{\mu-b}{2}} q^{\frac{\mu+b}{2}} \sum \left[\frac{2hd+b}{\frac{\mu+b}{2}+hd} C_{\mu-1}^{\frac{\mu-b}{2}-hd} - \frac{(2h+1)d+a}{\frac{\mu+b}{2}+hd+a} C_{\mu-1}^{\frac{\mu-b}{2}-(hd+a)} \right],$$

ou bien encore

$$\Pi_B = \frac{p^{\frac{\mu-b}{2}} q^{\frac{\mu+b}{2}}}{\mu} \sum \left\{ (2hd+b) C_\mu^{\frac{\mu-2hd-b}{2}} - [(2h+1)d+a] C_\mu^{\mu-(2h+1)d-a} \right\},$$

h variant de 0 à $E\left(\frac{\mu-b}{2d}\right)$.

On obtiendra Π_A en permutant dans Π_B x et y, p et q, a et b.

La probabilité cherchée sera

$$\Pi = \Pi_A + \Pi_B.$$

Problème VI.

Les données restent les mêmes que dans le problème précédent, sauf qu'on rend le jeu équitable en fixant les mises de A et de B à m et n, liées entre elles par la relation pn = qm. On demande la probabilité que l'un des joueurs ne pourra plus miser à la fin de la μ^e partie.

On aura encore

$$\Pi = \Pi_A + \Pi_B$$

et

$$\Pi_2 = p^x q^{y+1} H_x^y$$

et l'on remplacera dans la formule (5) x et y par leurs valeurs tirées des équations

$$x + y = \mu - 1,$$
$$ny - mx = b - 1.$$

Si a et b ne sont pas respectivement multiples de m et de n, le jeu devra cesser quand un des joueurs ne possédera plus qu'une somme inférieure à la mise exigée.

Problème VII.

A *joue avec* B; *à chaque partie, les probabilités qu'ils ont respectivement de gagner sont* p *et* q, *en sorte que* p + q = 1, *et le perdant donne un franc au gagnant; ils possèdent en entrant au jeu* a *francs et* b *francs. On demande la probabilité que* A *ruinera* B *avant le coup de rang* μ.

M. Laurent a donné l'expression de cette probabilité dans le cas tout particulier où a et b sont liés par la relation

$$b = qa + pa^{-1}$$

et les calculs tiennent quatre pages de son *Traité sur le calcul des probabilités* (p. 81 à 85).

Il traite la question d'une manière plus générale dans sa *Théorie sur les jeux de hasard* (p. 42 à 48), et donne pour la probabilité cherchée

$$f(a, \mu) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{t_1^a - t_2^a}{t_1^{a+b} - t_2^{a+b}} \sqrt{-1}\, \frac{e^{-\alpha\mu\sqrt{-1}}}{\alpha}\, d\alpha.$$

Mais il ne donne pas le résultat de l'intégration, et il termine en disant :

« La solution que nous venons de présenter est, si je puis m'exprimer ainsi, *boiteuse;* elle n'est pas entièrement satisfaisante; mais la théorie des équations aux différences partielles est encore dans l'enfance, et le calcul des probabilités est en grande partie fondé sur cette théorie. »

L'échiquier nous donne immédiatement pour la probabilité demandée

$$p^b \sum_{\lambda=0}^{\lambda=\frac{\mu-b}{2}-1} (pq)^\lambda H_{b+\lambda-1}^\lambda,$$

λ variant de 0 à $\frac{1}{2}(\mu - b) - 1$.

On voit facilement que si

λ varie de	0	à	$a - 1$,	H possède 1 terme,
»	a	à	$a - 1 + b$,	» 2 »
»	$a + b$	à	$2a - 1 + b$,	» 3 »
»	$2a + b$	à	$2a - 1 + 2b$,	» 4 »
....				....

Problème VIII.

Sur un damier présentant une largeur de c *cases et une profondeur indéfinie, par combien de chemins un pion qui ne recule jamais et qui part d'une case donnée peut-il arriver sur une autre case donnée?*

Dans les *Comptes rendus de la Société Mathématique* (t. VII, p. 43), M. D. André a donné une méthode générale pour déterminer le nombre des arrangements complets où les éléments consécutifs satisfont à des conditions données. Il a appliqué cette méthode à la marche du pion du jeu de dames dans le cas où le damier a six cases de longueur. Mais si la solution reste toujours *théoriquement* possible, les calculs seraient d'une longueur presque impraticable dans le cas où c aurait une valeur un peu élevée.

L'échiquier nous montre immédiatement que le nombre cherché

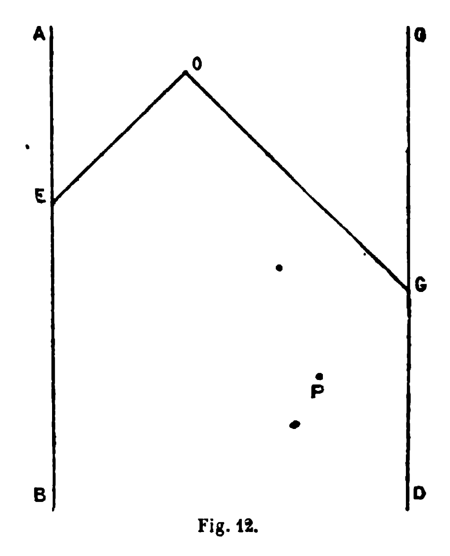


Fig. 12.

n'est autre chose que le nombre des marches de la tour sur un échiquier hexagonal.

En effet, soit ABCD (*fig. 12*) le damier considéré.

Admettons que la case O de départ soit la m^e d'une ligne quelconque et que la case P d'arrivée soit la p^e d'une ligne située à q rangs au-dessous de O.

Le pion devra se mouvoir suivant les directions OE et OG perpendiculaires l'une à l'autre et faisant avec les côtés du damier des angles de 45°. Sa marche est donc complètement identique à celle de la tour sur l'échiquier hexagonal BEOGD, ayant OE pour côté vertical, OG pour côté horizontal, EB et GD pour côtés obliques.

Par suite, le nombre demandé est égal à H_x^y. Pour avoir son expression, il suffit de faire dans la formule (5)

$$x = q - (p - m), \qquad y = q + p - m,$$
$$a = m + 1, \qquad b = c - m + 1.$$

Problème IX.

n *ménages assistent à un bal. Au moment du souper, ils se dirigent pêle-mêle vers la salle à manger. On a soin qu'il ne pénètre jamais dans la salle plus d'hommes que de femmes. On demande la probabilité qu'aucun homme ne sera entré avant sa femme.*

Le nombre des cas favorables, c'est-à-dire de ceux où aucun mari n'est entré avant sa femme, est

$$\left(\frac{1}{2}\right)^n (2n)!.$$

Celui des cas possibles (avec la restriction indiquée ci-dessus) est

$$n!\, n!\, T_n^n = \frac{(2n)!}{n+1}.$$

La probabilité demandée est donc

$$\frac{n+1}{2^n}.$$

Problème X.

Un joueur possède n *francs et joue à 1 franc la partie contre tous les joueurs qui se présentent, par conséquent contre un adversaire dont la fortune est infinie. On demande la probabilité qu'il sera ruiné avant la* $(\mu + 1)^e$ *partie.*

Il peut perdre les n premières parties, la probabilité que cela aura lieu est $P_0 = \frac{C_n^0}{2^n}$; ou bien gagner une partie et en perdre $n + 1$, et

cela de C^1_{n+2} manières différentes, la probabilité correspondante est $P_1 = \frac{C^1_{n+2}}{2^{n+2}}$; ou bien en gagner deux et en perdre $n + 2$, et cela de C^2_{n+4} façons différentes, la probabilité est $\frac{C^2_{n+4}}{2^{n+4}}$; ... enfin gagner $\frac{\mu - n}{2}$ parties et en perdre $\frac{\mu + n}{2}$ et cela de $C_\mu^{\frac{\mu-n}{2}}$ manières différentes, la probabilité est $P = \frac{C_\mu^{\frac{\mu-n}{2}}}{2^\mu}$.

La probabilité cherchée Π est la somme des probabilités partielles $P_0, P_1, \ldots, P$. On a donc, en réduisant un même dénominateur,

$$\Pi = \frac{1}{2^\mu}\left(2^{\mu-n} C_n^0 + 2^{\mu-n-2} C^1_{n+2} + \ldots + C_\mu^{\frac{\mu-n}{2}}\right)$$
$$= \frac{1}{2^\mu} \sum_{k=0}^{k=\frac{\mu-n}{2}} 2^{\mu-n-2k} C^k_{n+2k},$$

$\frac{\mu - n}{2}$ devant être entier, on voit que μ et n doivent être de même parité.

PROBLÈME XI.

Un vote de la Chambre des députés donne lieu à un pointage. Pendant le dépouillement, tantôt le nombre des votes pour *l'emporte, et tantôt c'est le contraire. L'opération terminée, on constate qu'il y a* p pour *et* q contre (q < p). *On demande la probabilité que, à aucun moment du dépouillement, l'excès des* pour *sur les* contre *n'a dépassé* p — q *et que l'excès des* contre *sur les* pour *n'a jamais dépassé* m.

Cette probabilité est

$$\frac{H'_{p,q}}{F^q_p}.$$

Il suffit de faire dans la formule (6)

$$b = p - q + 1,$$
$$a = m + 1.$$

Problème XII.

Deux joueurs d'échecs marquent au fur et à mesure les parties qu'ils gagnent et celles qu'ils perdent, et, de plus, à chaque partie nulle, chacun d'eux marque une partie gagnée et une partie perdue. Après avoir ainsi marqué chacun 2n *parties, ils se trouvent n'avoir ni gagné ni perdu. On demande la probabilité qu'ils auront joué* 2n *parties effectives, c'est-à-dire qu'il n'y aura pas eu de partie nulle.*

Cette probabilité est

$$\frac{F_n^n}{\Phi_n^n} = \frac{C_{2n}^n}{\sum_{s=0}^{s=n} 2^s (C_n^s)^2}.$$

Problème XIII.

Jean a une urne contenant m *boules rouges,* m *boules blanches et* m *boules noires. Pour chaque tirage de boules, il reçoit 0 fr. 70 de Pierre et 0 fr. 70 de Paul. Il donne*
1 franc à Pierre si la boule tirée est blanche,
1 franc à Paul si la boule tirée est noire,
1 franc à Pierre et 1 franc à Paul si la boule tirée est rouge.
Après un certain nombre de tirages, il se trouve que Paul a reçu p *francs et Pierre* q *francs* (p $\leq$ q). *On demande la probabilité qu'il soit sorti* r *boules rouges* (r $\leq$ p).

En appelant $R_{p,q}$ le nombre de manières dont la reine peut se rendre de l'origine sur la case (p, q) en faisant r pas obliques, cette probabilité est

$$\frac{R_{p,q}}{\Phi_p^q} = \frac{C_p^r C_{p+q-r}^p}{\sum_{k=0}^{k=p} 2^k C_p^k C_q^k}.$$

Problème XIV.

Les données du problème restant les mêmes, on demande la probabilité que, à aucun moment, l'excès des noires sorties sur les blanches n'aura dépassé q — p = n — 1.

Cette probabilité est

$$\frac{\Pi_p^q}{\Phi_p^q} = \frac{\sum_{k=0}^{k=n} 2^k C_p^k C_q^k - \sum_{k=0}^{k=p-n} 2^k C_{p-n}^k C_{q+n}^k}{\sum_{k=0}^{k=n} 2^k C_p^k C_q^k}.$$

Je ne sais si les problèmes pour lesquels je n'ai pas mentionné d'autre solution ont déjà été résolus par les méthodes ordinaires, mais je suis persuadé à l'avance qu'ils n'ont pu l'être aussi simplement qu'au moyen de l'échiquier.

Dans les questions de probabilité, l'emploi de l'échiquier, toutes les fois que l'on peut y avoir recours, constitue, selon moi, le meilleur de tous les procédés.

La méthode des équations aux différences partielles la plus habituellement usitée ne conduit que trop souvent à des équations qu'on ne sait pas intégrer, et par conséquent à des solutions *illusoires*.

Pour terminer, je ferai remarquer que le carré arithmétique fournit une démonstration très simple du théorème de Bernouilli dans le cas où les probabilités des événements sont égales à $\frac{1}{2}$.

Quand un joueur a joué $2n$ parties, le chiffre de ses gains n'est pas exactement égal à celui de ses pertes. Il a gagné $n \pm e$ parties et il en a perdu $n \mp e$.

e est ce que l'on nomme l'*écart moyen*.

J'ai démontré (*), au moyen du carré arithmétique, que pour $2n$ ou $2n+1$ parties on a

$$2e = \sqrt{\frac{n}{\pi}},$$

et par suite

$$\frac{e}{2n} = \sqrt{\frac{1}{8\pi n}},$$

c'est-à-dire que le rapport entre l'écart moyen et le nombre des parties jouées tend vers zéro quand n augmente indéfiniment. C'est le théorème de Bernouilli.

Nous citerons encore trois problèmes tirés de la *Théorie des*

(*) *Comptes rendus de l'Association française pour l'avancement des sciences* (Congrès de Limoges, 1890, p. 30).

jeux de hasard, et qui nous semblent devoir donner lieu à observations.

PROBLÈME XV.

Une réussite (p. 105). *On abat successivement toutes les cartes d'un jeu de piquet, en mettant de côté deux cartes consécutives, si elles sont de même couleur. On demande la probabilité que l'on pourra mettre de côté toutes les cartes.*

M. Laurent considère un jeu composé de $2s$ cartes rouges et de $2s$ noires. Il arrive à une formule assez compliquée, contenant un très grand nombre de termes.

« Cette probabilité, dit-il, sera assez pénible à calculer si s est un grand nombre. »

Je le crois bien, avec la formule adoptée. Mais, en réalité, la valeur de cette probabilité se réduit à

$$\frac{(C_{2s}^{s})^2}{C_{4s}^{2s}},$$

expression facile à calculer au moyen de la formule de Stirling, quand s est un grand nombre.

PROBLÈME XVI.

Un dîner à une table ronde (p. 87). n *ménages se proposent de dîner ensemble à une table ronde. Pour ne pas froisser les susceptibilités, on convient de laisser au sort le soin de régler les places de chaque convive. On met dans une urne les noms des maris, dans une autre urne les noms des femmes; on tire alternativement un nom de chaque urne en commençant par la première; les personnes dont les noms sortent prennent successivement place à table; un homme est ainsi placé entre deux dames et une dame entre deux hommes. On demande la probabilité pour que* p *maris désignés soient placés à côté de leurs femmes.*

« On peut évidemment, dit M. Laurent, supposer les femmes d'abord placées au hasard et admettre que l'on range les hommes en tirant leurs noms ensuite.

» En désignant par $f(p)$ la probabilité que p maris désignés sont

placés à côté de leurs femmes, on a :

$$f(1)=\frac{2}{n},$$

$$f(2)=\frac{2(2n-1)}{n^2(n-1)},$$

$$f(3)=\frac{2(2n-1)(2n-2)}{n^3(n-1)(n-2)},$$

....

$$f(p+1)=\frac{2(2n-1)(2n-2)\ldots(2n-p)}{n^{p+1}(n-1)(n-2)\ldots(n-p)}. \text{»}$$

Toutes ces formules, à l'exception de $f(1)$, sont inexactes.

En effet, considérons le cas le plus simple ; faisons

$$n=3 \quad \text{et} \quad p=2.$$

Admettons que les femmes aient été placées dans l'ordre ABC, les trois maris auront l'une des six dispositions suivantes :

A	B	C		
a	*b*	*c*	......	3 maris à côté de leur femme,
a	*c*	*b*	......	2 »
b	*a*	*c*	......	2 »
b	*c*	*a*	......	0 »
c	*a*	*b*	......	3 »
c	*b*	*a*	......	2 »

Il y a trois dispositions dans lesquelles *au moins* deux maris désignés, a et c par exemple, sont à côté de leur femme ; la probabilité correspondante est donc $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$; tandis que si dans $f(2)$ nous faisons $n=3$, il vient

$$f(2)=\frac{2.5}{3^2.2}=\frac{5}{9}.$$

Cette formule donne donc un résultat inexact.

M. Laurent termine en disant :

« Si, au lieu de demander que p maris désignés soient assis à côté de leurs femmes, on demandait que p maris quelconques, et p *seulement* soient assis à côté de leurs femmes, on procéderait comme il suit :

» La probabilité pour que p maris *au moins* soient à côté de leurs femmes est la somme des probabilités pour que p maris désignés d'une manière quelconque soient à côté de leurs femmes ; or, cet

événement peut se produire de C_n^p manières; la probabilité en question est donc $C_n^p f(p)$. »

Demander que p maris *seulement* soient à côté de leurs femmes n'est pas du tout la même chose que de dire que p maris *au moins* soient assis à côté de leurs femmes.

Et, du reste, la formule $C_n^p f(p)$ est inexacte dans les deux cas.

Reprenons l'exemple de $n = 3$ et $p = 2$; la probabilité que deux maris *seulement* sont à côté de leurs femmes est $\frac{3}{6}$; celle que deux maris *au moins* sont à côté de leurs femmes est $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$, tandis que la formule de M. Laurent donne $\frac{3.2}{2} \cdot \frac{2.5}{3^2.2} = \frac{5}{3}$.

Que signifie cette probabilité plus grande que 1?

On peut sans peine former le tableau suivant pour les premières valeurs de n, dans lequel nous appelons P_k la probabilité que k maris et k *seulement* sont placés à côté de leurs femmes.

n	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
1	0	1	»	»	»	»
2	0	0	1	»	»	»
3	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{3}{6}$	$\frac{2}{6}$	»	»
4	$\frac{2}{24}$	$\frac{8}{24}$	$\frac{4}{24}$	$\frac{8}{24}$	$\frac{2}{24}$	»
5	$\frac{13}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{40}{120}$	$\frac{20}{120}$	$\frac{15}{120}$	$\frac{2}{120}$

Si l'on voulait chercher l'expression générale de P_1, P_2, ... pour n quelconque, il faudrait faire un raisonnement analogue à celui que donne Lucas pour obtenir le nombre des dispositions dans lesquelles aucun mari n'est assis à côté de sa femme (*Théorie des nombres*, p. 491), et l'on arriverait comme lui à des formules assez compliquées qui permettraient de prolonger le tableau précédent.

PROBLÈME XVII.

Autre jeu de rencontres (p. 96). *On peut considérer une urne renfermant* s *numéros 1,* s *numéros 2, ...,* s *numéros* n, *tirer suc-*

cessivement tous les numéros et demander la probabilité de 0, 1, 2, ... rencontres.

La probabilité pour qu'il n'y ait pas de rencontres est

$$\frac{(s!)^n}{(ns)!}\left[n! - \frac{n}{1}(n-1)! + \frac{n(n-1)}{1.2}(n-2)! - \dots\right]^s.$$

Cette formule est incomplète. Elle ne comprend que les solutions dans lesquelles il est sorti n numéros différents à chacun des s tirages successifs.

Faisons, par exemple, $n = 3$ et $s = 2$; les dispositions qui ne donnent pas lieu à rencontre sont les suivantes :

231	231	212	331
231	312	232	311
312	231	311	232
312	312	331	212
211	332	332	211

La formule de M. Laurent donne bien les quatre premières solutions, mais elle ne tient pas compte des six dernières.

La formule générale complète paraît assez difficile à obtenir.

M. Leonardo TORRES

Ingénieur des ponts et chaussées, à Madrid.

MACHINES ALGÉBRIQUES [X 7]

— *Séance du 6 août 1895* —

Définition. — Ces machines ont pour but de calculer mécaniquement les inconnues d'une formule algébrique.

On perçoit facilement des analogies entre la machine et la formule. Celle-ci nous dit les relations qui existent entre les variables auxquelles elle se rapporte, *elle indique les conditions auxquelles doivent satisfaire les valeurs simultanées de ces variables;* une machine lie plusieurs mobiles et établit certaines relations entre

leurs mouvements, *elle impose les conditions auxquelles doivent satisfaire les valeurs simultanées des déplacements de ces mobiles*. Quand les conditions imposées par la machine seront les mêmes que celles indiquées par la formule, on dira que celle-ci a été construite.

Dans une telle machine, chaque variable sera représentée par le déplacement d'un mobile. On pourra, en la faisant marcher, disposer librement des mouvements d'autant de mobiles qu'il y aura de variables indépendantes dans la formule. Pour faire le calcul dans un cas donné, on fera marcher les mobiles qui correspondent à des quantités connues, jusqu'à ce que le déplacement de chacun de ces mobiles soit égal à la valeur particulière de la variable par lui représentée; les déplacements des mobiles qui représentent les inconnues donneront les valeurs de celles-ci.

Conditions pratiques. — Il faut évidemment, pour obtenir des résultats utiles, réduire autant que possible l'erreur des transmissions de mouvement employées dans la machine et représenter toutes les variables à une très grande échelle. Pour arriver à ces résultats, je crois nécessaire de s'imposer ces deux conditions :

1° Tous les mécanismes doivent être *à liaison complète*. Les mécanismes à transmission par contact, par exemple le plateau et la roulette, sont inadmissibles parce qu'ils permettent l'accumulation d'erreurs, et les erreurs grossières dues à des glissements toujours possibles;

2° Tous les mécanismes doivent être des *mécanismes sans fin*. De cette façon les déplacements des différents mobiles pourront varier entre des limites très étendues et les variables pourront être représentées à une très grande échelle.

Je n'ai ici en vue que la construction des formules algébriques avec toute la généralité que ce problème comporte. Dans certains cas spéciaux, pour des applications limitées, par exemple dans les planimètres, on s'est dispensé, et à juste titre, d'obéir à ces conditions.

J'espère démontrer qu'on peut, en s'y soumettant, construire des machines utilisables pour le calcul des racines des équations algébriques. Je me limiterai, dans cette note, à un exposé sommaire de la théorie de ces machines, en renvoyant le lecteur, pour plus de détails, à mon mémoire sur le même sujet(*).

Arithmophores. — Je donne ce nom — proposé par M. Saavedra, dans son rapport à l'Académie des Sciences de Madrid(**) — aux

(*) *Memoria sobre las Máquinas algébricas*, por Leonardo Torres, ingeniero de caminos. Bilbao, 1894.
(**) *Memoria sobre las Máquinas algébricas*, p. xv.

appareils destinés à représenter les variables. Chaque arithmophore se compose essentiellement d'un mobile portant une graduation et d'un index qui permet de lire la quantité représentée dans chaque position du mobile. La trajectoire de celui-ci peut être quelconque, pourvu que les variations possibles de son déplacement soient assez grandes pour permettre une représentation de la variable suffisamment exacte. Dans les arithmophores que je propose, le mobile est un disque ou un tambour gradué qui tourne autour de son axe et dont le déplacement angulaire peut croître indéfiniment dans les deux sens.

Il n'est pas nécessaire que le déplacement soit proportionnel à la variable représentée. Cela ne serait même pas possible en général, car, pour représenter avec une exactitude suffisante les quantités très petites, il faudrait les représenter à une échelle excessivement grande, et alors, pour représenter certaines variations des variables, variations qui parfois s'expriment par des nombres de dizaines de chiffres, il faudrait faire faire au disque gradué de l'arithmophore des millions de millions de tours.

Cette difficulté provient de ce que, en faisant le déplacement proportionnel à la variable, on rend constante l'erreur de représentation, ce qui oblige à représenter avec une exactitude inutile, ridicule même, les quantités très grandes, pour obtenir quelque exactitude, jamais suffisante, dans la représentation des quantités très petites. On évite cet inconvénient en rendant constante l'erreur relative, c'est-à-dire en ayant recours à l'arithmophore logarithmique (*fig. 1*). V est le disque principal; il porte une graduation logarithmique et son déplacement, qui représente la variable, est proportionnel au logarithme de celle-ci; V' est un disque auxiliaire, divisé en parties égales, qui reçoit son mouvement de V et saute d'une division chaque fois que le disque principal fait un tour. Les deux disques marchent dans le sens marqué par les flèches quand la variable augmente, et dans le sens contraire quand elle diminue. L'index I signale les chiffres significatifs de la quantité représentée, et le numéro marqué par l'index I' indique : s'il est souligné, à quel nombre de places à gauche de la virgule se trouve le premier chiffre significatif de la quantité repré-

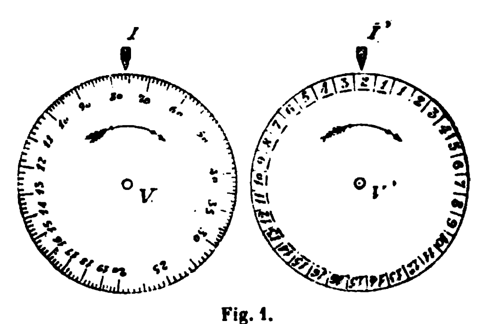


Fig. 1.

sentée, et, s'il ne l'est pas, à quel nombre de places à droite de la virgule se trouve ce même chiffre. Dans la position indiquée par la figure, la quantité représentée vaut à peu près 76,00.

La théorie de ces arithmophores est trop simple pour que j'aie besoin d'y insister; je ferai remarquer seulement qu'on peut en augmenter l'exactitude en plaçant l'échelle logarithmique sur une boucle en spirale tracée sur un tambour et comprenant un nombre exact de circonférences, et qu'il est aussi très facile d'éloigner autant qu'on voudra les limites imposées par l'appareil aux variations de la variable, en augmentant le nombre de divisions du disque V', ou mieux encore, en le remplaçant par un compteur ordinaire.

Ces arithmophores ne se prêtent point à la représentation des quantités négatives; mais, comme nous verrons plus loin, ceci n'empêche nullement la construction de machines qui donnent mécaniquement les racines des équations algébriques; c'est donc d'eux que je me servirai toujours pour représenter les quantités réelles et les modules des quantités imaginaires. Pour les arguments de ces dernières, le problème n'est plus le même; ces arguments sont des quantités qui varient entre des limites très peu étendues et qui doivent être représentées avec une erreur absolue constante(*). Je représenterai donc chaque argument par un déplacement proportionnel à l'argument lui-même.

Dans la représentation logarithmique, nous aurons, en appelant V une variable, V_d le déplacement correspondant et $K\Pi$ l'angle compris par la graduation logarithmique (qui mesurera ordinairement un nombre exact de circonférences et auquel je donnerai le nom d'unité angulaire),

$$V_d = K\Pi \log V.$$

Les équations entre les déplacements, et c'est celles-ci qu'il faut construire, se déduiront des équations données en remplaçant partout, au lieu de chaque variable V, sa valeur en fonction du déplacement correspondant $10^{\frac{V_d}{K\Pi}}$.

On choisira parfois, dans certains cas particuliers, une autre relation entre la variable et le déplacement pour simplifier la machine à construire, mais je pense que la représentation logarithmique est la seule solution générale acceptable.

Élévation aux puissances. — Soit $Y = X^m$, et soient $K\Pi$ et $K'\Pi$

(*) L'erreur relative n'aurait ici aucun sens, car l'argument donne une direction et non pas une grandeur.

respectivement les unités angulaires de X et de Y. Substituant à chaque variable sa valeur en fonction du déplacement correspondant, nous aurons

$$10^{\frac{Y_d}{K'\Pi}} = \left(10^{\frac{X_d}{K\Pi}}\right)^m = 10^{\frac{X_d}{K\Pi}\cdot m},$$

et par conséquent
$$Y_d = \frac{K'}{K} m X_d.$$

L'équation des déplacements se construira donc, en établissant entre deux mobiles un rapport de vitesse constant, à l'aide de roues dentées ordinaires.

Multiplication. — Soit $Z = X.Y$, et appelons $K\Pi$, $K'\Pi$ et $K''\Pi$ respectivement les unités angulaires de X, Y et Z. L'équation entre les déplacements sera

$$Z_d = \frac{K''}{K} X_d + \frac{K''}{K'} Y_d.$$

On peut construire cette équation à l'aide de trains épicycloïdaux de différentes manières; la solution la plus simple est de faire $K = K' = 2K''$; alors l'équation entre les déplacements devient

$$Z_d = \frac{1}{2}(X_d + Y_d),$$

et se construit, comme chacun le sait, au moyen d'un train épicycloïdal composé de deux roues d'angle égales, montées sur un même arbre, et une roulette qui engrène avec les deux.

Monômes. — En combinant des trains ordinaires et des trains épicycloïdaux, on peut représenter un monôme quelconque. Soit $M = X^m.Y^n.Z^p$, et soient $K\Pi$, $K'\Pi$, $K''\Pi$, $K_1\Pi$, respectivement, les unités angulaires de X, Y, Z, M. L'équation entre les déplacements sera

$$(1) \qquad M_d = \frac{K_1}{K} m X_d + \frac{K_1}{K'} n Y_d + \frac{K_1}{K''} p Z_d.$$

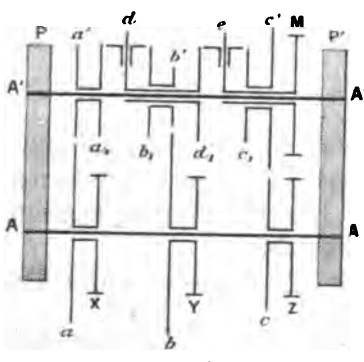


Fig. 2.

Cette équation peut se construire de différentes manières; en voici une comme exemple :

Sur deux paliers P, P' (*fig. 2*) sont montés deux arbres parallèles A, A'. Le premier porte trois arithmophores X, Y, Z (on ne représente sur la figure que le disque principal de chacun d'eux) qui, au moyen des roues droites *a*, *b*, *c*, commandent les mouvements des roues *a'*, *b'*, *c'*,

montées sur l'arbre A'. Les roues a_1, b_1 (solidaires de a' et b' respectivement) et la roulette montée sur la tige d constituent un train épicycloïdal, et cette même combinaison est répétée par les roues d'angle d_1, e_1 (solidaires avec d et c' respectivement) et la roulette montée sur la tige e.

Il est très facile d'exprimer les déplacements de toutes les roues en fonction des déplacements des trois moteurs X, Y, Z. Nous aurons

$$a'_d = r \, . \, X_d, \qquad b'_d = s \, . \, Y_d, \qquad c'_d = t \, . \, Z_d,$$

$$d_d = \frac{1}{2}(a'_d + b'_d) = \frac{1}{2}(r \, . \, X_d + s \, . \, Y_d),$$

$$M_d = e_d = \frac{1}{2}(d_d + c'_d) = \frac{1}{4} r \, . \, X_d + \frac{1}{4} s \, . \, Y_d + \frac{1}{2} t \, . \, Z_d.$$

En choisissant les constantes arbitraires de sorte qu'on ait

$$\frac{1}{4} r = \frac{K_1}{K} m, \qquad \frac{1}{4} s = \frac{K_1}{K'} n, \qquad \frac{1}{2} t = \frac{K_1}{K''} p,$$

l'équation (1) sera construite dans la machine (*fig. 2*).

Addition. — Dans les calculs ordinaires, quand on connaît les logarithmes de deux quantités et qu'on veut connaître celui de leur somme, on cherche dans les tables la valeur de chacune des quantités, on les additionne et on cherche le logarithme de leur somme. Dans les calculs mécaniques on ne peut pas suivre cette marche, car il est impossible, comme je l'ai dit à propos des arithmophores, de représenter une quantité par un déplacement qui lui soit proportionnel; il faut donc déduire directement des logarithmes des deux quantités à additionner le logarithme de leur somme. On y arrive en prenant le même chemin qu'on suit quand on emploie les logarithmes additifs de Gauss.

On pose

$$\log(X + Y) = \log\left(\frac{X}{Y} + 1\right) + \log Y.$$

Trois opérations sont nécessaires pour exécuter ce calcul:

1° Retrancher $\log Y$ de $\log X$ pour obtenir $\log \frac{X}{Y}$;

2° Calculer $\log\left(\frac{X}{Y} + 1\right)$ en fonction de $\log \frac{X}{Y}$;

3° Ajouter $\log Y$ à $\log\left(\frac{X}{Y} + 1\right)$.

La première et la troisième de ces opérations se réalisent

très facilement dans les machines par des trains épicycloïdaux; la deuxième est la seule qui offre quelque nouveauté.

Posons: $\frac{X}{Y} = U$; $\frac{X}{Y} + 1 = V$; $U_d = K\Pi \log U$; $V_d = K'\Pi \log V$.

Pour exécuter l'opération que nous avons en vue, il suffit de construire l'équation

$$(2) \qquad V_d = K'\Pi \log \left(10^{\frac{U_d}{K\Pi}} + 1\right)$$

et il faut, comme je l'ai déjà indiqué, la construire avec des mécanismes sans fin. Ceci paraît impossible au premier abord, car le rapport de vitesses à établir

$$R = \frac{\partial V_d}{\partial U_d} = \frac{10^{\frac{U_d}{K\Pi}}}{10^{\frac{U_d}{K\Pi}} + 1}$$

est exprimé par une fonction de U_d variable, qui n'est point périodique.

Mais il est à remarquer que la courbe représentée par cette fonction *(fig. 3)* a deux asymptotes, l'axe U_d vers la gauche et l'horizontale AB $\left(\text{dont l'ordonnée est égale à } \frac{K'}{K}\right)$ vers la droite. Or, on peut supposer que cette courbe se confond avec ses asymptotes à partir de deux points *m*, *n*. Cette supposition admise, le rapport de vitesses sera 0 pour toutes les valeurs de U_d moindres que $-j$;

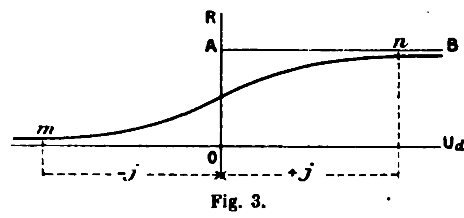


Fig. 3.

il variera de 0 à $\frac{K'}{K}$ pendant que U_d passe de $-j$ à $+j$, et finalement, il sera égal à $\frac{K'}{K}$ pour toutes les valeurs de U_d plus grandes que $+j$. Il s'agit maintenant d'un rapport de vitesses variable, compris entre deux limites, et prolongé, si on peut s'exprimer ainsi, par deux rapports de vitesses constants. On conçoit la possibilité d'arriver à ce résultat par un mécanisme sans fin, mais les fusées que j'emploie à cet effet ne peuvent pas établir le rapport de vitesses 0, et, à cause de cela, au lieu de construire directement l'équation (2), je construis ces deux-ci :

$$(3) \qquad \begin{aligned} V'_d &= K'\Pi \log \left(10^{\frac{U_d}{K\Pi}} + 1\right) + mU_d, \\ V''_d &= \qquad mU_d, \end{aligned}$$

et je fais mécaniquement l'addition des déplacements V'_d et V''_d. La construction de V''_d n'offre aucune difficulté, et dans la construction de V'_d, le rapport de vitesses à établir varie entre les limites m et $\frac{K'}{K} + m$ dont les valeurs peuvent être choisies arbitrairement.

L'équation (3) se construit au moyen des *fusées sans fin* (*fig.* 4). L'appareil que j'y ai représenté schématiquement se compose de deux fusées F, F' qui tournent autour des axes aa, $a'a'$ et de la roue parasite p qui peut tourner et glisser sur son axe bb. Ce dernier est toujours parallèle aux aa, $a'a'$ et placé dans le même plan qu'eux, mais il peut se rapprocher de l'un ou de l'autre, suivant les cas. La roue p engrène avec les deux bouts cylindriques E, E' des fusées quand $U_d < -j$, et avec les deux bouts I, I' quand $U_d > +j$, établissant dans le premier cas le rapport de vitesses m, et, dans le second, le rapport $\frac{K'}{K} + m$. Pendant que U_d passe de la valeur de $-j$ à la valeur $+j$, la roue P parcourt les deux spirales, établissant le rapport de vitesses variable $\frac{K'}{K}\frac{U}{U+1} + m$.

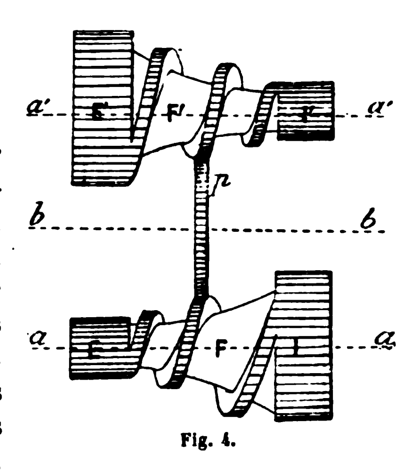


Fig. 4.

Les passages de la roue p des spirales aux bouts cylindriques, et réciproquement, sont commandés par la dernière roue d'un compteur qui fait un seul tour pendant que les fusées en font des centaines ou des milliers. Les espaces U_d et V_d peuvent donc varier entre des limites aussi étendues qu'on voudra et ces fusées peuvent être pratiquement considérées comme un appareil sans fin.

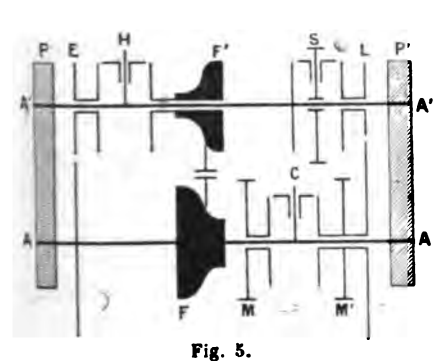


Fig. 5.

La combinaison de tous ces mécanismes peut se faire de différentes manières. J'en représente une par la figure 5 et les formules qui l'accompagnent et donnent la valeur du déplacement de chaque roue ou fusée en fonction des déplacements des deux

moteurs M, M'.

$$M_d = 2K\Pi \log M, \quad M'_d = -2K\Pi \log M',$$

$$F_d = C_d = \frac{1}{2}(M_d + M'_d) = K\Pi \log \frac{M}{M'},$$

$$F'_d = K'\Pi \log \left(10^{\frac{F_d}{K\Pi}} + 1\right) + mF_d = K'\Pi \log \left(\frac{M}{M'} + 1\right) + mF_d,$$

$$E_d = -mF_d,$$

$$H_d = \frac{1}{2}(F'_d + E_d) = \frac{1}{2}K'\Pi \log \left(\frac{M}{M'} + 1\right),$$

$$L_d = -\frac{1}{4}\frac{K'}{K}M'_d = \frac{1}{2}K'\Pi \log M',$$

$$S_d = \frac{1}{2}(H_d + L_d) = \frac{1}{4}K'\Pi\left[\log\left(\frac{M}{M'} + 1\right) + \log M'\right] = \frac{1}{4}K'\Pi \log(M + M').$$

Les roues MM', au lieu d'être des roues motrices, pourront être commandées par la roue finale M d'un appareil *(fig. 2);* c'est-à-dire que chacune de ces roues représentera un monôme, et alors la roue S représentera le binôme formé par leur somme. Cette roue S peut commander la roue M d'une nouvelle machine pareille à celle de la figure 5, dont la roue M' représentera un troisième monôme, et alors la roue S de cette nouvelle machine représentera un trinôme; et on peut continuer ainsi pour construire le logarithme d'un polynôme algébrique quelconque, pourvu que toutes les variables qui y entrent soient positives.

Recherche des racines réelles. — Pour éviter les racines négatives, on calcule d'abord les racines positives de l'équation donnée, et puis les racines positives de sa transformée en $-x$, qui sont égales aux racines négatives de l'équation primitive. Le problème se réduit ainsi à la recherche des racines positives d'une équation algébrique. On connaîtra donc dans chaque cas particulier le signe de chacun des termes et, en faisant passer tous ceux qui seront négatifs au second membre, on aura une équation

$$(4) \qquad f(A, A_1, A_2, \ldots, x) = \varphi(A', A'_1, A'_2, \ldots, x),$$

dont chaque membre est un polynôme algébrique composé de variables positives.

Supposons ces deux polynômes représentés dans une machine — dont le schème est donné par la figure 6 — qui se compose de deux parties. A gauche, en combinant les déplacements des arithmophores A, A_1, A_2, ..., x à l'aide des mécanismes déjà décrits, on représente,

en P, le premier membre; à droite, on représente le second membre en N. C'est-à-dire que nous aurons $P_d = K\Pi \log . f(A, A_1, A_2, ..., x)$; $N_d = K\Pi \log . \varphi (A', A'_1, A'_2, ..., x)$. En donnant à toutes les variables A, A_1, A_2, ..., A', A'_1, A'_2, ..., x des valeurs particulières qui satisfassent à l'équation (4), les deux déplacements P_d et N_d deviendront égaux, et si, à ce moment, on rend les deux arithmophores P et N solidaires, en les fixant à leur arbre commun, P_d et N_d resteront constamment égaux. Il faudra donc que les valeurs simultanées lues dans tous les arithmophores A, A_1, A_2, ..., A', A'_1, A'_2, ..., x satisfassent toujours à l'équation (4). Si on fait marcher les arithmophores coefficients A, A_1, A_2, ..., A', A'_1, A'_2, ..., l'arithmophore x sera contraint à marcher en même temps et représentera à chaque moment la racine qui correspond aux valeurs simultanées des coefficients. Si on veut donner à ceux-ci des valeurs pour lesquelles la racine représentée devienne imaginaire ou négative, le mouvement sera impossible.

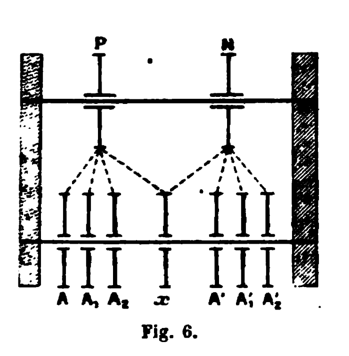


Fig. 6.

L'impossibilité de mouvement se présentera encore quand le rapport de vitesses entre l'arithmophore x et l'arithmophore coefficient qu'on veut faire marcher sera trop grande; mais dans ce cas on se tirera facilement d'affaire en se servant comme moteur de l'arithmophore x pour entraîner l'arithmophore coefficient jusqu'à la position voulue.

Pour qu'un appareil de cette espèce soit utile dans le calcul des équations algébriques, il faut le disposer de telle sorte qu'on y puisse construire facilement et rapidement une équation quelconque. J'ai indiqué sommairement dans mon mémoire les moyens d'y arriver. Il s'agit de certaines connexions à interrompre ou à rétablir (pour faire passer les termes qu'il faudra d'un membre à l'autre), de certains rapports de vitesses constants pendant qu'on calcule, mais qui doivent varier quand l'équation représentée varie (pour faire changer les valeurs des exposants), et d'autres opérations mécaniques, très connues et très employées, mais dont l'exposition ne peut pas entrer dans les limites de cet article.

Recherche des racines imaginaires. — Soit une équation algébrique

$$\Sigma A x^m = 0;$$

mettons l'inconnue et les coefficients en forme explicitement imagi-

naire en faisant

$$x = \rho\left(\cos\omega + \sin\omega\sqrt{-1}\right),\qquad A = a\left(\cos\alpha + \sin\alpha\sqrt{-1}\right).$$

L'équation donnée sera alors remplacée par ces deux-ci :

$$\Sigma a\rho^m \cos(\alpha + m\omega) = 0,\qquad \Sigma a\rho^m \sin(\alpha + m\omega) = 0.$$

Faisons $a\rho^m = M$; $\alpha + m\omega = \theta$. Nous construirons chacun des déplacements M_d, ainsi que chacun des déplacements θ_d, au moyen d'un appareil du genre de celui qui est représenté par la figure 2 (*), et nous combinerons mécaniquement tous ces déplacements de manière à représenter les équations

$$(5)\qquad \Sigma M\cos\theta = 0,\qquad \Sigma M\sin\theta = 0.$$

La représentation logarithmique d'un monôme de la forme M cos θ ou M sin θ est impossible parce que cos θ et sin θ peuvent changer de signe. On évite cette difficulté en faisant $\cos\theta = (\cos\theta + c) - c$, et $\sin\theta = (\sin\theta + c) - c$, ce qui permet d'écrire les équations (5) sous cette forme :

$$\Sigma M(\cos\theta + c) = c\Sigma M,\qquad \Sigma M(\sin\theta + c) = c\Sigma M.$$

En choisissant c plus grand que l'unité, $\log(\cos\theta + c)$ et $\log(\sin\theta + c)$ sont toujours de quantités réelles, fonctions circulaires de θ et, comme toutes les fonctions circulaires, peuvent être construites par des mécanismes sans fin à liaison complète.

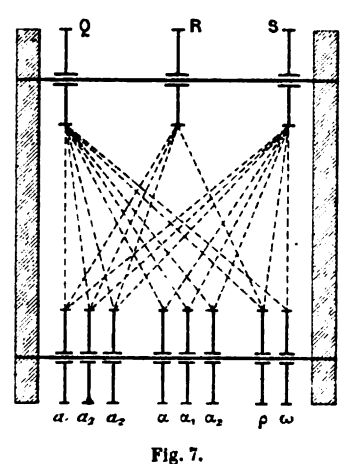


Fig. 7.

Ces logarithmes construits, il n'y a plus aucune difficulté pour construire, par les moyens déjà indiqués, les valeurs $\log \Sigma M(\cos\theta + c)$, $\log \Sigma M(\sin\theta + c)$ et $\log c\Sigma M$, de même qu'on construit un polynôme algébrique quelconque.

La machine schématique (*fig.* 7) est, après ce que je viens de dire, très facile à saisir. Elle se compose de trois machines partielles ayant toutes trois pour

(*) α, ω et θ seront représentés, comme j'ai dit en commençant, par des déplacements proportionnels à ces variables, c'est-à-dire que nous aurons $\alpha_d = K\Pi\alpha$, $\omega_d = K'\Pi\omega$, et $\theta_d = K_1\Pi\theta$, de sorte que pour représenter la valeur θ il faut construire l'équation,

$$\theta_d = \frac{K_1}{K}\alpha + \frac{K_1}{K'}m\omega,$$

de la même forme que l'équation (1).

moteurs les arithmophores $a, a_1, a_2, \ldots, \alpha, \alpha_1, \alpha_2, \ldots \rho, \omega$. En combinant tous leurs déplacements, on construit :

A gauche, le déplacement $Q_d = K\Pi \log \Sigma M (\cos\theta + c)$;

Au milieu, le déplacement $R_d = K\Pi \log c\Sigma M$;

A droite, le déplacement $S_d = K\Pi \log \Sigma M (\sin\theta + c)$.

En donnant à toutes les variables des valeurs particulières satisfaisant à l'équation primitive, les trois déplacements Q_d, R_d, S_d deviendront égaux ; on rend alors les trois roues Q, R, S solidaires avec leur arbre commun, et l'équation donnée est construite. On peut écrire sur les arithmophores coefficients les valeurs qu'on voudra, positives, négatives ou imaginaires, il y aura toujours des valeurs de ρ et u qui satisferont à l'équation, et on les lira sur leurs arithmophores respectifs.

On pourrait, en répétant n fois la même construction, obtenir en même temps les n racines d'une équation de degré n. Il serait

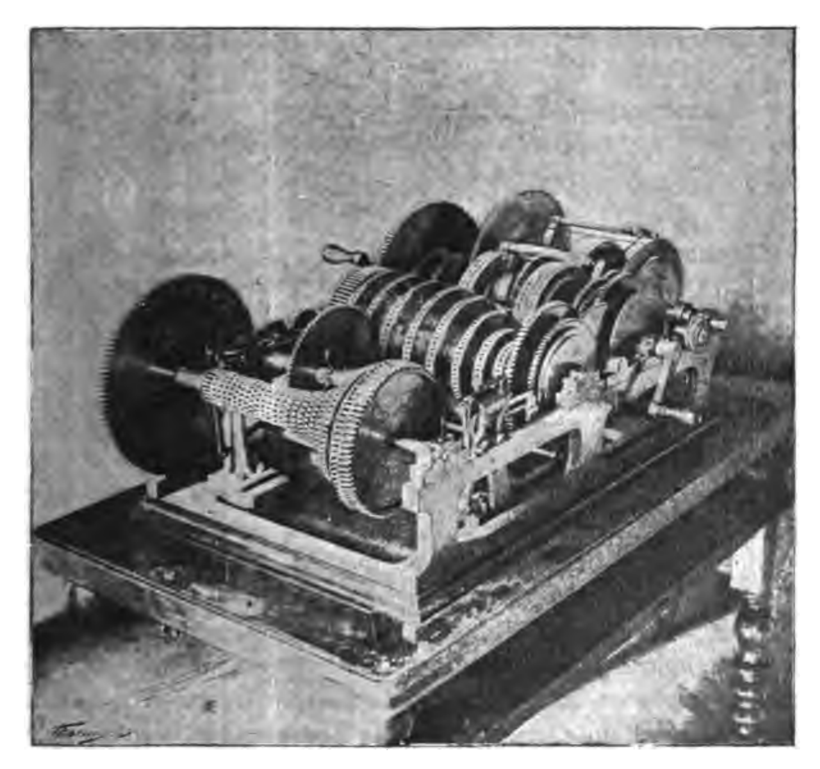


Fig. 8.

aussi théoriquement possible de représenter dans une machine tous les systèmes de racines d'un système quelconque d'équations

algébriques. Mais il est évident qu'on arriverait dans ces cas à des machines trop compliquées pour pouvoir être utiles.

Je pense que les machines algébriques pourront rendre quelques services, mais il serait inutile de vouloir apprécier maintenant leur valeur pratique ou établir les limites de leurs applications. C'est l'expérience seule qui pourrait nous renseigner là-dessus. J'espère que cette expérience ne se fera pas attendre longtemps; en attendant, j'ai construit une machine (*fig. 8*) que j'ai eu l'honneur de présenter au Congrès de l'Association française de Bordeaux, laquelle, quoique très grossièrement exécutée, calcule, avec une erreur relative moindre que 0,01, la racine de certaines équations trinômes.

M. COCCOZ

Commandant d'artillerie retraité, à Paris.

1° CARRÉS MAGIQUES EN NOMBRES NON CONSÉCUTIFS DÉDUITS D'AUTRES CARRÉS; 2° ENCEINTES OU BORDURES; EXTENSION DE LA MÉTHODE D'ONS EN BRAY; 3° CARRÉS DE 9, MAGIQUES A DEUX DEGRÉS, PARTIELLEMENT DIABOLIQUES.

[Q 4 b α]

— Séance du 6 août 1895 —

Dans une précédente communication nous avons mentionné ce fait que la construction des carrés magiques avec une suite irrégulière de nombres imposés est quelquefois impossible, et qu'elle entraîne souvent à tenter de nombreux essais que les méthodes imaginées jusqu'à ce jour n'abrègent point sensiblement. Nous avons ajouté que, au contraire, quand on a toute liberté pour le choix des termes à employer, la composition devient facile, parce qu'on peut toujours déduire un carré à éléments non consécutifs d'un autre carré obtenu par n'importe quel procédé.

Supposons un carré de racine $n = 5$ fait en employant l'une des notations de Sauveur; il est évident que si l'on ajoute une lettre x dans des cellules magiquement disposées, le carré restera magique.

S'il s'agit de carrés diaboliques, susceptibles comme ceux faits par indices d'avoir des cellules diaboliquement réparties, les carrés résultants sont aussi diaboliques.

Voici deux carrés avec une lettre étrangère x inscrite suivant les conditions qui viennent d'être indiquées; dans l'un cinq cellules seulement sont majorées, et dans l'autre dix.

Ap	Bq	Cr x	Ds	Et
Er	As	Bt	Cp	Dq x
Dt	Ep x	Aq	Br	Cs
Cq	Dr	Es	At x	Bp
Bs x	Ct	Dp	Eq	Ar

Ap	Bq	Cr	Ds x	Et x
Dq	Es x	Bp x	Ct	Ar
Er x	Cp	Dt	Aq	Bs x
Cs	At	Eq x	Br x	Dp
Bt x	Dr	As	Ep	Cq

On a plus de variété quand la racine du carré est supérieure à 5. Le carré suivant de 7, fait par la méthode des diagonales, peut recevoir plusieurs lettres étrangères ou plusieurs fois la même dans chaque ligne.

Ap x	Bq	Cr y	Ds	Et	Fu z	Gv
Gq	Ar	Bs y	Ct z	Du	Ev y	Fp
Fr	Gs yz	At	Bu	Cv x	Dp	Eq
Es	Ft	Gu	Av	Bp y	Cq	Dr xz
Dt y	Eu x	Fv	Gp	Aq z	Br	Cs
Cu	Dv	Ep z	Fq xy	Gr	As	Bt
Bv z	Cp	Dq	Er	Fs	Gt x	Au y

Une seconde manière d'employer des lettres étrangères (Mémoire de Sauveur) est la suivante :

Ap	Br	Cs	Et	Eu	Hv	Ix	Kz
Fz	Hx	Iv	Ku	At	Bs	Cr	Ep
Bt	As	Er	Cp	Hz	Fx	Kv	Iu
Hu	Fv	Kx	Iz	Bp	Ar	Es	Ct
Ir	Kp	Ft	Hs	Cv	Eu	Az	Bx
Cx	Ez	Au	Bv	Is	Kt	Fp	Hr
Ks	It	Hp	Fr	Ex	Cz	Bu	Av
Ev	Cu	Bz	Ax	Kr	Ip	Ht	Fs

Ayant fait le paradigme d'un carré, puis attribué à ses lettres des valeurs telles que l'on ait par exemple A + K = B + I = C + H = E + F, on pourra remplacer par un couple D + G ayant même valeur des termes placés en quadrangle dans le carré comme les majuscules KA et AK de la seconde et de la huitième horizontales, BI et IB, etc., en les laissant associées, si l'on veut, aux petites lettres, déjà inscrites.

Si l'on s'est réservé un couple $q + y = p + z = r + x$, etc., on l'emploiera pour remplacer les minuscules en quadrangle sv et vs des troisième et quatrième horizontales rx et xr, etc.

CARRÉ A ENCEINTE OU BORDURE; EXTENSION DE LA MÉTHODE D'ONS EN BRAY

Dans un mémoire présenté en 1750 à l'Académie des Sciences par le comte Pajot d'Ons en Bray, qui en était membre honoraire, il est question d'une « méthode facile pour faire tels carrés magiques que l'on voudra »; il s'agit de faire à enceinte les carrés impairement pairs.

Soit à construire un carré de 6 avec les 36 premiers nombres. Supposons qu'après avoir inscrit ceux des seize cellules intérieures, il reste pour les encadrer les dix premiers nombres et les dix derniers, l'auteur répartit les dix premiers à raison de trois par ligne, en en mettant deux aux extrémités de l'une d'elles, de manière que dans chaque horizontale ou verticale il y ait même somme.

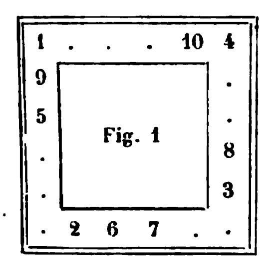


Fig. 1

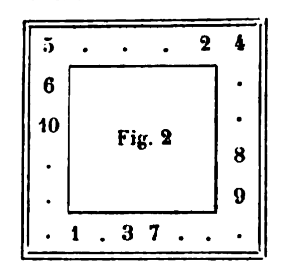


Fig. 2

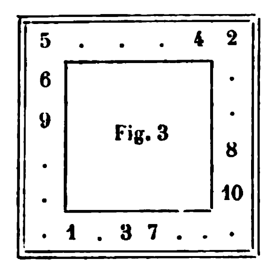


Fig. 3

Après l'inscription de ces dix nombres, on met en regard de chacun d'eux et dans le côté opposé de la bordure son complémentaire à 37.

On voit que le procédé consiste à mettre aux angles deux chiffres dont la somme, ajoutée à celle des dix petits nombres, forme un total divisible par 4. Dans cet exemple on a 55 + 5 = 60, dont le quart est fait par 1 + 10 + 4, 1 + 9 + 5, 2 + 6 + 7, 4 + 8 + 3. Cette condition serait également satisfaite si la première ligne était formée ainsi : 2 ... 10 3; les verticales seraient 2, 6, 7 et 3, 4, 8, et la ligne inférieure recevrait les chiffres restants 1, 5, 9.

On opère de même pour les bordures des impairement pairs de 10, 14, 18, etc. Celle de 10 devant être composée de dix-huit petits nombres et de leurs dix-huit complétaires à 101, on ajoute dans chaque côté, pour terminer la préparation de la bordure, un des couples égaux que l'on peut former avec les nombres restants. Ainsi, ayant employé comme pour le carré de 6 les nombres de 1 à 10, il resterait à inscrire la suite de 11 à 18 dont on formerait quatre couples égaux (11, 18), (12, 17), (13, 16), (14, 15) que l'on répartirait à volonté à raison d'un dans chaque côté de la bordure.

Il paraît inutile d'entrer dans de plus longs détails concernant une méthode ancienne insérée dans un recueil que tout le monde est à même de consulter; nous nous proposons seulement d'indiquer quelques changements qui permettent de rendre la méthode plus féconde.

En effectuant les faciles opérations que nous venons de décrire, on s'aperçoit qu'il n'est pas indispensable que les nombres mis dans chaque côté de la bordure présentent la même somme; il suffit, en effet, qu'il y ait égalité dans les côtés opposés. Reprenons le carré de 6 de base, formons deux termes égaux 1, 3, 7 = 2, 4, 5 pour les horizontales, il reste 6, 8, 9, 10 à faire entrer dans la composition des verticales. On peut accoupler ces nombres de trois manières : 6 + 8 = 14 et 9 + 10 = 19, différence 5; 6 + 9 = 15 et 8 + 10 = 18, différence 3; 6 + 10 = 16 et 8 + 9 = 17, différence 1.

Cherchons les différences dans les éléments pris deux à deux des termes égaux, on a 5 — 4 = 1 et 5 — 2 = 3. Ce qui donnera deux

solutions (fig. 2 et fig. 3) différentes de celles qu'on obtient par la méthode non modifiée.

Cette manière d'opérer permet aussi d'inscrire autrement qu'en suivant la méthode les huit couples que nous avons faits égaux et qu'on peut arranger de trois manières : 1° par 25 et 33; 2° par 27 et 31; 3° par 28 et 30.

La première ligne d'un carré de 6 peut être aussi 1 ... 9, 2 = 12 et la ligne opposée 3, 4, 5 = 12.

La méthode des enceintes est applicable aux carrés pairement pairs de 8, 12, 16, etc.; au lieu de commencer par mettre trois nombres dans chaque côté, on en met quatre, auxquels on ajoute des couples, s'il y a lieu, comme on le fait pour passer de l'enceinte de 6 à celle de 10, 14, 18, etc.

Des changements faciles à imaginer et à exécuter permettent de faire des applications de cette méthode aux carrés impairs sauf à celui de 5 (1).

Les enceintes conviennent pour encadrer des carrés de diverses sortes : à quartiers égaux, à compartiments, etc., etc., et Sauveur en a tiré ce qu'il appelait des croix et des châssis, figures qui elles-mêmes peuvent, suivant la fantaisie de celui qui les fait, recevoir une ou plusieurs enceintes.

NOUVELLE ÉTUDE DE CARRÉS DE 9, MAGIQUES AUX DEUX PREMIERS DEGRÉS, ET PARTIELLEMENT DIABOLIQUES

E. Lucas a désigné sous le nom de diaboliques les carrés qui restent magiques après une permutation circulaire quelconque des rangées ou des colonnes, ou en d'autres termes après l'échange de deux fragments égaux ou inégaux déterminés par une ligne soit verticale soit horizontale, ce qui permet de faire occuper une cellule quelconque par un nombre quelconque déjà inscrit dans un carré de cette espèce.

Cette définition ne paraît pas pouvoir s'appliquer aux magiques à deux degrés; mais avec les nombres de 1 à 81, M. Pfeffermann en construit qui sont partiellement diaboliques. Un de ces carrés étant partagé en neuf compartiments égaux formant dans chaque sens trois rectangles égaux, on peut faire permuter ceux-ci, et si par

(1) Voir dans le compte rendu de la quinzième session de Nancy, 1886, un carré de 11 à enceintes successives, en rectifiant les erreurs suivantes : page 132, ligne 4, lire 118-114 au lieu de 108-104; ligne 5 en remontant, lire 34 au lieu de 35; ligne 4, supprimer et V. Page 133, ligne 1, lire 2 au lieu de 3; ligne 19, 2 C_3^2 au lieu de 3 C_3^2. Page 134, figure 11, seconde verticale, lire 76 au lieu de 86. Supprimer la figure V, et au lieu de figure IV lire figure IV.

exemple on désigne dans l'un d'eux les verticales par les lettres *a*, *b*, *c*, on aura de nouveaux carrés magiques aux deux degrés en disposant ces lignes suivant *b*, *c*, *a* et aussi *c*, *b*, *a* et en faisant les permutations semblables dans les deux autres rectangles.

Même résultat en opérant sur les horizontales et aussi par des permutations simultanées des rectangles et des lignes dans les deux sens.

Comme nous le verrons plus loin, ces divers déplacements de lignes ont pour effet de changer le nombre qui vient occuper le centre du carré. Ces carrés sont des cas particuliers de ceux qu'on obtient par les procédés que nous avons précédemment fait connaître; la réussite de leur construction ne dépend que de l'observation de certains principes que nous allons passer rapidement en revue.

Un carré initial est fait avec le terme moyen 41 dans la cellule centrale, les diagonales et les médianes sont complétées par des couples égaux et prises toutes les quatre dans l'un des deux groupes suivants :

A — 2.80.18.64.22.60.34.48.	E — 2.80.16.66.24.58.26.56.
B — 4.78.12.70.26.56.36.46.	F — 4.78.18.64.20 62.30.52.
C — 6.76.16.66.20.62.28.54.	G — 6.76.10.72.26.56.34.48.
D — 8.74.10.72.24.58.30.52.	H — 8.74.12.70.22.60.28.54.

Si l'on a fait choix du premier groupe, les générateurs du carré peuvent avoir pour médianes les lignes A, B, C, D prises deux à deux, soit six combinaisons différentes; les diagonales reçoivent ensuite les nombres des deux lignes restantes.

Comme exemple, faisons deux générateurs dans lesquels on ait avec 41 les couples C, D.

Générateur donnant les verticales.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
14	15	13	17	18	16	11	12	10
27	25	26	21	19	20	24	22	23
35	36	34	29	30	28	32	33	31
39	37	38	42	40	41	45	43	44
49	50	51	52	53	54	46	47	48
60	58	59	63	61	62	57	55	56
70	71	72	64	65	66	67	68	69
74	75	73	77	78	76	80	81	79

Générateur donnant les horizontales.

42 123 204

1	15	26	32	43	48	63	65	76
2	13	27	33	44	46	61	66	77
3	14	25	31	45	47	62	64	78
4	18	20	35	37	51	57	68	79
5	16	21	36	38	49	55	69	80
6	17	19	34	39	50	56	67	81
7	12	23	29	40	54	60	71	73
8	10	24	30	41	52	58	72	74
9	11	22	28	42	53	59	70	75

Ces deux générateurs appartiennent à la même classe, le premier rectangle de chacun comprenant les 27 premiers nombres, le second les nombres de 28 à 54 et le troisième ceux de 55 à 81, de sorte que dans chaque ligne la constante 369 est décomposée de la même manière en 42 + 123 + 204. Ils pourraient appartenir à des classes différentes, ansi que nous l'avons indiqué pages 144 et 145 du compte rendu de l'année 1892, c'est-à-dire avoir pour composition de la constante 96 + 123 + 150, ou bien 114 + 123 + 132, ou enfin 120 + 123 + 126.

Le semi-magique étant construit, on aura les diagonales par des déplacements de lignes qui amèneront dans des situations convenables, avec 41 au centre, les couples de A et de B, lesquels forment les quadrangles

2 . 46	18 . 4	22 . 70	34 . 56
36 . 80	78 . 64	12 . 60	26 . 48

Semi-magique.

1	15	**26**	63	65	76	32	43	**48**
27	2	13	77	61	66	**46**	33	**44**
14	25	3	**64**	**78**	62	45	47	31
35	37	51	**4**	**18**	20	57	68	79
49	**36**	38	21	5	16	**80**	55	69
39	50	**34**	17	19	6	67	81	**56**
60	71	73	29	40	54	7	**12**	23
74	58	72	52	30	**41**	23	8	10
70	75	59	42	53	28	11	**22**	9

Carré partiellement diabolique.

70	53	9	75	28	11	59	42	22
14	78	31	25	62	45	3	64	47
39	19	56	50	6	67	34	17	81
49	5	69	36	16	80	36	21	55
74	30	10	58	41	24	72	52	8
27	61	44	2	66	46	13	77	33
1	65	48	15	76	32	26	63	43
35	18	79	37	20	57	51	4	68
60	40	23	71	54	7	73	29	12

S'il s'agit seulement de composer un carré magique aux deux premiers degrés, il est indifférent de mettre aux angles les termes de n'importe quel quadrangle, et aussi d'inscrire les autres n'importe dans quel ordre; par exemple, comme on a fait le paradigme en lettres T qui date de 1891 (*) et sa traduction numérique (voir pages 175 et 182 du *Compte Rendu 1894*); mais si l'on se propose de le doter des propriétés qui font l'objet de la présente note, il est nécessaire que les nombres mis en diagonale ne puissent pas, par

(*) Ce carré est reproduit dans une brochure imprimée à Alger en 1895, dont l'auteur est M. Portier.

suite de permutations de lignes opérées pour amener dans la cellule centrale d'autres nombres que 41, présenter d'autres décompositions de la constante 369 que celles indiquées plus haut, et qui sont les seules avec lesquelles on soit certain d'établir des générateurs aux deux premiers degrés.

Prenons la première diagonale du carré précité; ses éléments sont, en partant de l'angle supérieur de gauche (70.26.36) (78.41..4)
132 123
(46.56.12); mais un déplacement de lignes qui rangerait ces nom-
114
bres ainsi : (70.78.46) (26.41.56) (36.4.12) décomposerait la constante 369 en 194.123.52, ce qui est tout à fait en dehors des conditions qui permettent la formation de générateurs.

Les dispositions	70 . 78 . 56 = 204	70 . 26 . 36 = 132
	36 . 41 . 46 = 123	4 . 41 . 78 = 123
	26 . 4 . 12 = 42	46 . 56 . 12 = 111
	132 123 114	120 123 126.

conviennent au contraire; la première est celle de la première diagonale du carré (*fig. 4*). Si l'on fait passer de gauche à droite le premier rectangle de ce carré, 52 occupera la cellule centrale; la première diagonale sera 75 . 62 . 67 = 204, 38 . 52 . 33 = 123, 1 . 18 . 23 = 42. En faisant passer les deux rectangles, on aura 30 au centre et en diagonale 59 . 64 . 81 = 204, 49 . 30 . 44 = 123, 15 . 20 . 7 = 42.

Les permutations des rectangles dans les deux sens n'ont guère d'autre effet que de changer le terme mis au centre; les mêmes nombres se représentent en diagonale autrement répartis.

Après avoir fait passer de gauche à droite une ligne dans chaque rectangle vertical, l'horizontale supérieure devient 53 . 9. 70 . 28 . 11 . 75 . 42 . 22 . 59, et la première diagonale 53 . 31 . 39 = 123, 16 . 24 . 2 = 42, 63 . 68 . 73 = 204. Une seconde permutation place les nombres ci-dessus en horizontale, 9 . 70 . 53, 11 . 75 . 28, 22 . 59 . 42, et en diagonale 9 . 14 . 19 = 42, 80 . 58 . 66 = 204, 43 . 51 . 29 = 123.

On comprend que l'on puisse, en effectuant d'autres déplacements de lignes, placer n'importe lequel des 81 nombres employés dans la cellule occupée au début par le terme moyen 41.

Voici un carré avec l'unité au centre et dont les lignes ont absolument la même composition que dans celui pris pour premier exemple.

33	44	46	13	27	2	77	61	66
12	23	7	73	60	71	29	40	54
81	56	67	34	39	50	17	19	6
55	69	80	38	49	36	21	5	16
43	48	32	26	1	15	63	65	76
22	9	11	59	70	75	42	53	28
8	10	24	72	74	58	52	30	41
68	79	57	51	35	37	4	18	20
47	31	45	3	14	25	64	78	62

Les seules lignes qu'il y ait lieu de vérifier sont les diagonales; elles donnent de bonnes décompositions de la constante 369.

D'ailleurs, si dans l'une d'elles on remplace les nombres par des lettres en employant l'une des notations indiquées par Sauveur :

a *b* *c* *d* M D C B A
0 . 9 . 18 . 27 . 36 . 45 . 54 . 63 . 72

p *q* *r* *s* *w* S R Q P
1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8 . 9,

on constate qu'elles y sont toutes comprises.

On est donc certain d'avoir au premier degré la constante 369, ainsi qu'une autre constante, somme des nombres élevés à la seconde puissance (*); dès lors, il suffit, pour que la constante au second degré soit 20,049, que les produits des deux termes inscrits en remplacement des lettres dans chacune des neuf cellules de la ligne considérée aient pour total 1620. .

Après les déplacements des lignes de ce même carré, qui amèneraient 65 au centre, les deux diagonales présentant les constantes 369 et 20049, seraient :

13 . 60 . 50 . 21. 65. 28. 8. 79. 45 et 46, 23 . 81 . 16 . 65 . 42 . 58. 35 . 3.

En résumé, les deux groupes dont on se sert pour les générateurs donnent 12 carrés partiellement diaboliques variables chacun de 81 manières. Soit 972 carrés, auxquels on peut apporter les variations applicables à tous les carrés (192 variations).

(*) La somme des carrés des nombres qui correspondent aux dernières lettres est 285. Celle des carrés des nombres correspondants des premières lettres est 16524. Celle des doubles produits = 2 × 1620 = 3240, d'où 16524 + 285 + 3240 = 20049.

M. D.-A. GRAVE

à Saint-Pétersbourg.

SUR LE PROBLÈME DE DIRICHLET [H 9 e α]

— *Séance du 6 août 1895* —

Les travaux remarquables de MM. C. Neumann, Schwarz, Poincaré et d'autres géomètres sur la théorie du potentiel logarithmique ne laissent presque rien à désirer au point de vue théorique; cependant, les méthodes pratiques pour les calculs numériques sont encore loin de la perfection nécessaire.

J'ose penser que les géomètres peuvent s'intéresser à quelques résultats de mes réflexions sur ce sujet.

L'objet du présent mémoire est de donner quelques règles assez générales pour former des expressions explicites de la solution du problème de Dirichlet pour certains contours algébriques donnés.

Ayant en vue d'exposer la méthode générale, je prends en guise d'exemples les cas de contours déjà connus, quoique mes considérations puissent s'appliquer à beaucoup d'autres.

Ma méthode de solution du problème de Dirichlet est fondée sur une transformation particulière des figures planes dont nous allons, auparavant, exposer les propriétés fondamentales.

Considérons la transformation ci-dessous des figures planes, que nous nommerons *transformation complexe*.

Soit un contour quelconque C donné par une équation en coordonnées rectangulaires

$$f(x, y) = 0. \tag{1}$$

Si l'on introduit deux variables complexes

$$\xi = x + iy, \quad \dot{\xi} = x - iy \text{ (*)},$$

l'équation (1) donne une liaison entre ξ et $\dot{\xi}$, on peut l'écrire

$$f\left(\frac{\xi + \dot{\xi}}{2}, \frac{\xi - \dot{\xi}}{2i}\right) = 0. \tag{2}$$

(*) Nous désignerons dans tout ce qui suit par $\dot{\xi}$, $\dot{\eta}$, ... les quantités imaginaires conjuguées avec ξ, η, ...

En résolvant la dernière équation par rapport à ξ, nous obtenons

(3) $$\xi = F(\dot{\xi}).$$

Nous nous bornerons à considérer des contours algébriques. Soit m le degré de l'équation algébrique (1) et n celui de l'équation (2) par rapport à ξ. Nous avons évidemment $n \gtreqless m$.

La fonction F a en général n valeurs, qui correspondent à n racines de l'équation (2).

Prenons une racine quelconque et considérons une quantité complexe

$$\eta = x_1 + y_1 i = \dot{F}(x - iy) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y),$$

où φ et ψ représentent des fonctions réelles.

Nous obtenons

(4) $$x_1 = \varphi(x, y), \quad y_1 = \psi(x, y).$$

Ces formules donnent une transformation des figures planes. Nous nommerons le point $N_1(x_1, y_1)$, qui correspond à η, l'image du point $N(x, y)$ correspondant à ξ.

En considérant toutes les n racines de l'équation (2), nous obtenons pour chaque point N du plan n images complexes

(5) $$N_1, \quad N_2, \quad \ldots, \quad N_n.$$

Pour certaines valeurs des variables x, y quelques-uns des points peuvent coïncider.

Il est évident que lorsque le point N se rapproche indéfiniment du point M du contour (1), une des images (5) se rapproche du même point M. En effet, la quantité η doit coïncider avec ξ sur le contour au moins pour une racine de l'équation (2), puisque l'équation (3) doit avoir lieu pour le contour.

En appliquant ce mode de transformation au cas d'une droite, nous obtenons la transformation bien connue (Spiegelungen). Appliquée au cercle, elle se réduit à la transformation par rayons vecteurs réciproques.

Considérons le domaine Γ autour d'un point M du contour C (1) qui ne contient aucun des points critiques de l'équation (2), ainsi qu'aucun des points singuliers du contour.

Prenons $\xi = x + iy$ dans le domaine de Γ. Au point ξ correspondent n points

(6) $$\eta_1^{(1)} = F_1(\dot{\xi}), \quad \eta_2^{(1)} = F_2(\dot{\xi}), \quad \ldots, \quad \eta_n^{(1)} = F_n(\dot{\xi}).$$

La théorie des fonctions algébriques nous montre que si ξ varie dans le domaine de Γ : 1° les modules $|\eta_1^{(1)}|$, $|\eta_2^{(1)}|$, ..., $|\eta_n^{(1)}|$ ne peu-

vent surpasser un nombre fixe μ; 2° les modules $|\eta_1^{(1)} - \eta_k^{(1)}|$, ..., $|\eta_k^{(1)} - \eta_e^{(1)}|$, ... ne peuvent être inférieurs à un autre nombre fixe γ plus grand que zéro.

D'ailleurs, il résulte que lorsque ξ se rapproche du point M du contour C, un des points (6) $\eta_k^{(1)}$ se rapproche du même point.

Tous les autres se trouvent à des distances finies du point M.

En effet, si nous supposons que plusieurs racines (6) se rapprochent du point M, la quantité ξ sera la racine multiple de l'équation (2), d'où il suivra que

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial \xi} = \frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{2} + \frac{\frac{\partial f}{\partial y}}{2i} = 0;$$

on a enfin

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 0,$$

et ce point M est un point singulier du contour.

Supposons que le point ξ se meuve le long du contour, alors $\eta_k^{(1)} = \xi$; les autres points $\eta_e^{(1)}$ se meuvent le long d'une certaine courbe C que nous nommerons *courbe limite.*

La courbe limite doit contenir les points singuliers du contour donné.

Pour les coniques, la courbe limite est elle-même une conique.

L'équation de la courbe limite se trouve comme il suit :

Prenons la fonction entière

$$\frac{f\left(\frac{\eta + \dot{\xi}}{2}, \frac{\eta - \dot{\xi}}{2i}\right) - f\left(\frac{\xi + \dot{\xi}}{2}, \frac{\xi - \dot{\xi}}{2i}\right)}{\eta - \xi} = \Phi(\eta, \xi, \dot{\xi}).$$

En séparant dans l'équation $\Phi = 0$ la partie réelle, nous obtiendrons deux équations :

(7) $$\Omega_1 (X, Y, x, y) = 0, \quad \Omega_2 (X, Y, x, y) = 0,$$

où
$$X + iY = \eta, \quad x + iy = \xi, \quad x - iy = \dot{\xi}.$$

L'élimination des x, y entre trois équations (1) (7) donne l'équation entre X, Y de la courbe limite.

Démontrons la proposition suivante :

THÉORÈME. — *Si le point* N (ξ) *se rapproche indéfiniment d'un point* M *du contour* C *et se trouve sur la normale du contour en ce point* M *à la distance infiniment petite du point* M, *le point*

$N_k(\eta_{lk}^{(1)})$ *se trouvera de l'autre côté du contour sur la même normale à la distance*

$$N_k M = NM.$$

En effet,

$$\eta_{lk}^{(1)} = x_1 + y_1 i = F(\dot{\xi}),$$

d'où

$$dx_1 + i dy_1 = F'_{\dot{\xi}}(\dot{\xi})(dx - i dy);$$

mais

$$F'_{\dot{\xi}}(\dot{\xi}) = \frac{d\xi}{d\dot{\xi}}.$$

En différenciant l'équation (2), nous obtenons

$$f'_x(d\xi + d\dot{\xi}) + \frac{1}{i}(d\xi - d\dot{\xi}) f'_y = 0;$$

de cette façon on aura

$$F'_{\dot{\xi}}(\dot{\xi}) = \frac{f'_y - i f'_x}{f'_y + i f'_x}.$$

Si le point N_k se trouve sur la normale, on aura

$$dx_1 = \lambda f'_x, \quad dy_1 = \lambda f'_y.$$

En substituant, on a

$$dx - i dy = \lambda (f'_x + i f'_y) \frac{f'_y + i f'_x}{f'_y - i f'_x} = -\lambda (f'_x - i f'_y).$$

Donc

$$dx = -\lambda f'_x, \quad dy = -\lambda f'_y,$$

ou

$$dx_1 = -dx, \quad dy_1 = -dy.$$

Ce qu'il fallait démontrer.

Nous dirons dans tout ce qui suit que les points ξ, $\eta_{lk}^{(1)}$ voisins du point M du contour forment *un couple sur le contour*, et nous dirons que le point $\eta_{lk}^{(1)}$ est *lié* avec ξ. Les autres points $\eta_{le}^{(1)}$ seront nommés *libres*.

Appliquons la transformation complexe à chacun des points

(6) $$\eta_1^{(1)}, \quad \eta_2^{(1)}, \quad \ldots, \quad \eta_{ln}^{(1)}.$$

Nous supposerons que les domaines

$$\Gamma_1^{(1)}, \quad \Gamma_2^{(1)}, \quad \ldots, \quad \Gamma_n^{(1)},$$

qui correspondent au domaine Γ pour les quantités (6), ne contiennent pas des points critiques de l'équation (2).

A chaque point $\eta_{le}^{(1)}$ correspondent en général n points

(8) $$\eta_{1e}^{(2)} = F_1(\dot{\eta}_{le}^{(1)}), \quad \eta_{2e}^{(2)} = F_2(\dot{\eta}_{le}^{(1)}), \quad \ldots, \quad \eta_{ne}^{(2)} = F_n(\dot{\eta}_{le}^{(1)}).$$

Du moins un de ces points doit coïncider avec ξ, car les quantités (8) sont des racines de l'équation

$$f\left(\frac{\eta^{(2)} + \dot{\eta}_{1e}^{(1)}}{2}, \quad \frac{\eta^{(2)} - \dot{\eta}_{1e}^{(1)}}{2i}\right) = 0. \tag{9}$$

La quantité $\eta_{1e}^{(1)}$ est une racine de l'équation

$$f\left(\frac{\eta_{1e}^{(1)} + \dot{\xi}}{2}, \quad \frac{\eta_{1e}^{(1)} - \dot{\xi}}{2i}\right) = 0. \tag{10}$$

En changeant dans l'équation (10) $+ i$ en $- i$, nous obtenons

$$f\left(\frac{\xi + \dot{\eta}_{1e}^{(1)}}{2}, \quad \frac{\xi - \dot{\eta}_{1e}^{(1)}}{2i}\right) = 0. \tag{11}$$

La dernière équation montre que parmi les racines $\eta^{(2)}$ de l'équation (9) il s'en trouve au moins une égale à ξ.

D'après ce que nous avons dit à l'égard du domaine Γ, la racine $\eta^{(2)} = \xi$ sera simple.

Or, la nouvelle transformation donne en général pour chaque point $\eta_{1e}^{(1)}$ le point ξ et $n - 1$ autres points. Nous pouvons ainsi obtenir $n(n-1)$ points nouveaux.

Il est aisé de former une équation algébrique dont les racines correspondent aux points nouveaux ainsi obtenus.

Pour cela nous considérerons la fonction entière

$$\Pi_1 (\eta^{(2)}, \xi, \dot{\eta}_{1e}^{(1)}) = \frac{f(9) - f(11)}{\eta^{(2)} - \xi},$$

où $f(9)$, $f(11)$ sont les notations abrégées des premières parties des équations (9), (11).

La fonction Π_1 est du degré $n - 1$.

En éliminant $\dot{\eta}_{1e}^{(1)}$ entre les équations (9) et $\Pi_1 = 0$, nous obtiendrons une équation

$$\Phi_1 (\eta^{(2)} \xi) = 0. \tag{12}$$

Cette dernière équation est en général du degré $n(n-1)$ et ses racines donnent les $n(n-1)$ points qu'introduit la seconde opération.

Il faut bien remarquer que les racines $\eta^{(1)}$ de la première opération sont les fonctions de $\dot{\xi}$, tandis que les racines $\eta^{(2)}$ de la seconde sont celles de ξ.

En considérant les n points $\eta^{(1)}$ de la première opération, nous avons déjà vu qu'un de ces points forme un couple avec le point ξ.

Soit ce point $\eta_{lk}^{(1)}$. Il est aisé de voir que les autres $n-1$ points $\eta_{le}^{(1)}$ forment $n-1$ couples avec les $n-1$ points de la seconde opération. En effet, si ξ est infiniment voisin du contour C, on aura $\eta_{lk}^{(1)} = \xi + \varepsilon$, ε étant infiniment petit.

D'ailleurs,

$$\eta_{lek}^{(2)} = F_e(\dot{\eta}_{lk}^{(1)}) = F_e(\dot{\xi}) + \delta,$$

où δ est aussi infiniment petit.

Ainsi, nous voyons que le point $\eta_{lek}^{(2)}$ forme un couple avec le point $\eta_{le}^{(1)}$.

Après la seconde opération, on obtient ainsi n couples, et il reste encore $n(n-1)-(n-1)=(n-1)^2$ points $\eta^{(2)}$ libres.

Passons maintenant à la troisième opération. Nous ferons correspondre à chaque point $\eta_{lem}^{(2)}$ n points.

$$\eta_{1em}^{(3)} = F_1(\dot{\eta}_{lem}^{(2)}), \quad \ldots, \quad \eta_{lnem}^{(3)} = F_n(\dot{\eta}_{lem}^{(2)}).$$

Un de ces points appartient à ceux de la première opération, $n-1$ autres sont des points nouveaux.

Ainsi nous pouvons obtenir $n(n-1)^2$ points nouveaux.

On peut obtenir l'équation algébrique qui donne tous les points nouveaux de la troisième opération à l'aide de la théorie de l'élimination algébrique.

En effet, changeons $+i$ en $-i$ dans l'équation (12) :

$$\Phi_1^0(\dot{\eta}^{(2)}, \dot{\xi}) = 0; \tag{13}$$

en outre,

$$f\left(\frac{\eta^{(3)}+\dot{\eta}^{(2)}}{2}, \frac{\eta^{(3)}-\dot{\eta}^{(2)}}{2i}\right) = 0. \tag{14}$$

L'élimination de $\dot{\eta}^{(2)}$ entre les équations (13) et (14) donne l'équation

$$\Pi_2(\eta^{(3)}, \dot{\xi}) = 0, \tag{15}$$

du degré $n^2(n-1)$, dont les racines sont

$$\eta_{lk}^{(1)}, \quad \eta_{lemk}^{(3)}.$$

A l'aide de l'équation (12) on peut supprimer de l'équation (15) toutes les $n(n-1)$ racines $\eta_{l}^{(1)}$ et obtenir ainsi l'équation

$$\Phi_2(\eta^{(3)}, \dot{\xi}) = 0, \tag{16}$$

du degré $n^2(n-1)-n(n-1)=n(n-1)^2$, qui donne les points nouveaux.

On parvient aisément à reconnaître que les points libres de la seconde opération forment des couples avec $(n-1)^2$ des racines (16).

En effet,

$$\eta^{(3)}_{lemk} = F_e(\dot{\eta}^{(1)}_{lmk});$$

mais nous avons déjà vu que $\eta^{(2)}_{lmk} = \eta^{(1)}_{lm} + \varepsilon$, où ε est infiniment petit.

D'où

$$\eta^{(3)}_{lemk} = F_e(\dot{\eta}^{(1)}_{lm}) + \delta = \eta^{(2)}_{lem} + \delta,$$

δ étant infiniment petit.

Enfin, nous voyons qu'après la troisième opération $n(n-1)^2 - (n-1)^2 = (n-1)^3$ points restent libres.

Le nombre des couples formés par les trois premières opérations est $1 + (n-1) + (n-1)^2$.

En continuant ces considérations nous parviendrons à l'opération d'un ordre p quelconque.

La théorie de l'élimination algébrique nous montre que nous pouvons former l'équation du degré $n(n-1)^{p-1}$ qui donne tous les points nouveaux $\eta_l^{(p)}$ de la dernière opération.

Toutes les racines $\eta^{(p)}$ sont des fonctions de ξ si le nombre p est pair, et de $\underset{\cdot}{\xi}$ si p est impair.

Les p premières opérations donnent

$$1 + (n-1) + (n-1)^2 + \ldots + (n-1)^{p-1}$$

couples et $(n-1)^p$ points libres.

Des simplifications différentes peuvent avoir lieu pour des contours particuliers.

En effet, dans des cas particuliers, les degrés des équations $\Phi = 0$ peuvent s'abaisser puisque certaines racines peuvent coïncider.

Les cas les plus importants présentent les contours pour lesquels une opération de certain ordre n'introduit plus de points libres.

Dans ces cas, en continuant les opérations, nous parviendrons aux points déjà obtenus par des opérations précédentes.

On obtient un certain nombre de couples qui forment un groupe de points que nous nommerons *groupe fini.*

Dans les cas contraires, les opérations consécutives introduisent un nombre infini de points qui forment un *groupe infini.*

Si tous les points d'un groupe infini sont situés à une distance finie d'un certain point du contour, nous dirons que le groupe est *limité.*

Nous dirons que le groupe infini illimité est régulier lorsque les

points libres s'éloignent indéfiniment avec l'augmentation du numéro de l'opération.

Les groupes infinis, irréguliers, donnent une infinité de points infiniment proches les uns des autres, qui peuvent, dans certains cas, former une courbe ou couvrir d'une manière continue la surface.

Ainsi nous voyons que la transformation complexe donne une sorte de classification des contours algébriques.

Classons les contours donnant des groupes finis en *genres* d'après le nombre des opérations nécessaires et suffisantes pour obtenir tous les points du groupe.

La ligne droite et le cercle sont les seules courbes algébriques du premier genre.

En effet, cherchons la forme de l'équation $f(x, y) = 0$ du contour C pour qu'il donne lieu à une transformation uniforme.

L'équation (2) doit être du premier degré par rapport à $\dot{\xi}$, par conséquent elle doit avoir la forme

$$\xi \Psi(\dot{\xi}, i) + \Omega(\dot{\xi}, i) = 0, \tag{17}$$

où Ψ et Ω sont des fonctions entières par rapport à ξ, i et les coefficients de l'équation (1).

En remarquant que la première partie de l'équation (2) ne change pas de forme lorsqu'on remplace $+i$ par $-i$, nous pouvons écrire l'équation (17) de la manière suivante :

$$\dot{\xi} \Psi(\xi, -i) + \Omega(\xi, -i) = 0, \tag{18}$$

qui nous montre que l'équation (17) doit être du premier degré par rapport à $\dot{\xi}$.

Ainsi, nous voyons que la forme la plus générale de l'équation du contour du premier genre est

$$\mathcal{A}\xi\dot{\xi} + \mathcal{B}\xi + \mathcal{C}\dot{\xi} + \mathcal{D} = 0. \tag{19}$$

Pour que l'équation (19) donne un contour réel, il faut et il suffit que $\mathcal{A}$ et $\mathcal{D}$ soient réels, tandis que les quantités $\mathcal{B}$ et $\mathcal{C}$ soient complexes conjuguées.

L'équation (19) donne un cercle pour $\mathcal{A}$ différent de 0 et une droite pour $\mathcal{A} = 0$.

Le cas suivant est présenté par les contours du second genre qui donne lieu à deux opérations.

Nous verrons dans ce qui suit que parmi les lignes du second

ordre seulement l'hyperbole équilatère et deux droites perpendiculaires entre elles sont du second ordre.

Il y a des courbes d'ordre supérieur appartenant au second genre par exemple la lemniscate de Bernouilli, ou d'une manière plus générale les courbes représentées par l'équation

$$(x^2 + y^2)^n = \mathcal{C}^n [(x + iy)^n + (x - iy)^n].$$

L'équation

$$\varphi(x + iy, i)\,\varphi(x - iy, -i) + (\mathcal{A} + \mathcal{B}i)\,\varphi(x + iy, i) + (\mathcal{A} - \mathcal{B}i)\,\varphi(x - iy, -i) + \mathcal{C} = 0,$$

où $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$ sont des nombres réels, et la fonction $\varphi(z, i)$ est une fonction rationnelle arbitraire des quantités z, i avec des coefficients réels, donne une classe assez générale des courbes algébriques du second genre.

Nous verrons aussi dans ce qui suit que les hyperboles dont l'angle entre les asymptotes soit commensurable avec π, sont les seules courbes parmi les coniques qui peuvent donner des groupes finis.

Ayant exposé quelques généralités sur la transformation complexe des figures, nous allons montrer son application à la résolution du problème de Dirichlet.

Il s'agit de déterminer une fonction u des variables x et y satisfaisant à l'équation différentielle $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ uniforme, finie et continue ainsi que ses dérivées partielles des deux premiers ordres et prenant des valeurs désignées d'avance pour tous les points d'un contour donné $\mathcal{C}$.

On sait qu'une telle solution est unique pour chaque contour.

Pour déterminer les valeurs que u doit avoir sur le contour $\mathcal{C}$, prenons sur ce contour un point quelconque $\mathcal{M}_0$ pour l'origine des arcs.

La valeur que u prend en un point $\mathcal{M}$ est une fonction $f(s)$ de l'arc $\mathcal{M}_0\mathcal{M} = s$; nous supposerons cette fonction finie, continue et périodique si le contour est fermé ayant pour période la longueur du contour S.

Dans les cas des courbes aux branches infinies, le contour peut être formé d'une branche infinie de la courbe ou de plusieurs branches de la même courbe et d'un ou de plusieurs arcs de cercle d'un rayon infini.

Dans tout ce qui suit nous supposerons que la fonction cherchée

pour les cas des contours formés à l'aide des arcs de cercle d'un rayon infini soit régulière pour les points infiniment éloignés, c'est-à-dire que pour tous les points de ce cercle, la fonction ait une valeur constante $\mathfrak{B}$ qui se confonde avec celle du point infini de la fonction cherchée.

Ayant une branche infinie, nous devons considérer un point quelconque $\mathcal{M}_0$ comme l'origine des arcs et les compter positifs dans un sens, négatifs dans l'autre. Pour les points infinis nous aurons

$$f(+\infty) = f(-\infty) = \mathfrak{B}.$$

Pour rendre l'exposition de notre méthode plus claire, nous commencerons par le cas le plus simple de la droite et du cercle comme contours du premier genre, les développements pour les autres cas restant au fond les mêmes.

Prenons les contours $\mathcal{C}$ qui donnent une transformation uniforme, c'est-à-dire un cercle ou une droite avec la demi-circonférence de rayon infini adjointe, et formons l'expression suivante :

$$(20) \qquad \mathfrak{J} = \frac{1}{2\pi i}\int^{(C)} \frac{f(s)\,dz}{z-\xi} - \frac{1}{2\pi i}\int^{(C)} \frac{f(s)\,dz}{z-\eta}.$$

Les intégrales sont prises le long du contour $\mathcal{C}$. Le point η est l'image de ξ.

Pour le cas d'un cercle, ξ est situé à l'intérieur, alors η se trouvera à son extérieur.

Pour le cas d'une droite, le point ξ est situé du côté de la droite où se trouve la demi-circonférence.

Dans ces deux cas nous pouvons dire que ξ se trouve à l'intérieur du contour, mais le point η hors de lui.

La partie réelle $\mathfrak{R}(\mathfrak{J})$ de cette expression donne la solution cherchée du problème de Dirichlet.

Il faut donc démontrer :

1° Que $u = \mathfrak{R}(\mathfrak{J})$ est une solution de l'équation

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial y^2} = 0;$$

2° Que les valeurs de $\mathfrak{R}(\mathfrak{J})$ pour les points du contour $\mathcal{C}$ se confondent avec celles de la fonction $f(s)$;

3° Que la fonction $\mathfrak{R}(\mathfrak{J})$ est uniforme, finie et continue avec ses dérivées partielles à l'intérieur du contour $\mathcal{C}$.

La fonction $\mathfrak{R}(\mathfrak{J})$ est une solution de l'équation de Laplace puisque la première intégrale est une fonction de $\xi = x + iy$, et la seconde celle de $\bar{\xi} = x - iy$.

Si ξ ne se trouve pas sur le contour $\mathfrak{C}$ pour tous les points z de ce contour, auront lieu les inégalités

$$|z-\xi|>\alpha, \qquad |z-\eta|>\alpha,$$

où α est un certain nombre positif.

On peut montrer alors que $\mathfrak{K}(\mathfrak{J})$ avec ses dérivées partielles est finie et continue.

Montrons à présent que sur le contour la fonction $\mathfrak{K}(\mathfrak{J})$ devient égale à $f(s)$.

Prenons sur le contour $\mathfrak{C}$ un point $\mathfrak{M}_0$ défini par la valeur s_0 de l'arc s et formons la différence

$$\mathfrak{K}(\mathfrak{J})-f(s_0).$$

Cette différence est évidemment égale à la partie réelle de l'intégrale

$$\frac{1}{2\pi i}\int^{(C)}[f(s)-f(s_0)]\frac{\xi-\eta}{(z-\xi)(z-\eta)}dz.$$

Supposons d'abord que le contour soit fermé ; alors

$$|\mathfrak{K}(\mathfrak{J})-f(s_0)|\leqq\frac{1}{2\pi}\int_0^{S}|f(s)-f(s_0)|\frac{|\xi-\eta|}{|z-\xi|\,|z-\eta|}ds.$$

La fonction $f(s)$ étant continue, on peut, à chaque nombre δ, faire correspondre un autre σ tel que pour $|s-s_0|\leqq\sigma$, on aura $|f(s)-f(s_0)|<\delta$.

Menons le point ξ le long de la normale du point $\mathfrak{M}_0$ du contour vers le point $\mathfrak{M}_0$. D'après le théorème déjà démontré, nous obtenons pour les points ξ, z, infiniment voisins du point $\mathfrak{M}_0$, les relations

$$|\xi-\eta|=2\varepsilon, \quad |z-\xi|=\sqrt{(s-s_0)^2+\varepsilon^2}, \quad |z-\eta|=\sqrt{(s-s_0)^2+\varepsilon^2},$$

où ε est infiniment petit.

Alors

$$|\mathfrak{K}(\mathfrak{J})-f(s_0)|<\frac{1}{2\pi}\int_{s_0+\sigma}^{s_0+S-\sigma}K\frac{2\varepsilon\,ds}{|z-\xi|\,|z-\eta|}+\frac{\delta}{\pi}\int_{s_0-\sigma}^{s_0+\sigma}\frac{\varepsilon\,ds}{(s-s_0)^2+\varepsilon^2},$$

K étant le maximum maximorum de la valeur

$$|f(s)-f(s_0)|.$$

D'où il résulte

$$|\mathfrak{K}(\mathfrak{J})-f(s_0)|<\frac{K\varepsilon}{\pi}\int_{s_0+\sigma}^{s_0+S-\sigma}\frac{ds}{|z-\xi|\,|z-\eta|}+\frac{2\delta}{\pi}\operatorname{arc\,tg}\frac{\sigma}{\varepsilon}.$$

A chaque nombre $\delta_1>0$ on peut faire correspondre arbitrairement un nombre $\delta>0$ qui soit plus petit que δ_1. Prenons le nombre σ

correspondant à δ et ε assez petit pour que

$$\frac{K\varepsilon}{\pi}\int_{s_0+\sigma}^{s_0+S-\sigma}\frac{ds}{|z-\xi|\,|z-\eta|}<\delta_1-\delta.$$

Nous obtiendrons

$$|\mathcal{K}(\mathfrak{J})-f(s_0)|<\delta_1,$$

ce qui moutre que

$$\lim \mathcal{K}(\mathfrak{J})_{\xi\ldots\mathcal{M}_0}=f(s_0).$$

Pour le contour aux branches infinies, au lieu de l'intégrale

$$\frac{1}{2\pi}\int_{s_0+\sigma}^{s_0+S-\sigma}|f(s)-f(s_0)|\frac{2\varepsilon\,ds}{|z-\xi|\,|z-\eta|},$$

il faut considérer la somme

$$\frac{1}{2\pi}\int_{s_0+\sigma}^{+\infty}+\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{s_0-\sigma}.$$

Il est aisé de voir que ces intégrales conservent une valeur finie et on pourra appliquer les mêmes raisonnements que ci-dessus.

Quant aux parties des intégrales qui se rapportent aux arcs complémentaires des cercles aux rayons infinis, nous verrons qu'elles se suppriment puisqu'elles ont des signes contraires et leur valeur commune est égale à

$$|f(\infty)|\frac{\gamma}{2\pi},$$

où γ est l'angle entre les asymptotes des branches du contour donné entre lesquelles est mené l'arc du cercle.

Appliquons ces raisonnements aux cas de la droite et du cercle.

Soit donné un contour rectiligne; prenons-le pour axe des x.

L'équation du contour est $y=0$, d'où il résulte que $\dfrac{\xi-\dot{\xi}}{2i}=0$, et $\eta=\dot{\xi}=x-iy$.

La solution du problème sera

$$\mathcal{K}\left(\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f(s)\,ds}{z-\xi}-\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f(s)\,ds}{z-\dot{\xi}}\right)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f(s)y\,ds}{(s-x)^2+y^2}.$$

Pour le cas d'un cercle, le théorème fondamental donne la solution du problème, soit pour la partie du plan intérieure au cercle, soit pour la partie extérieure.

Dans les deux cas, nous obtenons la formule

$$\mathcal{K}\left(\frac{1}{2\pi i}\int^{(C)}\frac{f(s)(\xi-\eta)\,dz}{(z-\xi)(z-\eta)}\right).$$

L'équation du cercle est $x^2 + y^2 = \nu^2$, ce qui donne $\xi\bar{\xi} = \nu^2$, d'où $\eta = \frac{\nu^2}{\xi}$.

En appliquant les notations $\xi = \rho e^{i\theta}$, $z = \nu e^{i\psi}$, nous obtenons, après de simples transformations, l'intégrale bien connue de Poisson :

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{f(\psi)(\nu^2 - \rho^2)\, d\psi}{\nu^2 - 2\nu\rho\cos(\theta - \psi) + \rho^2}.$$

Pour la partie extérieure, le sens du contour doit être modifié, et nous obtenons l'intégrale

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{f(\psi)(\rho^2 - \nu^2)\, d\psi}{\nu^2 - 2\nu\rho\cos(\theta - \psi) + \rho^2}.$$

Il est aisé de voir que le potentiel logarithmique des points extérieurs est égal aux valeurs correspondantes du potentiel des points intérieurs, la correspondance des points étant celle des rayons vecteurs réciproques.

Nous allons maintenant considérer des contours qui donnent lieu aux transformations multiformes.

Considérons d'abord les contours donnant les groupes finis.

Soit donné un contour du genre λ.

Si nous considérons la partie réelle $\omega(x, y)$ de l'expression

$$\frac{1}{2\pi i}\int^{(C)} \frac{f(s)\, dz}{z - \xi} - \frac{1}{2\pi i}\int^{(C)} \frac{f(s)\, dz}{z - \eta^{(1)}},$$

où $\eta^{(1)}$ est une des racines de la première opération; nous verrons que la fonction ω sera une solution de l'équation de Laplace finie et continue avec ses dérivées à l'intérieur du contour $\mathcal{C}$.

Cette solution ne sera pas celle du problème de Dirichlet parce qu'elle est multiforme et donne une surface jouissant à l'intérieur du contour $\mathcal{C}$ de toutes les propriétés de la surface de Riemann.

D'après le théorème démontré, cette surface donne les valeurs $f(s)$ le long d'un de ses bords.

A l'aide des coupures on peut convertir notre solution en une fonction uniforme et continue ayant sur le contour $\mathcal{C}$ les valeurs données $f(s)$, mais pourtant cette fonction ne sera pas la solution du problème de Dirichlet puisque le long des coupures les premières ou les secondes dérivées peuvent être discontinues.

Notre contour, étant du genre λ, donne lieu aux λ opérations suc-

cessives de la transformation complexe, et nous obtenons le groupe de $2m$ points

$$\xi, \quad (\eta^{(1)}, \ldots), \quad (\eta^{(2)}, \ldots), \quad \ldots, \quad (\eta^{(\lambda)}, \ldots).$$

La partie réelle u de l'expression

$$\frac{1}{2\pi i}\int^{(C)}\frac{f(s)\,dz}{z-\xi}-\frac{1}{2\pi i}\sum\int^{(C)}\frac{f(s)\,dz}{z-\eta^{(1)}}+\frac{1}{2\pi i}\sum\int^{(C)}\frac{f(s)\,dz}{z-\eta^{(2)}}$$
$$+\ldots+(-1)^{\lambda}\frac{1}{2\pi i}\sum\int^{(C)}\frac{f(s)\,dz}{z-\eta^{(\lambda)}},$$

donnera la solution du problème de Dirichlet.

Dans cette expression, les sommes sont étendues à tous les points des opérations consécutives.

La solution aura lieu pour tous les contours satisfaisant aux conditions suivantes :

1° Pour tous les points ξ du domaine limité par le contour, aucun des points du groupe ne se trouve sur le contour ;

2° Lorsque le point ξ se rapproche du point $\mathfrak{M}$ du contour, un seul couple se trouve sur le contour.

Il faut bien remarquer que ces deux conditions ne se rapportent qu'aux parties du contour qui limitent le domaine considéré.

Par exemple, dans ce qui suit, nous obtiendrons la solution pour l'intérieur d'une feuille de la lemniscate en considérant l'autre feuille comme n'appartenant pas au contour.

La fonction u sera la solution du problème de Dirichlet, si nous démontrons que les dérivées de deux premiers ordres restent finies pour tous les points de l'intérieur du contour C.

En effet, $\eta^{(2p)}$ étant des fonctions de ξ tandis que $\eta^{(2p+1)}$ sont celles de $\bar{\xi}$, la fonction u sera une solution de l'équation de Laplace.

La fonction u est uniforme comme une fonction symétrique des racines de toutes les opérations.

Les points du groupe forment m couples dont un seul se trouve sur le contour.

Ce couple donne deux intégrales

$$\frac{1}{2\pi i}\int^{(C)}\frac{f(s)\,dz}{z-\xi}-\frac{1}{2\pi i}\int^{(C)}\frac{f(s)\,dz}{z-\eta_k^{(1)}};$$

la partie réelle de leur différence tend vers la valeur de $f(s)$ au point considéré du contour.

Les autres intégrales se détruisent deux à deux pour chaque couple.

Ainsi nous voyons que la solution du problème de Dirichlet pour le contour, satisfaisant aux conditions prescrites, s'exprime par la formule

(A) $$\mathcal{K}\left(\frac{1}{2\pi i}\int^{(C)} f(s)\, D_z \log \Omega\, dz\right),$$

où

$$\Omega = (z - \xi)\, \Phi_1^{-1} \Phi_2 \Phi_3^{-1} \ldots \Phi_\lambda^{(-1)^\lambda}.$$

La fonction Φ_p est la fonction entière qui représente la première partie de l'équation

$$\Phi_p\left(z, \frac{1 + (-1)^p}{2}\xi + \frac{1 - (-1)^p}{2}\dot{\xi}\right) = 0,$$

donnant les points nouveaux de l'opération d'ordre p.

Pour montrer l'application de la dernière formule, considérons l'hyperbole équilatère

$$x^2 - y^2 = a^2.$$

En introduisant les quantités complexes, nous aurons $\xi^2 + \dot{\xi}^2 = 2a^2$. L'équation $\Phi_1(\eta^{(1)}, \dot{\xi}) = 0$, qui donne les points nouveaux de la première opération, s'écrit ainsi :

(21) $$\eta^{(1)2} + \dot{\xi}^2 - 2a^2 = 0.$$

Faisons la seconde opération

(22) $$\eta^{(2)2} + \dot{\eta}^{(1)2} - 2a^2 = 0.$$

En changeant dans l'équation (21) $+i$ en $-i$, nous aurons

(23) $$\dot{\eta}^{(1)2} + \xi^2 - 2a^2.$$

En soustrayant de l'équation (22) l'équation (23), nous aurons

$$(\eta^{(2)} - \xi)(\eta^{(2)} + \xi) = 0.$$

L'équation $\Phi_2(\eta^{(2)}, \xi) = 0$, qui donne les points nouveaux de la seconde opération, est

$$\eta^{(2)} + \xi = 0.$$

Cette équation donne le point $-\xi$ qui fait le couple avec un des points $\eta^{(1)}$.

La troisième opération reproduit les points de la première et nous

obtenons le groupe de quatre points formant deux couples

$$(\xi, \eta_1^{(1)}), \quad (-\xi, \eta_2^{(1)}),$$

où

$$\eta_2^{(1)} = -\eta_1^{(1)}.$$

Dans ce cas

$$\Omega = \frac{z^2 - \xi^2}{z^2 + \dot{\xi}^2 - 2a^2},$$

d'où résulte la solution du problème de Dirichlet pour la partie du plan contenant un des foyers de l'hyperbole et limitée par une branche de l'hyperbole et l'arc d'un cercle infini. Cette solution s'exprime ainsi :

$$\mathfrak{R}\left(\frac{1}{\pi i}\int^{(C)}\frac{f(s)\,[\xi^2 + \dot{\xi}^2 - 2a^2]\,z\,dz}{(z^2 - \xi^2)(z^2 + \dot{\xi}^2 - 2a^2)}\right).$$

Considérons encore la lemniscate de Bernouilli

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2\,(x^2 - y^2).$$

En introduisant les quantités complexes, nous aurons

$$2\xi^2\dot{\xi}^2 - a^2\,(\xi^2 + \dot{\xi}^2) = 0.$$

L'équation de la première opération sera de la forme

(24) $$2\eta^{(1)2}\dot{\xi}^2 - a^2\,(\eta^{(1)2} + \dot{\xi}^2) = 0.$$

La seconde opération donne

(25) $$2\eta^{(2)2}\dot{\eta}^{(1)2} - a^2\,(\eta^{(2)2} + \dot{\eta}^{(1)2}) = 0.$$

En changeant dans l'équation (24) $+ i$ en $- i$, nous obtiendrons

(26) $$2\dot{\eta}^{(1)2}\xi^2 - a^2\,(\dot{\eta}^{(1)2} + \xi^2) = 0.$$

En soustrayant de l'équation (26) l'équation (25), nous aurons

$$(2\dot{\eta}^{(1)2} - a^2)\,(\eta^{(2)2} - \xi^2) = 0.$$

D'où

$$\eta^{(2)2} - \xi^2 = 0.$$

Par cette seconde opération, le groupe des points cherchés sera épuisé.

Ainsi, nous voyons que pour l'intérieur d'une des boucles de la lemniscate on aura

$$\Omega = \frac{z^2 - \xi^2}{2z^2\dot{\xi}^2 - a^2\,(z^2 + \dot{\xi}^2)},$$

et la solution du problème aura la forme

$$\mathcal{K}\left(\frac{1}{\pi i}\int^{(C)}\frac{f(s)\,[2\xi^2\dot{\xi}^2 - a^2(\xi^2+\dot{\xi}^2)]\,z\,dz}{(z^2-\xi^2)(2\dot{\xi}^2 z^2 - a^2 z^2 - a^2\xi^2)}\right).$$

La solution pour la lemniscate doit s'obtenir de la solution pour l'hyperbole à l'aide de la transformation par vecteurs réciproques.

En effet, appliquons la formule de transformation

$$zt = a^2, \qquad \xi\tau = a^2, \qquad \dot{\xi}\dot{\tau} = a^2;$$

alors la formule

$$\frac{1}{2\pi i}\int^{(C)} f(s)\,R(z,\xi)\,dz + \frac{1}{2\pi i}\int^{(C)} f(s)\,Q(z,\dot{\xi})\,dz$$

se transforme en la suivante :

$$-\frac{1}{2\pi i}\int^{(\gamma)} f(s)\,R\left(\frac{a^2}{t},\frac{a^2}{\tau}\right)\frac{a^2\,dt}{t^2} - \frac{1}{2\pi i}\int^{(\gamma)} f(s)\,Q\left(\frac{a^2}{t},\frac{a^2}{\dot{\tau}}\right)\frac{a^2\,dt}{t^2},$$

où le contour γ est l'image du contour $\mathcal{C}$.

Les solutions obtenues pour l'hyperbole et la lemniscate n'auront lieu que pour la partie intérieure du plan.

Comme exemple des contours du troisième genre nous prendrons le quadrant d'un cercle. Alors nous considérons la partie du plan située à l'angle positif entre les axes des coordonnées rectangulaires et à l'intérieur du cercle

$$x^2 + y^2 = a^2.$$

Dans ce cas l'équation du contour a la forme

$$xy\,(x^2 + y^2 - a^2) = 0.$$

En introduisant les quantités complexes nous aurons

$$(\xi^2 - \dot{\xi}^2)(\xi\dot{\xi} - a^2) = 0.$$

Les points de la première opération sont donnés par les racines de l'équation

(27) $$(\eta^{(1)2} - \dot{\xi}^2)(\eta^{(1)}\dot{\xi} - a^2) = 0.$$

En faisant la seconde opération nous aurons

(28) $$(\eta^{(2)2} - \dot{\eta}^{(1)2})(\eta^{(2)}\dot{\eta}^{(1)} - a^2) = 0.$$

En changeant dans l'équation (27) $+\,i$ en $-\,i$, nous aurons

(29) $$(\dot{\eta}^{(1)2} - \xi^2)(\dot{\eta}^{(1)}\xi - a^2) = 0.$$

L'élimination de la quantité $\dot{\eta}^{(1)}$ entre les équations (28) et (29) donne les points de la seconde opération.

Nous obtenons enfin les nouveaux points par l'équation

$$(\eta^{(2)} + \xi)(\eta^{(2)}\xi - a^2)(\eta^{(2)}\xi + a^2) = 0.$$

La troisième opération donne un point nouveau

$$\eta^{(3)}\dot{\xi} + a^2 = 0.$$

La quatrième opération n'introduit plus de points nouveaux.

Il résulte de là que pour le cas d'un quadrant la fonction Ω est de la forme

$$\frac{(z - \xi)(z + \xi)(z\xi - a^2)(z\xi + a^2)}{(z^2 - \dot{\xi}^2)(z\dot{\xi} - a^2)(z\dot{\xi} + a^2)} = \frac{(z^2 - \xi^2)(z^2\xi^2 - a^4)}{(z^2 - \dot{\xi}^2)(z^2\dot{\xi}^2 - a^4)}.$$

Passons maintenant à la considération des coniques.

Il n'est pas difficile de se convaincre que parmi les coniques les seuls contours donnant des groupes finis sont les hyperboles avec un angle entre les asymptotes commensurable avec π.

En effet, désignons par φ l'angle entre les asymptotes et nous obtiendrons l'équation de l'hyperbole

$$x^2 - \operatorname{cotg}^2\varphi\, y^2 = 1.$$

En substituant les quantités complexes, nous aurons

$$(\xi + \dot{\xi})^2 + \operatorname{cotg}^2\varphi\,(\xi - \dot{\xi})^2 = 4.$$

En réduisant, nous aurons

$$\xi^2 + \dot{\xi}^2 - 2\xi\dot{\xi}\cos 2\varphi - 4\sin^2\varphi = 0.$$

L'équation de la première opération est de la forme

(30) $$\eta^{(1)2} + \dot{\xi}^2 - 2\eta^{(1)}\dot{\xi}\cos 2\varphi - 4\sin^2\varphi = 0.$$

Faisons la seconde opération

(31) $$\eta^{(2)2} + \dot{\eta}^{(1)2} - 2\eta^{(2)}\dot{\eta}^{(1)}\cos 2\varphi - 4\sin^2\varphi = 0.$$

En changeant dans (30) $+ i$ en $- i$, on aura

(32) $$\dot{\eta}^{(1)2} + \xi^2 - 2\dot{\eta}^{(1)}\xi\cos 2\varphi - 4\sin^2\varphi = 0.$$

En soustrayant (32) de (31), nous aurons

$$[\eta^{(2)} - \xi][\eta^{(2)} + \xi - 2\dot{\eta}^{(1)}\cos 2\varphi] = 0,$$

d'où

$$\dot{\eta}^{(1)} = \frac{\eta^{(2)} + \xi}{2\cos 2\varphi}.$$

En substituant cette expression dans l'équation (31), nous aurons, après les réductions nécessaires,

$$\eta^{(2)2} + \xi^2 - 2\eta^{(2)}\xi \cos 4\varphi - 4\sin^2 2\varphi\, \alpha_2^2 = 0,$$

où

$$\alpha_2 = \frac{\cos 2\varphi}{\cos \varphi}.$$

Il n'est pas difficile de vérifier l'exactitude de l'assertion suivante :

Les points nouveaux de l'opération d'ordre k sont les racines $\eta^{(k)}$ de l'équation

(33) $$\eta^{(k)2} + \zeta^2 - 2\eta^{(k)}\zeta^2 \cos 2k\varphi - 4\sin^2 k\varphi\, \alpha_k^2 = 0,$$

où

$$\alpha_k = \frac{\cos k\varphi}{\cos \varphi}.$$

ζ est égal à ξ si k est pair.

ζ est égal à $\dot{\xi}$ si k est impair.

En effet, produisons l'opération suivante d'ordre $(k + 1)$

(34) $$\eta^{(k+1)2} + \dot{\eta}^{(k)2} - 2\eta^{(k+1)}\dot{\eta}^{(k)} \cos 2\varphi - 4\sin^2 \varphi = 0.$$

En changeant dans (33) $+ i$ en $- i$, nous aurons

(35) $$\dot{\eta}^{(k)2} + \dot{\zeta}^2 - 2\dot{\eta}^{(k)}\dot{\zeta} \cos 2k\varphi - 4\sin^2 k\varphi\, \alpha_k^2 = 0$$

En éliminant entre les équations (34) et (35) la quantité $\dot{\eta}^{(k)}$, nous obtiendrons une équation du quatrième degré, dont la première partie se décompose en deux facteurs :

$$[\eta^{(k+1)2} + \dot{\zeta}^2 - 2\eta^{(k+1)}\dot{\zeta} \cos 2(k-1)\varphi - 4\sin^2(k-1)\varphi\, \alpha_{k-1}^2]$$
$$[\eta^{(k+1)2} + \dot{\zeta}^2 - 2\eta^{(k+1)}\dot{\zeta} \cos 2(k+1)\varphi - 4\sin^2(k+1)\varphi\, \alpha_{k+1}^2] = 0.$$

Le premier facteur donne les points de l'opération précédente d'ordre $k - 1$, et, par conséquent, l'opération d'ordre $k + 1$ donne les points définis par l'équation

$$\eta^{(k+1)2} + \zeta^2 - 2\eta^{(k+1)}\dot{\zeta} \cos 2(k+1)\varphi - 4\sin^2\varphi(k+1)\alpha_{k+1}^2 = 0.$$

Ce qu'il fallait démontrer.

Pour que le groupe de points défini par l'équation (33) soit fini, il est nécessaire et suffisant que le nombre φ soit commensurable avec π.

Soit, en effet, $\varphi = \lambda\pi$, où λ est une fraction rationnelle irréductible.

Nous nommerons intérieur la partie du plan où se trouve un des foyers de l'hyperbole. Cette partie est limitée par une branche de l'hyperbole et un arc du cercle infini. Nous nommerons extérieur l'autre partie du plan. Cette partie se divise en deux domaines par l'autre branche de l'hyperbole.

Si le numérateur de la fraction λ est égal à 1, la solution du problème pour la partie intérieure sera donnée par la formule générale (A).

Si le numérateur de la fraction λ est 2, la formule (A) présnetera la solution pour une moitié de la partie intérieure se trouvant d'un côté de l'axe de symétrie.

Deux droites se croisant sous un angle commensurable avec π donnent aussi un groupe fini des points.

On peut considérer ce cas comme un cas limite de celui de l'hyperbole.

Il en résulte que chaque secteur circulaire donne lieu aux groupes finis lorsque son angle est commensurable avec π. Nous avons déjà considéré le cas particulier du quadrant.

Considérons maintenant des contours aux groupes infinis.

Les hyperboles dont l'angle des asymptotes est incommensurable avec π donnent les groupes infinis limités.

Les points du groupe dans ce cas couvrent d'une manière continue l'ellipse confocale avec l'hyperbole donnée.

N'insistons plus sur ces cas.

Nous nous bornerons à étudier avec quelques détails les contours aux groupes réguliers.

Les coniques donnant les groupes réguliers sont l'ellipse, la parabole et le système de deux droites parallèles.

On peut considérer les cas de la parabole et du système de deux droites comme des cas limites de celui de l'ellipse.

Prenons l'équation de l'ellipse sous la forme

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \qquad \text{où } a > b.$$

En introduisant les quantités complexes, nous aurons

$$\xi^2 + \dot{\xi}^2 - 2\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\xi\dot{\xi} + \frac{4a^2b^2}{a^2-b^2} = 0.$$

Adoptons les notations suivantes :

$$c^2 = a^2 - b^2, \qquad a_k = \frac{(a+b)^k + (a-b)^k}{2c^{k-1}},$$

$$b_k = \frac{(a+b)^k - (a-b)^k}{2c^{k-1}}.$$

Il est évident que l'on a

$$a_k^2 - b_k^2 = c^2, \qquad a_k^2 + b_k^2 = c a_{2k},$$

en outre

$$a_k a_l + b_k b_l = a_{k+l} c, \qquad a_k b_l + b_k a_l = b_{k+l} c;$$
$$a_k a_l - b_k b_l = a_{k-l} c, \qquad (k > l),$$
$$a_k b_l - b_k a_l = b_{l-k} c, \qquad (l > k).$$

Ces relations font reconnaître que la première opération donne l'équation

$$\eta^{(1)2} + \dot{\xi}^2 - 2\frac{a_2}{c}\eta^{(1)}\dot{\xi} + b_2^2 = 0. \tag{36}$$

Si le point ξ se trouve à l'intérieur de l'ellipse, les points (36) seront situés hors d'elle.

Les points nouveaux de l'opération d'ordre k seront donnés par l'équation

$$\eta^{(k)2} + \zeta^2 - 2\frac{a_{2k}}{c}\eta^{(k)}\zeta + b_{2k}^2 = 0, \tag{37}$$

où $\zeta = \xi$ si k est pair, et $\zeta = \dot{\xi}$ au cas contraire.

En comparant les équations (36) et (37), il est aisé de voir qu'il est équivalent de faire subir à ξ l'opération de l'ordre k par rapport à l'ellipse initiale ou de lui faire subir l'opération du premier ordre par rapport à l'ellipse dont les demi-axes sont a_k et b_k.

Il en résulte que les points de l'opération d'ordre k se trouvent hors de l'ellipse

$$\frac{x^2}{a_k^2} + \frac{y^2}{b_k^2} = 1,$$

puisque ξ se trouve à son intérieur ($a_k > a$, $b_k > b$).

Nous croyons que ce groupe ne peut devenir fini.

Les nombres a_k, b_k augmentent infiniment avec le numéro k et nous voyons que le point libre de l'opération d'ordre k s'éloigne indéfiniment.

Le groupe est, par conséquent, régulier.

Tous les points du groupe sont situés par couples sur une hyperbole confocale avec l'ellipse donnée, et il n'y en a qu'un seul sur le contour.

Il s'ensuit que la solution du problème de Dirichlet peut être donnée par l'expression

$$(38)\quad \mathcal{K}\left\{\frac{1}{2\pi i}\int^{(C)}\frac{f(s)\,dz}{z-\xi}+\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{(-1)^n}{\pi i}\int^{(C)}\frac{f(s)\left[z-\frac{a_{2n}}{c}\zeta\right]dz}{z^2+\zeta^2-2\frac{a_{2n}}{c}z\zeta+b_{2n}^2}\right\},$$

où $\zeta=\xi$ pour n pair, et $\zeta=\dot{\xi}$ pour n impair.

L'expression (38) peut être représentée sous la forme suivante :

$$\mathcal{K}\left(\frac{1}{2\pi i}\int^{(C)}f(s)\,D_z\log\Omega\,dz\right),$$

où

$$\Omega=\mathcal{C}\,(z-\xi)\prod_{n=1}^{n=\infty}\left(z^2+\zeta^2-2\frac{a_{2n}}{c}z\zeta+b_{2n}^2\right)^{(-1)^n};$$

$\mathcal{C}$ étant indépendant de z.

Il reste à s'assurer que la série (38) est absolument convergente pour toutes les valeurs de ξ à l'intérieur de l'ellipse.

En effet, on peut démontrer que les points $\eta^{(k)}$ se trouvent hors de l'ellipse

$$\frac{x^2}{a_{2k-1}^2}+\frac{y^2}{b_{2k-1}^2}=1.$$

Il en résulte que

$$(39)\qquad |z-\eta_i^{(k)}|>a_{2k-1}-a,$$

et la série des modules

$$(40)\qquad \sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1}{\pi}\left|\int^{(C)}\frac{f(s)\left[z-\frac{a_{2n}}{c}\zeta\right]dz}{z^2+\zeta^2-2\frac{a_{2n}}{c}z\zeta+b_{2n}^2}\right|$$

est convergente.

En effet,

$$\left|\int^{(C)}\right|<\frac{1}{2}\int_0^S\frac{|f(s)|\,ds}{|z-\eta_1^{(n)}|}+\frac{1}{2}\int_0^S\frac{|f(s)|\,ds}{|z-\eta_2^{(n)}|},$$

où S est la circonférence de l'ellipse, et $\eta_1^{(n)}$, $\eta_2^{(n)}$ les points de l'opération d'ordre n.

D'après les inégalités (39), nous aurons

$$\int_0^S\frac{|f(s)|\,ds}{|z-\eta_i^{(n)}|}<\frac{\int_0^S|f(s)|\,ds}{a_{2n-1}-a}.$$

En prenant compte de l'inégalité $|f(s)| < \mathcal{A}$, nous obtiendrons que les membres de la série (40), en partant de $n = 2$, sont moindres que les membres de la série convergente

$$\sum_{n=2}^{n=\infty} \frac{\mathcal{A}S}{\pi} \frac{1}{a^{2n-3} - a},$$

d'où nous concluons que la série (39) est absolument convergente.

Il n'est pas difficile de voir qu'on peut sommer la série à l'aide des fonctions elliptiques; on obtient une expression assez compliquée à laquelle on peut parvenir directement par les considérations remarquables de M. Schwarz (*) sur la représentation conforme de la surface de l'ellipse sur celle d'un cercle.

Passons maintenant aux cas limites.

L'équation de la parabole peut être écrite sous la forme

$$y^2 = p^2 - 2px,$$

d'où il suit

$$(\xi - \dot{\xi})^2 + 4p^2 - 4p(\xi + \dot{\xi}) = 0.$$

Les points de la première opération s'obtiennent de l'équation

$$\eta^{(1)2} - 2\eta^{(1)}\dot{\xi} + \dot{\xi}^2 + 4p^2 - 4p\eta^{(1)} - 4p\dot{\xi} = 0. \tag{41}$$

Il est aisé de voir qu'en appliquant notre méthode nous aurons les points de l'opération d'ordre k par l'équation

$$\eta^{(k)2} - 2\eta^{(k)}[\zeta + 2k^2p] + [\zeta - 2k^2p]^2 = 0,$$

où $\zeta = \xi$ pour k pair, $\zeta = \dot{\xi}$ pour k impair.

La solution du problème s'exprime par la formule

$$\mathcal{K}\left(\frac{1}{2\pi i}\int^{(C)} f(s)\, D_z \log \Omega\, dz\right),$$

où

$$D \log \Omega = \frac{1}{z - \xi} + 2\sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{z - \xi - 2(2k)^2 p}{z^2 - 2z(\xi + 2(2k)^2 p) + (\xi - 2(2k)^2 p)^2}$$
$$- 2\sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{z - \dot{\xi} - 2(2k+1)^2 p}{z^2 - 2z(\dot{\xi} + 2(2k+1)^2 p) + (\dot{\xi} - 2(2k+1)^2 p)^2}.$$

(*) SCHWARZ, *Rappresentazione di un' ellisse sopra un circolo (Annali di Mathematica pura ed applicata)*, série II, section III.

En sommant, nous obtiendrons

$$D \log \Omega = \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2\sqrt{2p}}\sqrt{z}\right)\cos^2\left(\frac{\pi}{2\sqrt{2p}}\sqrt{\xi}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2\sqrt{2p}}(\sqrt{z}+\sqrt{\xi})\right)\sin\left(\frac{\pi}{2\sqrt{2p}}(\sqrt{z}-\sqrt{\xi})\right)}$$

$$- \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2\sqrt{2p}}\sqrt{z}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2\sqrt{2p}}(\sqrt{z}+\sqrt{\xi})\right)\cos\left(\frac{\pi}{2\sqrt{2p}}(\sqrt{z}-\sqrt{\xi})\right)}.$$

Cette solution s'applique à la partie du plan où se trouve le foyer.

Pour achever la considération des coniques nous prendrons le cas de deux droites parallèles comme cas limite de celui de l'ellipse.

Augmentons le demi-axe a de l'ellipse en ne changeant pas la grandeur de petit demi-axe $\mathfrak{B}$.

Nous aurons $\qquad \lim \frac{a_k}{c} = 1, \quad \lim b_k = kb.$

Les formules de l'ellipse donnent

$$\Omega = \mathfrak{C}\,(z-\xi)\cdot\prod_{n=1}^{n=\infty}[(z-\zeta)^2 + (2nb)^2]^{(-1)^n},$$

en donnant à $\mathfrak{C}$ la forme convenable, nous obtiendrons

$$\Omega = \frac{(z-\xi)\frac{\pi}{4bi}\prod_{m=1}^{m=\infty}\left\{1-\frac{\left[\frac{\pi}{4bi}(z-\xi)\right]^2}{m^2\pi^2}\right\}}{\prod_{m=0}^{m=\infty}\left\{1-\frac{4\left[\frac{\pi}{4bi}(z-\xi)\right]^2}{(2m+1)^2\pi^2}\right\}} = \frac{\sin\frac{\pi}{4bi}(z-\xi)}{\cos\frac{\pi}{4bi}(z-\xi)},$$

une expression bien connue.

Comme exemple des contours d'ordre supérieur, considérons le cas d'un rectangle.

Le contour est donc défini par quatre droites

$$x = 0, \quad y = 0, \quad x = \frac{\omega}{4}, \quad y = \frac{\omega'}{2},$$

d'où nous obtenons l'équation de leur ensemble

$$xy\left(x-\frac{\omega}{4}\right)\left(y-\frac{\omega'}{2}\right) = 0.$$

En substituant des quantités complexes, nous aurons

$$(\xi + \dot{\xi})(\xi - \dot{\xi})\left(\xi + \dot{\xi} - \frac{\omega}{2}\right)(\xi - \dot{\xi} - \omega' i) = 0.$$

L'équation de la première opération sera

$$(42) \qquad (\eta^{(1)} + \dot{\xi})(\eta^{(1)} - \dot{\xi})\left(\eta^{(1)} + \dot{\xi} - \frac{\omega}{2}\right)(\eta^{(1)} - \dot{\xi} - \omega' i) = 0.$$

Nous obtenons quatre points

$$\dot{\xi}, \quad -\dot{\xi}, \quad -\dot{\xi} + \frac{\omega}{2}, \quad \dot{\xi} + \omega' i.$$

Ces quatre points sont les images réfléchies *(Spiegelungen)* du point ξ par rapport aux quatre droites données.

Faisons la seconde opération

$$(43) \quad (\eta^{(2)} + \dot{\eta}^{(1)})(\eta^{(2)} - \dot{\eta}^{(1)})\left(\eta^{(2)} + \dot{\eta}^{(1)} - \frac{\omega}{2}\right)(\eta^{(2)} - \dot{\eta}^{(1)} - \omega' i) = 0.$$

En changeant dans l'équation (42) $+ i$ en $- i$, nous aurons

$$(44) \quad (\dot{\eta}^{(1)} + \xi)(\dot{\eta}^{(1)} - \xi)\left(\dot{\eta}^{(1)} + \xi - \frac{\omega}{2}\right)(\dot{\eta}^{(1)} - \xi + \omega' i) = 0.$$

L'élimination de $\dot{\eta}^{(1)}$ entre les équations (43), (44) donne l'équation réduite

$$(\eta^{(2)} - \xi)(\eta^{(2)} + \xi)\left(\eta^{(2)} - \xi - \frac{\omega}{2}\right)\left(\eta^{(2)} + \xi - \frac{\omega}{2}\right)\left(\eta^{(2)} - \xi + \frac{\omega}{2}\right)$$
$$(\eta^{(2)} + \xi - \omega' i)(\eta^{(2)} - \xi - \omega' i)(\eta^{(2)} - \xi + \omega' i)$$
$$\left(\eta^{(2)} + \xi - \frac{\omega}{2} - \omega' i\right) = 0.$$

D'où il résulte les huit points nouveaux de la seconde opération

$$-\xi, \quad \xi + \frac{\omega}{2}, \quad -\xi + \frac{\omega}{2}, \quad \xi - \frac{\omega}{2}, \quad \xi - \omega' i,$$
$$\xi + \omega' i, \quad \xi - \omega' i, \quad -\xi + \frac{\omega}{2} + \omega' i.$$

En continuant plus loin les opérations successives, nous parvenons à la conclusion suivante :

Les points donnés par toutes les opérations d'ordre impair jusqu'à l'opération d'ordre $2k + 1$ inclusivement se définissent par des racines de l'équation

$$\prod_{l,m}\left(\eta - \dot{\xi} - l\frac{\omega}{2} - m\omega' i\right)\prod_{\lambda,\mu}\left(\eta + \dot{\xi} - \lambda\frac{\omega}{2} - \mu\omega' i\right) = 0,$$

où

$$|l| + |m| \leqq k + 1, \quad |\lambda| + |\mu| \leqq k + 1,$$

l'égalité ayant lieu seulement aux conditions

$$m > 0, \quad \lambda > 0.$$

Les opérations d'ordre pair jusqu'à celle d'ordre déterminé par l'équation

$$\prod_{l,m}\left(\eta - \xi - l\frac{\omega}{2} - m\omega' i\right)\prod_{\lambda,\mu}\left(\eta + \xi - \lambda\frac{\omega}{2} - \mu\omega i'\right) = 0,$$

où
$$|l| + |m| \leqq k, \quad |\lambda| + |\mu| \leqq k,$$

l'égalité ayant lieu aux conditions

$$\lambda \leqq 0, \quad \mu \leqq 0.$$

Or, on obtient

$$\mathrm{D}\log\Omega = \lambda(z)\,\mu(z)\,\nu(z)\left[\frac{1}{\lambda^2(z) - \lambda^2(\xi)} - \frac{1}{\lambda^2(z) - \lambda^2(\xi)}\right],$$

où $\lambda(z)$, $\mu(z)$, $\nu(z)$ sont les fonctions elliptiques d'après la notation de Briot et Bouquet.

M. A. FABRE

à Paris.

MÉMOIRE SUR L'INTÉGRATION DES ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES D'ORDRE n, A DEUX VARIABLES x_1, x_2 ET UNE FONCTION X

— *Séance du 6 août 1895* —

NOTATION. — $X_{(\alpha_1)(\alpha_2)}$ désignera la dérivée de la fonction X, prise α_1 fois par rapport à x_1, α_2 fois par rapport à x_2 [H 9 f].

§ I

Soit (A)

(A) $U(X_{(n)(0)}, X_{(n-1)1}, X_{(n-2)2}, \ldots, X_{(\alpha_1)(\alpha_2)}, \ldots, X_{(2)(n-2)}, X_{(1)(n-1)}, X_{(0)(n)}) = 0$,

une équation aux dérivées d'ordre n, à deux variables x_1, x_2 et une

fonction X; entre parenthèses se trouvent figurées seulement les dérivées de cet ordre.

En posant

$$\begin{aligned} \mathrm{DU} &= \mathrm{D}_1'\mathrm{U} + \mathrm{D}_2\mathrm{U}, \\ \mathrm{D}_2\mathrm{U} &= \Sigma b_{(\alpha_1)(\alpha_2)}\, \mathrm{DX}_{(\alpha_1)(\alpha_2)}, \end{aligned}$$

et dérivant successivement l'équation (A) par rapport à x_1, x_2, on a les suivantes (1), (2) :

$$\Sigma b_{(\alpha_1)(\alpha_2)}\, \mathrm{X}_{(\alpha_1+1)(\alpha_2)} + \mathrm{A}_1 = 0, \tag{1}$$

$$\Sigma b_{(\alpha_1)(\alpha_2)}\, \mathrm{X}_{(\alpha_1)(\alpha_2+1)} + \mathrm{A}_2 = 0, \tag{2}$$

avec les relations

$$\begin{aligned} \mathrm{D}_2\mathrm{U} &= dx_1\, \Sigma b_{(\alpha_1)(\alpha_2)}\, \mathrm{X}_{(\alpha_1+1_1)(\alpha_2)} + dx_2\, \Sigma b_{(\alpha_1)(\alpha_2)}\, \mathrm{X}_{(\alpha_1)(\alpha_2+1)}, \\ \mathrm{D}_1\mathrm{U} &= \mathrm{A}_1 dx_1 + \mathrm{A}_2 dx_2. \end{aligned}$$

$$(3)\quad \left\{ \begin{array}{llll} \mathrm{X}_{(n+1)(0)}\, dx_1 & + \mathrm{X}_{\overline{(n)(1)}}\, dx_2 & - \mathrm{DX}_{(n)(0)} & = 0, \\ \mathrm{X}_{(n)(1)}\, dx_1 & + \mathrm{X}_{(n-1)2}\, dx_2 & - \mathrm{DX}_{(n-1)1} & = 0, \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ \mathrm{X}_{(\alpha_1+2)(\alpha_1-1)}\, dx_1 & + \mathrm{X}_{(\alpha_1+1)\alpha_2}\, dx_2 & - \mathrm{DX}_{(\alpha_1+1)(\alpha_2-1)} & = 0, \\ \mathrm{X}_{(\alpha_1+1)(\alpha_2)}\, dx_1 & + \mathrm{X}_{\alpha_1(\alpha_2+1)}\, dx_2 & - \mathrm{DX}_{(\alpha_1)(\alpha_2)} & = 0, \\ \mathrm{X}_{(\alpha_1)(\alpha_2+1)}\, dx_1 & + \mathrm{X}_{(\alpha-1)(\alpha_2+2)}\, dx_2 & - \mathrm{DX}_{(\alpha_1-1)(\alpha_2+1)} & = 0, \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ \mathrm{X}_{(1)(n)}\, dx_1 & + \mathrm{X}_{(0)(n+1)}\, dx_2 & - \mathrm{DX}_{0(n)} & = 0. \end{array} \right.$$

Les équations (1), (2), (3) permettent d'obtenir l'équation

$$\mathrm{DU} = 0, \tag{4}$$

à l'aide de la combinaison

$$(1)\, dx_1 + (2)\, dx_2 - \Sigma b_{(\alpha_1)(\alpha_2)} [\mathrm{X}_{(\alpha_1+1)(\alpha_2)}\, dx_1 + \mathrm{X}_{\alpha_1(\alpha_2+1)}\, dx_2 - \mathrm{DX}_{(\alpha_1)(\alpha_2)}] = 0;$$

par conséquent, intégrer l'équation (A), c'est déterminer les fonctions X de x_1, x_2, satisfaisant au système d'équations (1), (2), (3) ou à tout autre système équivalent.

L'objet de ce mémoire est la recherche des relations entre les fonctions, les variables de l'équation (A) et leurs différentielles, déterminant un système équivalent au système (1), (2), (3).

Or, l'équation (1) contient $(n+1)$ dérivées d'ordre $(n+1)$; associée aux n premières équations du système (3), elle donnera lieu à un système de $(n+1)$ équations, entre lesquelles on pourra éliminer n dérivées d'ordre $(n+1)$. Soit $\mathrm{X}_{(\alpha_1+1)(\alpha_2)}$ la dérivée non éliminée; il en résultera l'équation (5)

(5) $$\Delta^{(1)} = 0.$$

$$\Delta^{(1)} = \begin{vmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{(n)(0)} & b_{(n-1)1} & b_{(n-2)(2)} & & b_{(\alpha_1+1)(\alpha_2-1)} & b_{(\alpha_2-1)(\alpha_1+1)} & & & b_{(0)(n)} & A_1 + b_{(\alpha_1)(\alpha_2)} X_{(\alpha_1+1)\alpha_2} & \\ dx_1 & dx_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & - dX_{(n)(0)} & \\ 0 & dx_1 & dx_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & - dX_{(n-1)(1)} & \\ 0 & 0 & dx_1 & dx_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & - dX_{(n-2)(2)} & \\ \cdot & & \cdot & & & & & & & \cdot & \\ \cdot & & & \cdot & & & & & & \cdot & \\ \cdot & & & & \cdot & & & & & \cdot & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & dx_1 - 0 & & & 0 & - dX_{(\alpha_1+1)(\alpha_1-1)} & + dx_2 X_{(\alpha_1+1)(\alpha_2)} \\ & & & & & \mid R_1 \mid & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 - dx_2 & & & 0 & - dX_{(\alpha_1)(\alpha_2)} & + dx_1 X_{(\alpha_1+1)(\alpha_2)} \\ \cdot & & & & & & \cdot & & & & \\ \cdot & & & & & & & \cdot & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & dx_1 \; dx_2 & 0 & - dX_{(2)(n-2)} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & dx_1 \; dx_2 & - dX_{(1)(n-1)} & \end{vmatrix}$$

Le déterminant $\Delta^{(1)}$ peut se mettre sous la forme

$$\Delta^{(1)} = \Delta_{(1)} + \Delta_{(3)} X_{(\alpha_1+1)\alpha_2}.$$

L'équation (2), associée aux $n - 1$ dernières équations (3), donne lieu à l'équation (6)

(6) $$\Delta^{(2)} = 0.$$

$$\Delta^{(2)} = \left| \begin{array}{cccccccccc}
b_{(n)(0)} & b_{(n-1)1} & b_{(n-2)(2)} & \ldots & b_{(\alpha_1+1)(\alpha_2-1)} & b_{(\alpha_1-1)(\alpha_2+1)} & \ldots & & b_{(0)(n)} \ldots & A_{(2)} + b_{(\alpha_1)(\alpha_2)} X_{(\alpha_1)(\alpha_2+1)} \\
dx_1 & dx_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & 0 & -dX_{(n-1)1} \\
0 & dx_1 & dx_2 & 0 & 0 & 0 & & & 0 & -dX_{(n-2)(2)} \\
0 & 0 & dx_1 & dx_2 & 0 & 0 & & & 0 & -dX_{(n-3)(2)} \\
\cdot & & \cdot & & & & & & & \cdot \\
\cdot & & & \cdot & & & & & & \cdot \\
\cdot & & & & \cdot & & & & & \cdot \\
0 & 0 & 0 & 0 & dx_1 - 0 & & & & 0 & -dX_{(\alpha_1)(\alpha_2)} + dx_2 X_{(\alpha_1)(\alpha_2+1)} \\
& & & & | \; R_2 \; | & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 - dx_2 & & & & 0 & -dX_{(\alpha_1-1)(\alpha_2+1)} + dx_1 X_{(\alpha_1)(\alpha_2+1)} \\
\cdot & & & & & \cdot & & & & \cdot \\
\cdot & & & & & & \cdot & & & \cdot \\
\cdot & & & & & & & \cdot & & \cdot \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & dx_1 & dx_2 & 0 & -dX_{(1)(n-1)} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & dx_1 & dx_2 & -dX_{(0)(n)}
\end{array} \right|$$

Le déterminant $\Delta^{(2)}$ peut se mettre sous la forme

$$\Delta^{(2)} = \Delta_{(2)} + \Delta_{(3)} X_{(\alpha_1)(\alpha_2+1)}.$$

Le déterminant mineur Δ_3, coefficient des dérivées $X_{(\alpha_1+1)\alpha_2}$, $X_{\alpha_1(\alpha_2+1)}$, est le même dans les deux déterminants $\Delta^{(1)}$, $\Delta^{(2)}$.

En effet, les deux figures, formées par l'ensemble des $(n+1)$ premières colonnes, seront les mêmes si la position relative des rectan-

gles R_1, R_2 est la même; or, ils correspondent aux mêmes colonnes; il suffira donc que l'élément dx_1 appartienne aux mêmes rangées; d'ailleurs, les indices des différentielles de la dernière colonne nous montrent qu'ils sont l'un et l'autre situés dans la rangée de rang $(n - \alpha_1)$. Donc, les deux mineurs Δ_2 sont les mêmes.

On peut donc combiner additivement les déterminants $\Delta^{(1)}$, $\Delta^{(2)}$.

La combinaison $\quad \Delta^{(1)} dx_1 + \Delta^{(2)} dx_2$

donne lieu au déterminant $\Delta^{(3)}$.

$$\Delta^{(3)} = \begin{vmatrix} b_{(n)0} & b_{(n-1)1} & b_{(n-2)2} & \dots & b_{(\alpha_1+1)(\alpha_2-1)} & b_{(\alpha_1-1)(\alpha_2+1)} & \dots & b_{(1)(n-1)} & b_{(0)(n)} & A_1 dx_1 + A_2 dx_2 + b_{(\alpha_1)(\alpha_2)} dX_{(\alpha_1)(\alpha_2)} \\ dx_1 & dx_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & -dx_1 dX_{(n)(0)} \quad -dx_2 dX_{(n-1)(1)} \\ 0 & dx_1 & dx_2 & 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & -dx_1 dX_{(n-1)1} \quad -dx_2 dX_{(n-2)(2)} \\ 0 & 0 & dx_1 & dx_2 & 0 & 0 & & 0 & 0 & -dx_1 dX_{(n-1)2} \quad -dx_2 dX_{(n-3)(3)} \\ \cdot & & & & & & & & & \\ \cdot & & & & & & & & & \\ \cdot & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & dx_1 & 0 & & 0 & 0 & -dx_1 dX_{(\alpha_1+1)(\alpha_2-1)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & dx_2 & & 0 & 0 & -dx_2 dX_{(\alpha_1-1)(\alpha_2+1)} \\ \cdot & & & & & \ddots & \ddots & & & \\ \cdot & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & dx_1 & dx_2 & -dx_1 dX_{(1)(n-1)} - dx_{(2)} dX_{(0)(n)} \end{vmatrix}$$

Nous allons démontrer la relation

(7) $$\Delta^{(3)} = dx_1^{n-1}\, dx_2\, \mathrm{DU} = \Delta^{(1)}\, dx_1 + \Delta^{(2)}\, dx_2.$$

Pour cela, multiplions les $(n+1)$ premières colonnes successivement par

$$dX_{(n)(0)},\ dX_{(n-1)(1)},\ dX_{(n-2)(2)},\ \ldots,\ dX_{(\alpha_1+1)(\alpha_2-1)},\ dX_{(\alpha_1-1)(\alpha_2+1)},\ \ldots,\ dX_{(1)(n-1)},\ dX_{(0)(n)}.$$

On obtient, après avoir ajouté leur somme à la dernière colonne, un déterminant qui diffère du précédent par la dernière colonne.

A l'égard de cette colonne, on voit aisément que les termes qui suivent le premier sont nuls, que celui-ci se réduit à DU, et que le mineur correspondant est $dx^{n-1}\, dx_1$; d'où la relation (1).

§ II

Les relations établies dans le paragraphe précédent nous prouvent d'abord qu'on a les équations

$$\Delta^{(1)} = \Delta_1 + \Delta_3\, X_{(\alpha_1+1)\,\alpha_2} = 0,$$
$$\Delta^{(2)} = \Delta_2 + \Delta_3\, X_{\alpha_1(\alpha_2+1)} = 0;$$

en second lieu, qu'en vertu de la relation (7), ces équations donnent lieu à l'équation (8)

(8) $$\Delta_1\, dx_1 + \Delta_2\, dx_2 + \Delta_3\, dX_{(\alpha_1)(\alpha_2)} = dx_1^{n-1}\, dx_2\, \mathrm{DU} = 0,$$

et par conséquent aussi à l'équation (9)

(9) $$\Delta_1\, \delta x_1 + \Delta_2\, \delta x_2 + \Delta_3\, \delta X_{(\alpha_1)(\alpha_2)} = \delta x_1^{n-1}\, \delta x_2\, \delta \mathrm{U} = 0.$$

Les deux dernières équations (8), (9) montrent que les solutions de l'équation (A) doivent satisfaire aux équations (B)

(B) $$\Delta_1 = 0, \qquad \Delta_2 = 0, \qquad \Delta_3 = 0.$$

Cette dernière conséquence suppose que le nombre de paramètres de la fonction X, qui subsistent dans les variables x_1, x_2 et la dérivée $X_{(\alpha_1)(\alpha_2)}$ est de trois au moins : il en est toujours ainsi lorsque X renferme une fonction arbitraire des deux variables x_1, x_2.

Lorsque la dérivée $X_{(\alpha_1)(\alpha_2)}$ est indépendante des paramètres de la fonction X, sa variation est nulle et au lieu du système (B) on aura le système (C), les hypothèses $\delta x_1 = 0$, $\delta x_2 = 0$ écartées.

(C) $$\Delta_1 = 0, \qquad \Delta_2 = 0, \qquad \delta X_{(\alpha_1)(\alpha_2)} = 0.$$

Les déterminants Δ_1, Δ_2 s'obtiennent en supprimant la seconde fraction de la dernière colonne des déterminants $\Delta^{(1)}$, $\Delta^{(2)}$.

Le déterminant Δ_3 au signe près est le suivant :

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{(n)(0)} & b_{(n-1)(1)} & b_{(n-2)2} & b_{(n-3)3} & & b_{3(3-3)} & b_{2(n-2)} & b_{1(n-1)} & b_{(0)(n)} \\ dx_1 & dx_2 & 0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & dx_1 & dx_2 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx_1 & dx_2 & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & \ddots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & dx_1 & dx_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 & dx_1 & dx_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & dx_1 & dx_2 \end{vmatrix}$$

La méthode qui a été suivie revient à substituer au système d'équations (1), (2), (3) un système équivalent (5), (6), (3). On peut par l'élimination successive des $(n + 1)$ dérivées d'ordre $(n + 1)$ contenues dans l'équation (1), obtenir $n + 1$ systèmes tels que le système (3), (6); mais quel que soit le choix des dérivées éliminées, tous ces systèmes seront équivalents. En est-il de même pour les systèmes tels que (B)?

Le théorème suivant nous permettra de l'établir.

Théorème. — Un système de $(n + 1)$ équations linéaires de la forme suivante étant donné :

(1) $$a_0 x_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots, + a_{(n)} x_{(n)} = 0,$$

(2) $$\begin{cases} b_0 x_0 + b_1 x_1 - c_0 x_n = 0, \\ b_1 x_1 + b_2 x_2 - c_1 x_n = 0, \\ b_2 x_2 + b_3 x_3 - c_2 x_n = 0, \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\ b_\nu x_\nu + b_{(\nu+1)} x_{(\nu+1)} - c_n x_\nu = 0, \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\ b_{(n-1)1} + b_{(n)0} - c_{(n)} x_n = 0, \end{cases}$$

on a pour les valeurs des variables les quantités proportionnelles $x_0 \equiv \Delta_0$, $x_1 \equiv \Delta_1$, $x_2 \equiv \Delta_2$, ..., $x_n \equiv \Delta_n$; si le déterminant Δ_n et l'un des autres Δ_ν sont nuls, les autres le sont aussi.

Car les équations (2) nous montrent que si les variables x_n, x_ν sont nulles, en même temps les autres le sont aussi.

Or, le système composé de l'équation (1) et des n premières équations du système (3) rendues homogènes est un système semblable au précédent, dans lequel les déterminants Δ_3, Δ_1 jouent le rôle des déterminants Δ_n, Δ_ν. Donc des équations $\Delta_1 = 0$, $\Delta_3 = 0$ on peut déduire celles qui sont analogues à la première $\Delta_1 = 0$; pareillement des équations $\Delta_2 = 0$, $\Delta_3 = 0$ on peut déduire celles qui sont analogues à la première $\Delta_2 = 0$. Par conséquent, les systèmes (B) sont tous équivalents.

On peut conclure de ce qui précède que lorsque l'équation (A) admettra une solution renfermant une fonction arbitraire des variables x_1, x_2, cette solution conviendra au système (B), et aussi que toute solution du système (B) conviendra à l'équation (A).

Donc, dans cette hypothèse, le système des équations (B) est équivalent à l'équation (A).

Cette hypothèse, d'après ce qui a été dit plus haut, est restrictive, et les équations (B) suffiront à déterminer les solutions de l'équation (A) pour toutes les fonctions renfermant un nombre suffisant de paramètres.

§ III

Applications. — Les formules $\Delta_1 = 0$, $\Delta_2 = 0$ se présentent sous la forme la plus simple lorsque les dérivées partielles d'ordre $(n + 1)$, non éliminées, des équations (1), (2) sont la dérivée moyenne, ou bien les deux dérivées consécutives symétriques l'une par rapport à l'autre.

ÉQUATIONS DU SECOND ORDRE

Pour les équations du deuxième ordre on a les formules :

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{22} & A_1 \\ dx_1 & 0 & -dX_{11} \\ 0 & dx_2 & -dX_{12} \end{vmatrix} = 0, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} b_{22} & b_{11} & A_1 \\ dx_2 & 0 & -dX_{22} \\ 0 & dx_1 & -dX_{12} \end{vmatrix} = 0, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{22} \\ dx_1 & dx_2 & 0 \\ 0 & dx_1 & dx_2 \end{vmatrix} = 0.$$

D'où les formules (1), (2), (3) pour l'équation (A).

$$\text{(A)} \qquad U(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0,$$

$$\left.\begin{array}{ll} (1) & U'_r\, dy^2 - U'_s\, dx\, dy + U'_t\, d^2x = 0 \\ (2) & U'_r\, dr\, dy + U'_t\, ds\, dx + A_1\, dx\, dy = 0 \\ (4) & U'_t\, dt\, dx + U'_r\, ds\, dy + A_2\, dx\, dy = 0 \\ & U'_x + pU'_z + rU'_p + sU'_q = A_1 \\ & U'_y + qU'_z + sU'_p + tU'_q = A_2 \end{array}\right| \text{ système (B).}$$

Lorsque $A_1\,dx + A_2\,dy$ est une différentielle exacte dV, la combinaison

$$(2)\,dx + (3)\,dy = 0$$

donne lieu à l'équation

$$(4) \qquad U'_r\,d_2p\,dy + U'_t\,d_2q\,dx + dv\,dx\,dy = 0.$$

Le système (C) se compose des équations suivantes :

$$\left.\begin{array}{ll}(1) & ds = 0 \\ (2) & U'_r + A_1 dx = 0 \\ (3) & U'_t + A_2 dy = 0\end{array}\right|$$

ÉQUATIONS DU TROISIÈME ORDRE

Pour les équations du troisième ordre, on a les formules :

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} b_{111} & b_{112} & b_{222} & A_1 \\ dx_1 & dx_2 & 0 & -dX_{111} \\ 0 & dx_1 & 0 & -dX_{112} \\ 0 & 0 & dx_2 & -dX_{122} \end{vmatrix} = 0, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} b_{222} & b_{122} & b_{111} & A_2 \\ dx_2 & dx_1 & 0 & -dX_{222} \\ 0 & dx_2 & 0 & -dX_{122} \\ 0 & 0 & dx_1 & -dX_{112} \end{vmatrix} =$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} b_{111} & b_{112} & b_{122} & b_{222} \\ dx_1 & dx_2 & 0 & 0 \\ 0 & dx_1 & dx_2 & 0 \\ 0 & 0 & dx_1 & dx_2 \end{vmatrix} = 0.$$

D'où les trois formules (1), (2), (3), pour l'équation (A).

$$\left.\begin{array}{ll}
(A) & U(x_1, x_2, X, X_1, X_2, X_{11}, X_{12}, X_{22}, X_{111}, X_{112}, X_{122}, X_{222}) = 0 \\
(1) & b_{111}\,dx_1\,dx_2\,dX_{111} + (b_{112}\,dx_1\,dx_2 - b_{111}\,d^2x_2)\,dX_{112} \\
 & \qquad + b_{222}\,d^2x_1\,dX_{122} + A_1\,d^2x_1\,dx_2 = 0 \\
(2) & b_{222}\,dx_1\,dx_2\,dX_{222} + (b_{122}\,dx_1\,dx_2 - b_{222}\,d^2x_1)\,dX_{122} \\
 & \qquad + b_{111}\,d^2x_2\,dX_{112} + A_2\,dx_1\,d^2x_2 = 0 \\
(3) & b_{111}\,d^3x_2 - b_{112}\,dx_1\,d^2x_2 + b_{122}\,d^2x_1\,dx_2 - b_{222}\,d^3x_1 = 0
\end{array}\right| \text{ système (B).}$$

En posant

$$DU = a_1\,dx_1 + a_2\,dx_2 + a\,dX + b_1\,dX_1 + b_2\,dX_2 + b_{11}\,dX_{11} + b_{12}\,dX_{12} + b_{22}\,dX_{22} + b_{111}\,dX_{111} + b_{112}\,dX_{112} + b_{122}\,dX_{122} + b_{222}\,dX_{222},$$

on a

$$a_1 + aX_1 + b_1X_{11} + b_2X_{12} + b_{11}X_{111} + b_{12}X_{112} + b_{22}X_{122} = A_1,$$
$$a_2 + aX_2 + b_1X_{12} + b_2X_{22} + b_{11}X_{112} + b_{12}X_{122} + b_{22}X_{222} = A_2.$$

Le système (C) s'obtient en substituant à l'équation (3) l'équation

$$X_{1112} = 0.$$

M. G. BRUNEL

Professeur à la Faculté des sciences de Bordeaux.

SUR LES SYSTÈMES DE TRIADES FORMÉES AVEC 6n+1 ÉLÉMENTS [J 1 a]

— Séance du 6 août 1895 —

Kirkman a montré le premier, dans le *Cambridge and Dublin Mathematical Journal*, tome II, 1847, que l'on pouvait arranger l'ensemble des duades formées avec $6n + 1$ ou $6n + 3$ éléments en triades telles que chacune des duades apparaisse une fois et une fois seulement. Les systèmes de triades relatifs à $6n + 1$ et $6n + 3$ éléments se déduisent des systèmes relatifs à un nombre moindre d'éléments.

C'est le même procédé que Reiss a retrouvé d'une façon indépendante en résolvant dans le *Journal de Crelle*, tome LVI, 1859, la première partie d'une question posée par Steiner dans le même journal.

Netto, dans sa *Substitutionen Theorie* et dans les *Mathematische Annalen*, tome XLII, 1893, avait repris la même question sans connaître les travaux de Kirkman et de Reiss, et il n'était arrivé à donner que des procédés particuliers de déduction dont l'application successive ne comprend pas tous les cas possibles.

Les procédés de Netto avaient été étendus au cas général où le nombre d'éléments a l'une quelconque des valeurs de la forme $6n + 1$ ou $6n + 3$, par Hastings Moore, dans le tome XLIII des *Mathematische Annalen*.

Nous nous proposons ici d'examiner en particulier le cas de $6n + 1$ éléments pour les premières valeurs du nombre n et de montrer qu'une proposition trouvée par Netto pour les nombres premiers de cette forme s'applique également si le nombre des éléments n'est pas premier.

Le nombre total des duades que l'on peut former avec $6n + 1$ éléments est égal à

$$\frac{(6n + 1)\,6n}{2},$$

et comme une triade contient trois duades, le nombre des triades qui figurent dans un système complet de triades est égal à

$$\frac{(6n+1)\,6n}{2.3} = n\,(6n+1).$$

Netto a montré que si le nombre $6n + 1$ est premier, on peut distribuer ces triades en n cycles de $6n + 1$ triades, les triades d'un cycle se déduisant de l'une des triades du cycle en ajoutant à chacun des trois éléments qui la constituent successivement les nombres 0, 1, 2, ..., $6n$. On suppose que les $6n + 1$ éléments sont représentés par les chiffres 0, 1, 2, ..., $6n$.

Ainsi, par exemple, pour $n = 1$ et $6n + 1 = 7$, on a le système

0	1	3
1	2	4
2	3	5
3	4	6
4	5	0
5	6	1
6	0	2

un ensemble de sept triades qui épuise toutes les duades.

Il est facile de voir pourquoi, dans le système précédent, aucune duade ne se trouve répétée; nous aurons recours à une représentation géométrique des éléments, des duades et des triades. Représentons les divers éléments par des points situés aux sommets d'un polygone régulier, d'un heptagone dans le cas présent, les sommets consécutifs étant numérotés 0, 1, 2, ..., 6. Une duade ab sera représentée par une ligne, par une droite par exemple, qui joint les sommets a et b. Une triade sera représentée par un triangle dont les côtés correspondent aux duades qui constituent la triade. Dans ces conditions le procédé arithmétique qui permet de déduire les triades les unes des autres s'énonce géométriquement de la façon la plus simple. La triade 1 2 4 résulte de la triade 0 1 3 par une rotation de $\frac{2\pi}{7}$ autour du centre de la circonférence; de même pour les autres triades. La longueur d'un côté, pouvant être comptée soit dans un sens, soit dans l'autre, a deux déterminations si l'on prend pour valeurs des nombres positifs et inférieurs à 6. Ainsi, pour le triangle 0 1 3, le côté 0 1 a pour longueur 1 ou 6, le côté 1 3 a pour longueur 2 ou 5 et le côté 3 0 a pour longueur 4 ou 3. Les diverses longueurs relatives aux côtés du triangle sont distinctes et fournissent tous les nombres de 1 à 6. On conclut évidemment de là que dans les diverses

positions que prendra le triangle par des rotations successives de $\frac{2\pi}{7}$, il arrivera nécessairement que le sommet 0 sera relié à tous les autres sommets, et la même chose a lieu naturellement pour tous les sommets; en d'autres termes, le système de triades contient toutes les duades.

Soit maintenant $n = 2$ et $6n + 1 = 13$ et considérons les deux triades

$$0\ 1\ 4 \qquad 0\ 2\ 7;$$

relativement à chacune d'elles nous formons les longueurs des côtés du triangle représentatif et nous écrivons les longueurs de l'un des côtés au-dessous du chiffre qui fournit le sommet opposé; on a le tableau

0	1	4	0	2	7
3	4	1	5	7	2
10	9	12	8	6	11

Les divers nombres de 1 à 12 figurant dans les deux dernières lignes du tableau, nous en concluons immédiatement que chacune des triades 0 1 4 et 0 2 7 peut servir à former un cycle de 13 triades et que l'ensemble des deux cycles forme un système complet de triades pour un nombre d'éléments égal à 13. Le système est le suivant :

0	1	4	0	2	7
1	2	5	1	3	8
2	3	6	2	4	9
3	4	7	3	5	10
4	5	8	4	6	11
5	6	9	5	7	12
6	7	10	6	8	0
7	8	11	7	9	1
8	9	12	8	10	2
9	10	0	9	11	3
10	11	1	10	12	4
11	12	2	11	0	5
12	0	3	12	1	6

Soit maintenant $n = 3$ et $6n + 1 = 19$; le tableau

0	1	5	0	2	8	0	3	10
4	5	1	6	8	2	7	10	3
15	14	18	13	11	17	12	9	16

présente dans ses deux dernières lignes tous les nombres de 1 à 18 et nous en concluons que les trois triades qui figurent dans la première ligne permettent de former des cycles de 19 triades, l'ensemble des trois cycles constituant un système complet de triades pour un nombre d'éléments égal à 19.

Il serait facile de prolonger les exemples en donnant chaque fois les vérifications; nous nous contenterons de donner les résultats.

Nous désignerons toujours par ν l'un quelconque des nombres 0, 1, 2, ... $6n$; nous ferons aussi remarquer que dans les tableaux suivants on suppose toujours les nombres inférieurs à $6n + 1$; si l'on obtient dans le calcul un nombre supérieur, on prend son résidu relativement au module $6n + 1$.

On peut écrire comme il suit les systèmes de triades de $6n + 1$ éléments mis sous forme de n cycles de $6n + 1$ triades :

$n = 1,$	$6n + 1 = 7;$	ν	$\nu + 1$	$\nu + 3;$
$n = 2,$	$6n + 1 = 13;$	ν	$\nu + 1$	$\nu + 4;$
		ν	$\nu + 2$	$\nu + 7.$
$n = 3,$	$6n + 1 = 19;$	ν	$\nu + 1$	$\nu + 5;$
		ν	$\nu + 2$	$\nu + 8;$
		ν	$\nu + 3$	$\nu + 10.$
$n = 4,$	$6n + 1 = 25;$	ν	$\nu + 1$	$\nu + 6;$
		ν	$\nu + 2$	$\nu + 10;$
		ν	$\nu + 3$	$\nu + 12;$
		ν	$\nu + 4$	$\nu + 11.$
$n = 5,$	$6n + 1 = 31;$	ν	$\nu + 1$	$\nu + 7;$
		ν	$\nu + 2$	$\nu + 10;$
		ν	$\nu + 3$	$\nu + 12;$
		ν	$\nu + 4$	$\nu + 17;$
		ν	$\nu + 5$	$\nu + 16.$
$n = 6,$	$6n + 1 = 37;$	ν	$\nu + 1$	$\nu + 8;$
		ν	$\nu + 2$	$\nu + 12;$
		ν	$\nu + 3$	$\nu + 14;$
		ν	$\nu + 4$	$\nu + 20;$
		ν	$\nu + 5$	$\nu + 24;$
		ν	$\nu + 6$	$\nu + 28.$

$n = 7$,	$6n + 1 = 43$;	ν	$\nu + 1$	$\nu + 9$;
		ν	$\nu + 2$	$\nu + 12$;
		ν	$\nu + 3$	$\nu + 14$;
		ν	$\nu + 4$	$\nu + 20$;
		ν	$\nu + 5$	$\nu + 18$;
		ν	$\nu + 6$	$\nu + 28$;
		ν	$\nu + 7$	$\nu + 24$.
$n = 8$,	$6n + 1 = 49$;	ν	$\nu + 1$	$\nu + 10$;
		ν	$\nu + 2$	$\nu + 14$;
		ν	$\nu + 3$	$\nu + 16$;
		ν	$\nu + 4$	$\nu + 15$;
		ν	$\nu + 5$	$\nu + 22$;
		ν	$\nu + 6$	$\nu + 24$;
		ν	$\nu + 7$	$\nu + 26$;
		ν	$\nu + 8$	$\nu + 28$.

Dans la question présente, comme dans bien d'autres problèmes d'analyse combinatoire, la subdivision du groupe total que l'on veut former en sous-groupes, jouissant de certaines propriétés cycliques, en simplifie considérablement la construction.

Mais il est bon d'ajouter que nous ne savons pas à l'avance si une telle subdivision existe, et même nous ne voyons pas d'autre mode de démonstration de son existence que sa construction effective.

M. E.-M. LÉMERAY

Ingénieur civil des constructions navales, à La Seyne (Var).

SUR LES FONCTIONS ITÉRATIVES ET SUR UNE NOUVELLE FONCTION

[H 11 d] [H 12 b α]

— *Séance du 7 août 1895* —

§ I. — SUR L'ITÉRATION DES FONCTIONS.

En premier lieu, je me propose de considérer l'itération des fonctions sous un point de vue plus général qu'on ne le fait d'ordinaire,

et de montrer qu'ainsi généralisé, le problème se ramène à des résolutions d'équations, à des éliminations, et à l'intégration d'équations fonctionnelles d'un type unique. J'emploierai une représentation géométrique. Soient, sur une surface Σ, dans un système quelconque de coordonnées u v :

Deux *fonctions coordonnées* x y définies par les relations

(1) $x = p\,(u, v)$, (2) $y = q\,(u, v)$,

deux fonctions

(3) $v = D\,(u)$, (4) $v = S\,(u)$,

que je désignerai respectivement sous les noms de *directrice* et de *substituante;* et enfin une fonction

(5) $$v = F\,(u).$$

Soit M un point de la substituante; il y passe une courbe $y =$ const. qui coupe en P la directrice D; en P passe une courbe $x =$ const. qui coupe en Q la courbe F. En M passe aussi une courbe $x =$ const. qui coupe en P_1 la courbe F; en P_1 passe une courbe $y =$ const. qui coupe en Q_1 la directrice. En Q passe une courbe $y =$ const., en Q_1 passe une courbe $x =$ const.; ces deux dernières se coupent en un point μ (*). Quand le point M décrit la substituante, le point μ décrit une courbe

Fig. 1.

$$v = f\,(u),$$

et nous dirons que f est la *désitérée* de F, la directrice étant D, la substituante étant S, et les fonctions coordonnées étant p et q.

Inversement F sera la fonction *itérée* de f. D'après la construction, il y a réciprocité entre D et F, entre S et f.

Si l'on prend f comme substituante, F comme directrice, D comme fonction itérée, S sera la désitérée. Par suite, les quatre problèmes que l'on peut se proposer, connaissant trois des fonctions, trouver la quatrième, se réduisent à deux distincts. La recherche de la désitérée ou de la substituante est en quelque sorte un problème direct; elle se ramène à des éliminations. La recherche de la fonction itérée ou de la directrice est un problème inverse; elle se ramène à l'intégration d'une équation fonctionnelle.

De l'exposé précédent, il résulte que, sans altérer la généralité, on

(*) Je suppose que chaque point d'intersection P, Q, P_1, Q_1, μ est unique.

peut supposer que Σ est un plan. On peut aussi se débarrasser des coordonnées u et v; il suffira de les éliminer tour à tour entre les équations (1) et (2), et chacune des équations (3), (4) et (5).

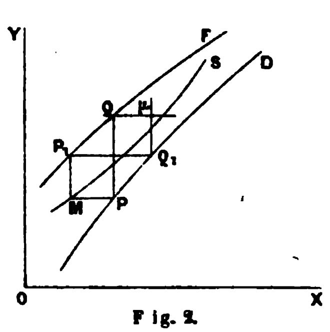


Fig. 2.

On aura en x et y les équations des courbes D, S et F, et x, y peuvent être considérées comme étant les coordonnées dans un système d'ailleurs arbitraire et que je supposerai rectangulaire.

Soit donc en coordonnées rectangulaires x, y les trois équations

$$y = D(x), \quad y = S(x), \quad y = F(x),$$

et soient respectivement x_0, α, x les abscisses des points M et P_1, P et Q, Q_1 et μ; écrivons qu'il y a égalité entre les ordonnées des points Q et μ, P_1 et Q_1, M et P; nous obtenons :

$$f(x) = F(\alpha), \quad F(x_0) = D(x), \quad S(x_0) = D(\alpha).$$

Éliminons x_0 et α entre ces trois équations;

$$f(x) = FD^{-1}SF^{-1}D(x),$$

telle sera l'équation de la désitérée. Inversement, itérer la fonction f, c'est chercher une fonction F satisfaisant à cette équation. Alors si l'on pose

$$D(x) = \omega;$$

d'où

$$f(x) = fD^{-1}(\omega),$$

et

$$fD^{-1} = \psi, \quad D^{-1}S = \varphi, \quad F^{-1} = \Xi,$$

l'équation fonctionnelle s'écrira

$$\Xi\psi(\omega) = \varphi\,\Xi(\omega),$$

où Ξ est la fonction inconnue. Telle est l'équation fonctionnelle à laquelle se ramène le problème de l'itération dans le cas le plus général. Si l'on cherche la directrice, connaissant les trois autres fonctions, on arrive, comme on le vérifierait aisément, à une équation de même forme.

M. Kœnigs (*) a indiqué la marche à suivre pour résoudre cette équation. Il a considéré en particulier le cas où ψ et φ sont une

(*) *Annales de l'École normale*, novembre 1885.

même fonction. D'après nos définitions, on aura alors

$$f D^{-1} = D^{-1} S,$$
$$S = D f D^{-1},$$

dont la signification géométrique se voit facilement. Si, de plus, la directrice est

$$D(x) = x,$$

il reste

$$S = f,$$

la substituante et la désitérée sont une même fonction.

Le cas le plus simple correspond aux conditions

$$D(x) = x, \quad S(x) = x + 1;$$

c'est le cas de l'itération ordinaire; en effet, l'équation fonctionnelle se réduit à

$$f(x) = F[1 + F^{-1}(x)].$$

C'est l'équation qu'avait posée Abel, comme répondant au problème de l'itération.

On a alors une représentation géométrique fort simple.

Soit $f(x)$ la fonction à itérer et x_0 un point de Ox; suivons le contour brisé rectangulaire $x_0 P_0 M_1 P_1 M_2 P_2$ ..., tel que l'indique la figure, on aura pour ordonnées des points $P_0 P_1 P_2$ ..., $x_0 f(x_0)$ $ff(x_0)$ ...

D'une façon générale, si z est l'indice d'itération, l'ordonnée du point P_z sera $f^z(x_0)$. Prolongeons dans les deux sens les parallèles à Ox et à Oy qui passent par chaque point P_z; nous aurons quadrillé le plan. Un des points du réseau est l'intersection de la parallèle à Oy passant par un certain point P_m de la bissectrice des axes, avec la parallèle à Ox passant par un autre point P_n de la même droite; ce point d'intersection appartient à la courbe figurative de ce qu'on appelle la $(n - m)^e$ fonction itérative de $f(x)$. Considérons z comme une troisième coordonnée perpendiculaire aux deux autres; les diverses itératives y_z pourront être considérées comme appartenant à une surface; toute section de cette surface par un plan perpendiculaire à Ox n'est autre que la fonction itérée; elle a une forme invariable; on peut considérer la surface comme engendrée par la fonction itérée qui se meut; de sorte que son plan reste toujours perpendiculaire à Ox; que chacun de ses points reste dans un plan parallèle à zOx, et qu'elle s'appuie constamment sur la directrice $y = x$.

Quand, la substituante étant toujours $x + 1$, la directrice est quelconque, la figuration géométrique devient la suivante.

y_0 étant l'ordonnée des points M_0, P_0, on a pour ordonnées respectives des points M_1 et P_1, M_2 et P_2, ...

$$y_1 = f\,D^{-1}(y_0), \quad y_2 = f\,D^{-1} f\,D^{-1}(y_0) \ldots.$$

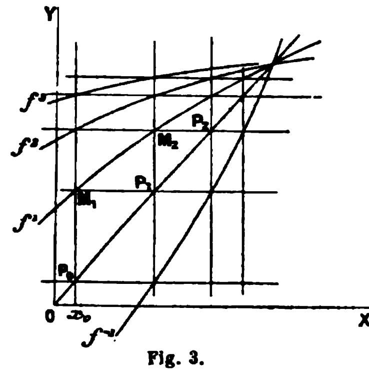


Fig. 3.

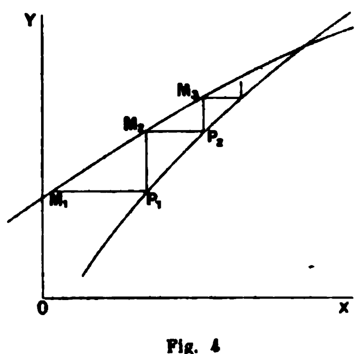


Fig. 4

De sorte que si l'on pose

$$f\,D^{-1} = \varphi,$$

on aura en général

$$y_n = \varphi^n(y_0).$$

On se trouve ainsi ramené au cas où la directrice est la bissectrice des axes.

Pour que la méthode de M. Köenigs donne des résultats convergents, on sait que si a désigne une racine de l'équation

$$x - \varphi(x) = 0,$$

il faut qu'en ce point la fonction soit holomorphe et que l'on ait

$$mod\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)_a < 1.$$

Dans notre cas, a désignant l'abscisse de l'intersection des courbes

$$y = f(x), \quad y = D(x),$$

on devra avoir

$$mod\left(\frac{df(x)}{dx}\right)_a < mod\left(\frac{dD(x)}{dx}\right)_a.$$

La fonction φ doit être holomorphe, ce qui arrivera certainement si f et D^{-1} sont l'une et l'autre holomorphes.

§ II. — Itérations et désitérations successives. Théorèmes généraux

Dans cette deuxième partie, je considérerai seulement le cas de l'itération ordinaire, celui où

$$D(x) = x \quad S(x) = x + 1,$$

et j'établirai quelques théorèmes généraux applicables aux fonctions que l'on obtient par les désitérations ou les itérations successives d'une fonction donnée.

Quand on a la relation

$$y = \varphi(x),$$

on a l'habitude d'exprimer par le symbole φ^{-1} la fonction inverse. Mais quand y est fonction de plusieurs variables x, z, u, on ne peut, si y n'est pas symétrique, employer un même symbole pour représenter les fonctions inverses x, z, u.

Considérons uniquement le cas de deux variables $a.x$

$$y = \varphi(a.x),$$

et désignons sous le nom de *base* la première lettre dans la parenthèse, sous le nom de *facteur* la seconde. L'expression ci-dessus pourra contenir des quantités numériques; telles seront les fonctions

$$y = a^{3x} + x^2, \qquad y = \cos 3x\mathrm{L}a.$$

J'emploierai l'exposant — 1 seulement pour exprimer x en fonction de a et de y; c'est-à-dire qu'il y aura équivalence entre les notations

$$y = \mathrm{N}(a.x), \qquad x = \mathrm{N}^{-1}(a.y).$$

Pour exprimer a comme fonction inverse, j'emploierai le symbole ${}^{-}\mathrm{N}$, et la notation

$$a = {}^{-}\mathrm{N}(x.y)$$

sera, par définition, équivalente aux deux précédentes.

Les itérations et désitérations porteront toujours sur le facteur; en ce sens que pour désitérer la fonction

$$y = \mathrm{N}(a.x),$$

on aura à éliminer x_0 entre les équations

$$x = \mathrm{N}(a.x_0), \qquad y = \mathrm{N}[a.(x_0 + 1)],$$

et que pour itérer la fonction

$$y = \mathrm{N}(a.x)$$

on aura à faire la substitution $[x, \mathrm{N}(a.x)]$.

Soit i une valeur donnée arbitraire de x, on aura

$$y = \mathrm{N}(a.i), \qquad y_2 = \mathrm{N}[a.\mathrm{N}(a.i)] = \mathrm{N}^2(a.i);$$

et en général si x est le nombre des substitutions

$$y_x = \mathrm{N}^x(a.i),$$

nous noterons la fonction désitérée

$$(\mathrm{N} - \mathrm{I})(a.x)$$

et la fonction itérée

$$(N + I)(a.x; i).$$

Cette notation signifie que l'*initial* i est lié à a par l'opération de *mode* N. On pourra dire encore que i est le *facteur de mode* N et que x est le *facteur de mode* (N + I).

Soit par exemple

$$N(a.x) = x^a.$$

On peut itérer directement, et l'on a

$$N(a.i) = i^a, \quad N^2(a.i) = i^{a^2}, \quad \ldots, \quad N^x(a.i) = i^{a^x}.$$

C'est-à-dire

$$(N + I)(a.x; i) = i^{a^x}.$$

Si l'on suppose que i a reçu une valeur particulière, on peut ne plus le mettre en évidence, et l'expression $(N + I)(a.x)$ n'est plus fonction que de deux lettres.

J'appellerai itérée principale celle où l'initial a pris une valeur telle que l'on ait

$$(N + I)(a.1; i) = a.$$

Permutation de l'initial et de la fonction. — Comme on a

$$y = (N + I)(a.x; i) = N^x(a.i),$$

on en tire

$$i = N^{-1}[a.N^{-1}(a \ldots y)] = N^{-x}(a.y) = (N + I)^{-1}(a.x; y).$$

On peut donc permettre l'initiale et la fonction en changeant le signe de l'exposant du mode.

Facteur somme. — Si dans l'expression $N(a.x; i)$, on remplace l'initial par l'expression

$$N(a.u; i);$$

on obtient

$$N[a.(u + x); i] = N\big[a.x; N[a.u; i]\big],$$

qui donne la signification du facteur somme.

Facteur différence. — Dans la relation précédente, posons

$$x + u = v, \quad \text{d'où } u = v - x.$$

Elle s'écrira

$$N[a.v; i] = N\big[a.x; N[a.(v - x); i]\big],$$

Permutant l'initial et le premier membre, il vient

$$N[a.(v - x); i] = N^{-1}\big[a.x; N[a.v; i]\big].$$

Facteur nul. — Si l'on fait $x = 0$, on a

$$N[a.v;\, i] = N\left[a.0;\, N[a.v;\, i]\right].$$

Le premier membre et l'initial du second sont égaux; on en conclut que *la fraction de facteur nul est égale à son initial.*

Facteur négatif. — Dans une égalité précédente

$$N[a.(v - x);\, i] = N^{-1}\left[a.x;\, N[a.v;\, i]\right],$$

faisons $v = 0$, il reste

$$N[a.-x;\, i] = N^{-1}[a.x;\, i].$$

Il revient donc au même de changer le signe de l'exposant du mode, ou celui du facteur de ce mode, ce qui ramène la fonction inverse à la fonction directe.

Facteur produit. — D'après ce qu'on a vu pour le facteur somme, on a

$$N[a.(x + x_1 + x_2 \ldots);\, i] = N\left[a.x; N\left[a.x_1; N\left[a.x_2; N[a \ldots x_{m-1}; i]\right]\right]\right];$$

on a donc, si $x = x_1 = x_2 = \ldots x_{m-1}$,

$$N[a.(mx);\, i] = N\left[a.x;\, N[a \ldots x;\, i]\right],$$

où il y a m crochets.

Il faut remarquer que le second membre ne constitue pas une fonction de mode N + I.

Dans le cas de m négatif, on peut supposer m positif et x négatif, ce qui donne

$$N[a.(-mx);\, i] = N\left[a.-x;\, N\left[a.-x;\, N[a \ldots -x;\, i]\right]\right],$$

ou encore par le symbole de la fraction inverse,

$$N^{-1}\left[a.x;\, N^{-1}\left[a.x;\, N^{-1}[a \ldots x;\, i]\right]\right].$$

Facteur quotient. Deuxième fonction inverse. — Dans l'égalité précédente

$$N[a.(mx);\, i] = N\left[a.x;\, N[a \ldots x;\, i]\right],$$

posons $x = \frac{u}{m}$; elle donne

$$N[a.u;\, i] = N\left[a \cdot \frac{u}{m};\, N\left[a \ldots \frac{u}{m};\, N\left[a \cdot \frac{u}{m};\, i\right]\right]\right],$$

ce qui donne la condition à laquelle doit satisfaire l'expression

$$N\left[a \cdot \frac{u}{m}; i\right],$$

mais non le moyen de la calculer, sauf si $\frac{u}{m}$ est entier.

Il faudra, dans les autres cas, recourir à la formule d'itération.

Expression de la fonction inverse. — Comme il y a équivalence entre les deux expressions

$$N^u(a.x) \quad \text{et} \quad (N + I)(a.u; x),$$

en faisant $u = 1$ et désignant par y la valeur qu'elles prennent, on a d'une manière équivalente

$$y = N(a.x),$$
$$y = (N + I)[a.1; x].$$

Dans cette dernière, permutons la fonction et l'initial; il vient

$$x = (N + I)[a.(-1); y].$$

Ainsi la fonction inverse de mode N *sans initial s'exprime au moyen du symbole de mode* N + 1 *affecté d'un initial. Dans l'expression obtenue, la fonction et la base sont respectivement le facteur et la base de l'opération directe de mode* N, *le facteur de mode* N + 1 *est* — 1, *et le facteur de mode* N *ou initial est la valeur de la fonction donnée de mode* N.

Soit, par exemple,

(1) $$y = N(a.x) = x^a.$$

Pour désitérer, nous aurons

$$x = x_0^a, \quad y = (x_0 + 1)^a,$$

d'où

(2) $$y = [N - I](a.x) = \left[1 + x^{\frac{1}{a}}\right]^a.$$

On peut itérer directement, et l'on aura :

$$y = (N - I)^u(a.x) = N[a.u; x] = \left(u + x^{\frac{1}{a}}\right)^a.$$

Remarquons, en passant, qu'en y faisant l'initial x égal à 0, on trouve u^a qui est la forme (1). D'après le théorème précédent, nous aurons

$$x = (N + I)\left(a.(-1); y\right) = \left(-1 + y^{\frac{1}{a}}\right)^a,$$

qui est bien la forme inverse de (2).

Itérons, à son tour, l'itérée principale

$$N(a.x) = x^a,$$

on obtient par substitutions successives

$$y = N^u(a.x) = x^{a^u} = (N + I)(a.u; x).$$

D'après le même théorème, on aura

$$x = (N + I)\big(a.(-1); y\big) = y^{a^{-1}},$$

qui est bien la forme inverse de (1), etc.

La troisième fonction inverse. — La troisième fonction inverse (a considéré comme fonction de x et de y)

$$a = {}^{-}N(x.y)$$

ne peut s'exprimer en symboles finis par le symbole direct N; mais on peut la calculer par une suite de substitutions.

De la relation

$$y = N[a.(x + u)]$$

on tire

$$a = {}^{-}N[(x + u).y].$$

On peut aussi l'écrire

$$N\big[a.x; N[a.u]\big] = y.$$

Permutons le deuxième membre et l'initial du premier,

$$N[a.u] = N[a.(-x); y].$$

Tirant a du premier membre, on a

$$a = {}^{-}N\big[u.N[(-x).a; y]\big].$$

Remplaçant a dans le second membre, il vient

$$a = {}^{-}N\Big[u.N\big[-x.{}^{-}N\big[u.N[-x.a]; y\big]\big]; y\Big].$$

De sorte que a est la limite de la substitution

$$\alpha, {}^{-}N\big[u.N[-x.\alpha; y]\big],$$

α étant une quantité initiale arbitraire, mais qu'il faut prendre entre certaines limites, et que l'on peut considérer comme une valeur approchée de a. Les conditions de convergence devront être étudiées dans chaque cas. Il y a lieu de penser, comme on le verra plus loin, qu'il faut avoir

$$x < u.$$

§ III. — Les algorithmes fondamentaux. Une nouvelle fonction.

Les itérées principales de divers ordres forment une suite d'algorithmes.

Considérons le cas où la fonction donnée est

$$y = a + x;$$

son itération directe donne :

$$y_1 = a + x, \quad y_2 = a + a + x, \quad \ldots, \quad y_u = au + x;$$

on a pour itérée principale

$$(\mathrm{N} + \mathrm{I})\,(a.x) = a \times x.$$

L'addition a ainsi engendré la multiplication.

Une nouvelle itération nous donne

$$y_1 = a \times x, \quad y_2 = a \times a \times x, \quad \ldots, \quad y_u = a^u \times x;$$

l'itérée principale est de la forme

$$(\mathrm{N} + \mathrm{II})\,(a.x) = a^x;$$

la multiplication a engendré la fonction exponentielle.

Une nouvelle itération donne

$$y_1 = a^x, \quad y_2 = a^{a^x},$$

$$y_u = a^{a^{\cdot^{\cdot^{a^x}}}},$$

où a est écrit u fois.

De même que les symboles $a \times u$, a^u expriment que dans les deux cas précédents a était écrit u fois; je prendrai ici dans le même but la notation suivante :

$$\begin{array}{c|c} u & x, \\ \cdot & \\ a & \end{array}$$

et l'itérée principale sera

$$(\mathrm{N} + \mathrm{III})\,(a.x) = \overset{x}{\underset{a.}{\cdot}}$$

Ce nouvel algorithme en engendrera à son tour un autre qu'on peut noter

$$\begin{array}{c||c} u & x \\ \cdot\cdot & \\ a & , \end{array}$$

et l'itérée principale sera

$$(\mathrm{N} + \mathrm{IV})\,(a.x) = \overset{x}{\underset{a,}{\cdot\cdot}}$$

et ainsi de suite.

La valeur de l'initial qui correspond à l'itérée principale est zéro pour la multiplication et l'unité pour les autres algorithmes.

L'addition, la multiplication, l'élévation aux puissances, que l'on considère comme étant les algorithmes fondamentaux, ne sont que les premiers termes d'une série d'algorithmes. On s'efforce par leur moyen d'exprimer pour une fonction quelconque de deux lettres a, x, soit sa valeur numérique calculable, soit sa notation symbolique ; par exemple

$$\cos x \,\mathrm{L}a = \frac{a^{x\sqrt{-1}} + a^{-x\sqrt{-1}}}{2},$$

et dans ce cas le but poursuivi est complètement atteint, car l'expression symbolique équivalente

$$2^{-1}\left[a^{x(-1)^{2^{-1}}} + a^{-x(-1)^{2^{-1}}}\right]$$

est fonction de 2 lettres seulement; elle ne renferme ni zéro, ni l'infini, et elle n'est construite qu'avec les symboles des algorithmes fondamentaux directs, sauf le signe —, seul symbole inverse, au moyen duquel on s'efforce d'exprimer tous les autres.

Tel n'est pas le cas pour l'expression :

$$\log_a x = \left(x^{\frac{1}{m}} - 1\right)\left(a^{\frac{1}{m}} - 1\right)^{-1} \qquad m = \infty,$$

qu'on peut bien ramener à ne contenir que des symboles directs et le signe —; mais qui renferme l'infini.

Le symbole

$$\left.\overset{b}{\dot{a}}\right|\, c$$

peut être, d'après ce qu'on a vu, considéré comme étant celui d'un algorithme fondamental. Ainsi qu'on le verra plus loin, *il permet d'exprimer symboliquement en termes finis des fonctions bien connues, pour lesquelles on ne peut arriver au même résultat au moyen des trois premiers algorithmes.*

On pourrait désigner ce nouvel algorithme sous le nom de *surpuissance;*

$$y = \overset{x}{\dot{a}}$$

serait la *fonction surexponentielle,* x considéré comme fonction de a et de y serait l'*hyperlogarithme;* a serait la *surracine* x^{e} de y, avec les notations respectives

$$x = \mathrm{HL}_a\, y, \quad a = \sqrt[\dot{x}]{y}.$$

L'application des théorèmes généraux démontrés plus haut donne pour les algorithmes fondamentaux les résultats suivants :

Facteur somme :

$$a \times [x+u] + c = a \times x + a \times u + c, \quad a^{x+u} \times c = a^u \times a^x \times c,$$

$$\overset{x+u}{\dot{a}}\Big|^{c} = \overset{u}{\dot{a}}\Big|\overset{x}{\dot{a}}\Big|^{c}, \quad \text{etc.}$$

Facteur différence :

$$a \times [x-u] + c = a \times (-u) + a \times x + c, \quad a^{x-u} \times c = a^{-u} \times a^x \times c,$$

$$\overset{x-u}{\dot{a}}\Big|^{c} = \overset{-u}{\dot{a}}\Big|\overset{x}{\dot{a}}\Big|^{c}, \quad \text{etc.}$$

Facteur nul :

$$a \times 0 + c = c, \quad a^0 \times c = c, \quad \overset{0}{\dot{a}}\Big|^{c} = c, \quad \text{etc.}$$

Facteur négatif :

$$a \times (-x) + c = -ax + c, \quad a^{-x} \times c = \frac{c}{a^x},$$

$$\overset{-x}{\dot{a}}\Big|^{c} = \mathrm{PL}_a^x c, \quad \text{etc.}$$

le signe PL_a^x indiquant qu'il faut prendre x fois le logarithme de c dans le système de base a, de même que $\frac{c}{a^x}$ signifie qu'il faut diviser c par a, x fois.

Facteur produit :

$$a \times mx + c = ax + ax + \ldots + c, \quad a^{mx} \times c = a^x \times a^x \times \ldots \times c,$$

$$\overset{mx}{\dot{a}}\Big|^{c} = \overset{x}{\dot{a}}\Big| \cdots \Big|\overset{x}{\dot{a}}\Big|^{c}.$$

Facteur quotient :

$$a \times x + c = a \times \frac{x}{m} + \ldots + c, \quad a^x \times c = a^{\frac{x}{m}} \times \ldots \times c,$$

$$\overset{x}{\dot{a}}\Big|^{c} = \overset{\frac{x}{m}}{\dot{a}}\Big| \cdots \Big|^{c}.$$

Permutation de la fonction et de l'initial :

$$y = a \times x + c, \quad c = a \times (-x) + y = y - ax;$$

$$y = a^x \times c, \quad c = a^{-x} \times y = \frac{y}{a^x};$$

$$y = \overset{x}{\dot{a}}\Big|^{c}, \quad c = \overset{-x}{\dot{a}}\Big|^{y} = \mathrm{PL}_a^x \quad \text{etc.}$$

Expression symbolique de la première fonction inverse :

$$x - a = a \times (-1) + x, \qquad \frac{x}{a} = a^{-1} \times x;$$

$$\log_a x = \overset{-1}{\dot{a}} \Big| x, \qquad \mathrm{HL}_a x = \overset{-1}{\ddot{a}} \Big\| x, \quad \text{etc.}$$

Expression du logarithme et de diverses fonctions. — Nous venons d'obtenir l'expression symbolique

$$\log_a x = \overset{-1}{\dot{a}} \Big| x,$$

qui exprime les logarithmes en symboles fondamentaux finis.

Les fonctions hyperboliques et circulaires inverses s'expriment d'une façon semblable au moyen de la surpuissance. Par exemple l'arc tangente : on a

$$\operatorname{arc\,tang} x = \frac{\mathrm{L}\left(1 + x\sqrt{-1}\right) - \mathrm{L}\left(1 - x\sqrt{-1}\right)}{2\sqrt{-1}};$$

on pourra l'écrire :

$$\operatorname{arc\,tang} x = \frac{\overset{-1}{\dot{e}} \Big| 1 + x\sqrt{-1} - \overset{-1}{\dot{e}} \Big| 1 - x\sqrt{-1}}{2\sqrt{-1}};$$

on aura aussi :

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1 + x^2}} = \overset{-1}{\dot{e}} \Big| x + \sqrt{1 + x^2}.$$

L'équation différentielle

$$[y' + y'^2](1 + x^2) + xy' = 0$$

admet l'intégrale particulière

$$y = \overset{-2}{\dot{e}} \Big| x + \sqrt{1 + x^2}.$$

Calcul de la troisième fonction inverse. — Le théorème général nous donne pour la multiplication

$$a = \frac{y}{u + x} = \lim \frac{1}{u}\left[y - \frac{x}{u}\left[y - \frac{x}{u}[y \ldots a]\right]\right],$$

limite de la substitution

$$\alpha, \frac{1}{u}[y - x\alpha];$$

elle n'est autre que l'expression

$$\frac{y}{u} - y\frac{x}{u^2} + y\frac{x^2}{u^3} - \dots \text{ convergente pour } x < u.$$

Pour l'élévation aux puissances, on obtient

$$\sqrt[u+x]{y} = \sqrt[u]{\left[a : \left[\sqrt[u]{a} : \left[\sqrt[u]{\dots}\right]^x\right]^x\right]},$$

limite de la substitution

$$\alpha, \sqrt[u]{y : \alpha^x},$$

et qu'on peut écrire :

$$y^{\frac{1}{u} - \frac{x}{u^2} + \frac{x^2}{u^3}} - \dots \text{ convergente pour } x < u.$$

Pour la surpuissance, on obtient

$$\dot{\sqrt[u+x]{y}} = \lim \dot{\sqrt[u]{\mathrm{PL}_u^x \quad y}} \atop {\dot{\sqrt{\mathrm{PL}_{\cdot}^x\, y}}, \atop \ddots}$$

limite de la substitution

$$a_1 \dot{\sqrt[u]{\mathrm{PL}_a^x\, y}} \qquad x < u,$$

etc...

Ainsi, pour la surracine $(u + x)^{\text{ième}}$ on pourra, quand $u + x$ est entier, effectuer le calcul si l'on connaît l'expression de la surracine $u^{\text{ième}}$.

On se trouve ramené en dernière analyse à la surracine $2^{\text{ième}}$, c'est-à-dire à la résolution de l'équation

$$z^z = m.$$

Sans entrer dans aucune démonstration, ce qui m'entraînerait hors des limites qui me sont assignées, je donnerai seulement l'expression convergente des racines réelles de cette équation. Posons d'abord :

$$z = \frac{1}{v}, \qquad m + \frac{1}{n};$$

l'équation devient

$$v^{\frac{1}{v}} = n.$$

Les racines réelles de cette équation sont :

$$v = \lim \left.\overset{\pm p}{\dot{n}}\right| e^{\pm 1} \qquad \text{pour } p\ \infty,$$

dans laquelle il faut prendre les combinaisons de signes suivantes

1° $0 < n < \frac{1}{e^e}$ 1 racine réelle — —

2° $\frac{1}{e^e} < n < 1$ 1 racine réelle + —

3° $1 < n < e^{\frac{1}{e}}$ 2 racines réelles $\begin{cases} + + \\ - + \end{cases}$

Remarquons que ces racines sont exprimées au moyen de symboles fondamentaux; leur expression est de même genre que celle de la racine réelle

$$v = \lim p \left(n^{\frac{1}{p}} - 1\right)$$

de l'équation

$$n = e^v.$$

Intégration d'une équation aux différences mêlées. — A titre d'application de la fonction surexponentielle, je traiterai le problème suivant : soit l'équation aux différences mêlées :

$$y'_\alpha \, y_\alpha^{n-1} = \mathrm{C}y',$$

où y y' étant la fonction et sa dérivée pour la valeur x de la variable, y_α y'_α sont les valeurs qu'elles prennent quand la variable prend la valeur $x + \alpha$, α étant constant. On en trouve aisément une intégrale particulière. En effet, intégrons sans constante; on a

$$\frac{y_\alpha^n}{n} = \mathrm{C}y;$$

on en tire en général

$$\frac{y_{z\alpha}^n}{n} = \mathrm{C}y_{(z-1)\alpha}$$

en substituant successivement, désignant par y_0 une valeur initiale arbitraire de y, posant $z\alpha = x$, on a en simplifiant

$$y = (n\mathrm{C})^{\frac{1}{n-1}} \left[\frac{y_0}{(n\mathrm{C})^{\frac{1}{n-1}}}\right]^{n^{\frac{-x}{\alpha}}}.$$

Expression qui satisfait à l'équation proposée, tant que n est compris entre zéro et l'unité. Pour $n = 1$, l'équation proposée se réduit à

(R) $$y'_\alpha + \mathrm{C}y'$$

et admet comme intégrale particulière la fonction exponentielle.

Quand $n = 0$, la formule générale n'a plus de sens. Mais alors la proposée devient

$$y'_x = \mathrm{C}y_\alpha \, y';$$

d'où, sans constante, et en posant

$$e^c = a,$$

$$y_z = a^y \dots y_{2z} = a^{y_a} \dots;$$

d'où, en posant $za = x$,

$$y = \overset{x}{\dot{a}} \Big| \begin{matrix} y_0 \\ . \end{matrix}$$

C'est la fonction surexponentielle; la relation (R) est la mise en équation du problème suivant : Trouver en coordonnées rectangulaires une courbe telle que si M et M' sont deux de ses points dont les abscisses diffèrent d'une quantité constante, la tangente de l'angle que fait avec Ox la tangente en M, soit en raison inverse de la sous-tangente en M'.

M. CASALONGA

Ingénieur, à Paris.

DU MÉCANISME DES MARÉES [U 8]

— *Séance du 8 août 1895* —

La marée *directe* s'explique logiquement par l'*attraction* exercée par la Lune; mais on est dans l'impuissance d'expliquer l'*anti-marée* par cette seule force attractive.

Au contraire, l'anti-marée s'expliquerait tout naturellement si on pouvait la considérer comme résultant d'une *force centrifuge* du globe, indépendante de celle qui résulte du mouvement de rotation diurne.

Or, on est conduit à admettre que cette force centrifuge existe et qu'elle a sa source dans un *troisième mouvement* de la Terre, gravitant, à l'instar de son satellite, autour du centre de gravité des deux corps.

La notion du centre de gravité commun existe, tant en mécanique

qu'en astronomie; mais si l'on a admis que l'on devait y astreindre la Loi de Kepler, on n'en a pas tiré d'autre conséquence, et particulièrement celle de ce mouvement particulier de gravitation du globe.

La nouvelle explication de la marée est la seule qui puisse rendre compte, d'une manière plausible, du phénomène, fît-on même abstraction de la cause présumée des forces centrifuge et d'attraction.

Appliquée à l'interprétation de l'hypothèse qui donne à ces deux forces antagonistes une origine commune et leur assigne pour cause la *rotation* et la *circulation* de l'éther, elle s'y prête d'une manière satisfaisante.

D'après cette hypothèse, l'attraction est une force seconde engendrée par la force centrifuge. L'éther, constamment chassé du corps en rotation, au centre duquel se produit un vide vers lequel cet éther tend sans cesse à revenir, est le lien subtil qui relie les deux forces antagonistes, dont l'état d'équilibre se constate sur les masses des planètes et à leurs distances respectives.

Le fait que la marée, tant océanique qu'atmosphérique, est due- sur un corps considéré, à un mouvement de gravitation de ce corps autour du centre de gravité du système planétaire, est un fait d'un caractère général.

Lorsque le système planétaire considéré est, comme le nôtre, à un seul satellite, la *tendance* de celui-ci peut encore être dite *au centre du globe,* conformément à la loi de Kepler; dans le cas où plusieurs planètes, ou satellites, circulent autour du corps principal, la tendance au centre du corps doit avoir lieu vers un centre résultant, placé entre le centre de gravité et celui de rotation du corps principal. La tendance au centre ne doit pas être confondue avec les « moments », égaux entre eux à tout instant, qui président aux mouvements de gravitation.

Il était intéressant de voir si l'explication tirée de la force centrifuge n'était pas en contradiction avec le fait constaté du *retard des marées.* L'analyse des mouvements d'une molécule, s'éloignant du centre de rotation sous l'action des forces centrifuge et d'attraction, montre que cette molécule est soumise à deux actions coordonnées, l'une centrifuge radiale, l'autre centrifuge circulaire ou tangentielle. La résultante de ces deux actions égales, et à angle droit, est une ligne de force à 45° qui entraîne l'ellipsoïde des marées jusqu'à ce que son grand axe passe par le centre résultant, et fasse avec le plan du méridien lunaire un angle de 45° vers l'Orient. Ce qui donne à la marée, si son régime n'était pas troublé par d'autres circonstances, un retard théorique de 3 heures 6 minutes environ.

De ce qu'il faut prendre en considération un troisième mouvement de la Terre autour du centre de gravité commun, il en résulte que la verticalité du fil à plomb sur le globe et la stabilité du plan de pendule doivent être légèrement altérées par ce mouvement autour d'un axe qui n'est pas parallèle à celui de la rotation diurne. On peut en déduire aussi une contraction de l'orbite lunaire par rapport à l'orbite qui aurait à son foyer le centre même du globe.

Une autre conséquence de l'admission et de la fonction réelles du centre de gravité commun, c'est que c'est lui, et non pas le centre du globe, qui décrit l'orbite régulière du mouvement de translation autour et à côté du soleil, ou plutôt autour du centre de gravité du système solaire.

Le mouvement de ce centre ne subit aucune autre variation que celle qui résulte de la loi des aires, pendant que le mouvement de translation des deux corps subit, à chaque lunaison, de sensibles variations qui concourent, d'ailleurs, à expliquer la plus grande intensité des marées de syzygies.

Dans le mécanisme des marées, la *cause principale* a seule été cherchée, sans descendre dans le détail du mode de formation du flot, par progression et rétrogradation des molécules liquides, et sans avoir égard aux mille circonstances des fonds, des côtes, des estuaires et des passages. Il s'agissait de mettre seulement en lumière un principe général, s'accordant avec les lois fondamentales acquises par la science.

M. G. OLTRAMARE

Professeur à l'Université de Genève.

NOTE SUR L'INTÉGRALE $\int_0^\infty \frac{\cos yx}{(a^2+b^2x^2)^n} dx$. [E 5]

— *Séance du 8 août 1895* —

Plusieurs géomètres se sont occupés de la détermination de cette intégrale, mise sous la forme plus simple $\int_0^\infty \frac{\cos yx}{(1+x^2)^n} dx$, sans donner de cette intégrale une valeur sous forme finie et déterminée;

ils se sont contentés de la transformer en une autre intégrale; c'est ainsi que Catalan, dans une note insérée dans le *Journal de Liouville* (vol. IV, p. 110), a donné la valeur de cette intégrale, lorsque n est entier, sous la forme

$$\int_0^\infty \frac{\cos yx}{(1+x^2)^n}\,dx = \frac{\pi e^{-y}}{\Gamma(n)^2}\int_0^\infty e^{-2z} z^{n-1}(z+y)^{n-1}\,dz.$$

M. Alfred Serret, dans une note également insérée dans le *Journal de Liouville* (vol. VIII, p. 1), est arrivé à la même formule; mais sa démonstration, plus générale, reconnaît l'exactitude de la relation donnée par Catalan, qu'elle soit la valeur entière ou fractionnaire de l'exposant n.

Nous allons, en faisant usage du calcul de généralisation, parvenir à de nouvelles formules pour exprimer cette intégrale, mise sous la forme $\int_0^\infty \frac{\cos yx}{(a^2+b^2x^2)^n}\,dx$, formules qui nous paraissent dignes de l'attention des géomètres.

Si dans l'expression

$$(1) \qquad \frac{1}{u^n} = \frac{1}{\Gamma(n)}\int_0^\infty t^{n-1} e^{-ut}\,dt,$$

nous remplaçons u par $a^2+b^2u^2$, nous en déduirons

$$G\frac{1}{(a^2+b^2u^2)^n} = \frac{1}{a^{2n}\Gamma(n)}\int_0^\infty v^{n-1}e^{-v}\,dv\, G e^{-\frac{b^2}{a^2}vu^2};$$

en substituant pour $Ge^{-\frac{b^2}{a^2}vu^2}$ sa valeur donnée par l'expression $\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2}\varphi\left(x+2\frac{b}{a}\sqrt{v}\,t\sqrt{-1}\right)dt$, nous aurons, en changeant les limites de l'intégrale

$$G\frac{1}{(a^2+b^2u^2)^n} = \frac{1}{a^{2n}\Gamma(n)\sqrt{\pi}}\int_0^\infty\int_0^\infty v^{n-1}e^{-t^2}\left\{\varphi\left(x-v2\frac{b}{a}\sqrt{v}t\sqrt{-1}\right) + \varphi\left(x-2\frac{b}{a}\sqrt{v}\,t\sqrt{-1}\right)\right\}dv\,dt,$$

qu'on peut écrire en posant $t=\frac{ay}{2b\sqrt{v}}$ sous la forme

$$(2)\quad \left\{\begin{aligned} &G\frac{1}{(a^2+b^2u^2)^n}\\ &= \frac{1}{2ba^{2n-1}\Gamma(n)\sqrt{\pi}}\int_0^\infty\int_0^\infty v^{n-\frac{3}{2}}e^{-v-\frac{a^2y^2}{4b^2v}}\left\{\varphi\left(x+y\sqrt{-1}\right)\right.\\ &\qquad\left. + \varphi\left(x-y\sqrt{-1}\right)\right\}dv\,dy.\end{aligned}\right.$$

Nous trouverons de même, en substituant dans l'expression (1), à la place de u, $a^2 - b^2 u^2$,

$$(3) \left\{ \begin{aligned} & G \frac{1}{(a^2 - b^2 u^2)^n} \\ & = \frac{1}{2ba^{2n-1}\Gamma(n)\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \int_0^\infty v^{n-\frac{3}{2}} e^{-v-\frac{a^2}{4b^2v}y^2} \left\{ \varphi(x+y) \right. \\ & \qquad \left. + \varphi(x-y) \right\} dy dv. \end{aligned} \right.$$

Écrivons l'égalité (2) sous la forme

$$G \frac{1}{(a^2 + b^2 u^2)^n} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\, b a^{2n-1}\Gamma(n)} \int_0^\infty \left\{ \varphi\left(x + y\sqrt{-1}\right) + \varphi\left(x - y\sqrt{-1}\right) \right\} dy \int_0^\infty v^{n-\frac{3}{2}} e^{-v-\frac{a^2y^2}{4b^2v}} dv.$$

En déterminant la valeur de $G \frac{1}{(a^2 + b^2 u^2)^n}$ à l'aide de la formule générale de généralisation, nous aurons

$$(4) \left\{ \begin{aligned} G \frac{1}{(a^2 + b^2 u^2)^n} = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty & \left\{ \varphi\left(x + y\sqrt{-1}\right) \right. \\ & \left. + \varphi\left(x - y\sqrt{-1}\right) \right\} dy \int_0^\infty \frac{\cos yv}{(a^2 + b^2 v^2)^n} dv; \end{aligned} \right.$$

la comparaison de ces deux dernières formules donnera :

$$(5) \quad \int_0^\infty \frac{\cos yv}{(a^2 + b^2 v^2)^n} dv = \frac{\sqrt{\pi}}{2b\, a^{2n-1}\Gamma(n)} \int_0^\infty v^{n-\frac{3}{2}} e^{-v-\frac{a^2y^2}{4b^2v}} dv.$$

Si, maintenant, nous considérons la formule (3) en y faisant $n = 1$, nous obtiendrons :

$$G \frac{1}{a^2 - b^2 u^2} = \frac{1}{2ab\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \left\{ \varphi(x+y) + \varphi(x-y) \right\} dy \int_0^\infty \frac{e^{-v-\frac{a^2y^2}{4b^2v}}}{\sqrt{v}} dv.$$

Comparant cette formule avec la formule connue

$$G \frac{2}{a^2 - b^2 u^2} = \frac{1}{2ab} \int_0^\infty \left\{ \varphi(x+y) + \varphi(x-y) \right\} e^{-\frac{a}{b}y} dy,$$

nous obtiendrons l'intégrale également connue (Cauchy, *Sav. Etr.*, 1827, 124)

$$(6) \qquad \int_0^\infty e^{-\left(pv+\frac{q}{v}\right)} \frac{dv}{\sqrt{v}} = e^{-2\sqrt{pq}} \sqrt{\frac{\pi}{p}}.$$

En posant $q = x^2$, nous pourrons écrire cette intégrale sous la forme

$$\int_0^\infty e^{-\frac{x^2}{v}-pv}\frac{dv}{\sqrt{v}} = \sqrt{\pi}\,\frac{e^{-2x\sqrt{p}}}{\sqrt{p}}.$$

En différentiant cette intégrale $n-1$ fois par rapport à p, nous aurons, en posant $p=1$ après les différentiations :

$$\int_0^\infty e^{-\frac{x^2}{v}-v}\,v^{n-\frac{3}{2}}\,dv = (-1)^{n-1}\sqrt{\pi}\left[\frac{d^{n-1}}{dp^{n-1}}\left(\frac{e^{-2x\sqrt{p}}}{\sqrt{p}}\right)\right]^{p=1}.$$

En supposant $x=\frac{ay}{2b}$ nous aurons, à l'aide de la relation (5) :

$$(7)\quad \int_0^\infty \frac{\cos yv}{(a^2+b^2v^2)^n}\,dv = \frac{\pi(-1)^{n-1}}{2ba^{2n-1}\Gamma(n)}\left[\frac{d^{n-1}}{dp^{n-1}}\left(\frac{e^{-\frac{ay}{b}\sqrt{p}}}{\sqrt{p}}\right)\right]^{p=1}.$$

Il est facile d'obtenir l'expression de cette même intégrale sous une nouvelle forme analogue; à cet effet, généralisons la fonc tion $\frac{1}{(a^2-b^2u^2)^n}$ à l'aide de la formule générale, nous aurons :

$$G\frac{1}{(a^2-b^2u^2)^n} = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty\int_0^\infty \frac{\varphi(x+y\sqrt{-1})+\varphi(x-y\sqrt{-1})}{(a^2-b^2v^2)^n}\cos yvdydv.$$

Cette formule, comparée avec la formule (3), nous donnera :

$$\int_0^\infty\int_0^\infty \frac{\varphi(x+y\sqrt{-1})+\varphi(x-y\sqrt{-1})}{(a^2-b^2v^2)^n}\cos yvdvdy$$
$$= \frac{\sqrt{\pi}}{2ba^{2n-1}\Gamma(n)}\int_0^\infty\int_0^\infty v^{n-\frac{3}{2}}e^{-v-\frac{a^2y^2}{4b^2v}}\left\{\varphi(x+y)+\varphi(x-y)\right\}dvdy.$$

En posant $\varphi(x)=\frac{1}{x}$, cette formule se transforme aisément dans la suivante :

$$\int_0^\infty v^{n-\frac{3}{2}}e^{-v}\,dv\int_0^\infty \frac{e^{-\frac{y^2}{v}}\,dy}{y^2-x^2} = (-1)^{n-1}\frac{\sqrt{\pi}\,\Gamma(n)}{x}\int_0^x \frac{e^{-xv}\,dv}{(v^2+1)^n},$$

dont nous pouvons déduire, en égalant les parties imaginaires que renferment les intégrales de chaque membre,

$$\int_0^\infty e^{-\frac{x^2}{v}-v}\,v^{n-\frac{3}{2}}\,dv = 2(-1)^{n-1}\sqrt{\pi}\left[\frac{d^{n-1}}{dv^{n-1}}\left(\frac{e^{-xv}}{(1+v)^n}\right)\right]^{v=1}.$$

Nous aurons donc, à l'aide de la formule (5),

$$(8) \quad \int_0^\infty \frac{\cos yv}{(a^2 + b^2 v^2)^n} = \frac{(-1)^{n-1} \pi}{b a^{2n-1} \Gamma(n)} \left[\frac{d^{n-1}}{dv^{n-1}} \left(\frac{e^{-\frac{ay}{b} v}}{(1+v)^n} \right) \right]^{v=1}.$$

Ces formules (7) et (8) nous paraissent assez remarquables par la forme qu'on obtient pour la valeur de l'intégrale proposée, et il est facile de reconnaître que beaucoup d'autres intégrales peuvent être exprimées de la même manière; il suffit, pour le démontrer, de généraliser ces formules par rapport à y.

M. G. OLTRAMARE

Professeur à l'Université de Genève.

SUR LE NOMBRE DES FONCTIONS ARBITRAIRES QUI ENTRENT DANS L'INTÉGRALE COMPLÈTE DES ÉQUATIONS LINÉAIRES AUX DIFFÉRENTIELLES OU AUX DIFFÉRENCES PARTIELLES A COEFFICIENTS CONSTANTS. [H 10]

— *Séance du 8 août 1895* —

En examinant les équations linéaires aux différentielles ou aux différences partielles à coefficients constants qu'on est parvenu à intégrer, on en trouve qui ne paraissent pas susceptibles d'admettre dans leur intégrale complète un nombre de fonctions arbitraires égal à l'exposant de leur ordre, il y en a d'autres dont le nombre des fonctions arbitraires lui est égal et même supérieur; il peut même se présenter des cas où le nombre des fonctions arbitraires varie par suite de la valeur d'une constante qui entre dans l'équation; pour ne citer qu'un exemple, nous reconnaîtrons que l'intégrale complète de l'équation $\frac{d^3 z}{dx^3} = a \frac{d^2 z}{dy^2}$ renferme généralement cinq fonctions arbitraires; mais ce nombre se réduit à quatre lorsque $a = 1$, à trois lorsque $a = 0$, enfin à deux seulement si $a = \infty$.

On voit ainsi combien il est quelquefois difficile de constater si l'on a obtenu l'intégrale complète d'une équation proposée.

C'est par l'emploi du calcul de généralisation à la détermination des intégrales d'équations du genre de celles que nous considérons, que nous avons été conduit à reconnaître le nombre exact des fonctions arbitraires que comporte leur intégrale complète, c'est de ce procédé dont nous allons nous occuper dans cette note.

Pour simplifier, nous supposerons une équation différentielle dans laquelle la variable principale est fonction seulement de deux variables indépendantes, les mêmes considérations pouvant s'appliquer au cas d'une fonction de plusieurs variables.

Soit donc une équation linéaire entre sa variable principale z et ses coefficients différentiels par rapport aux variables indépendantes x et y.

En posant dans cette équation

$$(1) \qquad z = Ge^{xu+yv},$$

nous aurons pour son équation caractéristique une équation de la forme

$$\psi(u, v) = 0,$$

qui établit la relation qui doit exister entre les variables de généralisation.

Il est d'abord évident que l'équation proposée ne peut pas contenir un nombre de fonctions arbitraires supérieur au nombre des solutions qu'on obtient en déterminant toutes les valeurs de u en fonction de v plus celui de toutes les valeurs de v en fonction de u, qui satisfont à l'équation caractéristique; car toute expression différente de celles qu'on obtient ainsi donnerait lieu à une relation entre u et v qui ne satisferait pas à l'équation caractéristique, et par conséquent ne saurait donner une intégrale générale satisfaisant à l'équation proposée.

Si chacune des solutions données par l'équation caractéristique, mise dans l'identité (1) donnait en effectuant la généralisation des intégrales générales différentes entre elles, le nombre de ces solutions exprimerait combien de fonctions arbitraires entrent dans l'intégrale complète; mais, en général, il n'en sera pas ainsi et il faudra, pour exprimer l'intégrale complète, ne conserver que les intégrales générales qui ne sont pas identiques.

Nous allons appliquer à quelques exemples particuliers les considérations qui précèdent.

Prenons, comme premier cas, l'équation linéaire du second ordre.

$$(1) \qquad \frac{d^2z}{dx^2} = a\frac{dz}{dy}.$$

En posant

$$(2) \qquad z = \mathrm{G}e^{xu+yv},$$

nous aurons comme équation caractéristique

$$u^2 = av,$$

équation qui donne les solutions suivantes :

$$v = \frac{u^2}{a}, \quad u = \sqrt{av}, \quad u = -\sqrt{av};$$

par suite l'identité (2) donnera pour z les trois valeurs

$$z = \mathrm{G}e^{xu+\frac{yu^2}{a}}, \quad z = e^{yv+\sqrt{a}\sqrt{v}}, \quad z = e^{yv-x\sqrt{a}\sqrt{v}};$$

on peut conclure de là que l'équation (1) ne peut admettre plus de trois intégrales générales qu'on peut écrire, en désignant par φ, χ et θ des fonctions arbitraires,

$$z=\mathrm{G}e^{xu+\frac{y}{a}u^2}=\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2}\varphi\left(x+2\sqrt{\frac{y}{a}}\omega\right)d\omega=\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2}\varphi\left(x\sqrt{a}+2\sqrt{y}\,\omega\right)d\omega,$$

$$z=\mathrm{G}e^{yv+x\sqrt{a}\sqrt{v}}=\mathrm{G}e^{x\sqrt{a}u+yu^2} \qquad =\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2}\chi\left(x\sqrt{a}+2\sqrt{y}\,\omega\right)d\omega,$$

$$z=\mathrm{G}e^{yv-x\sqrt{a}\sqrt{v}}=\mathrm{G}e^{-x\sqrt{a}u+yu^2} \qquad =\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2}\theta\left(x\sqrt{a}+2\sqrt{y}\,\omega\right)d\omega.$$

Les trois intégrales générales étant identiques, il en résulte que l'intégrale complète de l'équation proposée ne renfermera qu'une fonction arbitraire et sera exprimée par la seule intégrale

$$z = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2}\,\varphi\,\left(x\,\sqrt{a} + 2\,\sqrt{y}\,\omega\right)\,d\omega.$$

Soit, en second lieu, l'équation différentielle partielle

$$\frac{d^2z}{dx^2} = a\,\frac{d^2z}{dy^2}.$$

Nous aurons, en posant $z = \mathrm{G}e^{xu+yv}$, l'équation caractéristique

$$u^2 = av^2,$$

qui donne les solutions

$$u = \sqrt{a}v, \quad u = -\sqrt{a}v, \quad v = \frac{u}{\sqrt{a}}, \quad v = -\frac{u}{\sqrt{a}};$$

il en résultera les quatre valeurs suivantes pour z:

$$(1) \qquad z = Ge^{(x\sqrt{a}+y)v} = \varphi\left(y + x\sqrt{a}\right),$$

$$(2) \qquad z = Ge^{(-x\sqrt{a}+y)v} = \psi\left(y - x\sqrt{a}\right),$$

$$(3) \qquad z = Ge^{\left(x+\frac{y}{\sqrt{a}}\right)u} = \theta\left(\frac{y}{\sqrt{a}} + x\right) = \theta\left(y + x\sqrt{a}\right),$$

$$(4) \qquad z = Ge^{\left(x-\frac{y}{\sqrt{a}}\right)u} = \chi\left(-\frac{y}{\sqrt{a}} + x\right) = \chi\left(y - x\sqrt{a}\right),$$

φ, ψ, θ et χ représentant des fonctions arbitraires.

Le relations (1) et (3) étant identiques ainsi que les relations (2) et (4), il en résulte que l'intégrale complète est réduite à la somme de deux intégrales distinctes (1) et (2) et ne renferme, par conséquent, que deux fonctions arbitraires.

Considérons encore l'équation aux différentielles partielles

$$\frac{d^3z}{dx^3} = a\,\frac{d^2z}{dy^2},$$

nous aurons, en posant

$$z = Ge^{xu+yv},$$

l'équation caractéristique

$$u^3 = av^2,$$

équation qui donne les solutions suivantes:

$$u = \sqrt[3]{a}\,v^{\frac{2}{3}}, \quad u = \beta\sqrt[3]{a}\,v^{\frac{2}{3}}, \quad u = \beta^2\sqrt[3]{a}\,v^{\frac{2}{3}}, \quad v = \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{a}}, \quad v = -\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{a}},$$

en désignant par 1, β et β^2 les trois racines cubiques de l'unité.

Il en résultera les cinq valeurs suivantes pour z :

$$(1)\ \begin{cases} z = Ge^{yv+x\,\overline{av}^{\frac{2}{3}}} = Ge^{x\sqrt{au^2}+yu^3} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2-t^2-r^2-w^2} \\ \qquad \varphi\left(\sqrt[6]{a}\sqrt{x}\,\omega + \sqrt{y}\,w + r\sqrt{\sqrt{y}\left(w+t\sqrt{-1}\right)-y}\right)d\omega\,dr\,dt\,dw, \end{cases}$$

$$(2)\ \begin{cases} z = Ge^{yv+\beta x\sqrt[3]{av^{\frac{2}{3}}}} = Ge^{\beta x\sqrt[3]{au^2}+yu^3} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2-t^2-r^2-w^2} \\ \qquad \psi\left(\sqrt[6]{a}\sqrt{\beta x}\,\omega + \sqrt{y}\,w + r\sqrt{\sqrt{y}\left(w+t\sqrt{-1}\right)-y}\right)d\omega\,dr\,dt\,dw, \end{cases}$$

$$(3)\ \begin{cases} z = Ge^{yv+\beta^2 x\sqrt[3]{av^{\frac{2}{3}}}} = Ge^{\beta^2 x\sqrt[3]{au^2}+yu^3} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2-t^2-r^2-w^2} \\ \qquad \chi\left(\beta\sqrt[6]{a}\sqrt{x}\,\omega + \sqrt{y}\,w + r\sqrt{\sqrt{y}\left(w+t\sqrt{-1}\right)-y}\right)d\omega\,dr\,dt\,dw, \end{cases}$$

$$(4)\left\{\begin{aligned} z &= \mathrm{G}e^{xu+\frac{y}{\sqrt{a}}u^{\frac{3}{2}}} = \mathrm{G}e^{x\sqrt{a}u^2+yu^3} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2-t^2-r^2-w^2} \\ & \theta\left(\sqrt[4]{a}\sqrt{x}\,\omega + yw + r\sqrt{\sqrt{y}(w+t\sqrt{-1})-y}\right) d\omega\, dr\, dt\, dw, \end{aligned}\right.$$

$$(5)\left\{\begin{aligned} z &= \mathrm{G}e^{xu-\frac{y}{\sqrt{a}}u^{\frac{3}{2}}} = \mathrm{G}e^{x\sqrt{a}u^2-yu^3} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2-t^2-r^2-w^2} \\ & \rho\left(\sqrt[4]{a}\sqrt{x}\,\omega - yw + r\sqrt{\sqrt{y}(w\sqrt{-1}-t)+y}\right) d\omega\, dr\, dt\, dw. \end{aligned}\right.$$

Ces cinq intégrales générales de l'équation proposée sont généralement différentes entre elles, ainsi qu'on peut le reconnaître par leur développement en séries suivant les puissances des variables x et y; leur somme constituera l'intégrale complète de l'équation proposée, qui renfermera cinq fonctions arbitraires.

Nous pouvons faire remarquer que, si $a = 1$, les intégrales (1) et (4) deviennent identiques; dans ce cas, l'intégrale complète ne renferme plus que quatre fonctions arbitraires.

Si l'on supposait $a = 0$, l'équation se réduirait à $\frac{d^3x}{dx^3} = 0$, et par suite, son intégrale $z = \varphi(y) + \psi(y)x + \theta(y)x^2$ n'admettrait que trois fonctions arbitraires.

Enfin, si l'on admettait $a = \infty$, l'équation deviendrait $\frac{d^2y}{dy^2} = 0$ dont l'intégrale $z = \varphi(x) + \psi(x)y$ n'aurait plus que deux fonctions arbitraires.

M. G. OLTRAMARE

Professeur à l'Université de Genève.

INTÉGRATION DES ÉQUATIONS LINÉAIRES AUX DIFFÉRENCES MÊLÉES A COEFFICIENTS CONSTANTS [H'12 b α]

— Séance du 8 août 1895 —

L'intégration des équations aux différences mêlées a jusqu'ici été peu étudiée soit à cause de ses applications peu nombreuses, soit à cause des difficultés qu'elle présente. Le calcul de généralisation

nous a paru devoir faciliter cette recherche, particulièrement pour les équations qui sont linéaires et à coefficients constants; nous allons le reconnaître en examinant l'intégration de plusieurs équations.

§ I. — *Soit l'équation*

$$(1)\quad \frac{d^2\varphi(x,y)}{dx\,dy} + \varphi(x+1, y+1) = \frac{d}{dy}\varphi(x, y+1) + \frac{d}{dx}\varphi(x+1, y).$$

En posant

$$(2)\qquad \varphi(x, y) = \mathrm{G}e^{xu+yv},$$

nous aurons comme équation caractéristique

$$(e^u - v)(e^v - u) = 0,$$

qui n'admet entre les variables de généralisation que les quatre relations $e^u = v$, $e^v = u$, $u = e^v$, $v = e^u$. Nous aurons donc, à l'aide de l'identité (2), les intégrales générales

$$\varphi(x, y) = \mathrm{G}v^x e^{yv} = \frac{d^x}{dy^x}\Psi(y),$$

$$\varphi(x, y) = \mathrm{G}u^y e^{xu} = \frac{d^y}{dx^y}\theta(x),$$

$$\varphi(x, y) = \mathrm{G}e^{yv+xe^v} = \sum_{n=0}^{n=\infty}\frac{x^n}{\Gamma(n+1)}\chi(y+n),$$

$$\varphi(x, y) = \mathrm{G}e^{xu+ye^u} = \sum_{n=0}^{n=\infty}\frac{y^n}{\Gamma(n+1)}\xi(x+n).$$

Nous reconnaissons ainsi que l'intégrale complète de l'équation proposée renferme quatre intégrales générales et est exprimée par

$$\varphi(x, y) = \frac{d^x}{dy^x}\Psi(y) + \frac{d^y}{dx^y}\theta(x) + \sum_{n=0}^{n=\infty}\frac{x^n\chi(y+n) + y^n\xi(x+n)}{\Gamma(n+1)},$$

Ψ, θ, χ et ξ représentant des fonctions arbitraires.

§ II. — *Proposons-nous d'intégrer l'équation*

$$(1)\qquad \frac{d^n\varphi(x)}{dx^n} = \varphi(x+a).$$

Si nous posons

$$(2)\qquad \varphi(x) = \mathrm{G}e^{xu},$$

nous obtiendrons l'équation symbolique

$$(3) \qquad e^{au} = u^n.$$

S'il était possible de déterminer toutes les racines de cette équation, chacune de ces racines substituée dans l'identité (2) donnerait une intégrale générale de l'équation proposée; si donc on désigne par u_m une des racines de cette équation, nous aurons comme intégrale de l'équation (1)

$$\varphi(x) = G e^{xu_m} = C_m e^{xu_m},$$

et, par suite, l'intégrale complète de l'équation proposée sera exprimée par

$$\varphi(x) = \Sigma\, C_m e^{xu_m},$$

le signe Σ s'étendant à toutes les racines de l'équation (3) dont le nombre est infini. Afin d'éviter la résolution de l'équation (3), nous allons déterminer l'intégrale sous une autre forme : remarquons qu'en écrivant l'équation (3) sous la forme $e^u = u^{\frac{n}{a}}$, cette valeur substituée dans l'identité (2) donne pour $\varphi(x)$

$$\varphi(x) = G u^{\frac{nx}{a}} = \frac{d^{\frac{nx}{a}}}{dx^{\frac{nx}{a}}} \Psi(x),$$

$\Psi(x)$ représentant une fonction quelconque arbitraire, par conséquent plus générale que celle qui convient à l'intégrale de l'équation proposée (1).

Pour reconnaître la restriction qu'on doit apporter à cette fonction, substituons-la dans l'équation (1). Nous obtiendrons ainsi

$$\frac{d^{\frac{nx}{a}+n}}{dx^{\frac{nx}{a}+n}} \Psi(x) = \frac{d^{\frac{nx}{a}+n}}{dx^{\frac{nx}{a}+n}} \Psi(x+a),$$

équation qui montre que la fonction arbitraire $\Psi(x)$ doit être une fonction périodique dont la valeur est la même pour x et $x+a$.

Pour déterminer cette fonction périodique qui satisfait à l'équation

$$\Psi(x) = \Psi(x+a),$$

posons

$$\Psi(x) = G e^{xv};$$

nous en déduirons l'équation caractéristique $e^{av} = 1$ qui, résolue par rapport à e^v, donne

$$e^v = e^{\frac{2k\pi}{a}\sqrt{-1}} = \cos\frac{2k\pi}{a} + \sin\frac{2k\pi}{a}\sqrt{-1}.$$

Cette valeur donne pour $\Psi(x)$

$$\Psi(x) = G e^{\frac{2k\pi}{a} x \sqrt{-1}} = \sum_{k=0}^{k=a-1} C_k \left(\cos \frac{2k\pi}{a} x + \sin \frac{2k\pi}{a} x \sqrt{-1}\right).$$

Nous aurons ainsi pour l'intégrale de l'équation proposée

$$\varphi(x) = \sum_{k=0}^{k=a-1} C_k \frac{d^{\frac{nx}{a}}}{dx^{\frac{nx}{a}}} \left(\cos \frac{2k\pi}{a} x + \sin \frac{2k\pi}{a} \sqrt{-1}\right).$$

§ III. — *Proposons-nous d'intégrer l'équation*

$$\frac{d}{dx} \varphi(x, y+1) = \frac{d}{dy} \varphi(x, y).$$

Si nous posons

$$\varphi(x, y) = G e^{xu + yv},$$

nous aurons l'équation caractéristique

$$(1) \qquad u e^v = v.$$

En résolvant cette équation par rapport à u, nous trouvons

$$u = v e^{-v},$$

et, par suite, l'intégrale

$$\varphi(x, y) = G e^{yv + xve^{-v}} = \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{x^n}{\Gamma(n+1)} \frac{d^n}{dy^n} \Psi(y-n),$$

Ψ désignant une fonction arbitraire.

Pour obtenir l'intégrale complète de l'équation proposée, il faut résoudre l'équation (1) par rapport à v en fonction de u; mais vu l'impossibilité de le faire, écrivons cette équation sous la forme

$$e^v = \frac{v}{u}.$$

Nous aurons donc

$$\varphi(x, y) = G e^{xu + yv} = G \left(\frac{v}{u}\right)^y e^{xu} = \frac{d^y}{dy^y} \left[\int^v \theta(x)\, dx^y \right];$$

en substituant cette valeur dans l'équation proposée afin de connaître la restriction que nous devons apporter à la fonction arbitraire $\theta(x)$, on trouve que l'équation proposée est vérifiée; nous aurons donc comme intégrale complète

$$\varphi(x, y) = \frac{d^y}{dy^y} \left[\int^v \theta(x)\, dx^y \right] + \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{x^n}{\Gamma(n+1)} \frac{d^n}{dy^n} \Psi(y-n).$$

§ IV. — *Paoli s'est occupé de l'équation aux différences mêlées*

$$(1) \qquad \varphi(x+1, y) - \frac{d}{dy}\varphi(x, y) = \mathrm{F}(x, y),$$

$\mathrm{F}(x, y)$ désignant une fonction donnée. Il a donné comme intégrale de cette équation

$$(2) \qquad \varphi(x, y) = \frac{d^x \Psi(y)}{dy^x} + \sum \frac{d^n}{dy^n}\mathrm{F}(x - n - 1, y),$$

pourvu que l'on renferme l'intégrale $\sum$ entre les limites $n = 0$ et $n = x + 1$.

Nous allons chercher à déterminer l'intégrale de cette même équation par la généralisation.

Si nous considérons d'abord le second membre comme nul, en écrivant

$$(3) \qquad \varphi(x+1, y) - \frac{d}{dy}\varphi(x, y) = 0,$$

nous aurons, en posant

$$(4) \qquad \varphi(x, y) = \mathrm{G}e^{xu+yv},$$

l'équation symbolique

$$\mathrm{G}e^{xu+yv}(e^u - v) = 0,$$

à laquelle on satisfait en posant

$$e^u = v, \qquad v = e^u.$$

Ces valeurs, mises dans l'identité (4), donnent successivement

$$\varphi(x, y) = \mathrm{G}e^{yv}v^x = \frac{d^x}{dy^x}\Psi(y),$$

$$\varphi(x, y) = \mathrm{G}e^{xu+ye^u} = \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{y^n}{\Gamma(n+1)}\theta(x+n).$$

Nous aurons ainsi pour l'intégrale de l'équation (3)

$$(5) \qquad \varphi(x, y) = \frac{d^x \Psi(y)}{dy^x} + \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{y^n}{\Gamma(n+1)}\theta(x+n),$$

Ψ et θ représentant deux fonctions arbitraires.

Pour déterminer une intégrale particulière de l'équation (1) avec

second membre, nous poserons

$$\varphi(x, y) = \mathrm{G} e^{xu+yv}, \qquad \mathrm{F}(x, y) = \mathrm{G} e^{xu'+yv'},$$

il en résultera l'équation symbolique

$$\mathrm{G} e^{xu+yv}(e^{u} - v) = \mathrm{G} e^{xu'+yv'},$$

dont on déduit

$$\mathrm{G} e^{xu+yv} = \mathrm{G}\,\frac{e^{xu'+yv'}}{e^{u'} - v'};$$

effectuant la généralisation, nous obtiendrons comme intégrale particulière

$$(6) \qquad \varphi(x, y) = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{d^{n-1}}{dy^{n-1}}\,\mathrm{F}(x - n, y).$$

Par conséquent l'intégrale complète de l'équation proposée sera exprimée par la somme des valeurs données par les formules (5) et (6). On obtient ainsi

$$\varphi(x, y) = \frac{d^{x}\Psi(y)}{dy^{x}} + \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{y^{n}}{\Gamma(n+1)}\,\theta(x+n) + \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{d^{n-1}}{dy^{n-1}}\mathrm{F}(x+n, y).$$

On peut reconnaître par cette formule que l'intégrale donnée par Paoli ne peut être considérée comme l'intégrale complète de l'équation proposée.

Bien que l'intégrale $\sum \frac{d^{n-1}}{dy^{n-1}}\,\mathrm{F}(x+n, y)$ s'étende de 1 à l'infini, on peut la limiter à $n = x$ parce que la portion qu'on néglige dans ce cas étant

$$\frac{d^{x}}{dy^{x}}\,\mathrm{F}(-1, y) + \frac{d^{x+1}}{dy^{x+1}}\,\mathrm{F}(-2, y) + \ldots,$$

peut être considérée comme comprise dans $\frac{d^{x}\Psi(y)}{dy^{x}}$, $\Psi(y)$ étant une fonction arbitraire.

On reconnait, par cet exemple, combien il est important de connaître le nombre des fonctions arbitraires que doit contenir l'intégrale complète d'une équation.

§ V. — *Donnons plus de généralité à l'équation de Paoli et proposons-nous d'intégrer l'équation aux différences mêlées*

$$(1) \qquad \frac{d^{n}\varphi(x, y)}{dy^{n}} - \varphi(x + a, y) = \mathrm{F}(x, y),$$

$\mathrm{F}(x, y)$ *étant une fonction donnée.*

Supposons le second membre nul et cherchons l'intégrale de l'équation

(2) $$\frac{d^n \varphi(x, y)}{dy^n} - \varphi(x + a, y) = 0.$$

Posons, à cet effet, l'identité

(3) $$\varphi(x, y) = \mathrm{G} e^{xu + yv};$$

en substituant cette expression dans l'équation, nous aurons

$$\mathrm{G} e^{xu+yv} (v^n - e^{au}) = 0,$$

équation à laquelle on satisfait en posant

(4) $$v^n - e^{au} = 0.$$

Cette équation résolue par rapport à v donne

$$v = e^{\frac{2k\pi}{n}\sqrt{-1} + \frac{a}{n}u},$$

expression dans laquelle on donnera à k toutes les valeurs 0, 1, 2, ..., $n - 1$.

Cette valeur mise dans l'identité (3) donne

$$\varphi(x, y) = \mathrm{G} e^{xu + ye^{\frac{2k\pi}{n}\sqrt{-1}} e^{\frac{a}{n}u}}.$$

Effectuant la généralisation, nous aurons

(5) $$\varphi(x, y) = \sum_{k=0}^{k=n-1} \sum_{p=0}^{p=\infty} \frac{y^p e^{\frac{2k\pi p}{n}\sqrt{-1}}}{\Gamma(p+1)} \psi_k\left(x + \frac{ap}{n}\right).$$

Cette intégrale particulière de l'équation (2) renferme n fonctions arbitraires.

Si maintenant nous résolvons l'équation (4) par rapport à e^u, nous aurons

$$e^u = v^{\frac{n}{a}} e^{\frac{2h\pi}{a}\sqrt{-1}},$$

expression dans laquelle h recevra toutes les valeurs 0, 1, 2, $a - 1$.

Cette valeur de e^u mise dans l'identité (3) donne

$$\varphi(x, y) = e^{\frac{2h\pi x}{a}\sqrt{-1}} \mathrm{G} v^{\frac{nx}{a}} e^{yv}.$$

Effectuant la généralisation, nous aurons

(6) $$\varphi(x, y) = \sum_{h=0}^{h=a-1} e^{\frac{2h\pi x}{a}\sqrt{-1}} \frac{d^{\frac{nx}{a}} \theta_h(y)}{dy^{\frac{nx}{a}}}.$$

Cette nouvelle intégrale particulière de l'équation (2) renferme a fonctions arbitraires.

La somme de ces deux intégrales particulières (5) et (6) sera l'intégrale de l'équation (2).

Pour obtenir l'intégrale de l'équation proposée, il nous faut encore déterminer une intégrale particulière de l'équation (1) avec un second membre.

Posons pour cela

$$\varphi(x, y) = \mathrm{G} e^{xu+yv}, \qquad \mathrm{F}(x, y) = G e^{xu'+yv'}.$$

Ces expressions substituées dans l'équation proposée donneront

$$\mathrm{G} e^{xu+yv} (v^n - e^{au}) = \mathrm{G} e^{xu'+yv'},$$

dont on déduit

$$\varphi(x, y) = \mathrm{G} e^{xu+yv} = - \mathrm{G} \frac{e^{xu'+yv'}}{e^{au'} - v'^n}.$$

Pour effectuer la généralisation, développons en série. Nous aurons

$$\varphi(x, y) = - \mathrm{G} e^{(x-a)u'+yv'} \left\{ 1 + v'^n e^{-au'} + v'^{2n} e^{-2au'} + \dots \right\}.$$

Effectuant la généralisation de chaque terme, il en résultera

$$(7) \qquad \varphi(x, y) = - \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{d^{mn}}{dy^{mn}} \mathrm{F}\left(x + (m-1)a, y\right).$$

Comme conséquence de ces intégrales particulières données par les formules (5) (6) et (7), l'intégrale générale et complète de l'équation (1) sera exprimée par

$$(8) \quad \left\{ \begin{aligned} \varphi(x, y) = & \sum_{h=0}^{h=n-1} \sum_{p=0}^{p=\infty} \frac{y^p e^{\frac{2h\pi p}{n}\sqrt{-1}}}{\Gamma(n+1)} \Psi_k\left(x + \frac{ap}{n}\right) \\ & + \sum_{h=0}^{h=a-1} e^{\frac{2h\pi x}{a}\sqrt{-1}} \frac{d^{\frac{nx}{a}}}{dy^{\frac{nx}{a}}} \theta_h(y) - \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{d^{mn}}{dy^{mn}} \mathrm{F}\left(x - (m-1)a, y\right), \end{aligned} \right.$$

intégrale qui renferme $n + a$ fonctions arbitraires.

§ VI. — *Soit proposé de déterminer l'intégrale de l'équation aux différences mêlées*

$$(1) \qquad \varphi(x+1, y+1) - \frac{d}{dy} \varphi(x, y) = \mathrm{F}(x, y),$$

dans laquelle F(x, y) *est une fonction donnée.*

Si nous admettons, en premier lieu, que le second membre de cette équation soit nul, de sorte que

$$(2) \qquad \varphi(x+1, y+1) - \frac{d}{dy}\varphi(x, y) = 0,$$

en posant

$$(3) \qquad \varphi(x, y) = \mathrm{G}e^{xu+yv},$$

nous aurons l'équation symbolique

$$\mathrm{G}e^{xu+yv}(e^{u+v} - v) = 0,$$

équation qui est satisfaite si

$$(4) \qquad e^{u+v} - v = 0.$$

Nous déduisons de cette relation entre les variables de généralisation $e^u = ve^{-v}$. Mettant cette valeur dans l'expression (3) et en effectuant la généralisation, nous obtiendrons

$$(5) \qquad \varphi(x, y) = \frac{d^x}{dy^x}\chi(y - x),$$

χ désignant une fonction arbitraire; c'est une intégrale de l'équation (2), comme il est d'ailleurs facile de le vérifier.

S'il était possible de déduire de l'équation (4) la valeur de e^v en fonction de u, on obtiendrait une seconde intégrale particulière; mais comme l'équation ne se prête pas à cette détermination, nous allons, par un procédé indirect, parvenir à une nouvelle intégrale.

En résolvant l'équation (4) par rapport à e^v en fonction de u et v, nous aurons

$$e^v = ve^{-u}.$$

En mettant cette valeur dans l'identité (3), il en résultera

$$(6) \qquad \varphi(x, y) = \mathrm{G}v^y e^{(x-y)u}.$$

Cela posé, il est facile de comprendre que, si nous généralisons le second membre de cette identité comme une fonction de deux variables, nous obtiendrons une valeur dans laquelle la fonction arbitraire introduite par le calcul sera plus générale que celle que l'on aurait obtenue si le second membre n'avait contenu que la variable u; il sera donc nécessaire d'établir la restriction qu'on doit apporter à cette fonction pour obtenir l'intégrale.

Généralisant par facteurs l'équation (6), nous aurons

$$\varphi(x, y) = \frac{d^y}{dy^y}\theta(x - y),$$

θ désignant une fonction arbitraire.

Pour connaître la restriction que nous devons apporter à cette fonction $\theta(x-y)$, remplaçons dans l'équation (2) $\varphi(x, y)$ par cette valeur; nous obtiendrons une identité, ce qui montre que cette expression est une seconde intégrale, sans apporter aucune modification à la fonction θ.

Il résulte de là que l'intégrale complète de l'équation (2) sera exprimée par

$$(7) \qquad \varphi(x, y) = \frac{d^x}{dy^x}\chi(y-x) + \frac{d^y}{dy^y}\theta(y-x).$$

Pour obtenir l'intégrale de l'équation (1) avec son second membre, nous déterminerons une intégrale particulière de cette équation en posant

$$\varphi(x, y) = \mathrm{G}e^{xu'+yv'}, \qquad \mathrm{F}(x, y) = \mathrm{G}e^{xu+yv}.$$

Nous aurons ainsi

$$\mathrm{G}e^{xu'+yv'}(e^{u'+v'} - v') = \mathrm{G}e^{xu+yv},$$

équation dont on déduit

$$\mathrm{G}e^{xu'+yv'} = \mathrm{G}\frac{e^{xu+yv}}{e^{u+v} - v}.$$

Si nous remarquons que l'on a identiquement

$$\frac{1}{e^{u+v} - v} = \int_0^\infty e^{-t(e^{u+v}-v)}\,dt,$$

nous pourrons écrire

$$\mathrm{G}\frac{e^{xu+yv}}{e^{u+v} - v} = \int_0^\infty \mathrm{G}e^{xu+(y+t)v-te^{u+v}}.$$

Pour effectuer la généralisation du second membre, nous développerons l'exponentielle $e^{-te^{u+v}}$ en série; nous aurons ainsi

$$\mathrm{G}\frac{e^{xu+yv}}{e^{u+v} - v} = \int_0^\infty \mathrm{G}\left\{ e^{xu+(y+t)v} - te^{(x+1)u+(y+t+1)v} + \frac{t^2}{1.2}e^{(x+2)u+(y+t+2)v} - \dots \right\} dt,$$

dont on déduit, en généralisant,

$$(8) \qquad \varphi(x, y) = \sum_{n=0}^{n=\infty}\int_0^\infty \frac{(-1)^n t^n}{\Gamma(n+1)}\mathrm{F}(x+n, y+t+n)\,dt.$$

La somme des intégrales (7) et (8) donnera l'intégrale complète de l'équation proposée.

§ VII. — *Soit proposé d'intégrer l'équation aux différences mêlées*

(1) $$\frac{d\varphi(x+1, y)}{dx} - \frac{d^2\varphi(x, y)}{dy^2} = \mathrm{F}(x, y),$$

F (x, y) *étant une fonction donnée.*

En supposant d'abord le second membre nul, nous aurons

(2) $$\frac{d\varphi(x+1, y)}{dx} - \frac{d^2\varphi(x, y)}{dy^2} = 0,$$

et en posant

(3) $$\varphi(x, y) = \mathrm{G}e^{xu+yv},$$

nous aurons l'équation symbolique

(4) $$\mathrm{G}e^{xu+yv}(ue^u - v^2) = 0,$$

à laquelle on satisfait en posant

(4) $$ue^u - v^2 = 0.$$

Résolvant cette équation par rapport à v en fonction de u, nous aurons les deux solutions

$$v = \sqrt{u}\,e^{\frac{u}{2}}, \quad v = -\sqrt{u}\,e^{\frac{u}{2}};$$

par suite, l'identité (3) nous donnera les deux intégrales

$$\varphi(x, y) = \mathrm{G}e^{xu+y\sqrt{u}e^{\frac{u}{2}}}, \quad \varphi(x, y) = \mathrm{G}e^{xu-y\sqrt{u}e^{\frac{u}{2}}}.$$

Pour éviter la présence d'un radical dans ces expressions qu'on doit généraliser, il suffit d'y remplacer u par u^2; nous aurons ainsi les deux valeurs

(5) $$\begin{cases} \varphi(x, y) = \mathrm{G}e^{xu^2+yue^{\frac{u^2}{2}}} \\ = \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{y^n}{\Gamma(n+1)} \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2-t^2}\psi^{(n)}\left(2\sqrt{x}\,t + \sqrt{2n}\,\omega\right) dt\,d\omega, \end{cases}$$

(6) $$\begin{cases} \varphi(x, y) = \mathrm{G}e^{xu^2-yue^{\frac{u^2}{2}}} \\ = \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{(-1)^n y^n}{\Gamma(n+1)} \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2-t^2}\chi^{(n)}\left(2\sqrt{x}\,t + \sqrt{2n}\,\omega\right) dt\,d\omega, \end{cases}$$

Ψ et χ représentant deux fonctions arbitraires.

La somme de ces deux intégrales ne suffit pas pour déterminer l'intégrale complète de l'équation (2); il faut encore résoudre l'équation (4) par rapport à u en fonction de v.

La difficulté de cette résolution nous oblige à procéder comme nous l'avons fait dans des cas précédents; en déterminant la valeur de e^u en fonction de v et u, nous obtiendrons ainsi

$$e^u = \frac{v^2}{u}.$$

Par suite, l'identité (3) nous donne la nouvelle intégrale

$$\varphi(x, y) = G \frac{v^{2x} e^{yv}}{u^x} = {}^x\!\!\int \frac{d^{2x}\theta(y)}{dy^{2x}}\, dx^x, \tag{7}$$

valeur qui satisfait bien à l'équation (2), quelle que soit la fonction arbitraire $\theta(y)$.

La somme de ces trois intégrales (5), (6) et (7) donnera l'intégrale complète de l'équation proposée sans second membre. Pour compléter l'intégrale de l'équation (1), il faut ajouter à ces intégrales l'intégrale particulière

$$(8)\quad \left\{ \begin{aligned} \varphi(x, y) &= G \frac{e^{xu' + yv'}}{u' e^{u'} - v'^2} = G e^{xu' + yv'} \int_0^\infty e^{tv' - tu'e^{u'}} dt \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{(-1)^n}{\Gamma(n+1)} \int_0^\infty t^n dt \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\omega^2} \frac{d^n}{dx^n} F(x+n, y+2\sqrt{t}\,\omega)\, d\omega. \end{aligned} \right.$$

M. E. LEMOINE

Ancien élève de l'École politecnique, à Paris.

MÉLANGES SUR LA GÉOMÉTRIE DU TRIANGLE [K 1 b]

— *Séance du 8 août 1895* —

§ I. — Définition générale des éléments remarquables (*).

La géométrie du triangle étudie les points, les droites et les courbes remarquables par raport au triangle, c'est-à-dire les points, les

(*) Dans ce mémoire j'emploie l'ortografe de la Société filologique française, place du Louvre, 4, Paris.

droites et les courbes qui, intimement liés avec lui, sont déterminés du fait même de l'existence du triangle, de la même façon que, par exemple, la plus courte distance de deus droites est déterminée quand les deus droites sont donées.

Le mot *remarquable* a été dès l'origine instinctivement apliqué pour qualifier ces éléments, à cause des propriétés, en relations avec le triangle, que l'on a découvertes pour chacun de ces points, de ces droites ou de ces courbes, propriétés qui les distinguent de points, de droites ou de courbes qui dépendent d'autres donées que des éléments du triangle. Ainsi, le centre d'inertie d'un triangle, par raport à une droite qui n'est pas èle-même une droite définie en soi par raport aux éléments du triangle, n'est pas un point *remarquable*.

Ce mot a sufi jusqu'ici pour spécifier une série de droites, de points et de courbes dont l'étude intéressante s'est rapidement acrue pendant ces dernières années; mais je trouve qu'il est bon d'essayer de préciser la signification *analitique* du terme employé, ce qui n'a pas, je crois, encore été fait.

Nous pouvons définir un point remarquable du triangle, un point lié au triangle par des relations, fonctions des éléments de ce triangle, et qui ne suposent aucune équation particulière entre eus.

Ce qui suit définira la forme analitique des coordonées de tels points, lorsqu'ils peuvent avoir la forme d'un polynôme entier.

Considérons une fonction $\varphi(\lambda, \mu, \nu)$ entière, homogène des trois variables λ, μ, ν, ordonée par raport à λ; j'ai ainsi

$$\varphi(\lambda, \mu, \nu) = \lambda^{p} f(\mu, \nu) + \lambda^{p_1} f_1(\mu, \nu) \ldots, \lambda^{p_i} f_i(\mu, \nu).$$

Je supose de plus que φ soit une fonction tèle que $f(\mu, \nu)$, $f_1(\mu, \nu)$, $\ldots f_i(\mu, \nu)$ soient des fonctions *symétriques* de μ, ν. Si dans la fonction φ je remplace λ, μ, ν respectivement par a, b, c, puis par b, c, a, puis par c, a, b, a, b, c étant les trois côtés du triangle de référence ABC, j'aurai trois quantités x_1, y_1, z_1 qui pouront être considérées come les coordonées normales proportionèles ou come les coordonées baricentriques d'un certain point M. Ce point M apartiendra à une classe de points remarquables du triangle, que j'apèlerai points *unitaires*, par oposition aus points *binaires*, que nous définirons plus loin. A la classe des points unitaires apartiènent, par exemple : le centre du cercle inscrit, le centre de gravité, le point de Lemoine, l'ortocentre, le point de Steiner, le point de Tarry, etc., pour lesquels la fonction φ est respectivement : $\lambda^0 + \mu^0 + \nu^0$; $\mu . \nu$; λ; $\mu\nu\,[\lambda^4 - (\mu^2 - \nu^2)^2]$; $\mu\nu\,(\nu^2 - \lambda^2)(\lambda^2 - \mu^2)$; $\lambda^8 \mu\nu - \lambda^6(\mu^2 + \nu^2)\lambda\nu - \lambda^2(\mu^2 + \nu^2)(\mu^2 - \nu^2)^2 \mu\nu - \mu^3\nu^3(\mu^2 - \nu^2)^2$.

Je n'ai pas besoin d'observer que cète forme n'est pas cèle sous laquèle se présentent le plus souvent les coordonées; ainsi, les coordonées du point de Tarry peuvent s'écrire plus simplement $\frac{1}{\cos(A+\omega)}$, etc., ω étant l'angle de Brocard; mais, si *èles ne contiènent point de radicaus*, il faut essayer de les ramener à cète forme, et si l'on y parvient, le point considéré sera un point unitaire; par exemple, si je veus trouver la fonction φ pour le point de Nagel $\frac{p-a}{a}$, $\frac{p-b}{b}$, $\frac{p-c}{c}$, je chasse les dénominateurs, et les coordonées deviènent $bc\,(b+c-a)$, etc. La fonction φ est alors évidemment $\mu\nu\,(\mu+\nu-\lambda)$.

Soit $\psi\,(\mu, \nu)$ une fonction simétrique de degré impair à deux variables μ et ν; il est clair que j'aurai toujours

$$\psi\,(\mu, \nu) = \psi_1\,(\mu, \nu) + \psi_1\,(\nu, \mu).$$

J'apèlerai $\psi_1\,(\mu, \nu)$ une fonction hémi-simétrique.

Cela posé, considérons une fonction $\varphi\,(\lambda, \mu, \nu)$ entière, homogène, des trois variables λ, μ, ν; je l'ordone par raport à λ, et j'ai :

$$\varphi\,(\lambda, \mu, \nu) = \lambda^p f\,(\mu, \nu) + \lambda^{p_1} f_1\,(\mu, \nu) + \ldots, \lambda^{p_i} f_i\,(\mu, \nu).$$

Je supose maintenant que $f\,(\mu, \nu), f_1\,(\mu, \nu), \ldots, f_i\,(\mu, \nu)$.

Soient des fonctions hémi-simétriques de μ et ν.

Les deux points M et M', dont les coordonées normales x, y, z sont proportionèles respectivement à

$$\varphi\,(a, b, c), \quad \varphi\,(b, c, a), \quad \varphi\,(c, a, b)$$

et à

$$\varphi\,(a, c, b), \quad \varphi\,(b, a, c), \quad \varphi\,(c, b, a),$$

seront des points remarquables *binaires* du triangle ABC. Par exemple, les points de Jérabek et les points de Brocard apartiènent à la classe des points *binaires*

Les fonctions φ sont pour eus, respectivement, $\lambda^0\mu$, $\lambda\mu^2$.

Si les coordonées d'un point remarquable sont algébriques et ne contiènent pas de radicaus, le point est toujours soit unitaire, soit binaire; mais ce que nous venons de dire ne s'apliquerait pas au point $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{c}$, qui contient des radicaus dans ses coordonées; la géométrie du triangle n'a pas eu d'ailleurs jusqu'ici à étudier de tels points, au moins *d'une façon générale*.

Une distinction tout à fait analogue, et sur laquèle il n'est pas besoin d'insister, conduit à deus classes de droites ou de courbes

remarquables liées au triangle, droites : et courbes *unitaires*, droites et courbes *binaires*.

On peut prévoir que l'étude des formes de φ conduira à classer des éléments remarquables jouissant de propriétés comunes; par exemple, je signale la question suivante, à laquèle je n'ai pas le temps de m'arêter en ce moment, et qui paraît mériter examen :

Quèles sont les conditions que doit remplir φ pour que la transformation continue apliquée au point M *done un autre point que* M?

§ II. — DIVERS MODES DE GÉNÉRATION DE POINTS REMARQUABLES.

Nous en avons déjà indiqué de nombreus dans nos mémoires aus précédents Congrès; en voici de nouveaus.

A. — Soit M un point dont les coordonées normales, par raport au triangle de référence ABC, sont x_1, y_1, z_1; soient A', B', C' les simétriques de A, B, C par raport aus milieus de BC, CA, AB; A_1, B_1, C_1 les points où AM, BM, CM coupent BC, CA, AB. Les trois droites $A'A_1$, $B'B_1$, $C'C_1$ se coupent en un point J dont les coordonées (*) sont

$$\frac{-bcy_1z_1 + caz_1x_1 + abx_1y_1}{a}, \text{ etc.}$$

Si M est sur l'ellipse circonscrite de Steiner, J est à l'infini.

Si M est le point de Tarry, J est le point $\frac{a^4 - b^2c^2}{a}$, etc.

Si M est le point de Lemoine, J est le point Φ : $\frac{a^2b^2 + a^2c^2 - b^2c^2}{a}$, etc.

que nous avons si souvent rencontré dans la géométrie du triangle (**).

Si M est le centre du cercle inscrit, J est le point $\frac{ab + ac - bc}{a}$.

Si M est l'ortocentre, J est le point $\frac{3a^2 - b^2 - c^2}{a}$.

Si J a pour coordonées x, y, z, M a pour coordonées $\frac{1}{a(by + cz)}$, etc.

(*) Dans ce mémoire, à moins d'indication contraire, nous emploierons les coordonées normales trilinéaires.

(**) Nous profiterons de l'ocasion pour signaler une inexactitude dans un de nos précédents mémoires : *Géométrografie*, page 49 (Association française pour l'avancement des sciences, 1892. *Congrès de Pau*, p. 83), construction LXII, nous disons que Φ est le point où se coupent les deus Brocardiènes de la droite de Lemoine par raport à la droite de l'infini; cette génération apartient au point $\frac{a^4 - b^2c^2}{a}$, etc., non au point Φ.

Si J est le point de Nagel $\frac{p-a}{a}$, etc., M est le point $\frac{1}{a^2}$, etc.

Si J est le point de Gergonne $\frac{1}{a(p-a)}$, etc., M est le point $\frac{1}{a^2(p-a)}$, etc.

Sans multiplier davantage les exemples, on voit le parti que l'on peut tirer de ce téorème pour en déduire des constructions de points remarquables; ainsi (Association française pour l'avancement des sciences, *Congrès de Pàu,* 1892, construction LXII, p. 86) nous avons doné pour le point $\frac{a^4-b^2c^2}{a}$, etc., une construction, que nous croyions alors la plus simple, par le simbole op : $(28R_1 + 14R_2 + 12C_1 + 8C_3)$.

Simplicité : 62, etc.; mais en le plaçant par le téorème qui nous ocupe, au moyen du point de Tarry, on peut simplifier beaucoup la construction.

En effet, la construction LVII (dans le mémoire il y a LVIII par erreur), *Congrès de Besançon,* 1893, p. 129, place le point de Tarry M par le simbole op : $(10R_1 + 5R_2 + 6C_1 + 4C_3)$; pour construire le point $\frac{a^4-b^2c^2}{a}$, etc., par le téorème que nous examinons, il faut prendre les simétriques de deus somets par raport aus milieus de deus côtés oposés; or, deus de ces milieus sont déjà placés puisque nous avons placé le centre du cercle circonscrit. Suposons que ce soient les milieus E, F de AC et de AB. Les simétriques B_2 et C_2 de B et de C par raport à ces milieus peuvent être placés simplement par op : $(4R_1 + 2R_1)$ en traçant BE, CF qui coupent le cercle $A(a)$ en B_2 et C_2. Je trace MB, MC qui coupent AC, AB op : $(4R_1 + 2R_2)$ en B_3, C_3, enfin je trace B_2B_3, C_2C_3 op : $(4R_1 + 2R_2)$ qui se coupent au point cherché $\frac{a^4-b^2c^2}{a}$, etc. op : $(22R_1 + 11R_2 + 6C_1 + 4C_3)$. Simplicité : 43; exactitude : 28; 11 droites, 4 cercles. C'est la construction la plus simple que je conaisse de ce point.

Remarque. — Le centre radical des trois cercles $A(a)$, $B(b)$, $C(c)$ est le point cos A — cos B cos C, etc.; ce point se construit très simplement par op : $(4R_1 + 2R_2 + 9C_1 + 3C_3)$; simplicité : 18; exactitude : 13; 2 droites, 3 cercles.

B. — Si A' B' C' est le triangle pédal (*) d'un point M par raport

(*) Si les trois droites AM, BM, CM coupent respectivement BC, CA, AB en A', B', C', le triangle A'B'C' est dit le triangle pédal de M.

au triangle ABC, x, y, z étant les coordonées normales de M; si L', M', N' sont les milieus de B'C', C'A', A'B', les droites AL', BM', CN' se couperont au point N, qui a pour coordonées :

$$x(by+cz),\ y(cz+ax),\ z(ax+by).$$

Si M parcourt le cercle circonscrit, N parcourt l'axe ortique $\sum x \cos A = 0$.

Si M parcourt l'ellipse circonscrite de Steiner, N est à l'infini, etc.

Si M est le point de Lemoine, N est le milieu de la distance des points de Brocard.

Si M est le point de Nagel, N est le point $p-a$, etc.

Si M est le point $\frac{\operatorname{cotg} A}{a}$, N est le centre du cercle circonscrit.

Si M est le point de Gergonne, N est le centre du cercle inscrit.

Si M est l'ortocentre, N est le point de Lemoine.

Si M est le point $\frac{1}{a^2}$, etc., N est le point $\frac{b^2+c^2}{a}$, etc.

Si M est le point $\frac{1}{a^2}$, N est le centre de gravité du périmètre.

Si N a pour coordonées x, y, z, M a pour coordonées $\frac{1}{a(by+cz-ax)}$, etc.

Si N a pour coordonées $b+c$, etc., M est le centre du cercle inscrit.

Si N est le point à l'infini $\frac{b-c}{a}$, etc., M est le point $\frac{1}{a(b-c)}$, etc.

Si N est le centre de gravité du périmètre, M est le point $\frac{1}{a^2}$, etc.

Si N est l'ortocentre, M est le point $\frac{1}{a^2(\cos A-\cos B\cos C)}$, etc.

Si N est le point de Nagel $\frac{p-a}{a}$, etc., M est le point $\frac{1}{a(2a-p)}$, etc.

C. — Par un point M fixe du plan d'un triangle ABC on mène une droite qui coupe BC en A', CA en B', AB en C'. Soient A_1, B_1, C_1 les simétriques de A', B', C' par raport à M. On sait que AA_1, BB_1, CC_1 se coupent en un même point O. Cela posé : 1° le lieu de O, quand la droite A'B'C tourne autour de M, est la conique circonscrite à ABC qui a son centre en M; 2° si M se meut sur une droite A'B'C', dont l'équation est $Ax+By+Cz=0$, le lieu de O est la conique cir-

conscrite

$$\frac{A(Bc - Cb)^2}{x} + \frac{B(Ca - Ac)^2}{y} + \frac{C(Ab - Ba)^2}{z} = 0,$$

dont le centre est $A(B^2c^2 - C^2b^2)$, etc.

Si M se meut sur l'axe antiortique $x + y + z = 0$, c'est la conique $\sum \frac{(b-c)^2}{x} = 0$ qui a le point $b^2 - c^2$, etc., pour centre.

D. — Soit un triangle ABC et une conique $\frac{A}{x} + \frac{B}{y} + \frac{C}{z} = 0$ circonscrite, M_1 et M' deus points dont les coordonées sont x, y, z; x_1, y_1, z_1.

AM_1, AM' coupent la conique en A_1 et A'; BM_1, BM' coupent la conique en B_1 et B'; CM_1, CM' coupent la conique en C_1 et C'.

1° Les trois droites A_1A', B_1B', C_1C' forment un triangle PQR homologique avec ABC.

2° Le centre d'homologie J a pour coordonées

$$\frac{A}{A^2y'y_1z'z_1 - x'x_1(Bz' + Cy')(Bz_1 + Cy_1)}, \text{ etc.}$$

On voit que l'on obtiendra également, dérivés ainsi d'une conique remarquable et de deus points remarquables, un grand nombre d'autres points remarquables. Exemples : Suposons que la conique soit le cercle circonscrit.

Si M_1 et M' sont le centre de gravité et le point de Lemoine, J est le point $\frac{a}{2b^2 + 2c^2 - a^2}$, etc.

Si M_1 et M' sont les points de Brocard, J est le point a^3, b^3, c^3. D'où une construction assez simple du point a^3, b^3, c^3.

Si M_1 et M' sont l'ortocentre et le centre du cercle circonscrit, J est l'ortocentre.

Si M_1 et M' sont tous deus le point de Lemoine, J est aussi le point de Lemoine.

Si M_1 et M' sont tous deus le centre du cercle inscrit, J est l'inverse du point de Nagel.

Si M_1 et M' sont tous deus le centre du cercle circonscrit, J est le point $\frac{1}{\cos A - \cos B \cos C}$, etc.

Si M_1 et M' sont tous deus l'ortocentre, J est le centre du cercle circonscrit.

Si M_1 et M' sont tous deus le centre de gravité, J est le point $a \operatorname{tg} A$, etc.

Si M_1 et M' sont tous deus le point $(p-a)$, etc., J est le point $\frac{a}{2R-r_a}$, etc.

Si M_1 et M' se confondent avec a^2, b^2, c^2, J est le point $\frac{a}{a^2b^2+a^2c^2-b^2c^2}$, etc., inverse du point Φ.

Si M_1 et M' se confondent avec $\frac{1}{a^3}$, $\frac{1}{b^3}$, $\frac{1}{c^3}$, J est le point $\frac{a}{b^4+c^4+a^4}$, etc.

En général, si M_1 et M' sont confondus en x, y, z, J est le point $\frac{a}{bzx+cxy-ayz}$, etc.

Si M_1 et M' sont confondus en $\frac{a}{l(mc+nb)}$, $\frac{b}{m(na+lc)}$, $\frac{c}{r(lb+ma)}$, J est le point l, m, n.

E. — Soit M un point du plan d'un triangle ayant pour coordonées x, y, z; MA, MB, MC coupent BC, CA, AB en A', B', C'.

Les simédianes de AB'C', BC'A', CA'B' partant respectivement de A, B, C, se coupent au point M' $\frac{1}{x(by+cz)}$, etc.

Si M est le centre de gravité, M' est le point de Lemoine.

Si M est le point de Lemoine, M' est l'inverse du milieu de la ligne qui joint les points de Brocard.

Si M est le centre du cercle inscrit, M' est le point $\frac{1}{b+c}$, etc.

Si M est l'ortocentre, M' est le centre de gravité.

Si M est le point de Gergonne, M' est le centre du cercle inscrit.

Si M est le point de Nagel, M' est le point $\frac{1}{p-a}$, etc.

§ III. — Propriétés diverses ausquèles s'aplique la transformation continue.

A. — J'ai *indiqué* en divers mémoires plusieurs des métodes qui m'ont servi à calculer de très nombreuses formules entre les éléments du triangle, formules dont beaucoup se multiplient par transformation continue, je vais entrer ici dans quelques détails sur ces procédés.

Suposons d'abord que l'expression H à évaluer en fonction de p, r, R soit une fonction simétrique des trois côtés a, b, c.

Je remarque que l'équation $x^3-2px^2+(p^2+r\delta)x-4Rpr=0$

a pour racines a, b, c; il n'y a donc qu'à calculer H en fonction des coefficients de cette équation pour avoir le résultat cherché.

Si H est une fonction simétrique de r_a, r_b, r_c, on partira de l'équation $x^3 - \delta x^2 + p^2 x - p^2 r = 0$, qui a pour racines r_a, r_b, r_c.

Si H est une fonction simétrique de r, r_a, r_b, r_c, on partira de l'équation

$$x^4 - (\delta + r)\,x^3 + (p^2 + r\delta)\,x^2 - 2rp^2 x + p^2 r^2 = 0,$$

qui a pour racines r, r_a, r_b, r_c, etc., etc.

Toutes ces équations sont simples à former quand on a remarqué les relations fondamentales $\Sigma\, bc = p^2 + r\delta$;

$$\Sigma\, a^2 = 2\,(p^2 - r\delta); \quad \Sigma\, r_b r_c = p^2, \quad \text{etc., etc.,}$$

où j'ai posé $4R + r = \delta$, $4R - r_a = \delta_a$, etc., pour abréger l'écriture.

On peut combiner les résultats obtenus pour établir des formules plus complexes. Nous alons prendre un exemple au hasard pour doner idée de la marche à suivre.

Soit à calculer la valeur de $\Sigma\, a^2\,(p - a) \cos A$. Je pars des formules $\Sigma\, a\,(p - a) = 2r\delta$ (1), $\Sigma\, a \cos A = \dfrac{2pr}{S}$ (2). Si la formule (1) n'est pas conue, je la calcule facilement come il suit :

On a : $a + b + c = 2p$; $p - a + p - b + p - c = p$.

D'où, en multipliant membre à membre :

$$\Sigma\, a\,(p - a) + \Sigma\,(p - a)\,(b + c) = 2p^2,$$

et successivement

$$\Sigma\, a\,(p - a) + p\,\Sigma\,(b + c) - \Sigma\, a\,(b + c) = 2p^2,$$
$$\Sigma\, a\,(p - a) + 4p^2 - 2\,\Sigma\, bc = 2p^2,$$
$$\Sigma\, a\,(p - a) + 2p^2 - 2\,(p^2 + r\delta) = 0.$$

(1) $$\Sigma\, a\,(p - a) = 2r\delta.$$

Pour calculer $\Sigma\, a \cos A$, je pourrai opérer de même que précédemment, en partant de

$$\Sigma \cos A = R + r, \text{ et de } \Sigma\, a = 2p.$$

Mais il est ici plus simple de procéder directement come il suit :

On a

$$\Sigma\, a \cos A = \frac{1}{2abc}\,\Sigma\, a^2\,(b^2 + c^2 - a^2)$$

ou

$$\Sigma\, a \cos A = \frac{1}{8RS}\,16.S^2,$$

d'où enfin

(2) $$\Sigma\, a \cos A = \frac{2pr}{R}.$$

(1) et (2) étant établies, cherchons $\Sigma\, a^2 (p - a) \cos A$. On a

$$a \cos A + b \cos B + c \cos C = \frac{2pr}{R\delta},$$
$$a(p-a) + b(p-b) + c(p-c) = 2r\delta.$$

En multipliant membre à membre, il vient

$$\Sigma\, a^2 (p-a) \cos A + \Sigma\, a(p-a)\,[b \cos B + c \cos C] = \frac{4pr^2\delta}{R}.$$

Le premier membre peut s'écrire, successivement :

$$a^2(p-a)\cos A + p\,\Sigma\, a(b\cos B + c\cos C) - \Sigma\, a^2[(b\cos B + c\cos C),$$
$$\Sigma\, a^2(p-a)\cos A + p\,\Sigma\, bc(\cos B + \cos C) - \Sigma\, a^2(b\cos B + c\cos C),$$
$$\Sigma\, a^2(p-a)\cos A + p\,\Sigma\, bc(\cos A + \cos B + \cos C - \cos A)$$
$$- \Sigma\, a^2(b\cos B + r\cos C),$$
$$\Sigma\, a^2(p-a)\cos A + p(\cos A + \cos B + \cos C)\,\Sigma\, bc - p\,\Sigma\, bc\cos A$$
$$- \Sigma\, a^2(b\cos B + c\cos C),$$

mais en remarquant que $\cos A + \cos B + \cos C = \frac{R+r}{R}$, que $\Sigma\, bc = p^2 + r\delta$, que $\Sigma\, bc\cos A = \frac{1}{2}\Sigma\, a^2 = p^2 - r\delta$, enfin que $\Sigma\, a^2(b\cos B + c\cos C) = \Sigma\, bc\,(b\cos C + c\cos B) = \Sigma\, abc = 3abc$.

Le premier membre s'écrit

$$\Sigma a^2(p-a)\cos A + \frac{p(R+r)(p^2+r\delta)}{R} - p(p^2 - r\delta) - 12pRr.$$

D'où, tous calculs effectués, puisque $\delta = 4R + r$,

$$\Sigma\, a^2(p-a)\cos A = \frac{pr}{R}\,[4R^2 + 3r^2 + 10Rr - p^2].$$

Je ferai remarquer la formule $\cos A = \frac{2R + r - r_a}{2R}$, qui sert très fréquemment; on peut la démontrer ainsi :

Soient x, y, z les longueurs des perpendiculaires abaissées du centre du cercle circonscrit sur les côtés de ABC; on a, come l'on sait, $x + y + z = R + r$ (3). D'où, par transformation continue en A,

(4) $$-x + y + z = R + r_a.$$

De (3) et (4) on tire $x = \frac{2R + r - r_a}{2}$.

Mais $x = R\cos A$; donc enfin $\cos A = \frac{2R + r - r_a}{2R}$.

B. *Construction et propriétés diverses des points* $\frac{a+r_a}{a}$, etc.; $\frac{a-r_a}{a}$, etc.

Nous avons déjà donné d'assez nombreuses propriétés de ces points très remarquables (*Congrès d'Oran,* 1888, p. 168; *Congrès de Limoges,* 1890, p. 134), mais nous voulons y revenir, d'autant plus que des erreurs tipografiques rendent à peu près incompréhensible le téorème qui indique le moyen de construire ces points.

A', B', C' sont les points de contact de BC, CA, AB avec le cercle inscrit à ABC.

A'_a, B'_a, C'_a sont les points de contact de BC, CA, AB avec le cercle ex-inscrit O_a.

De même A'_b, B'_b, C'_b; A'_c, B'_c, C'_c.

Sur la hauteur partant de A je prends les quatre points A_p, A_{p-a}, A_{p-b}, A_{p-c} *en dehors du triangle* et tels que $AA_p = 2p$,

$$A_{p-a} = 2(p-a),\ A_{p-b} = 2(p-b),\ A_{p-c} = 2(p-c).$$

Sur la même hauteur je prends les quatre points A'_p, A'_{p-a}, A'_{p-b}, A'_{p-c} simétriques respectivement de A_p, A_{p-a}, A_{p-b}, A_{p-c} par raport à A. Sur les autres hauteurs je prends de même les points

$$B_p,\ B_{p-a},\ B_{p-b},\ B_{p-c};\ B'_p,\ B'_{p-a},\ \ldots;\ C_p,\ \ldots,\ C'_p,\ \ldots$$

1° Les trois droites $A'A_{p-a}$, $B'B_{p-b}$, $C'C_{p-c}$ se coupent au point Ω, dont les coordonées normales sont $\frac{a+r_a}{a}$, $\frac{b+r_b}{b}$, $\frac{c+r_c}{c}$, et les trois droites $A'A'_{p-a}$, $B'B'_{p-b}$, $C'C'_{p-c}$ se coupent au point Ω', dont les coordonées sont $\frac{a-r_a}{a}$, $\frac{b-r_b}{b}$, $\frac{c-r_c}{c}$.

2° Les points Ω, Ω' apartiènent aux trois hiperboles H_a, H_b, H_c, qui ont pour foyers deus des somets de ABC et qui passent par le troisième.

3° La droite $\Omega\Omega'$ a pour équation $\Sigma\, ax\,(p-a)^2\,(b-c) = 0$ et passe par le centre du cercle inscrit et par le point de Gergonne $\frac{1}{a(p-a)}$, $\frac{1}{b(p-b)}$, $\frac{1}{c(p-c)}$ de ce cercle inscrit.

4° Ω et Ω' sont les centres des deus circonférences tangentes aux trois cercles décrits de A, B, C come centres, avec respectivement $p-a$, $p-b$, $p-c$ pour rayons.

5° Les rayons de ces cercles sont respectivement $\frac{S}{2p+\delta}$, $\frac{S}{2p-\delta}$.

6° La distance $\Omega\Omega'$ est donée par la formule

$$\overline{\Omega\Omega'}^2 = 16S^2\,\frac{\delta^2 - 3p^2}{(4p^2-\delta^2)^2}.$$

On en déduit : que Ω et Ω' se confondent si $\delta = p\sqrt{3}$, ce qui exige que le triangle soit équilatéral;

Que, pour $2p = \delta$, le cercle tangent extérieurement aus trois cercles A $((p-a))$, B $((p-b))$, C $((p-c))$ (*) devient une droite.

7° *Construction des points* Ω, Ω'. — Je décris les cercles B(c), C(b) op : $(4C_1 + 2C_3)$, les segments qu'ils déterminent sur BC donent $2(p-b)$, $2(p-c)$. Je détermine les points B' et C' en menant les deus bissectrices de B et de C (en me servant pour cela des deus cercles déjà tracés); puis, de leur intersection, j'abaisse des perpendiculaires sur AB, AC, op : $(8R_1 + 4R_2 + 9C_1 + 9C_3)$; je trace les hauteurs partant de B et de C (au moyen des cercles déjà tracés B(c), C(b)), puis je place sur chacune d'èles les points B_{p-b}, B'_{p-b}; C_{p-c}, C'_{p-c} op : $(4R_1 + 2R_2 + 10C_1 + 6C_3)$. Enfin je trace $B'B_{p-b}$, $C'C_{p-c}$ qui se coupent en Ω et $B'B'_{p-b}$, $C'C'_{p-c}$ qui se coupent en Ω' op : $(8R_1 + 4R_2)$. Ces deus points sont ainsi obtenus par le simbole op : $(20R_1 + 10R_2 + 23C_1 + 17C_3)$. Simplicité : 70; exactitude : 43; 10 droites, 17 cercles.

8° Les droites $A'A_{p-a}$, ..., $A'A'_{p-a}$ ... ont pour équations :

$$ax(b-c)r_br_c + by(a+r_a)r_cr_a - cz(a+r_a)r_ar_b = 0; \ldots$$
$$ax(b-c)r_br_c + by(a-r_a)r_cr_a - cz(a-r_a)r_ar_b = 0; \ldots$$

Les hiperboles H_a, H_b, H_c ont pour équations

$$p(p-a)(by-cz)^2 - bc(y-z)[(b^2y-c^2z) + ax(b-c)] = 0; \ldots$$

9° On a $\Omega A = p - a + \dfrac{S}{2p+\delta}$, $\Omega B = \ldots$; $\Omega' A = \dfrac{S}{2p-\delta} - (p-a)$; $\Omega' B = \ldots$

Rien ne montrera mieus l'extrême fécondité et la comodité de la transformation continue que de l'apliquer aus résultats précédents; tous vont se transformer *immédiatement* et démontrer des téorèmes, dont un peu de sagacité eût certainement fait deviner l'*existence*, mais non les énoncés *précis*, et il eût falu de *fort longs calculs* pour les préciser.

Je fais *la transformation continue* en A; on a immédiatement les téorèmes suivants :

1° (a) Les trois droites A'_aA_p, B'_aB_{p-c}, C'_aC_{p-b} se coupent au point Ω_a, dont les coordonées normales sont : $-\dfrac{a+r}{a}$, $\dfrac{b+r_c}{b}$, $\dfrac{c+r_b}{c}$, et les trois droites $A'_aA'_p$, $B'_aB'_{p-c}$, $C'_aC'_{p-b}$ se coupent au point Ω'_a, dont les coordonées normales sont : $-\dfrac{a-r}{a}$, $\dfrac{b-r_c}{b}$, $\dfrac{c-r_b}{c}$.

(*) Nous rapelons que H(l) désigne le cercle de centre H et de rayon (l).

2° (a) Les points Ω_a, Ω'_a apartiènent aus trois coniques H_a, E_b (ellipse qui a pour foyers C et A et passe en B), E_c (ellipse qui a pour foyers A et B et passe en C).

3° (a) La droite $\Omega_a\Omega'_a$ a pour équation :

$$axp^2(b-c)+by(p-c)^2(a+c)-cz(p-b)^2(a+b)=0;$$

èle passe par le centre du cercle ex-inscrit O_a et par le point de Gergonne de ce cercle ex-inscrit : $-\frac{1}{ap}, \frac{1}{b(p-c)}, \frac{1}{c(p-b)}$.

4° (a) Ω_a, Ω'_a sont les centres des deus circonférences tangentes aus trois cercles décrits de A, B, C come centres, avec respectivement p, $p-c$, $p-b$ come rayons.

5° (a) Les rayons de ces cercles sont respectivement : $\frac{S}{2(p-a)+\delta_a}$, $\frac{S}{\delta_a-2(p-a)}$.

6° (a) La distance $\Omega_a\Omega'_a$ est donée par la formule

$$\overline{\Omega_a\Omega'_a}^2=16S^2\frac{\delta_a^2-3(p-a)^2}{[\delta_a^2-4(p-a)^2]^2}.$$

Come les cercles B $((p-c))$, C $((p-b))$ sont intérieurs à A(p), les rayons des deus cercles qui leur sont tangents ne peuvent être ni nuls, ni infinis; on déduit alors de la valeur du rayon du cercle qui a pour centre Ω'_a : $\delta_a > 2(p-a)$, et par suite, *a fortiori*, le numérateur de $\overline{\Omega_a\Omega'_a}^2$ ne peut jamais être nul, et Ω_a et Ω'_a ne peuvent jamais se confondre, ce qu'il est facile d'ailleurs de voir géométriquement.

7° (a) La construction des points Ω_a, Ω'_a se calque sur celle des points $\Omega_a\Omega'_a$ en changeant les éléments *en leurs transformés continus* en A, et on arive au même simbole.

8° (a) Les droites A'_aA_p, B'_aB_{p-c}, C'_aC_{p-b} ont pour équations :

$$ax(b-c)\,r_br_c+by(a+r)\,rr_b-cz(a+r)\,rr_c=0,$$
$$ax(b+r_c)\,r_br_c+by(a+c)\,rr_b+cz(b+r_c)\,rr_c=0,$$
$$ax(c+r_b)\,r_br_c+by(c+r_b)\,rr_b+cz(a+b)\,rr_c=0.$$

Les droites $A'_aA'_p$, $B'_aB'_{p-c}$, $C'_aC'_{p-b}$ ont pour équations :

$$ax(b-c)\,r_br_c+by(a-r)\,rr_b-cz(a-r)\,rr_c=0,$$
$$ax(b-r_c)\,r_br_c+by(a+c)\,rr_b+cz(b-r_c)\,rr_c=0,$$
$$ax(c-r_b)\,r_br_c+by(c-r_b)\,rr_b+cz(a+b)\,rr_c=0.$$

Les équations de E_b, E_c, déduites de cèles de H_b H_c, sont :

$$(p-c)(p-a)[cz-ax]^2-ac(z+x)[c^2z+a^2x+by(a+c)]=0,$$
$$(p-a)(p-b)[ax-by]^2-ab(x+y)[a^2x+b^2y+cz(b+a)]=0.$$

9° (a) On a :

$$\Omega_a A = \frac{S}{2(p-a)+\delta_a} - p;\quad \Omega_a B = \frac{S}{2(p-a)+\delta_a} + (p-c);$$

$$\Omega_a' C = \frac{S}{2(p-a)+\delta_a} + (p-b).$$

$$\Omega_a' A = \frac{S}{2(p-a)-\delta_a} - p;\quad \Omega_a' B = \frac{S}{2(p-a)-\delta_a} - (p-c);$$

$$\Omega_a' C = \frac{S}{2(p-a)-\delta_a} - (p-b).$$

C. 1. **Le centre radical des trois cercles ex-inscrits est le centre de gravité du périmètre $\frac{b+c}{a}$, etc.; la puissance de ce point par raport à ces trois cercles est** $\frac{(b+c)(c+a)(a+b)-abc}{8p} = \frac{p^2+r^2}{4}$.

La *transformation continue* en A donc :

Le centre radical du cercle inscrit et des deus cercles ex-inscrits O_b, O_c est le point : $-\frac{b+c}{a}, \frac{a-c}{b}, \frac{a-b}{c}$; la puissance de ce point par raport aus trois cercles est :

$$\frac{(b+c)(a-c)(a-b)+abc}{8(p-a)} = \frac{(p-a)^2+r_a^2}{4}.$$

2. **Je prends sur les hauteurs (vers le côté oposé) des longueurs égales à $2r$ diamètre du cercle inscrit, soient A_1, B_1, C_1 les points ainsi obtenus : 1° les paralèles à BC, CA, AB menées par A_1, B_1, C_1 se coupent au point de Nagel :** $\frac{p-a}{a}$, etc. (voir *Congrès de Lyon*, 1873, p. 95, XVI);

2° **$A_1B_1C_1$ est semblable à ABC, et l'on a** $B_1C_1 = a\sqrt{\frac{R-2r}{R}}$.

3° **Les centres des cercles inscrits aus triangles ABC, $A_1B_1C_1$ coïncident.**

Apliquons la *transformation continue* en A.

Je prends sur la hauteur partant de A et dans le sens qui s'éloigne de BC, $AA_{1a} = 2r_a$, sur les hauteurs partant de B et de C vers les côtés CA, AB, $BB_{1a} = CC_{1a} = 2r_a$: 1° les paralèles menées à BC, CA, AB par A_{1a}, B_{1a}, C_{1a} se coupent au point $-\frac{p}{a}, \frac{p-c}{b}, \frac{p-b}{c}$;

2° $A_{1a}B_{1a}C_{1a}$ est semblable à ABC, et l'on a $B_{1a}C_{1a} = a\sqrt{\frac{R+2r_a}{R}}$;

3° le centre du cercle ex-inscrit tangent à BC du triangle ABC et le

centre du cercle ex-inscrit tangent à $B_{1a}C_{1a}$ du triangle $A_{1a}B_{1a}C_{1a}$, coïncident.

3. La droite $x \sin \frac{A+\lambda}{n} + y \sin \frac{B+\lambda}{n} + z \sin \frac{C+\lambda}{n} = 0$ passe par le point $\sin \frac{B-C}{n}$, $\sin \frac{C-A}{n}$, $\sin \frac{A-B}{n}$ quand λ varie. D'où l'identité $\Sigma \sin \frac{B-C}{n} \sin \frac{A+\lambda}{n} = 0$. On en conclut *par transformation continue* : la droite $x \sin \frac{A-\lambda}{n} + y \sin \frac{180-B+\lambda}{n} + z \sin \frac{180-C+\lambda}{n} = 0$ passe par le point : $\sin \frac{B-C}{n}$, $\sin \frac{B}{n}$, $-\sin \frac{C}{n}$ etc.

4. Sur la hauteur partant de A, je porte de part et d'autre de A $AA_1 = AA'_1 = BC$ en métant la lètre accentuée A'_1 dans le sens qui va de A vers BC. J'ai de même les points B_1, B'_1; C_1, C'_1 sur les deus autres hauteurs. Soient L, M, N les milieus de BC, CA, AB. Les droites LA_1, MB_1, NC_1 concourent au point P, dont les coordonées normales sont $\frac{(2S + a^2)(S + bc \cos A)}{a}$, etc.

Par transformation continue soit en A, soit en B, soit en C, on trouve que LA'_1, MB'_1, NC'_1 se coupent au point P' : $\frac{(2S - a^2)(S - bc \cos A)}{a}$, etc. Cette circonstance que les trois transformations soit en A, soit en B, soit en C transforment un résultat toutes les trois en un seul autre résultat est assez rare; je ne l'ai guère rencontrée jusqu'ici que pour les centres isogones et pour les éléments qui en dépendent immédiatement, come les coniques de Simmons $\Sigma x \sin (A \pm 60) = 0$ (J.-J. Milne, *Companion to the weekly problem papers*, 1888, p. 165).

On peut placer les 2 points P, P' par le simbole op : $(16R_1 + 8R_2 + 9C_1 + 6C_3)$. Simplicité : 39; exactitude : 25; 8 droites, 6 cercles, car la construction des cercles C (CB), B (CB), A (AC), B (AC), A (AB), C (AB) se fait par op : $(9C_1 + 6C_3)$, et permet de tracer les simétriques de B et de C par raport aux côtés oposés, donc de tracer les hauteurs en ajoutant op : $(4R_1 + 2R_2)$; les points B_1, C_1 se trouvent placés, puisqu'on a tracé B (CA) et C (AB); il reste à tracer MB_1, NC_1 pour avoir P; MB'_1, NC'_1 pour avoir P' ; op : $(8R_1 + 4R_2)$.

D. *Construction de quelques points.* — **1.** Le point : $\frac{a^2 - bc}{a}$, $\frac{b^2 - ca}{b}$, $\frac{c^2 - ab}{c}$ se construit facilement en remarquant qu'il est à l'intersection des deus Brocardiènes par raport à la droite de l'infini (*) de l'axe antiortique $x + y + z = 0$. J'éfectue ainsi la construction : je trace les 2 bissectrices de deus angles extérieurs, A et B par exemple du triangle, cela place les points A′ et B′ de l'axe antiortique qui sont sur BC et sur CA. op : $(4R_1 + 2R_2 + 6C_1 + 6C_3)$. Par A′ je mène une paralèle à AB qui coupe CA en A'_b et une paralèle à AC qui coupe AB en A'_c; pour tracer ces deus paralèles, je trace un cercle quelconque passant par A′, mais assez grand pour qu'il coupe AB et AC, etc., op : $(4R_1 + 2R_2 + 7C_1 + 3C_3)$, de même par B′ je mène une paralèle à AB qui coupe BC en B'_a et une paralèle à CB qui coupe AB en B'_c, op : $(4R_1 + 2R_2 + 7C_1 + 3C_3)$. Je trace $A'_b B'_c$ et $A'_c B'_a$ op : $(4R_1 + 2R_2)$, èles se coupent au point cherché, obtenu par le simbole : op $(16R_1 + 8R_2 + 20C_1 + 12C_3)$, simplicité : 56; exactitude : 36; 8 droites, 12 courbes.

Si j'aplique à cète construction la simplification employée plus loin à propos de la construction du point $\frac{a^4 - b^2c^2}{a}$, etc. (voir 5), pour mener par A′ et B′ les paralèles aus côtés et que M. Bernès m'avait fait remarquer pour ce point, le simbole que nous venons de doner se réduit à op : $(12R_1 + 6R_2 + 18C_1 + 14C_3)$, simplicité : 50; exactitude : 30; 6 droites, 14 cercles.

La transformation continue en A donerait par ce même simbole le point $\frac{a^2 - bc}{a}$, $\frac{b^2 + ca}{b}$, $\frac{c^2 + ab}{a}$ obtenu come l'intersection des deus Brocardiènes de la droite $-x + y + z = 0$ par raport à la droite de l'infini.

2. Les deus Brocardiènes par raport à la droite de l'infini de la droite qui joint le point de Lemoine au baricentre se coupent au point de Steiner.

(*) Rapelons la définition des droites Brocardiènes d'une droite donée Δ. Soit ABC un triangle; Δ coupe BC, CA, AB en A′, B′, C′. Soit une droite Δ_1 qui coupe BC, CA, AB en A_1, B_1, C_1.

Apelons A'_c, B'_a, C'_b les points où $A'B_1$, $B'C_1$ $C'A_1$ coupent respectivement AB, BC, CA et A'_b, B'_c, C'_a les points où $A'C_1$, $B'A_1$, $C'B_1$ coupent respectivement AC, BA, CB. A'_c, B'_a, C'_b sont colinéaires sur une droite apelée Brocardiène directe de Δ par raport à Δ_1; A'_b, B'_c, C'_a sont colinéaires sur la Brocardiène rétrograde de Δ par raport à Δ_1 (voir A. F., 1886, *Congrès de Nancy*). Si Δ_1 est la droite de l'infini, $A'A'_c$, $B'B'_a$, $C'C'_b$ sont respectivement paralèles à CA, AB, BC et $A'A_1$, $B'B'_c$, $C'C'_a$ sont paralèles à AB, BC, CA.

3. La droite qui joint le centre du cercle inscrit au baricentre $\Sigma\, ax\,(b - c) = 0$ est tèle que ses deus Brocardiènes, par raport à la droite de l'infini, se coupent à son pôle triangulaire $\frac{1}{a(b-c)}$, etc.; par *transformation continue* en A, on voit que la droite qui joint le centre du cercle ex-inscrit O_a au baricentre : $ax\,(b - c) + by\,(c + a) - cz\,(a + b) = 0$, jouit de la même propriété.

4. Les deus Brocardiènes par raport à la droite de l'infini de la droite $\Sigma\, a\,(a^2 - bc)\,x = 0$, qui passe par le baricentre, par le centre de gravité du périmètre, par le point à l'infini : $\frac{b-c}{a}$, etc., par les points $\frac{b}{a}, \frac{c}{b}, \frac{a}{c}; \frac{c}{a}, \frac{a}{b}, \frac{b}{c}$ (chacun de ces derniers points est l'un des permutiens ([1]) d'un des points de Brocard) se coupent au point $\frac{1}{a\,(a^2 - bc)}$, etc.

Par *transformation continue* en A, on obtiendrait le point $\frac{1}{a\,(a^2 - bc)}, \frac{1}{b(b^2 + ac)}, \frac{1}{c\,(c^2 + ab)}$ au moyen de la droite $a\,(a^2 - bc)\,x + b\,(b^2 + ac)\,y + c\,(c^2 + ab^2)\,z = 0$, etc.

5. Construction du point $\frac{a^4 - b^2c^2}{a}$, etc.

Nous avons déjà parlé plus haut de ce point (§ II. A). Remarquons, pour le construire, qu'il est le point d'intersection des deus Brocardiènes (1886, *Congrès de Nancy*, p. 85) de la droite de Lemoine par raport à la droite de l'infini. En faisant en A et en B, avec AB dans le sens convenable des angles égaus à ACB, nous obtenons les points A′ et B′ de la droite de Lemoine qui sont sur BC et CA, par le simbole op : $(4R_1 + 2R_2 + 7C_1 + 5C_3)$, et nous continuons la construction exactement come dans la construction du point $\frac{a^2 - bc}{a}$, etc. (voir **D**. 1.), lorsque nous avons obtenu les points de l'axe antiortique situés sur BC et AC. En tout l'on a pour simbole de la construction : op : $(16R_1 + 8R_2 + 21C_1 + 11C_3)$; simplicité : 56; exactitude : 37; 8 droites, 11 cercles.

J'ai tenu à indiquer cète construction tèle que je l'avais tirée de la propriété du point $\frac{a^4 - b^2c^2}{a}$, etc., parce que je veus montrer par un exemple l'atension qu'il est nécessaire de prêter à l'ordre qu'on

([1]) Si x, y, z sont les coordonées de M, les points M′ : y, z, x; M″ : z, x, y sont dits les permutiens de M; x, z, y; z, y, x; y, x, z sont les semi-permutiens (voir Poulain, *Journal de Math. élém. de M. de Longchamps*, 1891, p. 55, et *Principes de la nouvelle géométrie du triangle*, Croville-Morant, 20, rue de la Sorbonne, Paris, 1892).

adopte dans la construction et à la manière de les éfectuer; mais je vais maintenant doner cèle à laquèle M. Bernès — à qui j'avais comuniqué cète construction — l'a réduite, en disposant plus adroitement les opérations. La simplification est de 7 opérations élémentaires. La voici : pour obtenir les deus points A' et B' de la droite de Lemoine situés sur BC et AC, tracer A (R) et B (R) d'un rayon R sufisant pour qu'ils se coupent, op : $(2C_1 + 2C_3)$; faire en B au moyen de ces cercles un angle B'BB'', B'' étant sur CB dans le sens CB au delà de B; op : $(2R_1 + R_2 + 3C_1 + C_3)$; tracer la médiatrice de AB au moyen des cercles A (R), B (R), èle coupe BB' en λ, op : $(2R_1 + R_2)$; tracer Aλ op : $(2R_1 + R_2)$, qui done A' sur BC; construire A'α paralèle à AB par la construction habituèle d'un losange (α étant sur AC); op : $(2R_1 + R_2 + 3C_1 + 3C_3)$; placer α' sur AB, A'α' étant paralèle AC, sans tracer cète paralèle, au moyen du cercle B'(Aα), op : $(3C_1 + C_3)$; β étant sur AB et β' sur BC, placer de même β et β' sur les paralèles B'β, B'β' respectivement à BC et AB op : $(2R_1 + R_2 + 6C_1 + 4C_3)$; enfin, tracer $\beta\alpha$, $\beta'\alpha'$ op : $(4R_1 + 2R_2)$ qui se coupent au point cherché op : $(14R_1 + 7R_2 + 17C_1 + 11C_3)$; simplicité : 49; exactitude : 31; 7 droites, 11 cercles; construction un peu moins simple cependant que cèle que nous avons donée précédemment de ce point (§ II. A).

6. Construction du point $a^2 - bc$, $b^2 - ca$, $c^2 - ab$.

Ce point est l'intersection des deus Brocardiènes de la droite de Lemoine prises, non plus par raport à la droite de l'infini, mais par raport à l'axe antiortique $x + y + z = 0$ (*Congrès de Nancy*, 1886, p. 89).

Je place les deus points A', B' situés sur BC et CA de la droite de Lemoine come dans la dernière construction op : $(6R_1 + 3R_2 + 5C_1 + 3C_3)$ pour placer les deus points de l'axe antiortique situés sur BC et CA; j'utilise les deus cercles que j'ai tracés de A et B come centres pour placer les points A' et B' op : $(4R_1 + 2R_2 + 4C_1 + 4C_3)$; je place C_1 point de l'axe anti-ortique situé sur AB en traçant A_1B_1 op : $(2R_1 + R_2)$; je trace $B'A_1$, $A'C_1$ $A'B_1$, $B'C_1$ qui coupent respectivement AB, AC, AB, CB en B'_c, A'_b, A'_c, B'_a op : $(8R_1 + 4R_2)$; enfin je trace $B'_cA'_b$, $A'_cB'_a$ op : $(4R_1 + 2R_2)$ qui se coupent au point cherché. Op : $(24R_1 + 12R_2 + 9C_1 + 7C_3)$; simplicité : 52; exactitude : 33; 12 droites, 7 cercles.

Le point $a^2 - bc$, etc., se trouve à l'intersection de la droite $\Sigma(b - c)\,x = 0$ qui passe par le point de Lemoine et par le centre du cercle inscrit, et de la droite $\Sigma\, a\,(b^2 - c^2)\,x = 0$ qui contient le baricentre et le point a^2, b^2, c^2.

Les deus Brocardiènes de la droite $\Sigma (b - c) x = 0$ par raport à l'axe antiortique se coupent au point $\frac{1}{b-c}, \frac{1}{c-a}, \frac{1}{a-b}$. En apliquant *la transformation continue,* on construit le point $-(a^2 - bc), b^2 + ac, c^2 + ab$ come étant l'intersection des deus Brocardiènes de la droite de Lemoine par raport à la droite

$$- x + y + z = 0, \text{ etc., etc.}$$

7. Donons encore l'énoncé d'un téorème, quelquefois utile, et qui est évident quand on trace la figure; il résulte d'ailleurs de la seule définition des droites qui sont les Brocardiènes d'une droite donée.

Si l'on a deus droites D *et* D', *les deus Brocardiènes de D par raport à* D' *coïncident avec les deus Brocardiènes de* D' *par raport à* D.

§ IV. — Téorèmes divers et résultats de calculs.

1. La droite $\sum \frac{x}{\sin(A+\lambda)} = 0$ envelope la conique inscrite $\sum \sqrt{\frac{x(b^2-c^2)}{a}} = 0$, qui a pour centre le point : $a(b^2 - c^2) \cos A$, etc., et pour point de Gergonne le point $\frac{a}{b^2-c^2}$, etc., du cercle circonscrit.

La droite $\Sigma x \sin^2(A + \lambda) = 0$ envelope la conique circonscrite : $\sum \frac{(b^2-a^2)^2}{c^2 z} = 0$.

2. La parabole de Neuberg, c'est-à-dire l'envelope des polaires trilinéaires des points situés sur la ligne qui joint le baricentre au point de Lemoine (*Journal de Math. élém. de M. de Longchamps*, 1886, p. 30) a pour équation $\sum \sqrt{a(b^2-c^2)x} = 0$. Èle touche la droite $\sum \frac{ax}{a^4 - b^2c^2} = 0$, qui est l'axe d'homologie de ABC et du premier triangle de Brocard, au point : $\frac{(a^4-b^2c^2)^2(b^2-c^2)}{a}$, etc.

Èle touche la droite de Lemoine au point : $a^3(b^2 - c^2)$, etc.

Èle a pour point de Gergonne, par raport à ABC, le point de Steiner.

3. Si O, ω_a, ω_b, ω_c sont respectivement les centres des cercles ins-

crits aux triangles ABC, OBC, OCA, OAB, les droites $A\omega_a$, $B\omega_b$, $C\omega_c$ se coupent au point dont les coordonées normales sont : $\dfrac{\sin \frac{1}{4}A}{\sin \frac{3}{4}A}$, etc.

Si O, O_a, O_b, O_c sont respectivement les centres des cercles ABC, OBC, OCA, OAB, les droites AO_a, BO_b, CO_c se coupent au centre du cercle des 9 points.

4. Le point M, dont le triangle pédal a la plus grande surface, est le centre de gravité.

Le point M, dont le triangle podaire a la plus grande surface, est le centre du cercle circonscrit.

5. Soient dans un triangle ABC, O, O_a, O_b, O_c les centres des cercles tangents aux trois côtés. Soit M un point d'une paralèle fixe à OO_c. Par M je mène une paralèle à AB et une antiparalèle à AB. La diférence des parties de ces droites interceptées par CA et CB est constante; pour tous les points de OO_c cette diférence est nule.

Soit M_1 un point d'une paralèle fixe à O_aO_b; par M_1 je mène une paralèle à AB et une antiparalèle à AB; la some des parties de ces droites interceptées par CA et CB est constante. Pour tous les points de O_aO_b, cette some est nule.

6. Si G est le baricentre d'un triangle ABC et α, β, γ les angles que forment respectivement AG, BG, CG avec les tangentes en A, B, C au cercle circonscrit à ABC, on a :

$$m_a \sin \alpha + m_b \sin \beta + m_c \sin \gamma = \frac{2S}{R} \operatorname{cotg} \omega \text{ et } \sin \alpha = \frac{b^2 + c^2}{4R\, m_a},$$

m_a, m_b, m_c désignant les longueurs des médianes, ω l'angle de Brocard.

7. L'ellipse tangente aux trois côtés du triangle et qui a pour centre le centre du cercle circonscrit, a ses demi-axes de grandeurs égales à $\frac{R}{2}\left(1 \pm \sqrt{1 - 8 \cos A \cos B \cos C}\right)$.

On déduit facilement de là les propriétés suivantes :

Du centre d'une ellipse dont les demi-axes sont a et b, on décrit un cercle de rayon $a + b$. Il y a une infinité de triangles ABC inscrits à ce cercle et circonscrits à l'ellipse; pour tous les triangles $\cos A \cos B \cos C$ est constant; la constante a pour valeur $\frac{1}{2}\frac{ab}{(a+b)^2}$.

8. Si M_1 et M_2 sont deus points d'une ellipse qui a pour diamètres conjugués $2a$ et $2b$ et dont les coordonées raportées à ces diamètres sont x_1, y_1; x_2, y_2; si, de plus, l'on a $x_1^2 + x_2^2 = a^2$, on aura $y_1^2 + y_2^2 = b^2$, et réciproquement. Dans une hiperbole, si $x_1^2 - x_2^2 = a^2$, on aura $y_1^2 - y_2^2 = b^2$, et réciproquement. La droite M_1M_2 est paralèle à l'une des diagonales du paralélograme construit sur les diamètres conjugués.

9. Si M est un point de la droite d'Euler d'un triangle ABC et que l'on abaisse de M des perpendiculaires sur les trois côtés BC, CA, AB, dont les pieds sont respectivement M_a, M_b, M_c, on aura

$$\frac{\overline{M_aC}^2 - \overline{M_aB}^2}{b^2 - c^2} = \frac{\overline{M_bA}^2 - \overline{M_bC}^2}{c^2 - a^2} = \frac{\overline{M_cB}^2 - \overline{M_cA}^2}{a^2 - b^2}.$$

10. La distance X du centre du cercle des 9 points à un somet A est donée par la formule $X^2 = \dfrac{R^2 + b^2 + c^2 - a^2}{4}$.

11. Le point $\frac{b}{a}, \frac{c}{b}, \frac{a}{c}$ est le Brocardien rétrograde par raport à la droite de l'infini, du premier point de Jérabek b, c, a, et est le Brocardien direct du point $\frac{1}{a^2}, \frac{1}{b^2}, \frac{1}{c^2}$. $\frac{c}{a}, \frac{a}{b}, \frac{b}{c}$ est le Brocardien direct par raport à la droite de l'infini du point $\frac{1}{a^2}, \frac{1}{b^2}, \frac{1}{c^2}$ et le Brocardien direct du second point de Jérabek c, a, b (¹).

12. Si X, Y, Z sont les distances d'un point M respectivement aus trois somets d'un triangle ABC, $a^2X^2 + b^2Y^2 + c^2Z^2$ est minimum si M est le point de Lemoine de ABC.

13. Un triangle OAB a un somet O, fixe. Le somet A se meut sur une droite fixe OA. Soit AB = constante :

1° Si l'on a : soit OA + OB, soit OA — OB de longueur constante, A décrit une ligne droite;

2° Si $\frac{OA}{OB}$ est constant, le lieu de A est une ellipse;

3° Si $OA^2 + OB^2$ est constant, le lieu de A est une hiperbole équilatère.

(¹) Voir N. A. 1885, § 1, p. 202. Il faut y remarquer que, par erreur, les coordonées de ω sont celles qui devraient être atribuées à ω' et réciproquement.

14. Dans un triangle ABC, si l'on a $ab + c^2 \cos C = 0$, ce qui peut s'écrire $c^4 - c^2(a^2 + b^2) - 2a^2b^2 = 0$, la droite qui joint les points de Brocard est perpendiculaire à la médiane partant de C.

La droite qui joint les points de Brocard n'est jamais perpendiculaire à une antiparalèle d'un des côtés du triangle.

15. Les quatre points $\Phi : \frac{a^2b^2 + a^2c^2 - b^2c^2}{a}$, etc.; Z milieu de la ligne qui joint les points de Brocard; G centre de gravité; $D : \frac{1}{a^2}$, etc., forment une division harmonique sur la droite $\Sigma x(b^2 - c^2)a^2 = 0$, et l'on a en grandeur et en signe

$$\frac{\Phi Z}{\Phi D} = \frac{ZG}{GD} = \frac{1}{2},$$

puis, $\overline{GD}^2 = \frac{2}{9}m^2 - a^2b^2c^2\frac{m^4 - n^4}{n^8}$, où l'on a posé

$$m^2 = a^2 + b^2 + c^2$$
$$n^4 = b^2c^2 + c^2a^2 + a^2b^2.$$

16. La cubique circonscrite $\Sigma bcx(y^2 - z^2) = 0$ est à èle même sa propre inverse, èle passe par l'ortocentre et par le centre du cercle circonscrit, par le baricentre et par le point de Lemoine, par le point $(p - a)$, $(p - b)$, $(p - c)$ et par ses trois transformés continus : $p, (p - c), (p - b)$, etc.; par le point $\frac{1}{p - a}$, etc., et par ses trois transformés continus : $\frac{1}{p}$, $\frac{1}{p - c}$, $\frac{1}{p - p}$, etc.; par les milieus des trois côtés. Les tangentes aux somets sont les simédianes; les tangentes aux milieus des côtés sont les médiatrices, etc. La tangente au point de Lemoine est la droite qui passe au centre du cercle circonscrit. La tangente au baricentre est la polaire trilinéaire du point de Steiner, polaire qui passe par le point de Lemoine; la tangente au point $(p - a)$, etc., est la droite $\Sigma a(b - c)(p - a)x = 0$ qui joint ce point à l'ortocentre.

17. Soient A', B', C' les points où une droite ABC coupe les côtés d'un triangle ABC, soient A'_b, A'_c les projections de A' sur CA et sur AB,

B'_c, B'_a	d°	B' sur AB et sur BC,
C'_a, C'_b	d°	C' sur BC et sur CA.

Si l'on a

$$\frac{A - B\cos C}{A - C\cos B} \cdot \frac{B - C\cos A}{B - A\cos C} \cdot \frac{C - A\cos B}{C - B\cos A} = 1$$

ou

(1) $$\Sigma\, bc\, A\,(B^2 - C^2) = 0.$$

Les 6 points A'_b, A'_c, B'_c, B'_a, C'_a C'_b sont sur une conique.

Il est clair que si la condition (1) est satisfaite pour la droite $Ax + By + Cz = 0$, èle l'est pour $\frac{x}{A} + \frac{y}{B} + \frac{z}{C} = 0$.

La condition (1) est remplie pour l'axe ortique $\Sigma x \cos A = 0$, pour l'axe antiortique $\Sigma x = 0$ et pour la droite de Lemoine $\sum \frac{x}{a} = 0$.

Mais alors la conique est représentée par les deus droites

(2) $\frac{x}{b\cos B} + \frac{y}{c\cos A} + \frac{z}{a\cos B} = 0$ qui passe par A'_b, B'_c, C'_a,

(3) $\frac{x}{c\cos B} + \frac{y}{a\cos C} + \frac{z}{b\cos A} = 0$ d° A'_c, B'_a, C'_b.

Ces droites se coupent au point $\frac{a^2\cos B\cos C - b^2\cos^2 A}{a\cos A}$, etc., ou $\frac{\cos(A + \omega)}{a\cos A}$, etc., ω étant l'angle de Brocard.

Ce point est à l'intersection de la droite d'Euler (qui joint l'ortocentre au baricentre), avec la droite qui joint les deus points $\frac{a}{\cos^2 A}$, etc., $\frac{\cos A}{a^2}$, etc.

(2) et (3) sont respectivement les Brocardiènes directe et rétrograde par raport à la droite de l'infini, de l'axe ortique.

Les droites qui remplissent la condition (1) sont les polaires trilinéaires de tous les points de la cubique $\Sigma\, bc\, x\,(y^2 - z^2)$ considérée dans le n° 16 qui précède.

La condition (1) est remplie par la droite $\Sigma\, x\,(p - a) = 0$.

Les trois points A'_b, B'_c, C'_a sont en ligne droite si l'on a :

$$ABC\cos A\cos B\cos C - (A - B\cos C)(B - C\cos A)(C - A\cos B) = 0,$$

et les points A'_c, B'_a, C'_b sont en ligne droite si l'on a :

$$ABC\cos A\cos B\cos C - (A - C\cos B)(B - A\cos C)(C - B\cos A) = 0.$$

Les coordonées de A'_b, A'_c sont respectivement

$$C\cos C,\quad 0,\quad C\cos A - B;\quad B\cos B,\quad B\cos A - C,\quad 0.$$

Cèles de B'_c, B'_a, etc.

18. Par un point M du plan du triangle je mène les trois antiparalèles aus côtés. Soient l, m, n les longueurs de l'antiparalèle à BC comprise entre AB et AC, de l'antiparalèle à CA comprise entre BC et BA, de l'antiparalèle à AB comprise entre CA et CB. $l^2 + m^2 + n^2$ sera minimum pour le point π, dont les coordonées normales sont

$$a(3a^2 - b^2 - c^2), \text{ etc., ou } a(a^2 - bc \cos A).$$

La valeur du minimum est $\dfrac{a^2b^2c^2}{(p^2 - r\delta)^2 - 8S^2}$.

Le point π, le point a^2, etc., le milieu Z de la distance des points de Brocard, le centre O du centre du cercle circonscrit sont colinéaires.

On a $\dfrac{\pi Z}{\pi O} = \dfrac{12S^2}{b^2c^2 + c^2a^2 + a^2b^2}$.

19. L'ellipse circonscrite $\Sigma \dfrac{1}{x} = 0$ (1) (Voir A. F., *Congrès de Rouen*, 1883) coupe le cercle circonscrit au point τ : $\dfrac{1}{b-c}$, $\dfrac{1}{c-p}$, $\dfrac{1}{p-b}$.

La tangente en τ à cète ellipse est :

(2) $$\Sigma x (b-c)^2 = 0;$$

èle recoupe le cercle circonscrit au point τ' : $\dfrac{a}{b-c}$, etc.

La droite $\Sigma (b-c)(3a-2p)x = 0$, paralèle à l'axe antiortique $\Sigma x = 0$, passe en τ, passe au centre du cercle inscrit O; èle coupe le cercle circonscrit au point τ : $\dfrac{a}{3a-2p}$, etc.; èle coupe l'ellipse (1) au point τ_2 : $\dfrac{1}{3a-2p}$, etc.

En menant par O une paralèle à l'axe antiortique on a donc un moyen de placer τ; on choisit celui qui convient des deus points d'intersection de cète paralèle avec le cercle circonscrit, au moyen des signes des coordonées de τ qui fixent l'arc où il se trouve sur le cercle circonscrit.

On a $\overline{\tau\tau'}^2 = \dfrac{R(b-c)^2(c-a)^2(a-b)^2}{r^2(R-2r)(\delta^2-3p^2)}$.

20. Les distances $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ des trois points $\dfrac{p-a}{p}$, etc., $\dfrac{1}{a(p-a)}$, etc., $\dfrac{b+c}{a}$, etc. (points de Nagel, de Gergonne, centre de gravité du péri-

mètre), au somet A sont donées par les formules

$$\lambda_1^2 = (b - c)^2 + r^2,\ \lambda_2^2 = \frac{p^2 (p - a)^2}{\delta^2 r_a^2} [(b - c)^2 + 4r_a^2],$$

$$\lambda_3^2 = \frac{1}{4}\left[(b - c)^2 + (a + b)(a + c) \frac{r}{r_a}\right].$$

21. Étant donnés un triangle ABC et un point M de son plan, AM, BM, CM coupent BC, CA, AB en A', B', C'. Parcourons le triangle dans le même sens ABC et considérons les trois angles AA'B, BB'C, CC'A.

Je vais trouver les points M tels que deus de ces angles soient égaux et le troisième suplémentaire de chacun des deux premiers.

Par exemple, trouver le point tel que AA'B = BB'C = 180 — CC'A.

L'ortocentre H est une solution évidente; cherchons les autres.

Je mène une droite quelconque AA', puis une droite BB' tèle que AA'B = BB'C. Il est très facile de voir que ces deus droites se coupent en un point dont le lieu est la circonférence AHB. ABC étant le triangle de référence, cète circonférence a pour équation

$$(1)\quad 2abcz^2 \cos C + b(b^2 - c^2)\, yz + a\,(a^2 - c^2)\, xz - abc\, xy = 0.$$

Si maintenant je cherche le lieu des points M tels que M étant le point de rencontre de AA' et de CC' on ait AA'B = 180 — CC'A, je trouve que A'C' est une antiparalèle de CA, et que le lieu de M est l'hiperbole équilatère circonscrite $-\frac{ba}{x} + \frac{c^2 - a^2}{y} + \frac{bc}{z} = 0$ (2).

Cète hiperbole est l'hiperbole Γ_b du groupe Γ_a, Γ_b, Γ_c que nous avons déjà souvent rencontré (*Mathesis*, 1886, p. 58; *Congrès de Nancy*, 1876, p. 100; *Congrès de Marseille*, 1891, p. 149, etc.).

Ces deus lieus ont pour corde comune AB et passent tous les deus en A, B, H; leur autre corde comune HT (en apelant T leur quatrième point comun, corde qui done le point cherché) a pour équation

$$x\,(b^2 - a^2) \cos A + 2x\, ac \cos^2 B - zc^2 \cos C = 0.$$

T a pour coordonées :

$$2a^2bc \cos B,\ (b^2 - a^2)\,(a^2 - c^2),\ 2ab\,(b^2 - a^2) \cos B.$$

La discussion du problème est intéressante, mais n'ofre pas de dificultés.

Èle s'établit sur cète base : Si M est un point du plan du triangle, si A', B', C' sont les points où AM, BM, CM coupent BC, CA, AB et

que, tournant dans le sens ABC, l'on apèle 1, 2, 3, 4, 5, 6 respectivement les angles AA'C, AA'B, BB'C, BB'A, CC'A, CC'B, il y aura à examiner les six cas suivants :

$$2 = 3 = 6; \quad 2 = 3 = 5; \quad 1 = 4 = 5;$$
$$1 = 3 = 6; \quad 2 = 4 = 5; \quad 1 = 4 = 6.$$

Le cas que nous avons traité est celui de $1 = 3 = 6$.

M. C. CAILLER

Professeur à l'Université de Genève.

SUR LE MOUVEMENT D'UNE PLANÈTE DANS UN MILIEU RÉSISTANT

[R 7 b δ]

— *Séance du 8 août 1895* —

Le problème du mouvement d'un mobile sous l'action simultanée d'une force centrale et d'une résistance de milieu est ordinairement résolu par approximation dans l'hypothèse d'une très faible résistance; dans le cas des planètes, on le présente fréquemment comme exemple de la méthode de la variation des constantes arbitraires, et en supposant la résistance proportionnelle au carré de la vitesse, on suit, pour le résoudre, la marche indiquée par Lagrange dans la section VII de la *Mécanique analytique*. Les résultats généraux sont connus : les trois éléments qui déterminent la loi du mouvement et la forme de l'orbite elliptique sont affectés d'inégalités séculaires; les autres restent constants, sauf la longitude du périhélie, qui subit une légère variation périodique.

Quant à la solution exacte du problème, elle n'a été avancée jusqu'ici que par une remarque de Jacobi (*). Si x, y sont les coordonnées rectangulaires, x', y' les composantes de la vitesse, X, Y celles

(*) *Vorles. üb. Dynamik*, p. 125. Nous reproduisons la démonstration de Jacobi en partant de deux coordonnées x, y; l'illustre auteur, qui raisonne sur trois variables x, y, z, trouve le multiplicateur $M = \frac{1}{(xy' - yx')^{n+2}}$, ce qui est exact; mais on ne peut pas prendre ce même multiplicateur dans le cas du plan, comme le fait Jacobi par erreur.

de la résultante des deux forces, attraction et résistance qui sollicitent le corps, et si la masse de ce dernier est prise pour unité, les intégrales indépendantes du temps sont définies par le système d'équations

$$(a) \qquad \frac{dx}{x'} = \frac{dy}{y'} = \frac{dx'}{X} = \frac{dy'}{Y}$$

et les multiplicateurs de ce système satisfont à

$$\frac{\partial Mx'}{\partial x} + \frac{\partial My'}{\partial y} + \frac{\partial MX}{\partial x'} + \frac{\partial MY}{\partial y'} = 0$$

ce qui peut aussi s'écrire

$$(b) \qquad \frac{d}{dt} \log M + \frac{\partial X}{\partial x'} + \frac{\partial Y}{\partial y'} = 0$$

Or, en premier lieu, la résistance, étant proportionnelle à la n^{me} puissance de la vitesse, peut se représenter par λv^n, et l'on trouve aisément que

$$(c) \qquad \frac{\partial X}{\partial x'} + \frac{\partial Y}{\partial y'} = (n+1)\lambda v^{n-1}$$

ensuite, la dérivée du moment de la vitesse étant évidemment égale au moment de la résistance, si les deux moments sont pris par rapport au centre d'attraction, il viendra

$$(d) \qquad \frac{d}{dt} \log (xy' - yx') = - \lambda v^{n-1}$$

La comparaison des équations (b), (c), (d) donne immédiatement le multiplicateur

$$M = \frac{1}{(xy' - yx')^{n+1}}$$

de sorte qu'il suffira de déterminer deux intégrales du système (a) pour ramener le problème aux quadratures; on peut même ajouter qu'il suffira de posséder une seule intégrale. Si l'on substitue, en effet, les coordonnées polaires aux cartésiennes, on voit immédiatement que les équations différentielles, ainsi que le nouveau multiplicateur, ne contiennent l'angle polaire θ que par sa différentielle. De la sorte, en désignant par r, θ, r', θ' les coordonnées et leurs dérivées, et par R, R', Θ, Θ' quatre fonctions connues de r, r', θ', on peut écrire un système réduit à trois variables seulement

$$\frac{dr}{R} = \frac{dr'}{R'} = \frac{d\theta'}{\Theta'}$$

avec un multiplicateur connu. La détermination d'une seule intégrale ramènera le problème aux quadratures.

Dans cette note, j'ai en vue l'examen d'un cas particulier pour lequel il est possible d'abaisser d'un degré encore la difficulté du problème : lorsqu'une planète se meut dans un milieu qui résiste proportionnellement à la quatrième puissance de la vitesse, le problème se ramènera à l'intégration d'une seule équation différentielle du premier ordre entre deux variables. Bien que l'existence d'un milieu résistant soit au moins problématique et que la loi de résistance de ce milieu hypothétique soit absolument inconnue, il paraît peu probable que cette résistance varie suivant une progression aussi rapide que la quatrième puissance de la vitesse; l'intérêt de cette note est donc plus théorique que pratique, et l'on n'y doit voir qu'une application élémentaire des belles méthodes d'intégration de M. S. Lie.

Au reste, nous ne supposerons pas tout d'abord que la force centrale suive la loi de la nature : nous admettrons seulement qu'elle varie comme une puissance de la distance d'indice n_0. De même, la résistance du milieu sera supposée proportionnelle à la puissance n_1 de la vitesse. Nous représenterons par $X_0 Y_0$ les composantes de l'action centrale et par $X_1 Y_1$ celles de la résistance, de sorte que $X = X_0 + X_1$ et $Y = Y_0 + Y_1$. La détermination des intégrales indépendantes du temps dépend de l'intégration de l'équation aux dérivées partielles

$$x' \frac{\partial f}{x} + y' \frac{\partial f}{\partial y} + X \frac{\partial f}{\partial x'} + Y \frac{\partial f}{\partial y'} = 0$$

après quoi le temps se trouvera par une quadrature.

Représentons par Af le premier membre de l'équation précédente considéré comme le symbole d'une transformation infinitésimale effectuée sur une fonction quelconque des quantités x, y, x', y'; ainsi

$$(1) \qquad Af = x' \frac{\partial f}{\partial x} + y' \frac{\partial f}{\partial y} + X \frac{\partial f}{\partial x'} + Y \frac{\partial f}{\partial y'}$$

Ensuite, il est clair que les trajectoires du mobile admettent toutes les rotations autour de l'origine O, qui coïncide avec le centre attractif; posons donc de même

$$(2) \qquad Uf = -y \frac{\partial f}{\partial x} + x \frac{\partial f}{\partial y} - y' \frac{\partial f}{\partial x'} + x' \frac{\partial f}{\partial y'}$$

Uf exprimera l'effet d'une rotation infinitésimale de centre O sur les coordonnées et sur les composantes de la vitesse.

Calculons maintenant l'expression (UA) ou U(Af) — A(Uf); on a

$$(UA) = \frac{\partial f}{\partial x}(UX - Ay') + \frac{\partial f}{\partial y}(UY - Ax');$$

mais on a aussi

$$UX + Ay' = -y\frac{\partial X_0}{\partial x} + x\frac{\partial X_0}{\partial y} + Y_0 - y'\frac{\partial X_1}{\partial x'} + x'\frac{\partial X_1}{\partial y'} + Y_1,$$

$$UY - Ax' = -y\frac{\partial Y_0}{\partial x} + x\frac{\partial Y_0}{\partial y} - X_0 - y'\frac{\partial Y_1}{\partial y'} + x'\frac{\partial Y_1}{\partial y'} - X_1.$$

De plus, en représentant par $\psi(r)$ et $\chi(v)$ deux fonctions connues du rayon vecteur et de la vitesse, on a

$$X_0 = x\,\psi(r) \qquad Y_0 = y\,\psi(r) \qquad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$X_1 = x'\chi(v) \qquad Y_1 = y'\chi(v) \qquad v = \sqrt{x'^2 + y'^2}$$

et comme r et v sont deux invariants du groupe Uf, les expressions précédentes donnent

$$UX + Ay' = 0 \qquad UY - Ax' = 0$$

et par conséquent $(UA) = 0$. Ainsi, comme nous le savions déjà, Af admet la transformation Uf; mais la vérification que nous venons de faire établit en outre que les transformations A et U sont permutables.

Considérons en second lieu la transformation infinitésimale

$$(3) \qquad Vf = x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y} + (1-n)\left[x'\frac{\partial f}{\partial x'} + y'\frac{\partial f}{\partial y'}\right]$$

dans laquelle n est un nombre constant indéterminé, et procédons, comme ci-dessus, au calcul de (VA). On a

$$(VA) = -nx'\frac{\partial f}{\partial x} - ny'\frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial x'}[VX - (1-n)X] + \frac{\partial f}{\partial y'}[VY - (1-n)Y]$$

Or, comme on peut évidemment écrire

$$VX = VX_0 + VX_1 \qquad VY = VY_0 + VY_1$$

et que la force centrale a été supposée proportionnelle à la puissance n_0 de la distance et la résistance proportionnelle à la puissance n_1 de la vitesse, nous aurons

$$VX_0 = n_0X_0 \quad VY_0 = n_0Y_0 \quad VX_1 = (1-n)n_1X_1 \quad VY_1 = (1-n)n_1Y_1$$

et par suite

$$VX - (1-n)X = (n + n_0 - 1)X_0 + (1-n)(n_1 - 1)X_1$$
$$VY - (1-n)Y = (n + n_0 - 1)Y_0 + (1-n)(n_1 - 1)Y_1$$

Assujettissons enfin les constantes n, n_0, n_1 aux conditions restrictives

(4) $$n + n_0 - 1 = (1 - n)(n_1 - 1) = - n$$

ou

(4bis) $$n_0 = 1 - 2n \qquad n_1 = \frac{1 - 2n}{1 - n} \qquad n_1 = \frac{2n_0}{1 + n_0}$$

et il viendra

$$VX - (1 - n) X = - n X \qquad VY - (1 - n) Y = - n Y.$$

Si donc, comme nous le supposerons désormais, on impose aux constantes les restrictions (4) ou (4bis), on aura $(VA) = - n A$. Les trajectoires admettent par conséquent une seconde transformation infinitésimale Vf. Remarquons enfin que l'on a $(UV) = 0$, de sorte que l'ensemble des transformations infinitésimales A, U, V constitue un groupe avec la composition suivante :

$$(AU) = 0, \quad (AV) = - n A, \quad (UV) = 0.$$

Ce sont ces diverses remarques que nous allons maintenant utiliser en vue de la réduction successive de l'équation $Af = 0$, dont l'observation de Jacobi nous a déjà fourni un multiplicateur : on sait, d'après la théorie générale, que d'une transformation infinitésimale et d'un multiplicateur on peut déduire une intégrale ; mais cette propriété est ici inutilisable, car les deux intégrales qu'elle semble fournir se réduisent identiquement à des constantes.

Tout d'abord, les groupes U et V possèdent deux invariants communs qu'il est aisé de déterminer. En effet, les invariants de Uf sont

$$x^2 + y^2, \quad x'^2 + y'^2, \quad xx' + yy' \text{ ou si l'on veut } xy' - yx' ;$$

et quant à ceux de Vf, ils sont fournis par un système du premier ordre facile à écrire et à intégrer ; ils sont

$$\frac{y}{x}, \quad \frac{xx' + yy'}{xy' - yx'}, \quad (x^2 + y^2)^{\frac{n}{2} - 1} (xy' - yx').$$

Les deux invariants communs sont ainsi

$$\rho = (x^2 + y^2)^{\frac{n}{2} - 1} (xy' - yx'), \qquad \zeta = \frac{xx' + yy'}{xy' - yx'}.$$

Le premier est évidemment égal au produit de la vitesse angulaire du rayon vecteur par la n^{me} puissance de ce rayon ; quant à ζ, il représente la cotangente de l'angle dont il faut tourner, dans le sens des axes XOY, un vecteur d'abord appliqué suivant le prolon-

gement du rayon vecteur jusqu'à ce qu'il devienne parallèle à la direction de la vitesse.

Changeons maintenant les variables indépendantes et substituons aux coordonnées rectangulaires x, y, x', y' le rayon vecteur $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, l'angle polaire $\theta = \text{arc tg}\,\frac{y}{x}$, et les deux invariants fondamentaux $\rho = r^n \frac{d\theta}{dt}$ et $\zeta = \frac{dr}{r\,d\theta}$; nous aurons d'abord

$$\begin{aligned} Af &= \frac{\partial f}{\partial r} Ar + \frac{\partial f}{\partial \theta} A\theta + \frac{\partial f}{\partial \rho} A\rho + \frac{\partial f}{\partial \zeta} A\zeta \\ Uf &= \frac{\partial f}{\partial r} Ur + \frac{\partial f}{\partial \theta} U\theta + \frac{\partial f}{\partial \rho} U\rho + \frac{\partial f}{\partial \zeta} U\zeta \\ Vf &= \frac{\partial f}{\partial r} Vr + \frac{\partial f}{\partial \theta} V\theta + \frac{\partial f}{\partial \rho} V\rho + \frac{\partial f}{\partial \zeta} V\zeta \end{aligned}$$

et comme on a évidemment

$$\begin{array}{cccc} Ur = 0 & U\theta = 1 & U\rho = 0 & U\zeta = 0 \\ Vr = r & V\theta = 0 & V\rho = 0 & V\zeta = 0 \end{array}$$

il viendra

$$Uf = \frac{\partial f}{\partial \theta} \qquad Vf = r\frac{\partial f}{\partial r}$$

Comme, de plus, $(UA) = 0$ et $(VA) = -nA$, on en conclut d'abord que les coefficients de la fonction Af transformée, c'est-à-dire Ar, $A\theta$, $A\rho$, $A\zeta$ sont indépendants de θ, et ensuite que la lettre r n'entre dans ces quatre fonctions que par un seul facteur, égal à r^{1-n} pour la première et à r^{-n} pour les trois autres; c'est dans ce double fait que consiste la réduction annoncée. Mais pour rendre le résultat plus clair, nous achèverons le calcul, un peu pénible, de Af, de manière à obtenir l'équation différentielle dont dépend la solution. Pour simplifier légèrement, nous poserons $Af = A'f + A''f$, avec

$$A'f = x'\frac{\partial f}{\partial x} + y'\frac{\partial f}{\partial y} \qquad A''f = X\frac{\partial f}{\partial x'} + Y\frac{\partial f}{\partial y'}$$

ce qui donnera d'abord

$$(5)\quad \left\{ \begin{aligned} Ar &= A'r = \frac{xx' + yy'}{r} = \frac{\zeta\rho}{r^{n-1}}, \\ A\theta &= A'\theta = \frac{xy' - yx'}{r^2} = \frac{\rho}{r^n}, \end{aligned} \right.$$

puis

$$A'\rho = (n-2)\, r^{n-3}\, \frac{xx' + yy'}{r}\, \frac{xy' - yx'}{1} = (n-2)\,\frac{\zeta\rho^2}{r^n}$$

$$A''\rho = r^{n-2}\,(xY - yX)$$

et par conséquent

(6) $$A\rho = (n-2)\frac{\zeta\rho^2}{r^n} + r^{n-2}(xY - yX)$$

De même

$$A'\zeta = \frac{A'(xx' + yy')}{xy' - yx'} = \frac{x'^2 + y'^2}{xy' - yx'} = \frac{r^{n-2}v^2}{\rho}$$

$$A''\zeta = \frac{A''(xx' + yy')}{xy' - yx'} - \frac{xx' + yy'}{(xy' - yx')^2} A''(xy' - yx')$$

$$A''\zeta = \frac{xX + yY}{xy' - yx'} - \frac{xY - yX}{(xy' - yx')^2}(xx' + yy')$$

formules qui donnent

(7) $$A\zeta = \frac{r^{n-2}}{\rho}[v^2 + xX + yY - (xY - yX)\zeta].$$

Pour achever la transformation, il reste encore à substituer dans les formules (6) et (7) les valeurs des quantités v^2, $xX + yY$, $xY - yX$ en fonction de nos nouvelles variables. Pour y parvenir plus facilement, désignons provisoirement par i l'angle dont ζ est la cotangente, et représentons par $k^2 r^{n_0}$ la force centrale, supposée attractive, et par $a^2 v^{n_1}$ la résistance du milieu dirigée en sens contraire de la vitesse. On aura alors

$$r^2 v^2 \sin^2 i = (xy' - yx')^2 = \frac{\rho^2}{r^{2n-4}}$$

et par suite

(8) $$v^2 = \frac{\rho^2}{r^{2n-2}}(1 + \zeta^2)$$

En outre, $xY - yX$ et $xX + yY$ représentent respectivement le moment de la force pris à l'origine et le produit par r de sa projection sur le rayon vecteur prolongé; ainsi

$$xY - yX = -a^2 v^{n_1} r \sin i$$
$$xX + yY = -k^2 r^{n_0+1} - a^2 v^{n_1} r \cos i$$

ou encore, après quelques réductions faciles,

$$r^{n-2}(xY - yX) = -\frac{a^2\rho^{n_1}}{r^n \sin^{n_1-1} i} = \mp \frac{a^2\rho^{n_1}}{r^n}(1 + \zeta^2)^{\frac{n_1-1}{2}}$$

$$\frac{r^{n-2}}{\rho}[v^2 + xX + yY - (xY - yX)\zeta] = \frac{1}{r^n}\left[\rho(1 + \zeta^2) - \frac{k^2}{\rho}\right]$$

Le signe de la première de ces formules ne pourrait changer que lorsque la vitesse serait dirigée vers le centre de rotation, chose impossible à moins qu'elle n'ait lieu pendant tout le mouvement; si

on laisse de côté ce cas, rien n'empêche de prendre le signe supérieur, ce qui revient à supposer que le sens de rotation du mobile coïncide avec celui de la rotation de l'axe OX vers l'axe OY.

En se reportant maintenant aux formules (6) et (7), nous trouvons

$$(9)\quad \left\{ \begin{aligned} A\rho &= \frac{1}{r^n}\left[(n-2)\zeta\rho^2 - \alpha^2\rho^{n_1}(1+\zeta^2)^{\frac{n_1-1}{2}}\right] \\ A\zeta &= \frac{1}{r^n}\left[\rho(1+\zeta^2) - \frac{k^2}{\rho}\right] \end{aligned} \right.$$

et ces formules jointes aux formules (5) donnent enfin

$$(10)\quad r^n\, Af = \zeta\rho r\frac{\partial f}{\partial r} + \rho\frac{\partial f}{\partial \theta} + \left[(n-2)\zeta\rho^2 - \alpha^2\rho^{n_1}(1+\zeta^2)^{\frac{n_1-1}{2}}\right]\frac{\partial f}{\partial \rho} + \left[\rho(1+\zeta^2) - \frac{k^2}{\rho}\right]\frac{\partial f}{\partial \zeta}.$$

La résolution de l'équation $Af = 0$ se ramène en dernière analyse à l'intégration du système

$$\frac{dr}{\zeta\rho r} = \frac{d\theta}{\rho} = \frac{d\rho}{(n-2)\zeta\rho^2 - \alpha^2\rho^{n_1}(1+\zeta^2)^{\frac{n_1-1}{2}}} = \frac{\rho\, d\zeta}{\rho^2(1+\zeta^2) - k^2}.$$

Il suffit donc d'intégrer la seule équation

$$(11)\quad \frac{d\rho}{d\zeta} = \frac{(n-2)\zeta\rho^3 - \alpha^2\rho^{n_1+1}(1+\zeta^2)^{\frac{n_1-1}{2}}}{\rho^2(1+\zeta^2) - k^2}$$

pour que le problème se trouve ramené aux quadratures. Par exemple, dans le cas des planètes soumises à une résistance proportionnelle à la quatrième puissance de la vitesse, $n_0 = -2$, $n_1 = 4$, $n = \frac{3}{2}$. Si l'on pose pour abréger $z = \frac{1}{\rho^2}$, puis $a = 2\alpha^2(1+\zeta^2)^{\frac{3}{2}}$, $b = \zeta$, $b' = -k^2$, $a' = (1+\zeta^2)$, on aura cette formule, très simple :

$$(12)\quad \frac{dz}{d\zeta} = \frac{a + bz}{a' + b'z}.$$

L'équation générale (11) et l'équation particulière (12) s'intègrent aisément dans le cas où l'une des forces, résistance ou force centrale, devient nulle; en outre, il est encore possible de parvenir à une solution exacte lorsque $n_0 = 1$ et $n_1 = 1$, c'est-à-dire en supposant l'attraction centrale proportionnelle à la distance et la résistance du milieu proportionnelle à la vitesse. Ces cas exclus, il paraît difficile de ramener le problème aux quadratures; en ce qui con-

cerne spécialement l'équation (12), on peut observer qu'elle reprend évidemment la même forme pour toutes les transformations de la variable indépendante ζ et pour toutes les transformations $(z, \lambda + Z)$ (*) de la fonction z, et on trouvera bien simplement trois combinaisons jouant le rôle d'invariants, à savoir :

$$b', \quad ab' - a'b, \quad bb' + b'\frac{da'}{d\zeta} - a'\frac{db'}{d\zeta}.$$

L'intégration s'achève sans difficulté lorsqu'un des trois invariants est nul; mais dans le cas général, il semble indispensable de recourir aux méthodes d'approximation. Le but de la présente note était exclusivement d'exposer le procédé général d'intégration, il ne saurait donc être question de développer ici les formules de la variation des éléments ou des coordonnées. Mais nous ne pouvons nous dispenser d'indiquer, en terminant, l'élégante équation qui représente la variation de l'excentricité, parce qu'elle se déduit directement de ce que nous venons d'expliquer.

L'équation (12) peut en effet s'écrire, comme on le voit facilement,

$$d\,[(\rho^2 - k^2)^2 + \rho^4\zeta^2] = -\,4\alpha^2\rho^6\,(1 + \zeta^2)^{\frac{3}{2}}\,d\zeta,$$

et comme son premier membre se réduit à 0 avec α, il est clair que la parenthèse qui y figure est une fonction des éléments elliptiques; calcul fait, on en trouve la valeur égale à $k^4\,e^2$ (e = excentricité). On aura donc, en posant pour abréger

$$R = \pm\sqrt{e^2 - \zeta^2 + e^2\zeta^2} \text{ ou } R = \pm\, e\sqrt{1 - \frac{1 - e^2}{e^2}\,\zeta^2},$$

$$d.e^2 = -\,\frac{4\alpha^2\,k^2\,(1 + R)^3}{(1 + \zeta^2)^{\frac{3}{2}}}\,d\zeta,$$

et, par suite, dans la première approximation, la variation de e^2 s'exprimera par les transcendantes ordinaires et par deux intégrales elliptiques, l'une de première et l'autre de seconde espèce.

(*) λ représente une fonction quelconque de ζ.

M. C.-A. LAISANT

Docteur ès sciences, répétiteur à l'École polytechnique, à Paris.

SUR LES MÉTHODES D'APPROXIMATION DANS LES ÉQUATIONS ALGÉBRIQUES

[A 3 g]

— *Séance du 8 août 1895* —

REMARQUES GÉNÉRALES

1. — Parmi les méthodes d'approximation propres à la recherche des racines d'une équation algébrique, il n'y en a guère que deux, la méthode des parties proportionnelles et celle de Newton, qui soient enseignées et pratiquées. Elles offrent, d'ailleurs, l'une et l'autre un caractère de simplicité qui leur donne une supériorité pratique dans presque toutes les applications; mais elles exigent des précautions particulières qui, depuis longtemps, ont été indiquées dans de nombreux et excellents travaux. Il nous paraît néanmoins possible d'y ajouter quelques remarques, qui font l'objet de la présente note, et dont quelques-unes présentent un certain intérêt.

En cette matière, il y a deux points de vue également dignes d'attention et bien différents l'un de l'autre; une méthode d'approximation peut être regardée comme un procédé pratique, permettant d'arriver au résultat désiré le plus simplement et le plus exactement possible; on peut, au contraire, l'étudier en elle-même et considérer notamment les généralisations dont elle est susceptible. Par exemple, dans la résolution des équations numériques, les seules équations intéressantes pratiquement sont celles dont les coefficients sont réels, et ce n'est guère que la recherche de leurs racines réelles qui doit préoccuper dans les applications. Cependant, pour juger de l'esprit des deux méthodes en usage, pour en mieux saisir la raison d'être, il peut être bon de voir ce qu'elles donnent pour des équations à coefficients imaginaires. C'est successivement de ces deux ordres d'idées que nous nous occuperons dans ce qui va suivre.

EMPLOI SIMULTANÉ DES DEUX MÉTHODES

2. — La recherche approximative d'une racine α réelle d'une équation algébrique $f(x) = 0$ suppose qu'on a séparé cette racine, c'est-

à-dire qu'on a déterminé deux valeurs a, b telles que $a < \alpha < b$, et que a et b ne comprennent que la racine simple α; par conséquent $f(a)$ et $f(b)$ sont de signes différents. Enfin, on suppose généralement aussi que ni la dérivée première $f'(x)$ ni la dérivée seconde $f''(x)$ ne changent de signe entre a et b. Ces deux dernières restrictions, indispensables lorsqu'il s'agit de la méthode de Newton, deviennent indifférentes pour celle des parties proportionnelles; mais il est possible le plus souvent dans la pratique de constater qu'elles sont vérifiées, et, dès lors, il devient extrêmement avantageux de combiner les deux moyens d'approximation, ainsi que nous allons le voir. Nous emploierons pour ces explications le procédé graphique, qui abrège le langage, parle nettement à l'esprit, et qui fournit les éléments pour établir ensuite une démonstration purement algébrique, si on le préfère.

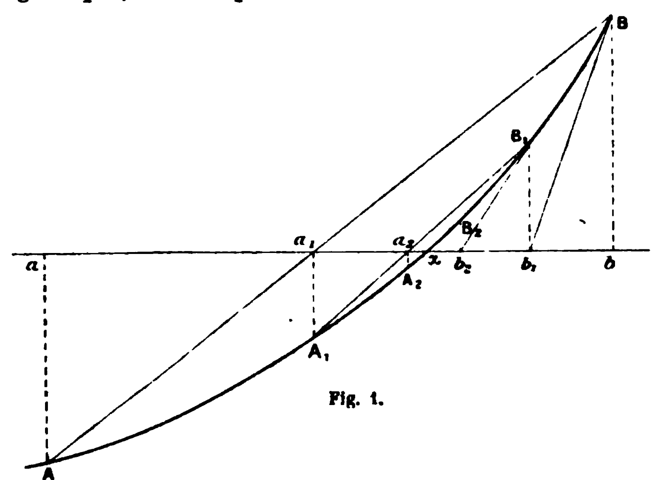


Fig. 1.

Supposons que de a à b ($a < b$) la fonction soit croissante, et que $f''(x)$ reste positive. Il s'ensuit que l'application de la méthode des parties proportionnelles donnera une nouvelle valeur a_1 approchée par défaut, et que la méthode de Newton, applicable à b, donnera une valeur b_1 approchée par excès.

On a évidemment ainsi :

$$a_1 = a - \frac{(b-a)\,f(a)}{f(b) - f(a)} \text{ et } b_1 = b - \frac{f(b)}{f'(b)}.$$

Une limite de l'erreur commise en prenant les valeurs approchées a et b était $b - a$. Avec a_1 et b_1 on aura la limite

$$b_1 - a_1 = f(b)\left[\frac{b-a}{f(b) - f(a)} - \frac{1}{f'(b)}\right].$$

Si l'on part maintenant de a_1 et b_1 et qu'on opère identiquement de la même manière, on obtiendra deux nouvelles valeurs a_2 et b_2 approchées, la première par défaut, la seconde par excès, et ainsi de suite. Les termes de correction $-\frac{(b-a)f(a)}{f(b)-f(a)}$ et $-\frac{f(b)}{f'(b)}$ sont d'un calcul simple, et le moyen que nous indiquons offre le grand avantage de *serrer* pour ainsi dire de plus en plus près la racine α et d'avoir des limites de l'erreur commise qui diminuent rapidement et sont toujours comparables, qu'on prenne les valeurs approchées par défaut ou par excès. On comprend très bien qu'il n'en serait plus de même si, par exemple, on appliquait la méthode des parties proportionnelles à a et b, puis à a_1 et b_1, etc., ou bien la méthode de Newton à b, b_1, b_2, ... Le très léger excédent de calcul résultant de l'application parallèle des deux méthodes à chaque approximation nouvelle, est largement compensé par la sûreté de l'approximation. Sur des exemples pris au hasard, il serait facile de s'en rendre compte.

MÉTHODE DES PARTIES PROPORTIONNELLES POUR DEUX APPROXIMATIONS DE MÊME SENS

3. — Nous ne savons si l'on a remarqué que la méthode des parties proportionnelles peut tout aussi bien s'appliquer, sous certaines réserves, à deux valeurs a et b approchées *dans le même sens* d'une racine α qu'à deux valeurs *comprenant* cette racine. Il suffit pour cela qu'on soit assuré qu'entre α et la moins approchée des deux valeurs a, b, ni la dérivée première, ni la dérivée seconde ne changent de signe, et qu'en outre le signe commun de $f(a)$ et $f(b)$ soit le même que celui de $f''(a)$ et $f''(b)$. Sous ces réserves, la méthode donnera une nouvelle approximation *dans le même sens* que les premières. Par exemple, supposons, pour fixer les idées, que a, b étant approchées par excès, on ait $f(a) > 0$, $f(b) > 0$, $f''(a) > 0$, $f''(b) > 0$.

On aura la nouvelle approximation $a_1 = a - \frac{(b-a)f(a)}{f(b)-f(a)}$, inférieure à a, mais encore par excès, En effet, si l'on pose $a = \alpha + h$, $b = a + k$, on a

$$\frac{f(a)-f(\alpha)}{a-\alpha} = \frac{f(a)}{a-\alpha} = f'(\alpha+\theta h), \text{ et } \frac{f(b)-f(a)}{b-a} f'(a+\theta_1 k).$$

Or, $f'(x)$ étant croissante dans l'intervalle de α à b, il s'ensuit

$$\frac{a-\alpha}{f(a)} > \frac{b-a}{f(b)-f(a)}, \text{ ou } a - \frac{(b-a)f(a)}{f(b)-f(a)} > \alpha.$$

On pourra ensuite appliquer la méthode à a et a_1, et, continuant ainsi, on approcherait de plus en plus de α, par des valeurs toujours en excès.

4. — Il est intéressant de remarquer que cette méthode des parties proportionnelles pouvant s'appliquer ainsi à deux valeurs a, b approchées par excès (dans l'exemple que nous avons choisi), rien n'empêche de supposer que b se rapproche de a jusqu'à ce que ces deux valeurs coïncident. La correction devient alors

$$-\lim \frac{(b-a) f(a)}{f(b)-f(a)} = -\frac{f(a)}{f'(a)},$$

c'est-à-dire qu'on retombe sur le résultat de la méthode de Newton, ainsi qu'il était aisé de le constater graphiquement. La méthode de Newton n'est donc qu'un cas particulier de celle des parties proportionnelles, étendue comme nous l'avons dit.

CAS OU $f''(x)$ CHANGE DE SIGNE ENTRE LES VALEURS CONSIDÉRÉES

5. — Si l'on n'avait pas la précaution de vérifier toujours que $f''(x)$ ne change pas de signe entre a et b, $f(a)$ et $f(b)$ étant maintenant supposés de signes contraires, ou du moins entre α et a, cette dernière valeur vérifiant l'inégalité $f(a) f''(a) > 0$, la méthode de Newton pourrait fort bien conduire à des résultats illusoires. Nous en donnons ici trois exemples, dont les deux premiers m'ont été fournis par M. Ch. Bioche. Le lecteur que la question intéresserait pourra, s'il le veut, développer les calculs; nous nous contentons d'indiquer les résultats :

1° $f(x) = 8x^3 - 4x^2 + x - 1$. Il y a évidemment une racine entre 0 et 1. On a $f''(0) = -8$, $f(0) = -1$, et la méthode de Newton, appliquée à 0, donne pour correction $-\frac{-1}{1} = 1$, de sorte que d'une des valeurs comprenant la racine demandée on déduit l'autre. L'équation $f''(x) = 0$ a, en effet, pour racine $\frac{1}{6}$;

2° $f(x) = 8x^4 - 12x^3 + 16x^1 - 2$. Il y a encore une racine entre 0 et 1; on reconnaît même qu'elle est comprise entre 0, 4 et 0, 5; et avant de pouvoir appliquer la méthode de Newton, il faudrait se livrer à de pénibles approximations par tâtonnements, parce qu'il y a une racine de $f''(x) = 0$ rapprochée de la valeur α que l'on cherche;

3° $f(x) = 8x^5 - 20x^4 + 14x^3 - x^2 + x - 1$. Il y a une racine

comprise entre 0 et 1. Pour 0 et pour 1 on a $f''(x)f(x) > 0$, et on pourrait croire, si l'on ne s'occupait pas des variations de signe de $f''(x)$, que la méthode de Newton est applicable à 0 et à 1. Or, si on l'applique à 0, on trouve pour correction $+ 1$; si on l'applique à 1, on trouve pour correction $- 1$, de telle sorte qu'au lieu d'une approximation on aurait ici une simple oscillation indéfinie entre 0 et 1. Il est du reste facile de reconnaître que dans cet exemple la racine cherchée est $\frac{1}{2}$, et que la dérivée seconde a, entre 0 et 1, trois racines, dont l'une est précisément $\frac{1}{2}$.

DÉFINITION D'UNE VALEUR APPROCHÉE

6. — Dans ce qui précède, nous avons employé, suivant un usage très courant, l'expression « valeur approchée d'une racine », et l'on doit remarquer cependant que cette locution n'est pas définie d'une façon nette. Il est possible, en effet, qu'une valeur, différant d'une racine α de 1 millimètre, par exemple, s'il s'agit de longueurs, soit beaucoup moins satisfaisante qu'une autre différant de 1,000 kilomètres; tout dépend de la nature concrète du problème et de l'exactitude qu'on peut et qu'on doit se proposer d'atteindre. L'algèbre ne pouvant par elle-même fournir à ce sujet aucune indication, nous proposons les définitions suivantes, que nous aurions pu donner dès le début, mais qui nous semblent gagner en clarté à venir à la suite des explications précédentes :

On dit qu'une racine α est *séparée* quand on a déterminé deux nombres a, b, comprenant cette racine, et la comprenant seule.

On dit qu'un nombre donné est une *valeur approchée* de la racine α, quand ce nombre est compris entre deux nombres a, b, séparant cette racine α.

L'introduction systématique de ces notions dans cette partie de l'algèbre nous paraît être de nature à dissiper une illusion. On a quelquefois, en effet, une tendance à s'imaginer que dans l'application de la méthode de Newton *une seule* valeur approchée est nécessaire pour arriver à la racine avec une approximation aussi grande que l'on voudra. C'est une erreur; car, en dépit de l'apparence, la méthode de Newton suppose que la racine considérée a été préalablement séparée entre *deux* valeurs, à cause des restrictions auxquelles est soumise l'application de cette méthode. Soit, par exemple, a une valeur inférieure à la racine cherchée α. Pour être sûr que $f''(x)$ ne change pas de signe entre a et α, il faudrait connaître α, qui est

précisément l'inconnue. On est donc conduit à prendre une valeur b qui soit certainement supérieure à α, afin d'appliquer le critérium à l'intervalle compris entre a et b. Il faut ajouter, du reste, que cette obligation n'est pas, en général, une difficulté pratique réelle, parce que les premiers essais par substitution ont presque toujours pour objet et pour résultat d'effectuer cette séparation des racines.

NOUVELLES MÉTHODES D'APPROXIMATION

7. — La méthode des parties proportionnelles consiste, comme tout le monde le sait, à substituer à un arc AB joignant deux points de la courbe représentant la fonction $y = f(x)$, la corde AB sous-tendant le même arc. Dans la méthode de Newton, on substitue à l'arc AB la tangente à l'une de ses extrémités. Si, au lieu d'une droite, on prend une autre courbe se rapprochant le plus possible de la courbe $y = f(x)$, il est clair qu'on aura une approximation qui pourra être plus satisfaisante, mais qui perdra en simplicité ce qu'elle fera gagner en exactitude. Suivant la nature de la courbe choisie, suivant les conditions par lesquelles on la détermine, il est possible, par conséquent, d'avoir autant de méthodes d'approximation qu'on le voudra. Mais pour que ces méthodes aient une valeur pratique, il est nécessaire de leur conserver une simplicité relative tout en recherchant plus de rigueur.

Nous allons en indiquer quelques-unes, en supposant invariablement que la racine cherchée α ait été séparée par deux valeurs a, b $(a < b)$ et qu'on ait $f(a) < 0$, $f(b) > 0$. On sait que cela ne nuit pas à la généralité, puisqu'il suffirait, s'il en était autrement, de changer $f(x)$ en $-f(x)$ pour retomber sur nos hypothèses.

8. — Soient $f(a) = \mathrm{A}$, $f(b) = \mathrm{B}$. Prenons une valeur intermédiaire c et déterminons la nouvelle valeur $f(c) = \mathrm{C}$. Par les trois points représentatifs correspondants A, B, C, nous pouvons faire passer une parabole dont l'axe soit parallèle à Oy, et dont l'équation sera

$$y = \frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)}\mathrm{A} + \frac{(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)}\mathrm{B} + \frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)}\mathrm{C}.$$

L'intersection de cette parabole avec l'axe des x nous permettra d'obtenir une nouvelle valeur approchée donnée par la résolution de l'équation

$$\begin{aligned} &[(b-c)\mathrm{A} + (c-a)\mathrm{B} - (b-a)\mathrm{C}]\,x^2 \\ &-[(b^2-c^2)\mathrm{A} + (c^2-a^2)\mathrm{B} - (b^2-a^2)\mathrm{C}]\,x \\ &+ bc(b-c)\mathrm{A} + ca(c-a)\mathrm{B} - ab(b-a)\mathrm{C} = 0. \end{aligned}$$

Il est aisé de voir qu'on devra prendre la plus petite ou la plus grande racine de cette équation, suivant que le coefficient de x^2 sera négatif ou positif.

En supposant, par exemple $c = \frac{a+b}{2}$, ou bien $c = \frac{aB - bA}{B - A}$, c'est-à-dire donné par la méthode des parties proportionnelles, on obtient des simplifications sensibles. Elles ne sont pas assez considérables cependant pour qu'on puisse considérer une pareille méthode comme réellement pratique, d'autant plus qu'elle nécessite toujours le calcul d'un radical.

9. — Faisons encore passer par les points A, B, C une parabole, mais dont l'axe soit parallèle à Ox; l'équation de cette courbe sera

$$x = \frac{(y-B)(y-C)}{(A-B)(A-C)}a + \frac{(y-C)(y-A)}{(B-C)(B-A)}b + \frac{(y-A)(y-B)}{(C-A)(C-B)}c,$$

et si nous y faisons $y = 0$, nous obtiendrons la nouvelle valeur approchée

$$\frac{BC}{(B-A)(C-A)}a + \frac{CA}{(B-A)(B-A)}b - \frac{AB}{(C-A)(B-C)}c.$$

Supposons c donné par la méthode des parties proportionnelles, c'est-à-dire $c = \frac{aB - bA}{b - a}$. Il est alors facile de mettre la valeur précédente sous la forme

$$c + (b-a)\frac{ABC}{(B-C)(C-A)(B-A)},$$

c'est-à-dire qu'on a, par rapport à c, un terme de correction $\frac{(b-a)ABC}{(B-C)(C-A)(B-A)}$, dont le calcul est d'une extrême simplicité.

10. — Reprenons les deux valeurs approchées a, b, et supposons que la méthode de Newton soit applicable à la valeur supérieure b. Posons comme ci-dessus $f(a) = A$, $f(b) = B$, et en outre $f'(b) = B'$, et proposons-nous de tracer une parabole passant par les points A, B, tangente en B à la courbe représentative de la fonction $f(x)$, et dont l'axe soit parallèle à Ox. Elle aura pour équation

$$x = my^2 + ny + p,$$

et les conditions du problème seront évidemment

$$\begin{aligned} A^2m + An + p &= a, \\ B^2m + Bn + p &= b, \\ 2Bm + n &= \frac{1}{B'}. \end{aligned}$$

La valeur approchée qu'il s'agit de calculer est p. Pour l'obtenir sous une forme simple, appelons μ celle que donne la méthode des parties proportionnelles appliquée à a et b, et b' celle que donne la méthode de Newton appliquée à b. Nous avons

$$\mu = \frac{aB - bA}{B - A} = -mAB + p, \quad b' = b - \frac{B}{B'} = mB^2 + p,$$

d'où l'on tire

$$p = \frac{\mu B - b'A}{B - A}.$$

Si la méthode de Newton était applicable à a au lieu de B, on trouverait

$$p = \frac{\mu A - a'A}{A - B} = \frac{a'B - \mu A}{B - A}.$$

On peut mettre respectivement ces valeurs sous la forme

$$\mu - \frac{(b' - \mu)A}{B - A}, \quad \text{ou } \mu - \frac{(\mu - a')B}{B - A},$$

ce qui permet de les obtenir très simplement par un terme de correction en partant de μ.

11. — Les notations étant les mêmes, remplaçons la courbe représentative entre A et B par une parabole du troisième degré passant par A et par B, et tangente à la courbe en ces deux points. Nous aurons alors

$$\begin{aligned} A^3l + A^2m + An + p &= a, \\ B^3l + B^2m + Bn + p &= b, \\ 3A^2l + 2Am + n &= \frac{1}{A'}, \\ 3B^2l + 2Bm + n &= \frac{1}{B'}, \end{aligned}$$

et p sera la valeur approchée.

Posons, comme au numéro précédent,

$$\mu = \frac{aB - bA}{B - A}, \quad a' = a - \frac{A}{A'}, \quad b' = b - \frac{B}{B'},$$

c'est-à-dire, en vertu des relations ci-dessus,

$$\begin{aligned} \mu &= - lAB(A+B) - mAB + p, \\ a' &= -2lA^2 \qquad - mA^2 + p, \\ b' &= -2lB^2 \qquad - mB^2 + p. \end{aligned}$$

Multipliant ces trois équations par -2, $\frac{B}{A}$, $\frac{A}{B}$ et ajoutant, on a

$$a'\frac{B}{A} + b'\frac{A}{B} - 2\mu = p\left(\frac{B}{A} + \frac{A}{B} - 2\right),$$

d'où l'on tire

$$p = a'\left(\frac{B}{B-A}\right)^2 + b'\left(\frac{A}{B-A}\right)^2 - 2\mu\frac{AB}{(B-A)^2}.$$

Cette expression de la valeur approchée peut encore prendre une forme plus simple. Si nous posons, en effet,

$$\frac{B}{B-A} = \frac{b-\mu}{b-a} = b_1, \quad \text{et} \quad \frac{-A}{B-A} = \frac{\mu-a}{b-a} = a_1,$$

on peut facilement calculer les deux rapports a_1 et b_1 dont la somme est égale à l'unité, et l'on a

$$p = a'b_1^2 + b'a_1^2 + 2\mu a_1 b_1.$$

Désignons maintenant par $u = a' - \mu$, $v = b' - \mu$ les différences entre les valeurs que donne la méthode de Newton et celle que donne la méthode des parties proportionnelles. Il vient alors

$$p = \mu(a_1 + b_1)^2 + ub_1^2 + va_1^2 = \mu + ub_1^2 + va_1^2.$$

On a donc à ajouter à μ un terme de correction $ub_1^2 + va_1^2$, dont le calcul est des plus simples.

Cette méthode, un peu moins simple, mais plus précise en général que celle du numéro 10, présente l'avantage de pouvoir s'appliquer alors même que la dérivée seconde $f''(x)$ s'annule entre a et b. Elle donnera cependant, en général, de meilleurs résultats, c'est-à-dire une plus grande approximation, quand ce changement de signe ne se produira pas.

12. — Prenons l'équation $x^3 - 7x + 7 = 0$, et cherchons-en la plus grande racine positive comprise entre $a = 1{,}6$ et $b = 1{,}7$. On

$$\begin{array}{llll} A = -0{,}104, & A' = 0{,}68, & B = 0{,}013, & B' = 1{,}67, \\ \mu = 1{,}6889, & b' = 1{,}6923, & a' = 1{,}7529, & \\ a_1 = 0{,}8888, & b_1 = 0{,}1111, & u = 0{,}064, & v = 0{,}0034. \end{array}$$

La méthode du numéro 10 donnera par approximation

$$\mu + va_1 = 1{,}6918,$$

et celle du numéro 11

$$\mu + ub_1^2 + va_1^2 = 1{,}6923.$$

La racine est exactement 1,6920 à 0,0001 près. On voit que par l'un ou l'autre des procédés indiqués nous avons d'un coup trois décimales exactes.

13. — Comme second exemple, soit l'équation (2°) de M. Bioche, du numéro 5 ci-dessus, $x^4 - 12x^3 + 16x^2 - 2 = 0$. Pour plus de commodité dans les calculs, multiplions les racines par 10. L'équation devient $x^4 - 120x^3 + 1600x^2 - 20000 = 0$.

Nous avons le tableau suivant :

$a = 4,$	$A = -1824,$	$A' = 7296,$	$a' = 4{,}25,$
$b = 5,$	$B = 5625,$	$B' = 7500,$	$b' = 4{,}25,$
$\mu = 4{,}245,$	$a_1 = 0{,}245,$	$b_1 = 0{,}755,$	$u = v = 0{,}005.$

La méthode de Newton n'étant applicable à aucune des deux limites, parce que la dérivée seconde a une racine rapprochée de celle qu'on cherche, nous prendrons uniquement la formule du numéro 11.

$\mu + ub_1^2 + va_1^2 = 4{,}245 + 0{,}005\left(\overline{0{,}245}^2 + \overline{0{,}755}^2\right)$. Le terme de correction est 0,003, et nous avons ainsi pour la valeur approchée 4,248, c'est-à-dire dans l'équation primitive 0,4248. Il est assez facile de vérifier que cette valeur est approchée à 0,0001 près.

On remarquera que dans cet exemple la méthode de Newton était inapplicable aussi bien à une limite qu'à l'autre, à cause du changement de signe de la dérivée seconde.

OBSERVATION SUR LA MÉTHODE DE NEWTON

14. — On dit habituellement que la méthode de Newton, dans le voisinage d'une racine α, n'est applicable qu'à la région où $f(x)f''(x) > 0$. On sous-entend par cela même qu'on s'impose l'obligation d'avoir des valeurs approchées dans le même sens; mais on peut considérer en somme que la méthode s'applique à une valeur a si la nouvelle valeur obtenue diffère moins que a de la racine α, soit dans un sens, soit dans l'autre.

La correction de Newton étant $-\dfrac{f(a)}{f'(a)}$, la valeur absolue de

...eure à celle de $a - \alpha$, ce qui donne

$$\left(\frac{f(a)}{f'(a)}\right)^2 - 2\,\frac{f(a)}{f'(a)}\,(a-\alpha) < (a-\alpha)^2,$$

$$\left(\frac{f(a)}{f'(a)}\right)^2 < 2\,\frac{f(a)}{f'(a)}\,(a-\alpha).$$

... $= (x - \alpha\,\varphi)\,(x)$, cette inégalité devient

$$\varphi(a)\,[\varphi(a) - 2f'(a)] < 0.$$

... exemple, prenons l'équation

$$x^3 - 7x + 6 = (x+3)(x-1)(x-2) = 0.$$

... $= -3$. Nous aurons alors

$$(x-1)(x-2)(5x^2 + 3x - 16) > 0.$$

... ρ_1, ρ_2 sont les racines de $5x^2 + 3x - 16 = 0$, on voit que la suite

$$-\infty,\ -\rho_1,\ +1,\ \rho_2,\ +2,\ +\infty$$

séparera cinq régions dans trois desquelles ($-\infty$ à $-\rho_1$, $+1$ à ρ_2 et $+2$ à $+\infty$) la méthode de Newton permettra d'approcher de la racine -3.

La condition précédente peut encore s'écrire

$$(f'(a) - \varphi(a))^2 < (f'(a))^2$$

ou $\operatorname{mod}\dfrac{f'(a) - \varphi(a)}{f'(a)} < 1.$

Or, $f'(x) - \varphi(x) = (x - \alpha)\,\varphi'(x)$.

On obtiendra donc les limites en coupant la courbe $y = \dfrac{(x-\alpha)\,\varphi'(x)}{f'(x)}$ par les deux droites $y = 1$, $y = -1$, et en menant par les points d'intersection des parallèles à l'axe des y. Ainsi, en reprenant le même exemple $f(x) = x^3 - 7x + 6$, avec $\alpha = -3$, on a $\varphi(x) = x^2 - 3x + 2$ $\varphi'(x) = 2x - 3$, et la courbe à construire serait $y = \dfrac{(x+3)(2x-3)}{3x^2 - 7}$. Il est aisé de voir qu'on retrouverait de la sorte les mêmes résultats que plus haut.

ÉQUATIONS A COEFFICIENTS IMAGINAIRES

15. — Comme extension aux considérations présentées au numéro 6 ci-dessus, nous dirons qu'une racine α de l'équation

$f(x)=0$ est *séparée* lorsqu'on aura pu déterminer sur le plan un cercle comprenant cette racine α et la comprenant seule. Toutes les racines de l'équation seront séparées quand chacune d'elles aura été ainsi enveloppée dans un cercle, aucun des cercles en question n'en pénétrant un autre. Nous appellerons *valeur approchée* de la racine α toute valeur dont l'extrémité est à l'intérieur d'un cercle séparant cette racine α.

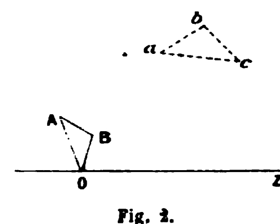


Fig. 2.

16. — Si Oa, Ob (ou a, b) sont deux valeurs approchées d'une racine, il est aisé de voir comment la méthode des parties proportionnelles peut s'appliquer. Appelons, en effet, OA, OB (ou A, B) les valeurs correspondantes de $f(x)$. Si on suppose que dans le voisinage de la racine les variations ont lieu proportionnellement pour la variable et pour la fonction, il s'ensuit qu'on aura $\frac{a-\alpha}{b-\alpha}=\frac{A}{B}$, c'est-à-dire que O$c$ (ou c) étant la valeur approchée demandée, les deux triangles OAB, cab seront directement semblables.

En admettant que b devienne infiniment voisin de a, nous avons $\lim\frac{AB}{ab}=\lim\frac{B-A}{b-a}=f'(a)=A'$ et la similitude des triangles donnant $\frac{A}{B-A}=\frac{a-a'}{b-a}$, il s'ensuit qu'on a $a'=a-\frac{A}{A'}$, a' étant la nouvelle valeur approchée fournie par la méthode de Newton.

Voyons à quelle condition la méthode des parties proportionnelles sera applicable avantageusement. Il faut pour cela que le module de $(c-\alpha)$ soit inférieur à ceux de $(b-\alpha)$ et $(a-\alpha)$. Posons $a=\alpha+h$, $b=\alpha+k$, $c=\alpha+j$. Nous avons

$$c=\frac{aB-bA}{B-A}=\alpha+\frac{hB-kA}{B-A}.$$

Or,
$$B=f(b)=f(\alpha+k)=kf'(\alpha)+\frac{k^2}{2}f''(\alpha)+\dots,$$
$$A=f(a)=f(\alpha+h)=hf'(\alpha)+\frac{h^2}{2}f''(\alpha)+\dots.$$

D'où

$$hB-kA=\frac{kh(k-h)}{2}f''(\alpha)+\dots,$$

et

$$j=\frac{1}{B-A}\left(\frac{kh(k-h)}{2}f''(\alpha)+\dots\right)=\frac{kh(b-a)}{2(B-A)}f''(\alpha)+\dots.$$

Le module de j devra être inférieur à ceux de k et de h, ce qui se produira chaque fois que k et h seront suffisamment petits. Il est bien évident que l'extrémité de c devra, en outre, tomber dans l'intérieur du cercle de séparation.

17. — M. Jules Tannery, dans une correspondance personnelle, a attiré notre attention sur la question de savoir dans quelles conditions la méthode de Newton est applicable avec avantage à la recherche d'une racine α dans une équation à coefficients imaginaires. Pour qu'il en soit ainsi, il faut que le module de $(a' - \alpha)$ soit inférieur à celui de $(a - \alpha)$, ou

$$\text{mod}\left(a - \alpha - \frac{A}{A'}\right) < \text{mod}\,(a - \alpha).$$

Or, $A = f(a) = (a - \alpha)\,\varphi(a)$, et $A' = f'(a)$. Divisant par $\text{mod}\,(a - \alpha)$, qui est positif, on a

$$\text{mod}\left(1 - \frac{\varphi(a)}{f'(a)}\right) < 1.$$

Si on écrit $\text{mod}\left(1 - \frac{\varphi(x)}{f'(x)}\right) = 1$, ou $\text{mod}\,\frac{(x - \alpha)\,\varphi'(x)}{f'(x)} = 1$, cette condition déterminera une certaine courbe séparant les régions où la méthode de Newton est applicable de celles où elle ne l'est pas. Il est indispensable, en outre, que les valeurs successives qu'on trouvera tombent également dans les régions d'applicabilité; il pourrait, en effet, fort bien arriver que tout en trouvant une première valeur plus approchée de α que ne l'est a, la seconde approximation eût pour résultat d'éloigner de la racine au lieu d'en rapprocher davantage.

Pour éclaircir ce point par un exemple des plus simples, prenons l'équation du deuxième degré $x^2 - 2px + 9 = 0$, ayant pour racines α, β. S'il s'agit de la racine α, nous avons $\varphi(x) = x - \beta$, $\varphi'(x) = 1, f'(x) = 2(x - p)$, et la condition est $\text{mod}\left(1 - \frac{x - \beta}{2(x - p3)}\right) < 1$. La courbe dont nous venons de parler est déterminée par la relation $\text{mod}\,\frac{x - \alpha}{2\,(x - p)} = 1$, ou $\text{mod}\,\frac{x - \alpha}{x - p} = 2$. Cette courbe est donc une circonférence, lieu des points tels que le rapport de leurs distances aux extrémités de α et de p soit égal à 2. Autrement dit, si nous prenons à partir de l'extrémité de β, et en marchant vers celle de α, un segment égal aux $\frac{2}{3}$ de celui qui joint ces deux points, nous

aurons le diamètre de la circonférence en question. On reconnaît, en effet, que pour tout point intérieur à cette circonférence l'application de la méthode de Newton éloigne de la racine α au lieu d'en rapprocher, et que le contraire a lieu pour un point extérieur. Cela ne veut pas dire que si l'on prend une valeur approchée au hasard correspondant à un point de cette région extérieure, on approchera de la racine considérée autant qu'on le voudra ; il peut très bien arriver, en effet, que les approximations successives donnent une valeur limite l, la distance de l'extrémité de l à celle de α étant néanmoins finie.

Il y aurait assurément encore bien des observations intéressantes à faire sur ce sujet, que nous avons plutôt indiqué que traité. Mais nous croyons devoir nous borner à ces indications générales, notre communication ayant déjà pris une étendue bien plus grande que nous ne l'avions prévu tout d'abord.

M. Ed. MAILLET

Ingénieur des ponts et chaussées, à Toulouse.

SUR UNE APPLICATION A L'ANALYSE INDÉTERMINÉE DE LA THÉORIE DES SUITES RÉCURRENTES [H 12 e]

— *Séance du 8 août 1895* —

I

Soit

(1) $$u_0,\ u_1,\ u_2,\ \dots,\ u_n,\ u_{n+1},\ \dots,$$

une suite récurrente à termes rationnels, d'équation génératrice

(2) $$f(x) = x^q + a_1 x^{q-1} + \dots + a_q = 0,$$

et de loi

(3) $$x_{n+q} + a_1 x_{n+q-1} + \dots + a_q x_n = 0,$$

où a_1, a_2, ..., a_q sont supposés rationnels.

Si le polynôme générateur $f(x)$ possède un diviseur qui soit un

polynôme entier de degré plus petit à coefficients rationnels, c'est-à-dire si $f(x)$ n'est pas irréductible, soit

$$\varphi(x) = x^r + b_1 x^{r-1} + \ldots + b_r,$$

avec $0 < r < q$, un pareil diviseur.

Une suite récurrente d'équation génératrice $\varphi(x) = 0$ à termes rationnels (il en existe évidemment toujours) admet(*) aussi pour équation génératrice l'équation (2), puisque $f(x)$ est multiple de $\varphi(x)$. Il y aura donc une suite récurrente au moins de la forme (1) à termes rationnels pour laquelle la loi (3) ne sera pas irréductible.

Réciproquement, supposons que la suite récurrente (1), d'équation génératrice (2) et de loi (3) satisfasse à une loi d'ordre $< q$, c'est-à-dire admette la loi (3) comme loi réductible. Elle admettra une loi irréductible d'équation génératrice $\psi(x) = 0$, dont le degré sera $r < q$, à coefficients rationnels, puisque la suite récurrente a ses termes rationnels, et telle que $\psi(x)$ divise $f(x)$, c'est-à-dire que l'équation (2) ne sera pas irréductible.

LEMME. — *La condition nécessaire et suffisante pour qu'une équation algébrique à coefficients rationnels soit irréductible, est que toutes les suites récurrentes à termes rationnels dont cette équation est l'équation génératrice admettent la loi correspondante comme loi irréductible* (**).

Ce lemme permet d'établir un lien entre la réductibilité des équations algébriques et toute une catégorie d'équations indéterminées.

En effet, reprenons les formules (1), (2) et (3). La condition nécessaire et suffisante pour que la loi (3) soit réductible pour la suite (1) est(***) que le déterminant

$$(4) \qquad \Delta_q = \begin{vmatrix} u_{q-1} & u_{q-2} & \ldots & u_0 \\ u_q & u_{q-1} & \ldots & u_1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ u_{2q-2} & u_{2q-3} & \ldots & u_{q-1} \end{vmatrix}$$

soit nul.

Or, dans Δ_q, remplaçons $u_q, u_{q+1}, \ldots, u_{2q-2}$ par leur expression en

(*) Consulter d'Ocagne, *J. de l'Éc. Pol.*, 1894, ainsi que nos deux notes parues, l'une dans les *Nouvelles Annales*, l'autre dans les *Mémoires de l'Acad. des Sc., Inscr. et Bel.-Let.* de Toulouse, en 1895, et relatives aux suites récurrentes.

(**) Ne pas confondre les expressions toutes différentes « équation ou polynôme irréductible » et « loi irréductible ».

(***) Perrin, *Comptes rendus de l'Acad. des Sc.*, séance du 10 décembre 1894 et séances suivantes.

fonction de $u_0, u_1, \ldots, u_{q-1}$: Δ_q devient $F(u_0, u_1, \ldots, u_{q-1})$, où F est homogène en $u_0, u_1, \ldots, u_{q-1}$; F n'est d'ailleurs pas identiquement nul puisqu'on peut trouver des valeurs de $u_0, u_1, \ldots, u_{q-1}$ telles que pour la suite (1) la loi (3) soit irréductible, et $\Delta_q \neq 0$, et les coefficients de F sont rationnels. Si l'équation (2) est réductible d'après le lemme précédent, il y a des valeurs rationnelles de $u_0, u_1, \ldots, u_{q-1}$, qui annulent Δ_q ou F, et réciproquement. Donc :

La condition nécessaire et suffisante pour que l'équation indéterminée

$$F(u_0, u_1, \ldots, u_{q-1}) = 0, \tag{5}$$

admette des solutions rationnelles, est que l'équation $f(x) = 0$ *à coefficients rationnels soit réductible.*

Si $u_0, u_1, \ldots, u_{q-1}$ est une solution rationnelle de (5), $f(x)$ ayant ses coefficients rationnels, (1) a ses termes rationnels, et le déterminant

$$\delta_q = \begin{vmatrix} u_{n+q-1} & u_{n+q-2} & \ldots & u_n \\ u_{n+q} & u_{n+q-1} & \ldots & u_{n+1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ u_{n+2q-2} & u_{n+2q-1} & \ldots & u_{n+q-1} \end{vmatrix} \tag{6}$$

est nul, la suite récurrente correspondante admettant la loi (3) comme loi réductible. Or, si l'on exprime δ_q en fonction de u_{n+q-1}, $u_{n+q-2}, \ldots, u_n$ à l'aide de (3), on a

$$\delta_q = F(u_n, u_{n+1}, \ldots, u_{n+q-1});$$

donc

$$u_n, u_{n+1}, \ldots, u_{n+q-1} \tag{7}$$

est une solution de (5), quel que soit n.

Ceci va nous permettre d'obtenir toutes les solutions de l'équation (5), quand elle en admet, c'est-à-dire quand $f(x)$ est réductible.

En effet, si $f(x)$ est réductible, soit $\chi(x)$ un de ses diviseurs à coefficients rationnels maximum, c'est-à-dire tel qu'il ne divise lui-même aucun autre diviseur de $f(x)$, et

$$\chi(x) = x^t + c_1 x^{t-1} + \ldots + c_t. \tag{8}$$

Prenons arbitrairement

$$u_0, u_1, \ldots, u_{t-1} \tag{9}$$

rationnels, et considérons la suite récurrente dont les t premiers termes sont les nombres (9) et d'équation génératrice

$$\chi(x) = 0. \tag{10}$$

Les termes de cette suite sont rationnels; cette suite satisfait à la loi (3), puisque $\chi(x)$ divise $f(x)$, et les q termes consécutifs

(11) $$u_n, u_{n+1}, \ldots, u_{n+q-1},$$

forment un système de solutions rationnelles de (5), puisque la loi (3) est réductible pour cette suite.

En considérant successivement tous les diviseurs à coefficients rationnels maxima de $f(x)$, nous obtiendrons autant d'ensembles de systèmes de solutions correspondants.

Je dis qu'on obtiendra ainsi toutes les solutions de (5)

En effet, soit

(12) $$u_0, u_1, \ldots, u_{q-1}$$

une solution rationnelle de (5). La suite récurrente qui a ces termes pour termes initiaux, et qui satisfait à la loi (3), satisfait à une loi irréductible $\psi(x) = 0$, où $\psi(x)$ est un polynôme entier à coefficients rationnels qui divise $f(x)$; or, $\psi(x)$ divise un diviseur maximum $\chi(x)$ à coefficients rationnels de $f(x)$, et dès lors la suite en question satisfait à la loi d'équation génératrice $\chi(x) = 0$, c'est-à-dire que les solutions qu'elle donne sont comprises parmi celles que nous avons trouvées tout à l'heure. Donc :

On obtiendra tous les systèmes de solutions rationnelles de l'équation (5), *quand il y en a, c'est-à-dire quand* $f(x) = 0$ *est réductible, en prenant successivement tous les diviseurs à coefficients rationnels et maxima de* $f(x)$, *et formant toutes les suites récurrentes à termes rationnels ayant ces diviseurs pour polynômes générateurs.*

On peut aussi définir ces suites comme étant toutes celles à coefficients rationnels, ayant pour polynôme générateur $f(x)$, et pour lesquelles la loi correspondante (3) est réductible.

En remarquant que $F(u_0, u_1, \ldots, u_{q-1}) = u_0^q F\left(1, \frac{u_1}{u_0}, \ldots\right)$, et posant $v_1 = \frac{u_{n+1}}{u_n}, \ldots, v_{q-1} = \frac{u_{n+q-1}}{u_n}$, on obtient les solutions rationnelles correspondantes de

(13) $$F(1, v_1, \ldots, v_{q-1}) = 0.$$

Reprenons les formules (9), (10) et (11). Le système (9), où $u_0, u_1, \ldots, u_{t-1}$ ont des valeurs rationnelles déterminées, donnera naissance à tous les systèmes (11) obtenus en faisant varier n; mais le nombre de ceux de ces systèmes qui sont distincts pourra être fini ou infini.

S'ils sont en nombre fini, il y aura deux de ces systèmes qui coïncideront. Soient

$$(14)\qquad \begin{cases} u_n, u_{n+1}, \ldots, u_{n+q-1}, \\ u_{n+m}, u_{n+m+1}, \ldots, u_{n+m+q-1}, \end{cases}$$

deux pareils systèmes, et

$$(15)\qquad \theta(x) = 0,$$

d'ordre τ, l'équation génératrice de la loi irréductible à laquelle satisfait la suite récurrente (11). On sait que

$$(16)\qquad u_n = \sum_j A_j(n)\,\lambda_j^n,$$

les λ_j étant les racines distinctes de (15), et $A_j(n)$ étant un polynôme entier en n de degré égal à l'ordre de multiplicité, diminué de 1, de la racine λ_j.

D'après

$$\tau \leq t < q,$$

on aura

$$(17)\qquad u_{n+i} = u_{n+m+i} = u_{n+2m+i} = \ldots = u_{n+km+i}, \quad (i = 0, 1, 2, \ldots, \tau - 1).$$

Mais

$$(18)\qquad u_{n+km+i} = \sum_j .A_j(n + km + i)\,\lambda_j^{n+i} \,.\, (\lambda_j^m)^k,$$

où n, m, i sont fixes, et où k varie, est le terme général d'une suite récurrente. Quand on fait prendre à i les τ valeurs $0, 1, \ldots, \tau - 1$, on a τ suites récurrentes telles que l'équation génératrice de leur plus petite loi commune ait pour racines distinctes celles des quantités λ_j^m qui sont distinctes. De plus, on voit sans peine(*), parce que le déterminant de Vandermonde des quantités λ_j distinctes est $\neq 0$, que, si l'on désigne par $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_{\tau_1}$, celles des quantités λ_j^m qui sont distinctes,

$$u_{n+km+i} = \sum_h B_h^{(i)}(k)\,\mu_h^k,$$

et que $B_h^{(i)}(k)$ est, pour une des valeurs de i égales à $0, 1, \ldots, \tau - 1$, de degré au moins égal à celui des polynômes entiers en k qui servent de coefficients dans (18) aux quantités λ_j^m égales à μ_h. On en conclut que si $\rho_1, \rho_2, \ldots$ sont les ordres de multiplicité des racines λ_j de l'équation génératrice (15) telles que $\lambda_j^m = \mu_h$, μ_h est racine de

(*) Voir *Nouvelles Annales*, novembre 1895.

l'équation génératrice

(19) $$\eta(x) = 0,$$

de la plus petite loi commune à laquelle satisfont les τ suites (17), et que son ordre de multiplicité dans (19) est égal à la plus grande des quantités $\rho_1, \rho_2, \ldots$ correspondantes.

Mais cette plus petite loi commune ayant évidemment pour équation génératrice $x - 1 = 0$, on en conclut

$$\mu_k = \lambda_j^m = 1, \quad \rho_1 \leq 1, \rho_2 \leq 1, \ldots.$$

Donc (15) n'a que des racines distinctes qui sont des racines de l'unité satisfaisant toutes à $x^m - 1 = 0$, et $\theta(x)$ divise $x^m - 1$.

Réciproquement, si $\theta(x)$ divise $x^m - 1$, ses racines sont distinctes, sont racines de l'unité, et toute suite récurrente ayant pour équation génératrice $\theta(x) = 0$ admet comme équation génératrice $x^m - 1 = 0$ et est telle que

$$u_{n+m} = u_n,$$

quel que soit n. Donc :

Parmi les suites récurrentes qui donnent toutes les solutions de (5), *celles qui ne donnent qu'un nombre fini de solutions sont celles admettant pour polynômes générateurs les diviseurs à coefficients rationnels* θ (x) *de* f (x) *tels que* $\theta(\text{x}) = 0$ *n'ait pour racines que des racines de l'unité distinctes.*

On remarquera que presque tout ceci s'applique encore quand on veut considérer les solutions en nombres entiers (complexes ou non) de l'équation (5), à condition de supposer que $f(x)$ a ses coefficients entiers, et en appliquant un théorème de Gauss d'après lequel, si $\zeta(x)$, de la forme $x^{t_1} + \ldots$, est un polynôme entier diviseur de $f(x)$, ses coefficients ne sont rationnels que s'ils sont entiers.

Remarque I. — Dans (9), $u_0, u_1, \ldots, u_{t-1}$ sont rationnels, mais arbitraires, en sorte que l'ensemble (11) figure déjà parmi les ensembles $u_0, u_1, \ldots, u_{q-1}$ déduits de (9), et que les considérations qui suivent la formule (13) pourraient sembler en partie inutiles. Nous avons cru devoir les donner parce qu'elles s'étendent immédiatement aux équations de la forme $F(u_0, u_1, \ldots, u_{q-1}) = g$, avec $g \neq 0$, que nous considérerons tout à l'heure, et pour lesquelles nous ne pourrions nous en dispenser.

Remarque II. — Les résultats exposés dans cette note pourraient s'obtenir par une autre méthode, qu'il nous suffira d'indiquer pour le cas où l'équation $f(x) = 0$ a ses racines inégales.

Alors, le terme général de (1) est

$$(1^{bis}) \qquad u_n = \sum_1^q {}^i \alpha_i \lambda_i^n,$$

où $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_q$ sont les racines distinctes de (2).

La condition nécessaire et suffisante pour que la loi (3) soit réductible pour la suite (1) est que l'une des quantités α_i soit nulle; cette condition s'écrira

$$(2^{bis}) \qquad \alpha_1 . \alpha_2 . \ldots \alpha_q = 0.$$

Or, les racines λ_i étant distinctes, on aura

$$\alpha_i = \frac{1}{D} \sum_0^{q-1} {}^j \beta_j^{(i)} u_j,$$

où

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \ldots & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \ldots & \lambda_q \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \lambda_1^{q-1} & \lambda_2^{q-1} & \ldots & \lambda_q^{q-1} \end{vmatrix} \neq 0,$$

et où $\beta_j^{(i)}$ est fonction des racines $\lambda_1, \ldots, \lambda_q$; (2bis) s'écrira

$$\left(\sum_0^{q-1} {}^j \beta_j^{(1)} u_j\right) \left(\sum_0^{q-1} {}^j \beta_j^{(2)} u_j\right) \ldots \left(\sum_0^{q-1} {}^j \beta_j^{(q)} u_j\right) = 0.$$

Le premier membre, fonction symétrique des racines $\lambda_1, \ldots, \lambda_q$, est de la forme

$$F_1 (u_0, u_1, \ldots, u_{q-1}) = 0,$$

où F_1 est fonction homogène, entière, de degré q en $u_0, u_1, \ldots, u_{q-1}$ et à cofficients rationnels.

On verrait sans peine, en substituant (1bis) dans Δ_q que F_1 coïncide avec F à un facteur constant près.

Ceci permettrait, dès lors, de retrouver les résultats que nous donnons pour les équations indéterminées $F = 0$ ou $F = g$, et vérifie que $\Delta_q = F = 0$ est la condition nécessaire et suffisante pour que la loi (3) soit réductible pour la suite (1).

Application. — Cas où $q = 3$.

Soit

$$f(x) = x^3 - \gamma,$$

$$F(u_0, u_1, u_2) = \gamma^2 u_0^3 + \gamma u_1^3 + u_2^3 - 3\gamma u_0 u_1 u_2 = 0.$$

L'équation $x^3 - \gamma = 0$ est réductible à la condition nécessaire et suffisante que γ soit le cube d'un nombre rationnel.

Si γ est le cube d'un nombre rationnel δ, les diviseurs rationnels maxima de $x^3 - \gamma$ sont

$$x - \delta \quad \text{et} \quad x^2 + \delta x + \delta^2.$$

Pour le premier, les solutions correspondantes seront

$$u_0,\ \delta u_0,\ \delta^2 u_0,$$

où u_0 est arbitraire, mais rationnel.

Pour le deuxième, elles seront

$$u_0,\ u_1,\quad -\delta(u_1 + \delta u_0),$$

où u_1 et u_0 sont arbitraires, mais rationnels.

Si γ n'est pas le cube d'un nombre rationnel, il n'y a pas de solution.

Si l'on attribue à certaines des quantités u_0, u_1, ... des valeurs fixes, $F = 0$ deviendra une équation indéterminée plus particulière, dont ce qui précède donnera la solution.

II

Reprenons les formules (1) à (4), en supposant que la loi (3) soit irréductible pour la suite (1) et que

$$a_q = \pm 1. \tag{20}$$

On a

$$\Delta_q = F(u_0, u_1, \ldots, u_{q-1}) = g, \tag{21}$$

où $g \neq 0$.

Posant

$$\Delta_q(n) = \begin{vmatrix} u_{n+q-1} & u_{n+q-2} & \ldots & u_n \\ u_{n+q} & u_{n+q-1} & \ldots & u_{n+1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ u_{n+2q-2} & u_{n+2q-1} & \ldots & u_{n+q-1} \end{vmatrix}, \tag{22}$$

d'où

$$\Delta_q(0) = \Delta_q,$$

on aura

$$u_{n+i} + a_1 u_{n+i-1} + \ldots + a_q u_{n+i-q} = 0. \tag{23}$$

En remplaçant dans la première colonne de (22)

$$u_{n+q-1},\ u_{n+q},\ \ldots,\ u_{n+2q-2},$$

à l'aide de (23), où l'on fait successivement $i = (q-1), q, \ldots, 2q-2$, on voit que

$$(24)\quad \left\{\begin{array}{l} \Delta_q(n) = a_q(-1)^{\alpha} \Delta_q(n-1), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \Delta_q(n) = a_q^l(-1)^{\alpha l} \Delta_q(n-l), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \Delta_q(n) = a_q^n(-1)^{\alpha n} \Delta_q(0) = a_q^n(-1)^{\alpha n} g. \end{array}\right.$$

Or,

$$(25)\qquad \Delta_q(n) = \mathrm{F}(u_n, u_{n+1}, \ldots, u_{n+q-1}),$$

en sorte que

$$(26)\qquad \mathrm{F}(u_n, u_{n+1}, \ldots, u_{n+q-1}) = a_q^n(-1)^{\alpha n} g = \pm g.$$

Donc,

$$(27)\qquad u_n, u_{n+1}, \ldots, u_{n+q-1}$$

sera une solution de l'équation indéterminée à q variables

$$(28)\qquad \mathrm{F}(u_0, u_1, \ldots, u_{q-1}) = \pm g,$$

le signe étant facile à déterminer.

Réciproquement, si

$$(29)\qquad u_0, u_1, \ldots, u_{q-1}$$

est solution de (21), la suite récurrente ayant pour termes initiaux les termes (29), et satisfaisant à la loi (3), sera telle que (27) soit solution d'une des équations (28). Mais ici la loi (3) sera irréductible pour la suite (29) et pour toutes les suites analogues.

On voit encore que la suite (29) ne définit, à l'aide de (3), qu'un nombre fini de solutions, à la condition nécessaire et suffisante que l'équation $f(x) = 0$ n'ait pour racines que des racines de l'unité distinctes.

Ces considérations s'appliquent soit au cas où $f(x)$ ayant ses coefficients rationnels, on considère les solutions en nombres rationnels de (21) et (28), soit au cas où $f(x)$ ayant ses coefficients entiers, on considère les solutions en nombres entiers de (21) et (28).

Application. — Cas où $q = 2$.

$$f(x) = x^2 - \alpha x - \beta, \quad \text{avec} \quad \beta = \pm 1, \quad \alpha \text{ entier},$$
$$\mathrm{F}(u_0, u_1) = u_1^2 - \alpha u_0 u_1 - \beta u_0^2 = g.$$

Quand $\alpha = \pm 1$ et $\beta = -1$, les racines de $f(x) = 0$ sont des

racines de l'unité distinctes; quand $\alpha = 2$ et $\beta = -1$, $F(u_0, u_1) = (u_1 - u_0)^2$. Dans les autres cas, $u_1^2 - \alpha u_0 u_1 - \beta u_0^2$ ne peut se décomposer en un produit de deux facteurs rationnels.

On a ici

$$F(u_n, u_{n+1}) = (-\beta)^n g;$$

si $\beta = -1$,

$$u_n, u_{n+1}$$

est solution de $F(u_0, u_1) = g$, quel que soit n;

si $\beta = 1$,

$$u_n, u_{n+1}$$

est solution de $F(u_0, u_1) = g$ quand n est pair, et de $F(u_0, u_1) = -g$ quand n est impair. On obtient ainsi une infinité de solutions de ces deux équations à l'aide d'une seule solution, sauf quand $\alpha = \pm 1$, $\beta = -1$.

M. Ed. MAILLET

Ingénieur des ponts et chaussées, à Toulouse.

SUR LA DÉCOMPOSITION D'UN NOMBRE ENTIER EN UNE SOMME DE CUBES D'ENTIERS POSITIFS (*) [I 19 c]

— *Séance du 8 août 1895* —

Considérons l'identité

$$(1) \qquad (\alpha + x)^3 + (\alpha - x)^3 = 2\alpha(\alpha^2 + 3x^2)$$

(α et x entiers) : le premier membre est la somme de deux cubes positifs au plus si

$$(2) \qquad 0 \leq x \leq \alpha.$$

Donnant à x quatre valeurs entières x_1, x_2, x_3, x_4 satisfaisant

(*) Les débuts du raisonnement sont imités du raisonnement par lequel M. Oltramare a montré que tout cube d'entier positif est la somme de 9 cubes d'entiers positifs au plus (*Intermédiaire des Math.*, janvier 1895, p. 30).

à (2), et additionnant membre à membre les égalités obtenues, on a

$$(3)\quad \sum_1^4{}_i\,[(\alpha + x_i)^3 + (\alpha - x_i)^3] = 2\alpha\,[4\alpha^2 + 3\,(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2)].$$

Or, tout nombre m tel que

$$(4)\qquad 0 \leq m \leq \alpha^2$$

est la somme de quatre carrés satisfaisant à (2), et que nous pouvons prendre pour x_1^2, x_2^2, x_3^2, x_4^2, et (3) montre, dès lors, que tout nombre de la forme

$$(5)\qquad 2\alpha\,[4\alpha^2 + 3\,m] = 2\alpha.\beta,$$

où m satisfait à (4), est la somme de 8 cubes d'entiers positifs au plus

Les nombres (5) sont en nombre α^2, tous pairs, $\geq 8\alpha^3$ et $\leq 14\alpha^3$.

Considérons maintenant le nombre entier

$$(6)\qquad 2A = 2\,(\alpha.\beta + \alpha'\beta') = 2\alpha\,(4\alpha^2 + 3m) + 2\alpha'\,(4\alpha'^2 + 3m'),$$

où nous supposons

$$(7)\qquad 0 \leq m \leq \alpha^2, \quad 0 \leq m' \leq \alpha'^2.$$

On aura

$$(8)\qquad 2A - 8\,(\alpha^3 + \alpha'^3) = 6\,(\alpha m + \alpha' m') = 6A',$$

si

$$(9)\qquad A' = \alpha m + \alpha' m';$$

et, d'après (7), A' est compris entre 0 et $\alpha^3 + \alpha'^3$.

Supposons A' choisi *a priori* et cherchons, α et α' étant donnés, avec $\alpha < \alpha'$ et α premier à α', à résoudre (9) en nombres entiers m et m' de façon que (7) ait lieu (*); considérons

$$(10)\qquad \frac{A' - \alpha m}{\alpha'} = m'.$$

Soit $0 \leq A' \leq \alpha'^3$; donnons à m, dans (10), les valeurs successives

$$(11)\qquad 0, 1, 2, \ldots, \alpha' - 1,$$

en supposant

$$(12)\qquad \alpha' < \alpha^2.$$

Les nombres

$$(13)\qquad A', \quad A' - \alpha, \quad A' - 2\alpha, \quad \ldots, \quad A' - \alpha\,(\alpha' - 1),$$

(*) On reconnaît une méthode employée par Legendre (*Théorie des nombres*, 3e éd., t. II, p. 351 et suiv.) pour établir des perfectionnements du théorème de Fermat sur les nombres polygones. Voir aussi une note parue dans le *Bull. de la Soc. math.*, 1895, p. 40.

qui donnent les valeurs successives de $A' - \alpha m$, sont incongrus (mod α'), puisque α est premier à α', car

$$A' - l\alpha \equiv A' - l'\alpha \pmod{\alpha'}$$

donnerait

$$\alpha(l' - l) \equiv 0 \pmod{\alpha'}, \text{ d'où } l = l'.$$

Donc, une des valeurs (13) est $\equiv 0 \pmod{\alpha'}$, et la valeur correspondante de m' dans (10) est entière, et égale, par exemple, à

$$m' = \frac{A' - l''\alpha}{\alpha'}.$$

D'ailleurs, $0 \leqq l' < \alpha'$ montre que $m' \leqq \alpha'^2$, puisque $A' \leqq \alpha'^3$, et la valeur de m' sera positive si $A' \geqq \alpha\alpha'$.

En résumé, si

$$(14) \qquad \begin{cases} \alpha\alpha' \leqq A' \leqq \alpha'^3, \\ \alpha < \alpha' < \alpha^2, \text{ et } \alpha \text{ premier à } \alpha', \end{cases}$$

il est toujours possible de trouver des valeurs entières de m, et m' satisfaisant à (7) et (9), c'est-à-dire, d'après (8), (6), (5) et (3), que tout nombre de la forme

$$(15) \qquad 2A = 8(\alpha^3 + \alpha'^3) + 6A',$$

où A', α, α' sont astreints seulement à (14), est la somme de 16 cubes d'entiers positifs au plus.

$2A$ est ici un nombre quelconque pair $\geqq 8(\alpha^3 + \alpha'^3) + 6\alpha\alpha'$, $\leqq 8(\alpha^3 + \alpha'^3) + 6\alpha'^3$, et qui diffère de $8(\alpha^3 + \alpha'^3)$ par un multiple de 6.

En remarquant que l'unité est un cube d'entier positif, et ajoutant à chacun de ces nombres 5 unités au plus, on voit que tout nombre entier B tel que

$$(16) \begin{cases} \qquad 8(\alpha^3 + \alpha'^3) + 6\alpha\alpha' \leqq B \leqq 8(\alpha^3 + \alpha'^3) + 6\alpha'^3, \\ \text{avec} \quad \alpha < \alpha' < \alpha^2, \text{ et } \alpha \text{ premier à } \alpha', \end{cases}$$

est la somme de 21 cubes d'entiers positifs au plus, dont 16 au plus différents de 1 ou 0.

Nous établissons ainsi cette propriété pour un nombre B compris dans un certain intervalle; si nous établissons qu'en faisant varier α et α', les intervalles obtenus empiètent les uns sur les autres, la propriété sera établie pour un nombre quelconque.

Prenant pour α et α' deux nombres consécutifs $\gamma - 1$ et γ, les secondes conditions (16) sont vérifiées si $\gamma \geqq 3$, et la propriété en question a lieu pour tout nombre B tel que

$$8[(\gamma - 1)^3 + \gamma^3] + 6\gamma(\gamma - 1) \leqq B \leqq 8[(\gamma - 1)^3 + \gamma^3] + 6\gamma^3.$$

Prenant pour α et α' les nombres γ et $\gamma + 1$, la propriété a lieu pour tout nombre B' tel que

$$8\,[(\gamma^3 + (\gamma + 1)^3] + 6\gamma\,(\gamma + 1) \leqq B' \leqq 8\,[\gamma^3 + (\gamma + 1)^3] + 6(\gamma + 1)^3.$$

Il ne reste plus qu'à voir si

$$8\,[(\gamma - 1)^3 + \gamma^3] + 6\gamma^3 \geqq 8\,[\gamma^3 + (\gamma + 1)^3] + 6\gamma\,(\gamma + 1),$$

ou, en réduisant, si

$$3\gamma^3 - 27\gamma^2 - 3\gamma - 8 \geqq 0,$$

ce qui a lieu dès que $\gamma \geqq 10$.

Par suite, la propriété en question a lieu pour tout nombre $\geqq 8\,[(\gamma - 1)^3 + \gamma^3] + 6\gamma\,(\gamma - 1)$, où $\gamma = 10$, c'est-à-dire pour tout nombre $\geqq 14372$.

Pour les nombres inférieurs, la propriété résulte de suite des tables de Waring ou de Jacobi (*). En effet, ces dernières montrent que tout nombre $\leqq 12000$ est une somme de neuf cubes d'entiers positifs ou plus; pour les nombres B compris entre 12000 et 14372, on remarquera que

$$B = 8000 + C = \overline{20}^3 + C,$$

où C est inférieur à 12000, et que, par conséquent, ces nombres sont la somme de dix cubes d'entiers positifs au plus.

On en conclut le théorème suivant :

Théorème I. — *Tout nombre entier est la somme de 21 cubes d'entiers positifs au plus, dont 16 au plus différents de 1 ou 0.*

Une méthode toute semblable peut être employée soit pour réduire ce nombre de 21, soit pour obtenir des théorèmes analogues, mais les raisonnements sont un peu plus compliqués.

En effet, reprenons les formules (10) et suivantes, en supposant α et α' impairs et premiers entre eux,

(17) $$\alpha < \alpha' < \frac{\alpha^2}{8}, \qquad 8\alpha\alpha' \leqq A' \leqq \alpha'^3,$$

et, dans (10), donnons à m les valeurs successives

(18) $$0, \quad 1, \quad 2, \quad \ldots, \quad 8\alpha' - 1;$$

parmi les nombres correspondants

(19) $$A', \; A' - \alpha, \; A' - 2\alpha, \; \ldots, \; A' - (8\alpha' - 1)\,\alpha$$

en nombre $8\alpha'$, il y en a exactement 8 divisibles par α' : les valeurs

(*) Jacobi, *Œuvres complètes*, t. VI, p. 322, et *J. für Math.*, t. XLII, p. 41-69.

correspondantes de m et de m' données par (10) seront entières, positives d'après (17), et de la forme

$$(20) \qquad \begin{cases} m_1 + j\alpha', & m'_1 - j\alpha, \\ (j = 0, 1, 2, \ldots, 7); \end{cases}$$

les 8 nombres $0, \alpha', 2\alpha', \ldots, 7\alpha'$ sont incongrus entre eux (mod 8), puisque α' impair; de même les 8 nombres $0, \alpha, 2\alpha, \ldots, 7\alpha$. Par suite, parmi les 8 nombres $m_1 + i\alpha'$, il n'y en a que 3 au plus de la forme $4^h.(8n+7)$, où $h \geq 0$, et h et n entiers; de même parmi les 8 nombres $m'_1 - i\alpha$. Donc, parmi les 8 systèmes (20) de valeurs de m, m', il y en a deux au moins pour lesquels ni m ni m' ne seront de la forme $4^h.(8n+7)$; prenons l'un d'eux : on sait (*) qu'alors m et m' seront chacun la somme de trois carrés.

Reprenant alors les formules (1) et suivantes, on a

$$(21) \qquad \sum_1^3 i\,[(\alpha + x_i)^3 + (\alpha - x_i)^3] = 6\alpha\,[\alpha^2 (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)],$$

et, en posant

$$m = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2,$$

où

$$(22) \qquad 0 \leq m \leq \alpha^2 \quad \text{et} \quad m \neq 4^h(8n+7),$$

on voit que tout nombre de la forme

$$(23) \qquad 6\alpha\,[\alpha^2 + m],$$

où m satisfait à (22), est la somme de 6 cubes d'entiers positifs au plus. Les nombres (23) sont $\geq 6\alpha^3$ et $\leq 12\alpha^3$.

En considérant alors le nombre entier

$$(24) \qquad 6A = 6\alpha\,(\alpha^2 + m) + 6\alpha'\,(\alpha'^2 + m'),$$

où m et m' satisfont à (22) ou à son analogue pour m', on aura

$$(25) \qquad 6A - 6\,(\alpha^3 + \alpha'^3) = 6\,(\alpha m + \alpha' m') = 6A',$$

avec

$$(26) \qquad A' = \alpha m + \alpha' m';$$

et, d'après (22), A' est compris entre 0 et $\alpha^3 + \alpha'^3$.

Il résulte de ce que nous avons vu tout à l'heure que, pour tout nombre A' satisfaisant à (17), on peut, α et α' étant impairs et premiers entre eux, trouver deux nombres entiers positifs m et m' satisfaisant à (22) et (26), et qui sont chacun la somme de trois carrés. On en conclut :

(*) LEGENDRE, *Théorie des nombres*, 3 éd., t. I, p. 393 et suiv.

Tout nombre entier 6B tel que

$$(27)\quad \begin{cases} 6(\alpha^2+\alpha'^2)+48\alpha\alpha' \leq 6B \leq 6(\alpha^2+\alpha'^2)+6\alpha'^2, \\ \text{avec} \quad \alpha < \alpha' < \dfrac{\alpha^2}{8}, \ \alpha \text{ premier à } \alpha', \ \alpha \text{ et } \alpha' \text{ impairs,} \end{cases}$$

est la somme de 12 cubes d'entiers positifs au plus.

En prenant γ impair, $\alpha = \gamma - 2$, $\alpha' = \gamma$, $\gamma \geq 13$, on verra en raisonnant, comme pour le théorème précédent, que si γ est supérieur à une limite finie facile à déterminer, les intervalles (27) obtenus en faisant varier γ empiètent les uns sur les autres, et, l'on a ce théorème :

Théorème II. — *Tout nombre entier multiple de 6 supérieur à une certaine limite finie est la somme de 12 cubes d'entiers positifs.*

Corollaire. — Tout nombre entier supérieur à une certaine limite finie est la somme de 17 cubes d'entiers positifs, dont 12 au plus différents de 1 ou de 0.

En s'appuyant sur cet autre théorème de Legendre (*) que tout nombre entier de la forme $4^h(2n+1)$ (n, h entiers ≥ 0) est de la forme $x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2$, partant de la formule (3) où l'on fait $x_3 = x_4$, et remarquant que sur 8 nombres entiers incongrus entre eux (mod 8), il y en a 6 de la forme $4^h(2n+1)$, on aurait :

Théorème III. — *Tout nombre entier supérieur à une certaine limite finie est de la forme*

$$\sum i\, x_i^3 + 2\sum j\, y_j^3,$$

où x_i, y_j entiers ≥ 0; $\sum i\, x_i^3$ étant une somme de 13 cubes d'entiers positifs au plus, dont 8 au plus différents de 1 ou 0, et $\sum j\, y_j^3$ étant une somme de 4 cubes positifs au plus.

(*) Legendre, *Théorie des nombres*, 3e éd., t. I, p. 392 et suiv.

M. FONTÈS

à Toulouse.

SUR LES CARRÉS A BORDURE DE STIFEL (1544) [Q 4 b α]

— *Séance du 8 août 1895* —

I

Le problème aguichant des carrés magiques (que, depuis le xvie siècle, les mathématiciens n'ont jamais complètement délaissé) semble aujourd'hui favorisé d'un regain de jeunesse.

Avec MM. Frolov, Coccoz, Parmentier, Arnoux (que cette question a mis sur la voie d'importantes généralisations), Maillet (qui a montré sa connexion avec la théorie des substitutions) (*), il est redevenu une recherche à l'ordre du jour.

Comme nous le faisions remarquer au Congrès de Pau, Michel Stifel (1544) (**) paraît être le premier qui ait connu ou trouvé les carrés dits à bordures. Il a donné, en effet, dans son *Arithmetica integra,* des méthodes aussi simples qu'ingénieuses pour la construction des carrés magiques par enceintes successives, en admettant, pour le nombre n des cases du côté du carré, toutes les hypothèses qui peuvent se présenter, c'est-à-dire en supposant d'abord n impair, puis en lui attribuant divers ordres de parité.

Stifel expose ses méthodes, d'ailleurs très simples comme exécution, pour construire les carrés à bordures dans tous les cas possibles, qu'il énumère; mais il n'en donne pas la démonstration.

C'est en vain que nous avons cherché celle-ci dans le *Compendium* du P. Prestet (***) ou dans l'ouvrage spécial de Mollweide (****), bien que ces deux auteurs aient énoncé la prétention de la fournir. On voit aisément, dès les premières lignes de Prestet, que les carrés

(*) Je ne cite que nos collègues.

(**) Michaelis Stifelii *Arithmetica integra.* Norimbergæ, Jo. Petreius, 1544, in-4°, p. 24 à 30.

(***) Prestet (le P.), *Nouveaux Éléments de mathématiques.* Paris. André Pralard, 1689, in-4°, 1er vol., p. 417 à 428.

(****) K. B. Mollweide, *De quadratis magicis Commentatio.* Leipzig. Karl Knobloch, 1816, in-4°, p. 11.

qu'il construit diffèrent essentiellement de ceux du pasteur de Wittemberg. Quant à Mollweide, il explique *a posteriori* la formation de carrés à bordures construits suivant une règle qui n'est pas celle de Stifel, et quand il a terminé, il se borne à dire que ceux de cet auteur peuvent se démontrer de la même façon.

Il est cependant certain qu'un mathématicien capable d'écrire l'*Arithmetica integra* n'a pas dû procéder par vague intuition, par tâtonnements irraisonnés, sans vues analytiques.

Il nous a paru curieux et intéressant de rechercher, étant donnée la méthode qu'indique Stifel, quelles peuvent être les considérations qui l'y ont conduit, au moins pour les carrés impairs, en n'utilisant que les notions mathématiques qui étaient à sa portée lorsqu'il écrivait son célèbre traité d'arithmétique.

Nous croyons y être à peu près parvenu. Vu l'actualité que reprend le problème, nous avons pensé qu'il ne serait peut-être pas sans intérêt pour nos collègues de l'Association de trouver dans ses mémoires un essai de restitution d'une analyse, vieille de plus de deux siècles et demi, qui a conduit son auteur à une solution notablement différente de celles trouvées plus tard par FRENICLE DU BESSY (*), lequel semble n'avoir eu aucune connaissance des bordures de Stifel.

II

Le procédé exposé par cet auteur est très simple et facile à comprendre sur l'exemple qu'il choisit (carré de neuf cases de côté). Nous nous abstiendrons donc, pour éviter des longueurs, de reproduire son texte (**), d'autant mieux que la marche que nous cherchons à suivre étant analytique, est à peu près inverse de celle que suit Stifel dans son exposition. (*Voir les figures.*)

Tout d'abord, il ressort clairement de l'examen de la première solution expliquée (n impair) que son auteur a restreint l'indétermination si gênante du problème des carrés magiques, quand on le prend dans toute sa généralité, en se proposant le suivant :

« Sachant construire un carré magique de $n-2$ cases de côté,
» construire celui de côté n, en entourant le premier, convenable-
» ment modifié, d'une enceinte lui permettant de satisfaire de nou-
» veau aux conditions du problème. »

(*) C'est cet auteur, contemporain de FERMAT, qui passe à tort (encore aujourd'hui, aux yeux de bien des gens) pour avoir le premier construit des carrés à bordures.

(**) L'*Arithmetica integra* est d'ailleurs un ouvrage qui n'est pas rare et qu'il est facile de consulter. Nous pouvons en signaler l'existence à Paris, dans les bibliothèques Nationale, Mazarine, Sainte-Geneviève et Universitaire, et en province, à Bordeaux, Toulouse et Clermont-Ferrand.

Cela saute aux yeux si l'on remarque sur le premier exemple choisi [n (*) impair = 9] que le carré intérieur de $n-2=7$ côtés est lui-même en disposition magique. Les nombres qui y sont inscrits sont les $(n-2)^2=49$ premiers nombres naturels, auxquels a été ajoutée une constante de $2(n-1)=16$ unités. Ce second carré est aussi formé par enceinte du carré de $(n-4)^2=25$ cases de côté, suivant la loi qu'indique Stifel. Celui-ci se déduit enfin par bordure du carré primordial de 9 cellules, dont l'origine se perd dans la nuit des temps.

Comme on le voit, cette considération des enceintes restreint d'une façon très ingénieuse l'intermination si embarrassante du problème général, puisqu'il réduit celui-ci, dès qu'elle est introduite, à celui d'un placement convenable de $n^2-(n-2)^2=4(n-1)$ nombres en les opposant deux à deux, de façon à former la même somme (n^2+1) dans un même nombre de cases.

La constante $2(n-1)$ que Stifel ajoute aux $(n-2)^2$ premiers nombres, déjà placés en disposition magique dans le carré intérieur, n'est pas prise au hasard. C'est celle qui laisse à sa disposition, dans la suite des n^2 premiers nombres, ceux qui sont les plus grands et les plus petits, et forment les deux progressions, chacune de $2(n-1)$ nombres,

$$(1)\ 1,\quad 2\ ,\quad 3\ ,\ldots,\quad 2n-3\quad ,\qquad 2n-2=2(n-1)$$
$$(2)\ n^2, n^2-1, n^2-2, \ldots, n^2-(2n-4),\ n^2-2(n-3)=(n-2)^2+1,$$

dont les termes, ajoutés respectivement deux à deux, doivent donner la somme constante n^2+1.

C'est avec ces couples de nombres que nous allons chercher à construire une enceinte conservant au carré, après leur adjonction, la disposition magique.

Ce problème subsidiaire serait peu compliqué si l'on n'avait à se préoccuper des diagonales, dont le choix des nombres constitue la seule réelle difficulté de la question.

Il se simplifie par une remarque qui n'a pas dû échapper à Stifel, et qu'a faite plus tard Lahire. Cette remarque consiste en ce que, si l'on pose, pour simplifier,

$$A=(n-1)^2+1\ (^{**}),$$

(*) Nous n'employons les lettres algébriques que pour abréger le langage. Stifel ne connaissant pas le calcul littéral, institué plus tard par VIÈTE, faisait toutes ses opérations en chiffres et les énonçait en langage vulgaire.

(**) La considération de A s'introduit d'autant plus naturellement que ce nombre est le plus grand de ceux qui forment le carré intérieur de $(n-2)^2$ cases. Il est, en effet, égal à $(n-2)^2+2(n-1)=n^2-2n+2=(n-1)^2+1$.

les nombres de la progression (2) sont ceux de la suite (1), augmentés chacun de A et placés en sens inverse. Nous pouvons donc écrire nos deux progressions :

$$(1)\quad 1\ ,\quad 2\ ,\quad 3\ ,\ \ldots,\ 2n-3,\ 2(n-1),$$
$$(3)\quad A+2(n-1),\ A+2n-3,\ A+2n-4,\ \ldots,\ A+2\ ,\quad A+1.$$

De la sorte, on voit que si deux nombres correspondants sont, l'un α dans la suite (1), l'autre $A + \beta$ dans la suite (2), on a toujours $\alpha + \beta = 2n - 1$.

On n'a plus maintenant à se préoccuper que d'opposer les uns aux autres, dans les cases qui se regardent, verticalement ou horizontalement, des nombres compris entre 0 et $2n - 1$, en prenant A dans chaque ligne un nombre de fois tel que la compensation s'établisse.

De plus, comme nous le verrons ultérieurement en poursuivant la solution, on pourra placer dans chaque ligne des suites de termes faciles à sommer.

Nous observerons en passant que, si nous pouvons garnir deux lignes complètes de la bordure (les horizontales, pour fixer les idées), les nombres à placer dans les portions de verticales encore vides viendront se placer pour ainsi dire d'eux-mêmes, et qu'il n'y aura plus pour ceux-là qu'une vérification à effectuer.

Cherchons donc d'abord à construire les deux bandes horizontales complètes, dont les deux totaux doivent être respectivement égaux à $\frac{n(n^2+1)}{2}$.

Il est plus que probable que le fait que ce nombre est toujours impair quand n est lui-même impair, n'avait pas échappé à un arithméticien tel que Stifel.

Il n'est pas sans importance, en effet, au point de vue de la répartition des 4 $(n - 1)$ nombres dont on dispose pour former la bordure, de savoir que les totaux des lignes verticales ou horizontales qui la composent doivent être impairs.

D'après cela, la répartition la plus simple qui se présente à l'esprit est la suivante :

Composer respectivement chaque verticale avec $(n - 1)$ des nombres pairs (qui se trouveront ainsi tous employés) et un nombre impair, et chaque horizontale avec $n - 2$ impairs et deux nombres pairs, placés nécessairement aux angles.

Ici, pour déterminer les deux impairs qui ne doivent pas figurer dans les deux bandes horizontales, a dû intervenir, indépendamment de la considération de symétrie, un ordre d'idées qui devait

avoir sa valeur pour Stifel, très versé dans la connaissance des propriétés des progressions. C'est, comme nous l'avons déjà dit, l'emploi de suites faciles à sommer.

Si on retranche, en effet, des nombres impairs compris dans les suites (1) et (3) les deux nombres (destinés à se correspondre) n et $A + n - 1$, il reste, d'abord parmi les impairs de la suite (1), les nombres

$$(5) \qquad 1, \quad 3, \quad 5, \quad \ldots, \quad n-2,$$

puis

$$(6) \qquad n+2, \quad n+4, \quad \ldots, \quad n+n-3,$$

et dans la suite (3),

$$(7) \qquad A+n+n-2, \quad A+n+n-4, \quad \ldots, \quad A+n+1,$$

puis

$$(8) \qquad A+n-3, \quad A+n-5, \quad \ldots, \quad A+2.$$

On voit dès lors :

1° Qu'en associant dans une même horizontale les $n - 2$ nombres des suites (5) et (8), on obtient pour somme des nombres qui la composent.

(9) 1° La suite naturelle des nombres de 1 à $(n - 2)$;
2° $\left(\frac{n-1}{2} - 1\right)$ fois le nombre A.

2° Qu'en associant dans l'autre les nombres de (6) et (7), on a $(n - 2)$ nombres dont la somme se compose :

(10) 1° De la suite des nombres naturels de 1 à $(n - 2)$;
2° De $(n - 2)$ fois le nombre n;
3° De $\frac{n-1}{2}$ fois le nombre A.

La différence entre les sommes (9) et (10) est ainsi manifestement $A + n - 2$.

Cette remarque nous mène bien près de la solution.

Prenons, en effet, pour garnir les $(n - 2)$ cases intermédiaires de l'horizontale du bas (V. la figure), les nombres (5) et (8) formant la somme (9), et faisons-leur correspondre dans l'horizontale du haut les nombres (6) et (7), dont la somme forme (10).

Nous aurons ainsi placé $2(n - 2)$ nombres impairs, dont le total fait $(n - 2)(n^2 + 1)$. Nous n'aurons plus qu'à garnir les coins avec quatre nombres pairs formant ensemble $2(n^2 + 1)$ et deux à deux $n^2 + 1$ pour remplir les coins et rétablir l'égalité entre les totaux

des lignes horizontales. Ces quatre nombres pairs devront en outre satisfaire à la condition de se correspondre suivant les diagonales.

x=2n-2 | A +2(n-1) | A +2(n-2) | A +n+1 | 2n-5 | 2n-3 | y=2
A +2n-5 | 4
Exemple : Bordures du Carré de 9 avec les plus petits nombres
1re enceinte (extérieure)
16 | 11 | 13 | 15 | 2
4 | 6 | 8
9 | 10 | 12 | 14
1 | 3 | 5 | 7
3e enceinte
36 | 35 | 30
32
33 | 34
29 | 31
Case centrale
41
2e enceinte
28 | 25 | 27 | 18
20 | 22
23 | 24 | 26
17 | 19 | 21
4e enceinte
40 | 38
39
37
A +n | n-1
n | A +n-1
n+1 | A +n-2
$A = (n-1)^2 + 1$
2(n-2) | A+3
A+u (u=2n-3) | 1 | 3 | n-2 | A +4 | A +2 | A+v (v=1)

Voilà donc le problème déterminé, et ses équations vont pouvoir se poser sous forme explicite.

Soient, en effet, x, y les deux nombres des coins d'en haut, $A + v$, $A + u$ les nombres correspondants des coins du bas. Nous prenons pour l'horizontale inférieure les chiffres les plus forts, puisque la différence entre les totaux (9) et (10) est en faveur de (10).

La nécessité de compensation entre les lignes horizontales du cadre nous donne

(11) $$A + u + v = n(n-2) + x + y,$$

et celle de la compensation des diagonales

(12) $$x + v = 2n - 1$$

(13) $$y + u = 2n - 1.$$

Si on remplace A dans (11) par sa valeur $(n-1)^2 + 1$, il vient

$$x + y = u + v + 2;$$

et en combinant cette dernière relation avec (12) et (13), on obtient

$$(14) = x + y = 2n.$$

C'est là un calcul analogue à ceux de l'*épanthème*, qui n'était pas hors de la portée de Stifel, non plus que la résolution de l'équation indéterminée (14), qui se simplifie par la condition que x et y soient tous deux pairs. Notre auteur s'arrête au système $x = 2n - 2$, $y = 2$, qui conduit à $v = 1$, et $u = 2n - 3$ (*).

Voilà donc nos deux lignes horizontales formées.

Il ne nous reste plus qu'à placer les $2(n - 3)$ nombres pairs restants dans les deux colonnes verticales, à raison de $n - 3$ dans chacune d'elles (les deux nombres pairs n et $A + n - 1$ forment l'appoint à $n - 2$, nombre des cases encore vides de chaque côté).

Nous y arriverons assez facilement en procédant d'une manière analogue à celle qui nous a servi à garnir nos deux horizontales, en réservant au préalable nos deux impairs.

Nous avons déjà dans les quatre coins les nombres 2 et $A + 1$ à droite, $2n - 2$ et $A + 2n - 3$ à gauche.

Séparons les nombres pairs qui nous restent en quatre suites :

(15) $4, \quad 6, \quad ..., \quad n - 1$ et

(16) $n + 1, \quad n + 3, \quad ..., \quad n + n - 4$ d'abord,

(17) $A + n + u - 5, \quad A + n + n - 7, \quad ...,$

(18) $A + n - 2, \quad A + n - 4, \quad ..., \quad A + 3$ ensuite.

Étant donnés les nombres choisis pour former les coins, il est naturel de mettre à droite les nombres des suites (15) et (18), et à gauche ceux des suites (16) et (17).

On forme ainsi, à droite :

(19) 1° La série des nombres entiers de 1 à $n - 1$;
2° $\frac{n-1}{2}$ A,

et à gauche :

1° La série des entiers de 1 à $n - 2$;

2° $\frac{n-1}{2}$ fois A;

3° $n - 1$ fois n.

On a ainsi, en plus à gauche,

$$n(n-1) + \frac{(n-1)(n-2)}{2} - \frac{n(n-1)}{2},$$

(*) Il est à remarquer que cette solution se présente toujours, quelque petit que soit n, s'il est supérieur à l'unité.

c'est-à-dire

$$(n-1)\left(\frac{2n+n-2-n}{2}\right)=(n-1)^2.$$

Mais cette différence est précisément la même que celle des deux nombres $A+n-1$ et n, qui est

$$(n-1)^2+1+n-1-n=(n-1)^2.$$

Nous n'avons donc, pour obtenir la compensation, qu'à placer n à gauche et $A+n-1$ à droite, et le problème se trouvera résolu.

Quant à la manière de répartir les nombres dans les lignes de la bordure (que nous n'avons pas indiquée, et qui reste arbitraire sauf pour les coins, pourvu que chaque nombre soit dans la bande qu'il doit servir à garnir), Stifel l'indique telle qu'il soit facile de s'en souvenir. Notre figure la définit suffisamment pour qu'il ne soit pas nécessaire de la répéter en langue vulgaire. L'auteur n'assigne que la place des $\frac{n-1}{2}+1$ plus petits nombres du circuit extérieur, ce qui suffit, puisque les plus grands, qui leur correspondent, s'en déduisent respectivement par voie de simple soustraction.

Stifel passe ensuite à la bordure du carré intérieur [de $(n-2)^2$ cases].

Le procédé est le même. Seulement, ici, l'unité est remplacée, au départ, par le nombre impair $2(n-1)+1$.

Il n'y a pas de différence dans la manière de garnir les autres carrés intérieurs, et on arrive ainsi à la case centrale, où l'on place le nombre médian $\frac{n^2+1}{2}$.

En résumé, on voit qu'on peut parvenir à la solution du problème des carrés magiques à bordures de côté n impair qu'a donnée Stifel par un procédé analytique et par des considérations pour ainsi dire de bon sens.

En supposant le problème résolu pour le carré de côté $n-2$, on cherche à compléter le carré de côté n au moyen d'une bordure en se servant des plus grands et des plus petits nombres de la suite $1, 2, 3, \ldots, n^2$ (ce qui est nécessaire pour avoir des nombres qui, ajoutés respectivement deux à deux, fassent la somme n^2+1).

L'ingéniosité du calculateur se décèle : 1° dans le choix qu'il fait des nombres de cette suite pour pouvoir compter ou plutôt sommer aisément ceux qu'il place dans chaque ligne de la bordure; 2° dans le choix des quatre nombres des angles. Surtout en ce qui concerne cette dernière question, il nous paraît difficile d'admettre qu'un

esprit d'une pareille envergure n'en ait pas cherché analytiquement la solution et l'ait déduite d'un simple tâtonnement.

La bordure extérieure construite, le problème général se trouve résolu, pour ainsi dire, de lui-même.

Tout cela s'explique simplement, et sans l'introduction de considérations autres que celles qui étaient à la portée d'un bon mathématicien en 1544.

Si Stifel a procédé à peu près comme nous venons de l'indiquer, sa solution a cela de remarquable qu'elle est la plus simple parmi celles qu'on peut trouver dans le même ordre d'idées que lui (c'est-à-dire en composant les carrés avec des nombres formant deux à deux la somme (n^2+1). Il est aisé de voir, en effet, que si l'on cherche à opérer parmi les nombres des deux progressions (1) et (2) d'autres triages que le sien, on tombe sur des comptages plus difficiles, et la solution se complique immédiatement.

CARRÉ DE 9 COMPLET

16	81	79	77	75	11	13	15	2
78	28	65	63	61	25	27	18	4
76	62	36	53	51	35	30	20	6
74	60	50	40	45	38	32	22	8
9	23	33	39	41	43	49	59	73
10	24	34	44	37	42	48	58	72
12	26	52	29	31	47	46	56	70
14	64	17	19	21	57	55	54	68
80	1	3	5	7	71	69	67	66

M. P. BARBARIN

Professeur au Lycée de Bordeaux.

POLYGONES SPIRAUX. DÉFINITION GÉOMÉTRIQUE DES LOGARITHMES

[M 4 d]

— *Séance du 8 août 1895* —

Un polygone spiral ABCDE ... satisfait aux propriétés suivantes :

$$\widehat{ABC} = \widehat{BCD} = \widehat{CDE} = \ldots = \beta,$$

$$\frac{BC}{AB} = \frac{CD}{BC} = \frac{DE}{CD} = \ldots = q > 1,$$

il y a un point unique O du plan, le pôle du polygone, d'où les côtés AB, BC, CD ... sont vus sous le même angle $\alpha = 180^\circ - \beta$; de plus le polygone est convexe, au moins au voisinage d'un côté, et

$$\frac{OB}{OA} = \frac{OC}{OB} = \frac{OD}{OC} = \ldots = q.$$

Ces deux dernières propriétés entraînent par réciprocité les deux premières.

Étant donnés trois points A, O, B non en ligne droite, et m entier aussi grand qu'on veut, supposons $\frac{OB}{OA} = q > 1$; partageons $\widehat{AOB}$ en 2^m parties égales, et construisons la longueur $\lambda = OA \sqrt[2^m]{q}$, ce qui n'exige que la règle et le compas; en portant sur les rayons diviseurs les longueurs successives Ob, Oc, Od, ... telles que

$$Ob = \lambda, \quad \frac{Ob}{OA} = \frac{Oc}{Ob} = \frac{Od}{Oc} = \ldots = \sqrt[2^m]{q},$$

nous formons un spiral $Abcd$ ... B, qui donne lieu aux remarques suivantes *(fig. 1)*:

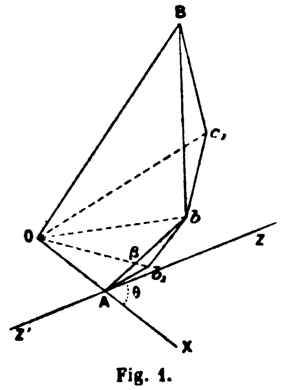


Fig. 1.

1° $\widehat{AOB}$ étant $\leq 180^\circ$, le secteur OAbcd ... B est convexe et son aire croît sans cesse avec m, car faire croître m d'une

unité revient à substituer à chacun des côtés tel que Ab le contour convexe à deux côtés Ab_1b obtenu en prenant sur la bissectrice de $\widehat{AOb}$ la longueur $Ob_1 = \sqrt{OA.Ob}$; mais β étant le point où cette bissectrice coupe Ab, Ob_1 est plus grand que $O\beta$; donc $\widehat{OAb_1}$ est plus grand que $\widehat{OAb}$, et $\widehat{OAb}$ est une fonction croissante de m.

2° L'angle $\widehat{bAb_1}$ étant plus grand que l'angle $\widehat{Abb_1}$, est aussi plus grand que $90° - \dfrac{\widehat{Ab_1b}}{2} = \dfrac{\widehat{AOB}}{2^{m+2}}$; donc, si m croît d'une unité, l'augmentation de $\widehat{OAb}$ dépasse cette limite inférieure; par suite, si m croît indéfiniment, la somme des augmentations successives de $\widehat{OAb}$ est supérieure à

$$\frac{\widehat{AOB}}{2^{m+2}} + \frac{\widehat{AOB}}{2^{m+3}} + \dots = \frac{\widehat{AOB}}{2^{m+1}} = \widehat{AOb_1},$$

et comme $\widehat{Ob_1A}$ est aigu, $\widehat{OAb}$, qui pouvait être aigu pour de faibles valeurs de m, finit par devenir et rester ensuite obtus, mais il ne peut atteindre 180°, donc il tend vers une limite qui est un angle obtus $\widehat{OAZ} = 180° - \theta$, pendant que $\widehat{ObA}$ tend vers son supplément $\widehat{OAZ'} = \theta$ aigu. Le polygone tend vers une certaine courbe, passant par tous ses sommets, et en chacun des points de laquelle la tangente fait avec le rayon prolongé un angle égal à θ. Cette courbe est la spirale exponentielle. Pour que son existence soit parfaitement démontrée, il reste à prouver que la limite θ est indépendante du mode de division de l'angle AOB.

Quoique l'on ne sache pratiquement ni partager $\widehat{AOB}$ en p parties égales, ni construire la longueur $\lambda' = OA \sqrt[p]{q}$ quand p est entier quelconque, on peut toujours concevoir ces deux opérations faites et en déduire la construction d'un spiral $Ab'c'd' \dots B$ convexe de p côtés. Déterminons m par les conditions

$$2^m < p < 2^{m+1},$$

et construisons également le spiral $Ab_1bc_1c \dots B$ qui répond à la division de $\widehat{AOB}$ en 2^{m+1} parties égales. Nous combinerons les deux modes de division en partageant aussi $\widehat{AOB}$ en $2^{m+1} \times p$ parties

égales; le nouveau spiral convexe ainsi obtenu renferme tous les sommets des deux précédents; en les parcourant de A à B dans l'ordre de formation, b_1 b' b y occupent respectivement les rangs croissants p, 2^{m+1}, $2p$; donc Ab' est renfermée entre Ab et Ab_1, donc, enfin, m et p croissant indéfiniment, Ab' a même limite AZ que Ab et Ab_1.

THÉORÈME. — *Tout nombre positif a un logarithme.*

Soit (*fig. 2*) ... E'D'C'B'ABCDE ... un spiral donné, de pôle O où l'angle au pôle constant $\widehat{AOB}$ est aussi petit qu'on le veut, et où le nombre des côtés peut croître indéfiniment. Je choisis OA pour unité de longueur et j'imagine un mobile M qui, partant de A, parcourt le périmètre du polygone comme le fait en trigonométrie celui qui définit l'extrémité des arcs en se déplaçant dans un sens ou dans l'autre; comme je puis toujours supposer $\widehat{AOB}$ assez petit pour que $\widehat{OAB}$ soit un angle obtus, OM croît indéfiniment par valeurs supérieures à OA, ou décroît indéfiniment par valeurs positives, mais inférieures à OA, selon que le chemin périmétrique AM croît dans un sens ou dans l'autre, et que l'angle $\widehat{AOM}$ croît aussi en valeur absolue, dans le sens positif ou négatif. Le nombre positif donné N sert de mesure à une longueur L supérieure ou inférieure à OA si $N \gtrless 1$. De O comme centre, avec L pour rayon, je décris une circonférence; deux cas peuvent se présenter.

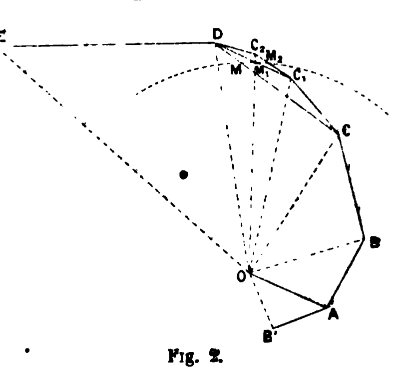


FIG. 2.

1° La circonférence passe par un sommet C du spiral.

Elle ne peut passer que par un seul, suivant ou précédant A si $L \gtrless OA$. A ce sommet correspond un angle bien déterminé en grandeur et en signe $\widehat{AOC}$, que nous appelons le *logarithme angulaire* de L. Le nombre qui le mesure est le *logarithme numérique*, positif ou négatif, de N.

2° La circonférence coupe un côté CD du spiral.

Elle ne peut en couper qu'un seul. Soit M le point d'intersection. Je double le nombre des côtés du spiral, CD est remplacé par la

brisée CC_1D; si la circonférence passe par C_1, L a un logarithme bien déterminé, qui est l'angle AOC_1; sinon, la circonférence coupant par exemple le côté C_1D en M_1, je double encore le nombre des côtés du polygone de manière à remplacer C_1D par la brisée C_1C_2D. Si la circonférence passe par C_2, L a un logarithme bien déterminé, qui est l'angle AOC_2; sinon, la circonférence coupant par exemple le côté C_1C_2 en M_2, je pourrai encore substituer à ce côté la brisée $C_1C_3C_2$ et ainsi de suite...

J'ai de la sorte les inégalités

$$\begin{aligned} AOD &> AOM > AOC_1, \\ AOD &> AOM_1 > AOC_1, \\ AOC_2 &> AOM_2 > AOC_1, \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}$$

la première colonne est formée d'angles décroissants ou égaux, jamais croissants, et a une limite; la troisième colonne est formée d'angles croissants ou égaux, jamais décroissants, et a une limite. Ces limites sont égales, car après m doublements successifs, la différence des angles extrêmes de la dernière inégalité est égale à $\frac{\widehat{COD}}{2^m}$, et a O pour limite si m croît indéfiniment.

Enfin, cette limite commune est aussi celle qu'on aurait obtenue en employant un autre mode de multiplication du nombre des côtés; donc les angles de la colonne moyenne ont une limite bien déterminée $\widehat{AO\mu}$ qu'on appellera le *logarithme angulaire* de L. Sa mesure, généralement incommensurable, sera le *logarithme numérique* de N.

Quand m croît indéfiniment, la ligne brisée $CC_1 \ldots C_3C_2D$ qui vient d'être ainsi construite a pour limite une spirale; le point μ limite des points d'intersection successifs $MM_1M_2 \ldots$ est précisément celui où cette spirale est rencontrée par la circonférence de rayon L.

Les propriétés essentielles des logarithmes découlent tout naturellement de ce qui précède.

THÉORÈME. — $n\left(\sqrt[n]{q} - 1\right)$ *a une limite pour* n *entier croissant indéfiniment.*

L'intervention des polygones spiraux peut aider à vérifier géométriquement cette propriété des nombres. En effet, q étant supposé > 1 et l'angle donné AOB partagé en n parties égales *(fig. 1)*. Envisageons le spiral correspondant $Abc \ldots B$, portons sur Ob $OA' = OA$

et tirons AA'; le triangle AbA' donne

$$n\left(\sqrt[n]{q}-1\right)=n\,\frac{A'b}{OA}=\widehat{AOB}\cdot\frac{\sin\frac{AOb}{2}}{\frac{AOb}{2}}\cdot\frac{\sin A'Ab}{\sin A'bA},$$

mais quand n croît indéfiniment, Ab a pour position limite AZ et $\widehat{Ab'A}$ a pour limite θ; donc

$$\lim n\left(\sqrt[n]{q}-1\right)=\widehat{AOB}\cot\theta;$$

le théorème a lieu également pour $q<1$.

Théorème. — $\left(1+\frac{1}{m}\right)^m$ *a une limite pour* m *entier croissant indéfiniment.*

Admettons que dans la figure 3 on ait $OA=1$, $Ob=1+\frac{1}{m}$, $\widehat{AOB}=$ unité d'angle et $\widehat{AOb}=\frac{\widehat{AOB}}{m}$, il s'ensuit $OB=\left(1+\frac{1}{m}\right)^m$. Tout revient donc à prouver que OB a une limite. Soit pris sur Ob, $OA'=OA=1$,

$$\frac{\sin\widehat{bAA'}}{\sin\widehat{A'bA}}=\frac{\frac{1}{m}}{2\sin\frac{1}{2m}}\quad\text{et à la limite}\quad\lim\operatorname{tg}\widehat{bAA'}=1;$$

donc Ab a pour position limite AT telle que $\widehat{TAX}=45^\circ$; si m est assez grand, OAb est donc obtus. Soit β milieu de $A'b$; prenons sur la bissectrice de $\widehat{AOb}$ $O\beta'=O\beta$, tirons $\beta'A$ et construisons le triangle $Ob'\beta'$ semblable à $OA\beta'$

$$Ob'=O\beta'^2=\left(1+\frac{1}{2m}\right)^2>Ob;$$

donc, en continuant le spiral qui a pour premiers rayons OA, $O\beta'$, Ob', ..., son dernier rayon OB', dirigé suivant OB,

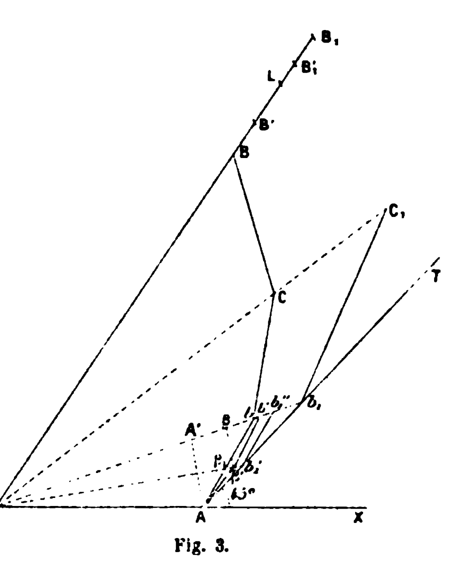


Fig. 3.

est

$$OB' = (Ob')^m > (Ob)^m = OB.$$

D'ailleurs $O\beta'$ coupant Ab en β_1

$$O\beta_1 = \frac{2Ob \cos \frac{1}{2m}}{OA + Ob} < O\beta;$$

ainsi, quand m est remplacé par $2m$, $\widehat{OAb}$ croît, et OB également.

Soit b_1 intersection de AT avec Ob prolongé; je construis le spiral $Ab_1c_1 \ldots B_1$ de m côtés. OB_1 est $> OB$. Pour doubler m, je marque le point b'_1 où $O\beta'$ rencontre AT, et je construis le spiral correspondant $Ab'_1b''_1c'_1c''_1 \ldots B'_1$; comme

$Ob''_1 = \overline{Ob'_1}^2 < Ob_1$ on a $OB'_1 < OB_1$, mais $OB' < OB'_1$, car $Ob' < Ob_1$;

en doublant de nouveau, on trouve

$$OB < OB' < OB'' < OB''_1 < OB'_1 < OB$$

et ainsi de suite, donc les deux séries de longueurs déterminées OB, OB', OB'', OB_1, OB'_1, OB''_1, ... ont chacune une limite. Il reste à montrer que ces limites sont égales. On a

$$Ob' = \frac{1}{\cos \frac{1}{m} - \sin \frac{1}{m}},$$

$$OB_1 - OB = Ob'^m - Ob^m < (Ob' - Ob)\, m\overline{Ob'}^{m-1},$$

$Ob'^{m-1} < Ob'^m = OB_1$ qui a une limite et demeure fini,

$$(Ob' - Ob)\, m = \frac{m}{\cos \frac{1}{m} - \sin \frac{1}{m}} - (m+1) = 2m \sin \frac{1}{2m} \left[\frac{\sin \frac{1}{2m} + \cos \frac{1}{2m}}{\cos \frac{1}{m} - \sin \frac{1}{m}} \right] - 1$$

quand m croît indéfiniment, la limite est évidemment 0, donc OB_1 et OB ont même limite, qui est le rayon OL de la spirale de pôle O, tangente en A à AT, et correspondant à l'angle au pôle $\widehat{AOL} = 1$. On sait que le nombre qui mesure cette limite est l'incommensurable e.

Périmètre, aire, courbure de la spirale.

Je terminerai cette courte étude des polygones spiraux en montrant comment on peut déduire facilement les éléments géométriques les plus simples de la spirale logarithmique.

Soit le spiral ABCD ... M où je suppose que les rayons successifs OA, OB, OC, ..., OM vont en décroissant; le périmètre AM de p côtés a pour longueur

$$P_p = AB\frac{1-q^p}{1-q}, \text{ si } q = \frac{OB}{OA} < 1,$$

p croissant indéfiniment, il y a une limite

$$P = \frac{AB}{1-q};$$

faisons couper (*fig. 4*) AB prolongé avec la bissectrice OH du supplément de AOB; AH = P. Quand $\widehat{AOB}$ tend vers zéro, OH a pour limite OK perpendiculaire sur OH, et AB devient la tangente AT de la courbe en A, donc le contour de la spirale, depuis A jusqu'au pôle, égale la portion AK de tangente comprise entre OA et sa perpendiculaire OK.

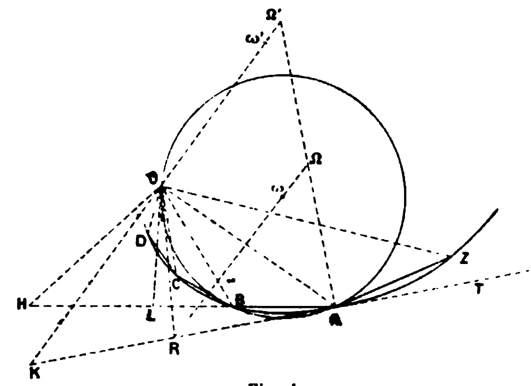


Fig. 4.

L'aire du secteur spiral OABC ... MO a pour expression

$$S_p = \overline{AOB}\,\frac{1-q^{2p}}{1-q^2};$$

p croissant indéfiniment, il y a aussi une limite

$$S = \frac{\overline{AOB}}{1-q^2};$$

Pour la construire je trace le cercle circonscrit ω au triangle AOB, je mène la tangente OL à ce cercle et je la fais couper en L avec le prolongement de AB; on voit sans peine que

$$q^2 = \frac{BL}{AL} \text{ et } 1 - q^2 = \frac{AB}{AL},$$

donc

$$S = \overline{AOB}\cdot\frac{AL}{AB} = \overline{AOL};$$

faisons tendre $\widehat{AOB}$ vers zéro, l'angle $\widehat{AOL}$ a pour limite $\widehat{AOR} = \widehat{OAT}$. L'aire S' de la spirale, depuis le rayon OA jusqu'au pôle équivaut à

celle du triangle isoscèle OAR, où le sommet R est, d'ailleurs, au milieu de AK, ce qui était prévu. Le cercle ω, circonscrit à AOB, a en même temps pour limite le cercle Ω, qui a son centre à la rencontre Ω de la normale $A\Omega$ en A avec la perpendiculaire élevée sur OA en son milieu. Soit Z le sommet qui précède A dans le spiral. Le cercle circonscrit à ABZ a pour centre le point de rencontre ω' des médiatrices de ce triangle, et on vérifie facilement que $O\omega'$ est perpendiculaire sur OA; par conséquent, ω' a pour limite Ω' intersection de la normale $A\Omega$ prolongée avec la perpendiculaire à OA; Ω' est le centre de courbure correspondant à A, le rayon de courbure en ce point est donc $A\Omega' = 2A\Omega$.

M. E. GUITEL

Industriel à Port-Marly.

PROPRIETES RELATIVES AUX POLYGONES ÉQUIVALENTS [K 9 a α]

— *Séance du 8 août 1895* —

1. Cette note est une réponse à la question que MM. Laisant et Lemoine ont bien voulu insérer dans l'*Intermédiaire des Mathématiciens,* sous le n° 587 : *Deux figures polygonales* A *et* B, *de même surface mais de formes quelconques différentes étant données, connaît-on un moyen général de diviser* A *en figures polygonales qui, groupées autrement, formeraient* B?

Nous allons établir ici que ce moyen général existe et nous allons montrer comment l'examen de quelques cas particuliers successifs y conduit tout naturellement.

2. 1° *Les figures* A *et* B *sont des parallélogrammes ayant une base commune et même hauteur.*

Soient les parallélogrammes ABCD, ABC'D'; si C'D' empiète sur CD *(fig. 1),* il est bien évident que l'on passe de la première figure à la seconde en transportant le triangle DAD' en CBC'. Si CD est extérieur à C'D' *(fig. 2),* on effectue la décomposition du parallélo-

gramme ABCD de la façon suivante : on porte consécutivement, sur le côté opposé à la base commune AB, à partir de C′D′, des segments égaux à C′D′ autant de fois que possible jusqu'à ce que l'un d'eux empiète sur le segment CD. Par les points ainsi obtenus, on mène des parallèles à BC′. Le parallélogramme ABCD est alors décomposé en figures qui peuvent reproduire ABC′D′; en effet, il suffit de porter KDH en CFE, puis GKHE en LFED′ et enfin AGED′ en BLD′C′.

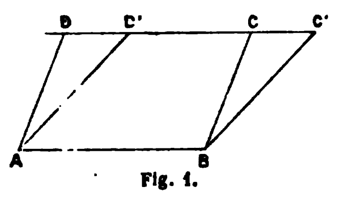


Fig. 1.

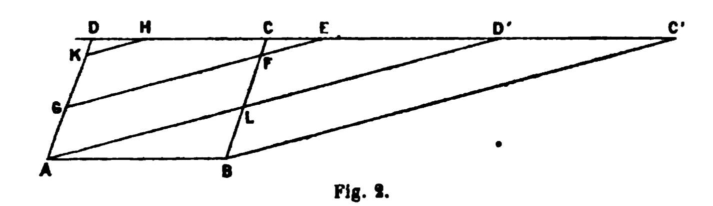


Fig. 2.

3. 2° *Les figures* A *et* B *sont des parallélogrammes équivalents.* Nous remarquerons d'abord qu'on peut toujours transporter l'un sur l'autre deux parallélogrammes équivalents de façon qu'ils aient un sommet commun, que l'un des côtés de l'un issu du sommet commun soit inscrit entre deux côtés opposés de l'autre et que l'un des côtés de cet autre, issu aussi du sommet commun, soit inscrit entre deux côtés opposés du premier.

En effet, soient les deux parallélogrammes équivalents ABCD, A′B′C′D′ (*fig.* 3). Il est évident que le plus grand côté du second est plus grand que la plus petite hauteur du premier et qu'il peut par conséquent être inscrit entre les deux bases relatives à cette hauteur. Nous pouvons donc porter le parallélogramme A′B′C′D′ en AB″C″D″ du même côté que B par rapport à AB″. Soient E, F, les points d'intersection de C″D″ avec les bases AB, CD. Le parallélogramme AB″EF équivalent à AB″C″D″ doit être équivalent à ABCD. Ces deux derniers parallélogrammes ayant même hauteur doivent avoir des bases égales et AF = AB. Les points F et B, situés d'un même côté de A doivent donc coïncider et le côté AB du parallélogramme ABCD est bien inscrit dans le parallélogramme AB″C″D″.

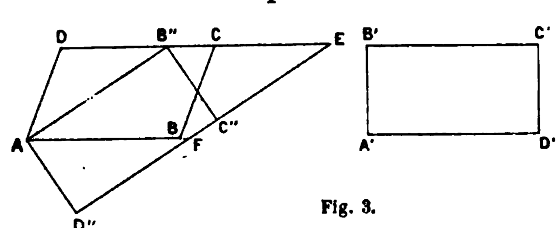


Fig. 3.

4. Nous remarquerons aussi que si deux figures A et B peuvent être décomposées de telle sorte qu'on en déduise par juxtaposition des parties une même figure C, on pourra passer directement de la figure A à la figure B en superposant les deux décompositions sur la figure C.

5. Nous n'aurons donc, dans le cas qui nous occupe, qu'à décomposer les parallélogrammes ABCD, A'B'C'D' de façon à obtenir le parallélogramme AB'EB (*fig. 4*); ces deux décompositions superposées sur la figure déterminent les quatre morceaux numérotés 1, 2, 3, 4. Ces morceaux, nous les retrouvons en 1, 2, 3', 4' dans le parallélogramme ABCD, et en 1, 2', 3', 4 dans le parallélogramme AB'C'D'.

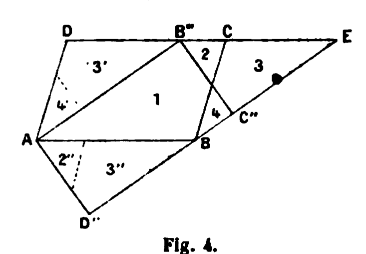


Fig. 4.

6. 3° *Les deux figures* A *et* B *sont un triangle et un parallélogramme équivalents.*

On transforme le triangle en un parallélogramme équivalent (*fig. 5*) en transportant en CC'B' le triangle AB'C' détaché par la droite qui joint les milieux des deux côtés. On est ramené au cas précédent.

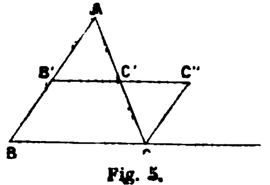


Fig. 5.

7. 4° *Les deux figures* A *et* B *sont un polygone quelconque et un parallélogramme équivalents.*

Soit un polygone quelconque de *n* côtés ABCDE... (*fig. 6*). Menons la diagonale AC. On peut transformer le triangle ABC en un parallélogramme AKHC, et en un triangle AMC. On obtient alors par juxtaposition de morceaux un polygone AMDE... ayant un côté de moins que le précédent, et équivalent.

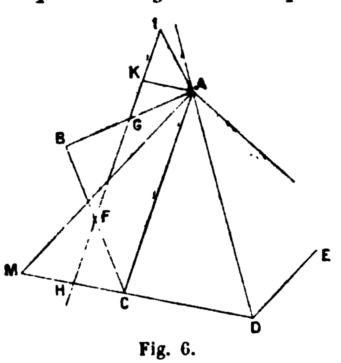


Fig. 6.

En opérant de proche en proche de la même façon, on obtiendra enfin un triangle que l'on pourra décomposer de façon à obtenir le parallélogramme considéré d'après le cas précédent.

8. 5° *Les deux figures* A *et* B *sont des polygones équivalents.*

On décompose ces figures A et B de façon à obtenir des parallélo-

grammes équivalents. On décompose ensuite ces parallélogrammes de façon que l'on puisse passer de l'un à l'autre. Ces deux décompositions superposées détermineront les morceaux qui reproduiront par des juxtapositions convenables les figures A ou B.

9. En me servant de ces principes, j'ai pu construire un jeu auquel j'ai donné le nom de *casse-tête géométrique*. Les applications particulières que j'ai considérées ont été groupées en cinq séries contenant chacune quatre cas particuliers.

10. En résumé, on peut faire découler de ce qui précède le théorème de géométrie suivant, que nous croyons nouveau, et qui présente une grande analogie d'énoncé avec le théorème relatif à la décomposition de deux polygones semblables en triangles semblables chacun à chacun :

Deux polygones quelconques équivalents sont décomposables en triangles superposables chacun à chacun.

M. H. LEZ

A Lorrez-le-Bocage.

DÉTERMINATION DES FOYERS DES SECTIONS CONIQUES EN COORDONNÉES TRILINÉAIRES [L¹ 7 a]

— *Séance du 8 août 1895* —

Les foyers d'une conique représentée en coordonnées cartésiennes par l'équation

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

se trouvent aux points d'intersection des deux hyperboles équilatères ayant pour équations

$$(1) \qquad \begin{cases} C(x^2 - y^2) + 2Fy - 2Gx + A - B = 0, \\ Cxy - Fx - Gy + H = 0. \end{cases}$$

Multipliant chacune d'elles par C, nous pouvons les mettre sous la forme

$$(Cx - G)^2 - (Cy - F)^2 - G^2 + F^2 + CA - CB = 0,$$
$$(Cx - G)(Cy - F) - GF + CH = 0.$$

Mais

$$G^2 - F^2 - CA + CB = \Delta(a - b),$$
$$GF - CH = \Delta h;$$

par suite,

$$(Cx - G)^2 - (Cy - F)^2 = \Delta(a - b),$$
$$(Cx - G)(Cy - F) = \Delta h,$$

relations desquelles nous tirons :

$$(Cx - G)^2 = \frac{\Delta}{2}\left(a - b \pm \sqrt{4h^2 + (a - b)^2}\right),$$
$$(Cy - F)^2 = \frac{\Delta}{2}\left(b - a \pm \sqrt{4h^2 + (a - b)^2}\right),$$

ou

$$(2)\quad \begin{cases} Cx = G \pm \sqrt{\frac{\Delta}{2}\left(a - b \pm \sqrt{(a + b)^2 - 4C}\right)}, \\ Cy = F \pm \sqrt{\frac{\Delta}{2}\left(b - a \pm \sqrt{(a + b)^2 - 4C}\right)}. \end{cases}$$

Lorsque $ab - h^2 = C = 0$, la conique est une parabole et les équations (1) deviennent

$$2Fy - 2Gx + A - B = 0,$$
$$Fx + Gy - H = 0.$$

Alors, nous obtenons par élimination successive

$$(3)\quad \begin{cases} 2(F^2 + G^2)x = 2FH - G(B - A), \\ 2(F^2 + G^2)y = 2GH + F(B - A). \end{cases}$$

Considérons maintenant, et c'est le principal but de cette note, les coniques représentées en coordonnées trilinéaires par l'équation générale

$$(4)\quad f(x, y, z) = ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gxz + 2hxy = 0.$$

Examinons les différents moyens de déterminer leurs foyers, afin de combler la lacune qu'on rencontre dans les ouvrages sur la matière, et occupons-nous d'abord des coniques à centre.

PREMIÈRE MÉTHODE

Nous commencerons par la méthode de Plücker, qui se trouve

sommairement exposée dans Painvin (*Géométrie analytique*, 1866), puis dans Kœhler (*Exercices de géométrie analytique*, 1886).

Quoiqu'elle entraîne à de très longs calculs, nous suivrons néanmoins le raisonnement qui conduit aux coniques auxiliaires.

Ainsi donc, l'équation d'un couple de tangentes menées d'un point (α, β, γ) à la conique (4) étant

$$f(x, y, z) f(\alpha; \beta, \gamma) - [(a\alpha + h\beta + g\gamma) x + (h\alpha + b\beta + f\gamma) y + (g\alpha + f\beta + c\gamma) z]^2 = 0,$$

développée, elle devient

$$(C\beta^2 + B\gamma^2 - 2F\beta\gamma) x^2 + (C\alpha^2 + A\gamma^2 - 2G\alpha\gamma) y^2 + (B\alpha^2 + A\beta^2 - 2H\alpha\beta) z^2 - 2 (F\alpha^2 + A\beta\gamma - H\alpha\gamma - G\alpha\beta) yz - 2 (G\beta^2 - H\beta\gamma + B\alpha\gamma - F\alpha\beta) xz - 2 (H\gamma^2 - G\beta\gamma - F\alpha\gamma + C\alpha\beta) xy = 0,$$

si, comme d'ordinaire, $bc - f^2 = A, \ldots gh - af = F \ldots$

Pour que cette relation représente un cercle, il faut que

$$\begin{aligned} &c^2 (C\alpha^2 + A\gamma^2 - 2G\alpha\gamma) + b^2 (B\alpha^2 + A\beta^2 - 2H\alpha\beta) \\ &\quad - 2bc (- F\alpha^2 + A\beta\gamma + H\alpha\gamma + G\alpha\beta) = a^2 (B\alpha^2 + A\beta^2 - 2H\alpha\beta) \\ &\quad + c^2 (C\beta^2 + B\gamma^2 - 2F\beta\gamma) - 2ac (- G\beta^2 + H\beta\gamma - B\alpha\gamma + F\alpha\beta) \\ &\quad = b^2 (C\beta^2 + B\gamma^2 - 2F\beta\gamma) + a^2 (C\alpha^2 + A\gamma^2 - 2G\alpha\gamma) \\ &\quad - 2ab (- H\gamma^2 + G\beta\gamma + F\alpha\gamma - C\alpha\beta), \end{aligned}$$

d'où nous tirons les deux équations (5)

$$\begin{aligned} &b^2 B + (c^2 - a^2) C + 2bc F] \alpha^2 + b^2 (A - C) \beta^2 \\ &\quad + [(c^2 - a^2) A - b^2 B - 2abH] \gamma^2 + 2b (aG + bF + cA) \beta\gamma \\ &\quad - 2[bcH + (c^2 - a^2) G - abF] \alpha\gamma \\ &\quad - 2b (aC + bH + cG) \alpha\beta = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &a^2 (B - C) \alpha^2 + [a^2 A + (c^2 - b^2) C + 2acG] \beta^2 \\ &+ [(c^2 - b^2) B - a^2 A - 2abH] \gamma^2 - 2[caH + (c^2 - b^2) F - abG] \beta\gamma \\ &\quad + 2a (aG + bF + cB) \alpha\gamma - 2a (aH + bC + cF) \alpha\beta = 0, \end{aligned}$$

dans lesquelles les lettres **a**, **b**, **c** figurent les côtés du triangle de référence.

Or, les foyers réels ou imaginaires se trouvent à la rencontre de ces deux coniques auxiliaires.

Éliminant successivement α et β, nous obtiendrons deux équations du quatrième degré qui contiennent les valeurs des rapports $\frac{\alpha}{\gamma}$, $\frac{\beta}{\gamma}$; ainsi sont déterminés les foyers cherchés.

Nous donnerons plus loin une application de cette méthode aux coniques inscrites.

DEUXIÈME MÉTHODE

L'équation

$$2S\alpha - \alpha_1 (a\alpha + b\beta + c\gamma) = 0$$

ou

$$(a\alpha_1 - 2S)\alpha + \alpha_1 b\beta + \alpha_1 c\gamma = 0$$

représente une droite parallèle au côté $\alpha = 0$ du triangle de référence dont la surface est égale à S.

Or, pour que cette droite soit tangente à la conique

$$a\alpha^2 + b\beta^2 + c\gamma^2 + 2f\beta\gamma + 2g\alpha\gamma + 2h\alpha\beta = 0,$$

il faut que

$$A(a\alpha_1 - 2S)^2 + B\alpha_1^2 b^2 + C\alpha_1^2 c^2 + 2F\alpha_1^2 bc + 2G\alpha_1 c(a\alpha_1 - 2S) + 2H\alpha_1 b(a\alpha_1 - 2S) = 0$$

ou

$$(6) \quad \begin{cases} (Aa^2 + Bb^2 + Cc^2 + 2Fbc + 2Gac + 2Hab)\alpha_1^2 \\ \qquad - 4(Aa + Hb + Gc)S\alpha_1 + 4AS^2 = 0. \end{cases}$$

Si nous faisons $Aa^2 + Bb^2 + Cc^2 + 2Fbc + 2Gac + 2Hab = \nabla$, puisque l'invariant

$$\Theta = A\sin^2 A + B\sin^2 B + C\sin^2 C + 2F\sin B\sin C + 2G\sin A\sin C + 2H\sin A\sin B,$$

nous aurons $\nabla = 4R^2\Theta$, R désignant le rayon du cercle circonscrit; de même, si nous faisons

$$Aa + Hb + Gc = N_1 \quad \text{et} \quad A\sin A + H\sin B + G\sin C = N,$$

nous aurons aussi $N_1 = 2RN$.

Par suite, l'équation (6) se transforme en

$$4R^2\Theta\alpha_1^2 - 8RNS\alpha_1 + 4AS^2 = 0,$$

ou

$$(7) \quad \alpha_1^2 - \frac{2SN}{R\Theta}\alpha_1 + \frac{AS^2}{R^2\Theta} = 0,$$

relation qui donne les distances des deux tangentes au côté BC du triangle.

Or, le produit des distances des foyers d'une conique à une tangente quelconque est *constant* et égal au carré du demi-petit axe pour les foyers réels et au carré du demi-grand axe pour les foyers imaginaires.

Si donc α, β, γ sont les coordonnées d'un foyer, α', α'' les racines de l'équation (7), nous pourrons écrire

$$(\alpha - \alpha')(\alpha'' - \alpha) = \rho^2,$$

ou plutôt

(8) $$\alpha^2 - (\alpha' + \alpha'')\alpha + \alpha'\alpha'' + \rho^2 = 0.$$

Mais l'équation (7) donne

$$\alpha' + \alpha'' = \frac{2SN}{R\Theta}, \quad \alpha'\alpha'' = \frac{AS^2}{R^2\Theta};$$

l'équation (8) devient ainsi

$$\alpha^2 - \frac{2SN}{R\Theta}\alpha + \frac{AS^2}{R^2\Theta} + \rho^2 = 0,$$

d'où

(9) $$\alpha = \frac{SN \pm \sqrt{S^2(N^2 - A\Theta) - R^2\Theta^2\rho^2}}{R\Theta}.$$

Remarquant que

$$N^2 - A\Theta = 2(GH - AF)\sin B \sin C - (AB - H^2)\sin^2 B$$
$$-(AC - G^2)\sin^2 C = \Delta(2f \sin B \sin C - c\sin^2 B - b\sin^2 C) = \Delta E_1,$$

si nous faisons $2f \sin B \sin C - c\sin^2 B - b\sin^2 C = E_1$, nous pourrons écrire l'égalité (9) sous la forme

(10) $$\alpha = \frac{SN \pm \sqrt{S^2\Delta E_1 - R^2\Theta^2\rho^2}}{R\Theta}.$$

Reste maintenant à remplacer ρ^2 par sa valeur, ce qui est assez facile, car entre les deux demi-axes $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ d'une conique, il existe les relations (Voir Kœhler, p. 165, *Ex. Géom. anal.*)

$$\mathcal{A}^2 + \mathcal{B}^2 = -\frac{16R^2S^2\Delta E}{\Upsilon^2} = -\frac{S^2\Delta E}{R^2\Theta^2},$$

$$\mathcal{A}^2\mathcal{B}^2 = \frac{64R^4S^4\Delta^2}{\Upsilon^3} = \frac{S^4\Delta^2}{R^4\Theta^3}.$$

Par suite,

$$\rho^4 + \frac{S^2\Delta E}{R^2\Theta^2}\rho^2 + \frac{S^4\Delta^2}{R^4\Theta^3} = 0$$

et

(11) $$\rho^2 = \frac{S^2\Delta(-E \pm \sqrt{E^2 - 4\Theta})}{2R^2\Theta^2}.$$

L'égalité (10) se transforme donc de nouveau, et nous avons enfin

(12) $$\alpha = \frac{S}{R\Theta}\left(N \pm \sqrt{\frac{\Delta}{2}\left[2E_1 + E \pm \sqrt{E^2 - 4\Theta}\right]}\right),$$

formule qui montre, comme c'était à prévoir, que les ordonnées α des foyers sont proportionnelles à l'ordonnée N du centre, augmentée et diminuée d'une même quantité.

Par un raisonnement analogue, nous trouverons

$$\beta = \frac{S}{R\theta}\left(N' \pm \sqrt{\frac{\Delta}{2}\left[2E_2 + E \pm \sqrt{E^2 - 4\theta}\right]}\right),$$

$$\gamma = \frac{S}{R\theta}\left(N'' \pm \sqrt{\frac{\Delta}{2}\left[2E_3 + E \pm \sqrt{E^2 - 4\theta}\right]}\right).$$

en posant :

$$N' = H \sin A + B \sin B + F \sin C,$$
$$N'' = G \sin A + F \sin B + C \sin C,$$
$$E_2 = 2g \sin A \sin C - a \sin^2 C - c \sin^2 A,$$
$$E_3 = 2h \sin A \sin B - b \sin^2 A - a \sin^2 B.$$

Les foyers sont donc bien déterminés, et il sera très simple de distinguer les valeurs qui rendent l'expression réelle ou imaginaire.

Nous appuyant sur l'idée émise par M. Ferrers (*A Treatise on trilinear co-ordinates,* fourth edition, 1890), nous avons retrouvé les formules données par M. Stoll dans la *Zeitschrift für Mathematik und Physik,* 5 Heft, 1893.

TROISIÈME MÉTHODE

Nous avons encore à parler d'une dernière méthode (Voir Salmon, § 384, 1884, 2e édition française) : l'équation tangentielle d'une conique est

$$\Sigma = A\lambda^2 + B\mu^2 + C\nu^2 + 2F\mu\nu + 2G\nu\lambda + 2H\mu\lambda = 0,$$

et celle des points cycliques,

$$P = \lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 - 2\mu\nu \cos A - 2\nu\lambda \cos B - 2\mu\lambda \cos C = 0.$$

Pour que la conique représentée par l'équation

$$(13) \qquad \Sigma + kP = 0$$

se décompose en deux droites, il faut que son discriminant soit nul ou que

$$\begin{vmatrix} A + k, & H - k\cos C, & G - k\cos B \\ H - k\cos C, & B + k, & F - k\cos A \\ G - k\cos B, & F - k\cos A, & C + k \end{vmatrix} = 0.$$

Développant ce déterminant, nous avons

$$ABC + 2GFH - BG^2 - AF^2 - CH^2 + k[BC - F^2 + AC - G^2$$
$$+ AB - H^2 - 2(GH - AF)\cos A - 2(HF - BG)\cos B - 2(GF - CH)\cos C]$$
$$+ k^2 [A(1 - \cos^2 A) + B(1 - \cos^2 B) + C(1 - \cos^2 C) + 2F(\cos A$$
$$+ \cos B \cos C) + 2G(\cos B + \cos A \cos C) + 2H(\cos C + \cos A \cos B)]$$
$$+ k^3(1 - 2\cos A \cos B \cos C - \cos^2 A - \cos^2 B - \cos^2 C) = 0.$$

Remarquant que le coefficient de k^3 est nul et réduisant, nous trouverons :

$$k^2(A\sin^2 A + B\sin^2 B + C\sin^2 C + 2G\sin A\sin C + 2F\sin B\sin C + 2H\sin A\sin B) + k(a + b + c - 2f\cos A - 2g\cos B - 2h\cos C)\Delta + \Delta^2 = 0.$$

Soit

(14) $$\Theta k^2 + \Theta'\Delta k + \Delta^2 = 0,$$

équation dans laquelle $\Theta' = E$.

Les racines de l'équation (14) substituées dans l'équation (13) donnent les équations tangentielles des foyers, ainsi que nous le verrons plus loin.

CAS PARTICULIER. — PARABOLE

Quand la conique est une parabole, l'invariant Θ est nul; alors l'équation (14) donne $K = -\frac{\Delta}{\Theta'}$.

Par suite, les foyers sont représentés par

$$\sum -\frac{\Delta}{\Theta'}(\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 - 2\mu\nu\cos A - 2\nu\lambda\cos B - 2\lambda\mu\cos C) = 0.$$

L'un d'eux est à l'infini, l'autre a des coordonnées proportionnelles à

$$\frac{\Theta'A - \Delta}{A\sin A + H\sin B + G\sin C}, \quad \frac{\Theta'B - \Delta}{H\sin A + B\sin B + F\sin C}, \quad \frac{\Theta'C - \Delta}{G\sin A + F\sin B + C\sin C}.$$

APPLICATIONS

Afin de mettre à même d'apprécier chacune de ces méthodes, nous allons en faire quelques applications.

Pour les coniques inscrites $\sqrt{lx} + \sqrt{my} + \sqrt{nz} = 0$, nous avons $A = B = C = 0$, $F = 2l^2mn$, $G = 2lm^2n$, $H = 2lmn^2$; alors les coniques (5) deviennent, après la suppression du facteur commun $4lmn$,

$$lbc\alpha^2 - nab\gamma^2 + b(ma + lb)\beta\gamma - (nbc + mc^2 - ma^2 - lab)\gamma\alpha - b(nb + mc)\alpha\beta = 0,$$

$$mac\beta^2 - nab\gamma^2 - (nac + lc^2 - lb^2 - mab)\beta\gamma + a(ma + lb)\gamma\alpha - a(na + lc)\alpha\beta = 0.$$

Éliminant successivement α et β, supprimant les facteurs communs et posant, après réductions,

$$U = ab^2cln,$$
$$V = -b\left[abc(l^2+m^2+n^2)+c(a^2+b^2-c^2)lm - b(a^2-b^2+c^2)ln + a(-a^2+b^2+c^2)mn\right]$$
$$W = -\left[b^2(a^2-b^2+c^2)l^2 + (a^4+c^4-2a^2c^2-a^2b^2-b^2c^2)m^2 + b^2(a^2-b^2+c^2)n^2 - 2ab(-a^2+b^2+c^2)lm - 2ab^2cln - 2bc(a^2+b^2-c^2)mn\right]$$
$$U' = a^2bcmn,$$
$$V' = -a\left[abc(l^2+m^2+n^2)+c(a^2+b^2-c^2)lm + b(a^2-b^2+c^2)ln - a(-a^2+b^2+c^2)mn\right]$$
$$W' = -\left[(b^4+c^4-2b^2c^2-a^2b^2-a^2c^2)l^2 + a^2(-a^2+b^2+c^2)m^2 + a^2(-a^2+b^2+c^2)n^2 - 2ab(a^2-b^2+c^2)lm - 2ac(a^2+b^2-c^2)ln - 2a^2bcmn\right]$$

nous obtenons les équations

$$(17)\qquad \begin{cases} U\alpha^4 + V\alpha^3\gamma + W\alpha^2\gamma^2 + V\alpha\gamma^3 + U\gamma^4 = 0, \\ U'\beta^4 + V'\beta^3\gamma + W'\beta^2\gamma^2 + V'\beta\gamma^3 + U'\gamma^4 = 0; \end{cases}$$

chacune d'elles est décomposable en produit de deux facteurs

$$[2U\alpha^2 + (V-\sqrt{K})\alpha\gamma + 2U\gamma^2][2U\alpha^2 + (V+\sqrt{K})\alpha\gamma + 2U\gamma^2] = 0,$$
$$[2U'\beta^2 + (V'-\sqrt{K'})\beta\gamma + 2U'\gamma^2][2U'\beta^2 + (V'+\sqrt{K'})\beta\gamma + 2U'\gamma^2] = 0$$

en faisant

$$K = V^2 + 8U^2 - 4UW = b^2Q,$$
$$K' = V'^2 + 8U'^2 - 4U'W' = a^2Q,$$
$$\begin{aligned} Q = {} & a^2b^2c^2(l^4+m^4+n^4) + 2a^2b^2c^2(l^2m^2+l^2n^2+m^2n^2) \\ & + c^2(a^2+b^2-c^2)^2l^2m^2 + b^2(a^2-b^2+c^2)^2l^2n^2 + a^2(-a^2+b^2+c^2)^2m^2n^2 \\ & + 2abc^2(a^2+b^2-c^2)(l^2+m^2)lm \\ & + 2ab^2c(a^2-b^2+c^2)(l^2+n^2)ln \\ & + 2a^2bc(-a^2+b^2+c^2)(m^2+n^2)mn \\ & + 2ab(a^4+b^4-2a^2b^2+2c^4-3a^2c^2-3b^2c^2)lmn^2 \\ & + 2ac(a^4+c^4-2a^2c^2+2b^4-3a^2b^2-3b^2c^2)lm^2n \\ & + 2bc(b^4+c^4-2b^2c^2+2a^4-3a^2c^2-3a^2b^2)l^2mn. \end{aligned}$$

Les deux premiers facteurs

$$(18)\qquad \begin{cases} 2U\alpha^2 + (V - \sqrt{K})\alpha\gamma + 2U\gamma^2 = 0, \\ 2U'\beta^2 + (V'-\sqrt{K'})\beta\gamma + 2U'\gamma^2 = 0 \end{cases}$$

donnent les rapports $\frac{\alpha}{\gamma}$, $\frac{\beta}{\gamma}$ relatifs aux deux foyers réels.

Cela posé, cherchons pour exemple les foyers de l'ellipse de Brocard $\sqrt{\mathrm{bc}x} + \sqrt{\mathrm{ac}y} + \sqrt{\mathrm{ab}z} = 0$; alors $l = \mathrm{bc}$, $m = \mathrm{ac}$, $n = \mathrm{ab}$,

$$Q = a^2b^2c^2\left[\begin{array}{r} a^8 + b^8 + c^8 + 3a^4b^4 + 3a^4c^4 + 3b^4c^4 - 2a^6b^2 - 2a^6c^2 \\ - 2b^6c^2 - 2a^2b^6 - 2a^2c^6 - 2b^2c^6 \end{array}\right]$$

$$\sqrt{Q} = abc\,(a^4 + b^4 + c^4 - a^2b^2 - a^2c^2 - b^2c^2),$$
$$U = a^2b^4c^2,$$
$$V = -ab^2c\,(-a^4 + b^4 - c^4 + a^2b^2 + 3a^2c^2 + b^2c^2),$$
$$\sqrt{K} = ab^2c\,(a^4 + b^4 + c^4 - a^2b^2 - a^2c^2 - b^2c^2),$$

et la première des équations (18), le facteur commun supprimé, donne

$$ab^2c\alpha^2 - (b^4 + a^2c^2)\,\alpha\gamma + ab^2c\,\gamma^2 = 0;$$

d'où

$$\frac{\alpha}{\gamma} = \frac{b^4 + a^2c^2 \pm (b^4 - a^2c^2)}{2ab^2c}.$$

Soit

$$\frac{\alpha'}{\gamma'} = \frac{b^2}{ac}, \quad \frac{\alpha''}{\gamma''} = \frac{ac}{b^2}.$$

Nous trouverons de même

$$a^2bc\beta^2 - (a^4 + b^2c^2)\,\beta\gamma + a^2bc\gamma^2 = 0,$$

et

$$\frac{\beta'}{\gamma'} = \frac{bc}{a^2}, \quad \frac{\beta''}{\gamma''} = \frac{a^2}{bc},$$

valeurs satisfaisant les équations (16).

Par suite, les coordonnées des foyers sont proportionnelles à

$$(\alpha', \beta', \gamma') \quad ab^2, \quad ba^2, \quad ca^2 \quad \text{ou} \quad \frac{b}{c}, \; \frac{c}{a}, \; \frac{a}{b},$$
$$(\alpha'', \beta'', \gamma'') \quad ac^2, \quad ba^2, \quad cb^2 \quad \text{ou} \quad \frac{c}{b}, \; \frac{a}{c}, \; \frac{b}{a}.$$

Tout autrement employons les formules (12) et mettons l'équation de l'ellipse de Brocard sous la forme

$$\sqrt{\sin B \sin C.\alpha} + \sqrt{\sin A \sin C.\beta} + \sqrt{\sin A \sin B.\gamma} = 0,$$

nous aurons

$$A = B = C = 0,$$
$$F = 2 \sin^2 A \sin^3 B \sin^3 C,$$
$$G = 2 \sin^3 A \sin^2 B \sin^3 C,$$
$$H = 2 \sin^3 A \sin^3 B \sin^2 C,$$
$$N = 2 \sin^3 A \sin^2 B \sin^2 C\,(\sin^2 B + \sin^2 C),$$
$$N' = 2 \sin^2 A \sin^3 B \sin^2 C\,(\sin^2 A + \sin^2 C),$$

$$N' = 2\sin^2 A \sin^2 B \sin^2 C (\sin^2 A + \sin^2 B),$$
$$\Delta = -4\sin^4 A \sin^4 B \sin^4 C,$$
$$\Theta = 4\sin^2 A \sin^2 B \sin^2 C (\sin^2 B \sin^2 C + \sin^2 A \sin^2 C + \sin^2 A \sin^2 B)$$
$$= 4\sin^4 A \sin^4 B \sin^4 C (1 + \operatorname{cotg}^2 \omega)$$

en introduisant l'angle de Brocard exprimé par

$$\operatorname{cotg} \omega = \frac{1 + \cos A \cos B \cos C}{\sin A \sin B \sin C}$$

$$E = \left\{ \begin{array}{l} \sin^2 B \sin^2 C + \sin^2 A \sin^2 C + \sin^2 A \sin^2 B \\ + 2\sin^2 A \sin B \sin C \cos A \\ + 2\sin A \sin^2 B \sin C \cos B \\ + 2\sin A \sin B \sin^2 C \cos C \end{array} \right\}$$
$$= \sin^2 A \sin^2 B \sin^2 C (5 + \operatorname{cotg}^2 \omega),$$
$$E^2 - 4\Theta = \sin^4 A \sin^4 B \sin^4 C (\operatorname{cotg}^2 \omega - 3)^2,$$
$$E_1 = -\sin^2 A (\sin^2 B + \sin^2 C)^2,$$
$$E_2 = -\sin^2 B (\sin^2 A + \sin^2 C)^2,$$
$$E_3 = -\sin^2 C (\sin^2 A + \sin^2 B)^2.$$

Par suite,

$$\alpha = \frac{S}{R\Theta} \left[\begin{array}{l} 2\sin^2 A \sin^2 B \sin^2 C (\sin^2 B + \sin^2 C) \\ \pm \sqrt{-\dfrac{4\sin^4 A \sin^4 B \sin^4 C}{2} \left\{ \begin{array}{l} -2\sin^2 A (\sin^2 B + \sin^2 C)^2 \\ + \sin^2 A \sin^2 B \sin^2 C (5 + \operatorname{cotg}^2 \omega) \\ \pm \sin^2 A \sin^2 B \sin^2 C (\operatorname{cotg}^2 \omega - 3) \end{array} \right\}} \end{array} \right].$$

d'où, en prenant le signe — sous le radical,

$$\alpha = \frac{2S \sin^2 A \sin^2 B \sin^2 C}{R\Theta} \left[\begin{array}{l} \sin A (\sin^2 B + \sin^2 C) \\ \pm \sqrt{-\frac{1}{2}\left(-2\sin^2 A (\sin^2 B + \sin^2 C)^2 + 8\sin^2 A \sin^2 B \sin \right.} \end{array} \right.$$

Donc

$$\alpha = \frac{R}{\sin B \sin C (1 + \operatorname{cotg}^2 \omega)} [\sin^2 B + \sin^2 C \pm (\sin^2 B + \sin^2 C)].$$

Soit

$$\alpha' = \frac{2R \,.\, \sin B}{(1 + \operatorname{cotg}^2 \omega) \sin C}, \qquad \alpha' = \frac{2R \,.\, \sin C}{(1 + \operatorname{cotg}^2 \omega) \sin B},$$

et de même pour les coordonnées β et γ.

Enfin, appliquant la dernière méthode à la même conique,

$$\sqrt{bc\alpha} + \sqrt{ac\beta} + \sqrt{ab\gamma} = 0,$$

nous aurons d'abord

$$A = B = C = 0,$$

$$F = 2a^2b^2c^2, \qquad G = 2a^2b^2c^2, \qquad H = 2a^2b^2c^2,$$

$$\Delta = -4a^4b^4c^4,$$

$$\begin{aligned}\theta &= 4a^2b^2c^2\,[ac\,(\cos B + \cos A \cos C) + bc\,(\cos A + \cos B \cos C) \\ &\quad + ab\,(\cos C + \cos A \cos B)] \\ &= (a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2)\,(2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2b^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\theta' &= b^2c^2 + a^2c^2 + a^2b^2 + 2a^2bc \cos A + 2ab^2c \cos B + 2abc^2 \cos C \\ &= 3a^2b^2 + 3a^2c^2 + 3b^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4.\end{aligned}$$

La relation (14) donne alors

$$K = 2a^4b^4c^4\,\frac{[3a^2b^2 + 3a^2c^2 + 3b^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4 \pm (a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4)]}{(a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2)\,(2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2b^2c^2 - a^4 - b^4 - c^4)}.$$

Pour le signe $+$,

$$K' = \frac{4a^4b^4c^4}{a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2},$$

et l'équation tangentielle (13) devient successivement

$$\begin{aligned}&4a^2b^2c^2\,(a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2)\,(cb\,\mu\nu + ac\,\lambda\nu + ab\,\lambda\mu) \\ &+ 4a^4b^4c^4\left(\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 - \frac{(-a^2 + b^2 + c^2)}{bc}\,\mu\nu - \frac{(a^2 - b^2 + c^2)}{ac}\,\lambda\nu \right. \\ &\qquad\qquad \left. - \frac{(a^2 + b^2 - c^2)}{ab}\,\lambda\mu\right) = 0\end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned}&a^2b^2c^2\,(\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2) + bc\,(a^4 + b^2c^2)\,\mu\nu + ac\,(b^4 + a^2c^2)\,\lambda\nu \\ &+ ab\,(c^4 + a^2b^2)\,\mu\lambda = (ab^2\lambda + bc^2\mu + ca^2\nu)\,(ac^2\lambda + ba^2\mu + cb^2\nu) = 0.\end{aligned}$$

Nous retrouvons donc pour les foyers réels des coordonnées proportionnelles à

$$\begin{array}{ccc} ab^2, & bc^2, & ca^2, \\ ac^2, & ba^2, & cb^2. \end{array}$$

M. P.-H. SCHOUTE

Professeur à l'Université de Groningue.

SUR LES TYPES DE CRISTAUX DU SYSTÈME RÉGULIER DE L'ESPACE A QUATRE DIMENSIONS [Q 2]

— *Séance du 8 août 1895* —

Si dans l'espace ordinaire $\mathcal{E}^3$ à trois dimensions on s'imagine trois axes de coordonnées OX, OY, OZ rectangulaires entre eux et les plans qui coupent ces axes de part ou d'autre en un triple de points à des distances données k, l, m de l'origine, on trouve que ces plans renferment le type principal du système régulier des cristaux à trois dimensions, l'hexakisoctaèdre, limité par quarante-huit triangles irréguliers congruents. Dans chacun des huit octants O (XYZ) on trouve six triangles, six étant le nombre des permutations des trois éléments (k, l, m) trois à trois. Et l'on obtient les autres types en supposant quelques-uns des paramètres (k, l, m) égaux entre eux ou infinis.

Dans ce qui suit nous nous proposons d'étendre l'ordre d'idées indiqué à l'espace $\mathcal{E}^4$ à quatre dimensions.

A. — *Cas principal.*

1. — Si dans l'espace $\mathcal{E}^4$ à quatre dimensions on imagine quatre axes de coordonnées OX, OY, OZ, OT rectangulaires entre eux et les espaces plans $\mathcal{E}^3$ qui coupent ces axes de part et d'autre en un quadruple de points à des distances données k, l, m, n de l'origine, on trouve que ces espaces $\mathcal{E}^3$ renferment le type principal du système régulier des cristaux à quatre dimensions. Ce type est limité par 384 tétraèdres irréguliers congruents. Dans chacune des seize parties égales O (XYZT) de $\mathcal{E}^4$ on trouve 24 tétraèdres, 24 étant le nombre des permutations des quatre éléments (k, l, m, n) quatre à quatre. Et l'on obtient les autres types en supposant quelques-uns des paramètres (k, l, m, n) égaux entre eux ou infinis.

Sans nuire à la généralité, nous remplaçons (k, l, m, n) par (1, k, l, m) sous la condition $1 \leqq k \leqq l \leqq m$. Donc nous représentons le type principal obtenu par le symbole $(\mathbf{1}, \mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{m})_{384}$.

On se représente sans peine les 24 tétraèdres situés dans une des seizièmes parties de $\mathcal{E}^4$, par exemple de celle qui correspond à la direction positive des quatre axes. En omettant à son tour chacun des axes OX, OY, OZ, OT, on trouve (*fig. 1*) dans chacun des angles trièdres O (YZT), O (ZTX), O (TXY), O (XYZ) six triangles PQR formant des huitièmes parties de la limitation de quatre hexakisoctaèdres, correspondant aux paramètres (1, k, l); les plans de chacun de ces sextuples de triangles concourent en un point R. Les quatre droites qui lient ces points R aux points des axes omis situés à la distance m de l'origine passent par un même point S, le sommet commun des 24 tétraèdres PQRS en question dont les 24 triangles PQR indiqués forment les faces opposées.

Pour ne pas surcharger la figure, des arêtes PS et QS on n'a dessiné que $P_x S$ et $Q_{xy} S$, de manière à achever le tétraèdre $P_x Q_{xy} R_t S$ (et $P_x Q_{xy} R_z S$). De plus, pour en faciliter la lecture on a représenté les arêtes PQ, RS en rouge, PR en noir et QR en bleu(*).

Nombre des sommets : 8 P (deux sur chacun des quatre axes), 24 Q (quatre pour chacun des six couples d'axes), 32 R (huit pour chacun des quatre ternes d'axes), 16 S (seize pour le seul quadruple d'axes).

Total : 8P + 24Q + 32R + 16S = 80 sommets (**).

Nombre des arêtes : 48 PQ (deux par chacun des 24 Q), 96 PR (trois par chacun des 32 R), 64 PS (quatre par chacun des 16 S), 96 QR (trois par chacun des 32 R), 96 QS (six par chacun des 16 S), 64 RS (quatre par chacun des 16 S).

Total : 48 PQ + 96 PR + 64 PS + 96 QR + 96 QS + 64 RS = 464 arêtes.

Nombre des faces : 192 PQR (deux par chacun des 96 QR), 192 PQS (deux par chacun des 96 QS), 192 PRS (trois par chacun des 64 RS), 192 QRS (trois par chacun des 64 RS).

Total : 192 PQR + 192 PQS + 192 PRS + 192 QRS = 768 faces.

Règle d'Euler : 384 — 768 + 464 — 80 = 0.

I. — Une égalité entre les quatre paramètres.

2. — Cas $k = 1$. Les espaces des tétraèdres coïncident deux à deux,

(*) Les figures sont destinées à faire connaître la forme des corps qui limitent les types. A cette fin, on a mis en évidence un de ces corps dans chaque figure. Tandis qu'en général on a laissé de côté la question de la visibilité, des deux manières possibles de s'imaginer les corps polyédriques dessinés corporellement, on a choisi celle qui fait le mieux ressortir la forme de ces polyèdres.

(**) On aurait pu écrire : $8\,P_{48} + 24\,Q_{16} + 32\,R_{12} + 16\,S_{24} = 80$ en indiquant par des indices le nombre des tétraèdres qui concourent en ces points. Comme on obtient ces nombres en divisant les coefficients 8, 24, 32, 16 en 384, nous les avons supprimés.

p. e. ceux de $P_xQ_{xy}R_tS$ et $P_yQ_{xy}R_tS$. Les sommets Q, les arêtes QR, QS et les faces QRS ne font plus partie de la limitation (*).

Type (1, 1, *l*, *m*) ou $(1, 1, k, l)_{192}$ limité *(fig. 2)* par 192 tétraèdres symétriques $P_xP_yR_tS$ à plan de symétrie Q_mR_tS, où Q_m représente le point milieu de P_xP_y.

Sommets : 8P + 32R + 16S = 56.

Arêtes : $24P_xP_y$ + 96PR + 64PS + 64RS = 248 (un P_xP_y par chacun des 24Q disparus).

Faces : $96P_xP_yR$ + $96P_xP_yS$ + 192PRS = 384.

Règle d'Euler : 192 — 384 + 248 — 56 = 0.

3. — Cas $l = k$. Coïncidence des espaces deux à deux, p. e. ceux de $P_xQ_{xy}R_tS$ et $P_xQ_{xz}R_tS$. Les arêtes PR et les faces PRS disparaissent.

Type (1, *k*, *k*, *m*) ou $(1, k, k, l)_{192}$ limité *(fig. 3)* par 192 pyramides quadrangulaires symétriques $S(P_xQ_{xy}R_tQ_{xz})$ à plan de symétrie P_xR_tS.

Sommets : 8P + 24Q + 32R + 16S = 80 (cas principal).

Arêtes : 48PQ + 64PS + 96QR + 96QS + 64RS = 368.

Faces : $96P_xQ_{xy}R_tQ_{xz}$ + 192PQS + 192QRS = 480.

Règle d'Euler : 192 — 480 + 368 — 80 = 0.

4. — Cas $m = l$. Coïncidence des espaces deux à deux, p. e. ceux de $P_xQ_{xy}R_1S$ et $P_xQ_{xy}R_2S$. Les faces PQS disparaissent.

Type $(1, k, l, l)_{192}$ limité *(fig. 4)* par 192 pyramides triangulaires doubles irrégulières R_1, R_2 $(P_xQ_{xy}S)$.

Sommets : 8P + 24Q + 32R + 16S = 80 (cas principal).

Arêtes : 48PQ + 96PR + 64PS + 96QR + 96QS + 64RS = 464 (cas principal).

Faces : 192PQR + 192PRS + 192QRS = 576.

Règle d'Euler : 192 — 576 + 464 — 80 = 0.

II. — DEUX ÉGALITÉS ENTRE LES QUATRE PARAMÈTRES.

5. — Cas $l = k = 1$. Coïncidence des espaces six à six, p. e. ceux des six tétraèdres dont les faces PQR se trouvent dans l'octant positif O(XYZ). Les sommets Q, R, les arêtes PR, QR, QS, RS et les faces PRS, QRS disparaissent.

Type (1, 1, 1, *m*) ou $(1, 1, 1, k)_{64}$ limité *(fig. 5)* par 64 pyramides triangulaires régulières $S(P_xP_yP_z)$.

Sommets : 8P + 16S = 24.

(*) Nous n'indiquons pas ici quels éléments tombent dans le prolongement l'un de l'autre; on trouvera l'explication dans l'énumération des éléments.

Arêtes : $24 P_x P_y + 64 PS = 88$.

Faces : $32 P_x P_y P_z + 96 P_x P_y S = 128$ (un $P_x P_y P_z$ pour chacun des 32R disparus, trois $P_x P_y S$ pour chacun des 32R disparus).

Règle d'Euler : $64 - 128 + 88 - 24 = 0$.

6. — Cas $k = 1$, $m = l$. Coïncidence des espaces quatre à quatre, p. e. ceux de $P_x Q_{xy} R_t S$, $P_y Q_{xy} R_t S$, $P_x Q_{xy} R_z S$, $P_y Q_{xy} R_z S$. Les sommets Q, les arêtes QR, QS et les faces PQS, QRS disparaissent.

Type $(1, 1, l, l)$ ou $(1, 1, k, k)_{16}$ limité (*fig. 6*) par 96 pyramides triangulaires doubles symétriques R_t, R_z $(P_x P_y S)$, à plan de symétrie $Q_m R_t S R_z$ où Q_m représente le point milieu de $P_x P_y$.

Sommets : $8P + 32R + 16S = 56$.

Arêtes : $24 P_x P_y + 96 PR + 64 PS + 64 RS = 248$.

Faces : $96 P_x P_y R + 192 PRS = 288$.

Règle d'Euler : $96 - 288 + 248 - 56 = 0$.

7. — Cas $m = l = k$. Coïncidence des espaces six à six, p. e. ceux des six tétraèdres de la figure 1 dont P_x est un des sommets.

Les arêtes PR, PS, QS et les faces PQS, PRS disparaissent.

Type $(1, k, k, k)_{16}$ limité (*fig. 7*) par 64 hexaèdres semi-réguliers $P_x S$ $(Q_{xy} R_z Q_{xz} R_y Q_{xt} R_t)$ qui coïncident avec leur position originale après chaque rotation de 120° autour de $P_x S$.

Sommets : $8P + 24Q + 32R + 16S = 80$ (cas principal).

Arêtes : $48 PQ + 96 QR + 64 RS = 208$.

Faces : $96 PQR + 96 QRS = 192$ (deux espèces de deltoïdes).

Règle d'Euler : $64 - 192 + 208 - 80 = 0$.

III. — Trois égalités entre les quatre paramètres.

8. — Cas $m = l = k = 1$. Coïncidence des espaces vingt-quatre à vingt-quatre, p. e. ceux des 24 tétraèdres de la figure 1. Le sommets Q, R, S, les arêtes PR, PS, QR, QS, RS et les faces PQS, PRS, QRS disparaissent.

Type $(1, 1, 1, 1)_{16}$ limité (*fig. 8*) par 16 tétraèdres réguliers $P_x P_y P_z P_t$ ou $X_+ Y_+ Z_+ T_+$, une des six cellules régulières à quatre dimensions, l'hexakaidékaédroïde.

Sommets : $8P$; arêtes : $24 P_x P_y$; faces : $32 P_x P_y P_z$.

Règle d'Euler : $16 - 32 + 24 - 8 = 0$.

B. — *Un des paramètres est infini* ($m = \infty$).

9. — Cas $(1, k, l)$. Coïncidence des espaces deux à deux, p. e. ceux de $P_x Q_{xy} R_t S_+$ et $P_x Q_{xy} R_t S_-$, ou $(1, k, l, +m)$ et $(1, k, l, -m)$.

Les sommets R, les arêtes PR, QR et les faces PQR disparaissent.

Type $(1, k, l, \infty)_{192}$ limité *(fig. 9)* par 192 tétraèdres symétriques $P_xQ_{xy}S_+S_-$ à plan de symétrie $P_xQ_{xy}R_t$.

Sommets : $8P + 24Q + 16S = 48$.

Arêtes : $48PQ + 64PS + 96QS + 32S_+S_- = 240$ (un S_+S_- pour chacun des 32R disparus).

Faces : $192PQS + 96PRS + 96QRS = 384$.

Règle d'Euler : $192 - 384 + 240 - 48 = 0$.

I. — Une égalité entre les trois paramètres.

10. — Cas $k = 1$. Coïncidence des espaces quatre à quatre, p. e. ceux de $P_xQ_{xy}R_tS_+$, $P_xQ_{xy}R_tS_-$, $P_yQ_{xy}R_tS_+$, $P_yQ_{xy}R_tS_-$. Les sommets Q, les arêtes QR, QS et les faces PQR, QRS disparaissent.

Type $(1, 1, l, \infty)$ ou $(1, 1, k, \infty)_{96}$ limité *(fig. 10)* par 96 tétraèdres deux fois symétriques $P_xP_yS_+S_-$, aux plans de symétrie $P_xP_yR_t$ et $S_+S_-Q_m$, où Q_m représente le point milieu de P_xP_y.

Sommets : $8P + 16S = 24$.

Arêtes : $24P_xP_y + 64PS + 32S_+S_- = 120$.

Faces : $96P_xP_yS + 96PRS = 192$.

Règle d'Euler : $96 - 192 + 120 - 24 = 0$.

11. Cas $l = k$. Coïncidence des espaces quatre à quatre, p. e. ceux de $P_xQ_{xy}R_tS_+$, $P_xQ_{xy}R_tS_-$, $P_xQ_{xz}R_tS_+$, $P_xQ_{xz}R_tS_-$. Les sommets R, les arêtes PR, QR et les faces PQR, PRS disparaissent.

Type $(1, k, k, \infty)_{96}$ limité *(fig. 11)* par 96 pyramides triangulaires doubles symétriques Q_{xy}, Q_{xz} $(P_xS_+S_-)$ à plan de symétrie $P_xQ_{xy}R_tQ_{xz}$.

Sommets : $8P + 24Q + 16S = 48$.

Arêtes : $48PQ + 64PS + 96QS + 32S_+S_- = 240$.

Faces : $192PQS + 96QS_+S_- = 288$.

Règle d'Euler : $96 - 288 + 240 - 48 = 0$.

II. — Deux égalités entre les trois paramètres.

12. — Cas $l = k = 1$. Coïncidence des espaces douze à douze, p. e. ceux des six tétraèdres de la figure 1 correspondent à l'octant O(XYZ) et les six tétraèdres qu'on en dérive en changeant le signe de m. Les sommets Q, R, les arêtes PR, QR, QS, RS et les faces PQR, PRS, QRS disparaissent.

Type $(1, 1, 1, \infty)_{32}$ limité *(fig. 12)* par 32 pyramides triangulaires doubles régulières S_+, S_- $(P_xP_yP_z)$.

Sommets : 8P + 16S = 24; arêtes : $24P_xP_y$ + 64PS = 88; faces : $96P_xP_yS$.

Règle d'Euler : 32 — 96 + 88 — 24 = 0.

C. — *Deux des paramètres sont infinis* ($l = m = \infty$).

13. — Cas (1, k). Coïncidence des espaces huit à huit, p. e. ceux de $P_xQ_{xy}R_tS$, $P_xQ_{xy}R_zS$ et les autres qu'on en dérive en changeant les signes de l et de m. Les sommets Q, R, les arêtes PQ, PR, QR, QS et les faces PQR, PQS, QRS disparaissent.

Type $(1, k, \infty, \infty)_{48}$ limité (*fig. 13*) par 48 pyramides quadrangulaires régulières $P_x(S_{++}S_{+-}S_{--}S_{-+})$; cette pyramide a pour milieux des arêtes de la base 4R et pour centre de la base Q.

Sommets : 8P + 16S = 24; arêtes : 64PS + $32S_{++}S_{+-}$ = 96; faces : $96PS_{++}S_{+-}$ + 24SSSS = 120.

Règle d'Euler : 48 — 120 + 96 — 24 = 0.

I. — Une égalité entre les deux paramètres.

14. — Cas (1, 1). Coïncidence des espaces seize à seize, p. e. ceux de $P_xQ_{xy}R_tS$, $P_xQ_{xy}R_zS$, $P_yQ_{xy}R_tS$, $P_yQ_{xy}R_zS$ et les autres qu'on en dérive en changeant les signes de l et de m. Les sommets Q, R, les arêtes PQ, PR, QR, QS et les faces PQR, PQS, QRS disparaissent.

Type $(1, 1, \infty, \infty)_{24}$ limité (*fig. 14*) par 24 octaèdres réguliers P_x, P_y $(S_{++}S_{+-}S_{--}S_{-+})$, une des six cellules régulières à quatre dimensions, l'icositétraédroïde.

Sommets : 8P + 16S = 24; arêtes : 64PS + 32SS = 96; faces : 96PSS.

Règle d'Euler : 24 — 96 + 96 — 24 = 0.

D. — *Trois des paramètres sont infinis* ($k = l = m = \infty$).

15. — Coïncidence des espaces quarante-huit à quarante-huit, p. e. ceux des 48 tétraèdres à sommet commun P_x. Les sommets P, Q, R, les arêtes PQ, PR, PS, QR, QS et les faces PQR, PQS, PRS disparaissent.

Type $(1, \infty, \infty, \infty)_8$ limité (*fig. 15*) par 8 cubes, une des six cellules régulières à quatre dimensions, le dékakaihexaédroïde. Chacun des cubes a pour centre un point P, pour centres des faces six Q, pour milieux des arêtes 12R.

Sommets : 16S; arêtes : 32SS; faces : 24SSSS.

Règle d'Euler : 8 — 24 + 32 — 16 = 0.

REMARQUES. — I. Dans le cas général, on trouve pour les coordonnées de P, Q, R, S les valeurs suivantes :

$$P_x \;\ldots\;\ldots\; x_1 = 1, \quad y_1 = z_1 = t_1 = 0;$$

$$Q_{xy} \;\ldots\;\ldots\; x_2 = y_2 = \frac{k}{1+k}, \quad z_2 = t_2 = 0;$$

$$R_{xyz} = R_1 \ldots\; x_3 = y_3 = z_3 = \frac{kl}{k+l+kl}, \quad t_3 = 0;$$

$$S_{xyzt} = S \ldots\; x_4 = y_4 = z_4 = t_4 = \frac{klm}{kl+km+lm+klm}.$$

Donc le volume quadridimensional du pentaédroïde OPQRS peut être représenté par

$$\frac{1}{24}\begin{vmatrix} x_1 & 0 & 0 & 0 \\ x_2 & y_2 & 0 & 0 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 0 \\ x_4 & y_4 & z_4 & t_4 \end{vmatrix}$$

ou $\frac{1}{24} x_1 y_2 z_3 t_4$.

Ainsi l'on trouve pour le volume du type principal

$$V = \frac{16k^3 l^2 m}{(1+k)(k+l+kl)(kl+km+lm+klm)}.$$

Par les différentes substitutions des articles 2-15, on en déduit le volume de tous les types dérivés. Ainsi l'on trouve pour les trois cellules régulières des figures 8, 14, 15 successivement $\frac{2}{3}$, 8, 16 ou en a^4 (a représentant l'arête) $\frac{1}{6}$, 8, 1.

II. — Les figures 8 et 15 montrent les deux cellules entières (1, 1, 1, 1) et (1, ∞, ∞, ∞), tandis que la figure 14 ne donne qu'un des 24 octaèdres de la cellule (1, 1, ∞, ∞). Par rapport à la forme de cette dernière cellule on peut consulter *Verhandelingen der koninklyke Akademie van Wetenschappen,* à Amsterdam, première section, tome II, mémoires 2, 4, 8 où l'on trouve les projections et les sections régulières tridimensionales des six cellules régulières de l'espace S^4. De plus, dans les *Verslagen van de Zittingen* de la même Académie, tome III, p. 282, on trouve démontré que le nombre des types du système régulier des cristaux à n dimensions est $2^n - 1$.

III. — Le type principal admet trois espèces différentes d'hémiédrie, qu'on indique facilement à l'aide d'une nouvelle représentation des tétraèdres. Soit $[-z, +y, +t, +x]$ le tétraèdre PQRS situé

dans l'espace $(-m, k, -1, l)$ qui détermine sur les axes OX, OY, OZ, OT successivement les points $-m, +k, -1, +l$. Si, en ne faisant attention qu'aux signes de ce nouveau symbole, on fait disparaître tous les tétraèdres dont les symboles contiennent soit un nombre pair, soit un nombre impair de signes —, on a affaire à la première hémiédrie; elle porte sur tous les types dont le symbole ne renferme pas le type ∞. Au contraire, la seconde hémiédrie ne s'occupe que de l'ordre des indices x, y, z, t dans le symbole des tétraèdres et fait disparaître tous les tétraèdres dont les symboles contiennent x, y, z, t en l'ordre soit des termes positifs, soit des termes négatifs du déterminant $(1_x 2_y 3_z 4_t)$. Enfin, la troisième hémiédrie fait attention à la fois aux signes des axes et à l'ordre des indices; elle fait disparaître les tétraèdres dont les symboles mènent soit à un nombre pair, soit à un nombre impair de signes. Quant aux signes contenus dans ce symbole, on ajoute le signe du terme correspondant du déterminant $(1_x 2_y 3_z 4_t)$. Dans la première hémiédrie, les tétraèdres disparaissent et s'élargissent 24 à 24; les 24 tétraèdres situés dans un même angle O(XYZT) subissent le même sort.

Dans les deux autres hémiédries des 24 tétraèdres situés dans un même angle O(XYZT), douze disparaissent et douze s'élargissent; des deux tétraèdres à face commune toujours l'un disparaît, l'autre s'élargit. Donc les deux hémiédries sont restreintes au type principal.

L'étude plus profonde des formes hémiédriques du système régulier de l'espace $\mathcal{E}^4$ dépasse les limites de cette communication.

M. NIVET

Ingénieur des arts et manufactures, à Marans (Charente-Inférieure).

APPAREIL POUR L'ESSAI DES MATÉRIAUX DE CONSTRUCTION [620.1] (1)

— *Séance du 5 août 1895* —

M. Nivet a présenté à la section du génie civil un appareil d'essai des matériaux de construction autres que les métaux; il a fait un certain nombre d'expériences desquelles il a pu tirer des conclusions qui établissent certaines lois de la théorie de la résistance des matériaux dits non élastiques, tels que les agglomérants, chaux et ciments, et les pierres employées dans les constructions.

L'appareil Nivet, créé en vue de la réception des matériaux dans les chantiers, forme sous un petit volume et un faible poids (18 kilog.) un laboratoire complet d'essais. Il contient dans une boîte qui lui sert de bâti, non seulement l'appareil de mesure des divers coefficients de rupture à la flexion, la traction, le cisaillement et la compression, mais encore les moules nécessaires à la préparation des éprouvettes, et l'aiguille de Vicat destinée à déterminer le temps de la prise. Il remplace les machines diverses de traction à leviers simples ou multiples, et celles de compression à leviers ou à manœuvre hydraulique actuellement employées dans les laboratoires; il contient, en outre, une disposition qui permet de déterminer le coefficient de rupture au cisaillement suivant le plan d'encastrement, coefficient qui n'est obtenu par aucune autre machine.

L'instrument de mesure est un dynamomètre D *(fig. 1)* de Régnier, ellipse en acier sur laquelle on agit, soit en comprimant le petit axe entre deux étriers *(fig. 2)*, soit en opérant une traction sur les deux extrémités du grand axe *(fig. 1)*. Ces deux modes d'action ont pour effet de diminuer le petit axe, mais dans le premier cas le dynamomètre est très sensible, et très résistant dans le second. Dans le mouvement de rapprochement des deux branches de l'ellipse, l'une d'elles agit sur le talon d'une crémaillère qu'elle pousse dans une

(1) Les chiffres placés en regard des titres correspondent à la classification décimale de Dewey telle qu'elle a été adoptée par la Conférence internationale bibliographique (Bruxelles, sept. 1895.)

gaine, où elle rencontre un pignon sur lequel est calée l'aiguille qui indique l'effort sur un cadran divisé. Ce cadran et tout le mécanisme sont montés sur la deuxième branche de l'ellipse. Lorsque le ressort se détend, la crémaillère reste en place, ainsi que l'aiguille, qu'on ramène après lecture au zéro de la division. Le cadran porte deux graduations correspondant aux deux modes d'emploi du dynamomètre.

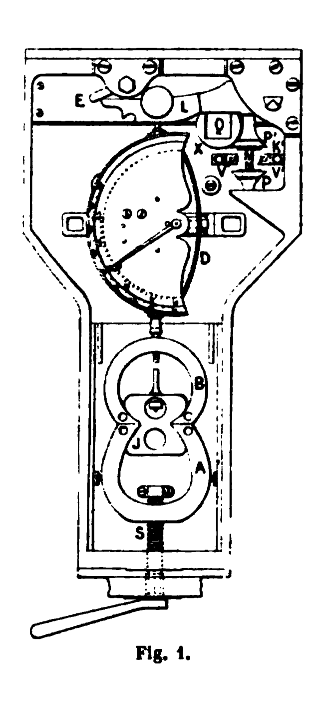


Fig. 1.

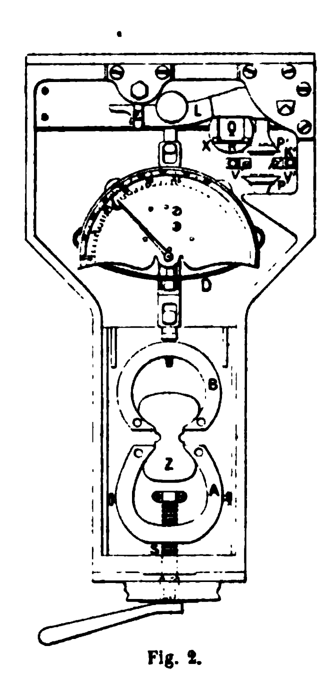


Fig. 2.

Ce dynamomètre remplace directement le plateau chargé de poids au moyen duquel il a été gradué de 0 à 125 kilogrammes pour les efforts qui agissent suivant le petit axe, et de 0 à 550 kilogrammes pour ceux qui s'exercent sur le grand axe.

Les chiffres inscrits sur le cadran représentent le cinquième des efforts réels, afin de lire sans calcul les poids par centimètre carré, qui déterminent les ruptures des éprouvettes de 5 centimètres carrés de section; les résultats donnés par des éprouvettes de sections différentes sont calculés au moyen de multiples dont le tableau accompagne la boîte qui renferme l'instrument.

La charge maximum de 550 kilogrammes est loin d'atteindre la limite à laquelle on pourrait employer le dynamomètre. On peut avoir confiance dans la constance de ses indications; M. Nivet ayant fait rentrer à l'atelier les dynamomètres qui fonctionnaient dans divers laboratoires, a pu vérifier leurs graduations qui n'avaient pas

varié. On opère toujours à la température de 15 degrés environ que l'on doit maintenir dans les laboratoires.

Les erreurs que ce mode de mesure peut entraîner sont, en tout cas, d'un ordre inférieur à celles qui sont produites par l'inertie des leviers simples ou multiples des autres machines d'essai, ou par les coincements des pistons des presses. Toutes les opérations se faisant sur le plan horizontal en fonte dressée qui forme le fond de la boîte, les poids mêmes des éprouvettes et ceux des légers organes qui composent la machine n'ont pas d'influence sur les résultats. Enfin, le dynamomètre se vérifie par lui-même, car, en faisant sur deux parties d'un même solide homogène la même opération en employant les deux modes d'action, suivant le grand axe ou suivant le petit axe de l'ellipse, on obtient sensiblement le même chiffre.

L'appareil Nivet peut faire deux séries d'essais : la première comprend les expériences de traction et de compression usitées dans les laboratoires sur des briquettes en forme de 8 de 5 centimètres carrés de section minimum et sur des cubes de différentes dimensions; la seconde série s'applique à un type unique d'éprouvette au moyen de laquelle M. Nivet détermine les coefficients de rupture à la flexion, à la traction, au cisaillement et à la compression.

Les briquettes en 8 se placent *(fig. 2)* pour les essais de traction entre deux mâchoires, dont l'une est liée au dynamomètre, et l'autre actionnée par une vis à laquelle on peut donner, par une manette, un mouvement régulier aussi lent qu'on le désire. Lorsque la rupture a été obtenue, l'aiguille du dynamomètre reste en place, indiquant le cinquième de l'effort réel, c'est-à-dire la charge par centimètre carré. Dans cette opération, le dynamomètre, les deux mâchoires et la briquette forment une chaîne qui se tend en ligne droite suivant l'axe de traction sous l'effort de la vis, de sorte que la briquette ne peut être soumise à aucun effort de flexion.

Les expériences d'écrasement se font sur des cubes de section de 5 centimètres carrés, 2 centimètres et demi, et même de 1 centimètre. La compression s'opère entre deux plateaux PP' *(fig. 1)*, dont l'un est appuyé sur le bâti, et l'autre relié à un levier L qui prend également son point d'appui sur le bâti, et dont l'extrémité libre est commandée par le dynamomètre. Ce levier, lorsqu'on fait l'essai de traction, est rendu fixe par un anneau E qui l'immobilise ainsi que le point d'attache du dynamomètre; pour faire les essais de compression, après avoir rendu la liberté au levier, on soude les mâchoires au moyen d'un organe rigide; cet organe J *(fig. 1)* est l'aiguille de Vicat à laquelle on a donné la forme nécessaire pour assembler ces mâchoires. Le plateau mobile est placé en un point du levier tel que la pression mesurée par le dynamomètre soit multipliée par 5. Les plateaux sont engagés, l'un dans le bâti, l'autre dans le levier par des pointes coniques qui entrent dans des sièges également coniques d'angle au centre plus grand, de sorte qu'ils peuvent prendre autour de leurs sommets une certaine amplitude de mouvements et ne sont pas forcément parallèles comme

les plateaux des presses hydrauliques. Cette disposition a pour but de corriger les irrégularités de taille ou de moulage. En employant la presse on a presque toujours deux coefficients d'écrasement : l'un qu'on appelle commencement d'écrasement, l'autre écrasement définitif ; le premier correspond à la rupture d'une arête trop longue, l'autre est obtenu sur un cube déjà blessé et incomplet.

Dans l'appareil Nivet, l'aiguille n'a qu'un point d'arrêt correspondant exactement au poids qui a causé la rupture d'équilibre des molécules du solide comprimé ; en continuant à faire jouer la vis, on broie l'éprouvette sans que l'aiguille accuse une pression supérieure ; la pression a, au contraire, diminué, ce dont on peut se rendre compte si, après avoir enregistré l'indication donnée par l'aiguille, on la ramène en arrière ; le ressort, en effet, s'est détendu aussitôt que l'équilibre a été rompu. Les appareils à levier ou à écoulement broient le solide expérimenté, à moins qu'on n'arrête par un obstacle l'action continue du poids, tandis que le dynamomètre soustrait automatiquement l'éprouvette à cette action. Aussi, cette délicatesse de fonctionnement permet d'étudier les clivages produits par l'écrasement. Ces clivages détachent généralement du cube des pyramides qui ont pour base les faces libres et pour hauteur le quart du côté.

Le dynamomètre pouvant indiquer une pression de 550 kilogrammes, et le levier multipliant par 5 l'effort exercé, on peut produire entre les plateaux une compression qui atteint 2,750 kilogrammes, que l'on répartit sur les cubes des différentes sections ci-dessus indiquées.

Les cubes sont centrés par un jeu de verrous V V' que l'on éloigne lorsqu'ils sont saisis par les plateaux, la vis ayant commencé son action.

Nous arrivons à la deuxième série d'essais que M. Nivet préconise ; ces essais donnent les coefficients de flexion, traction, cisaillement et compression sur un même solide prismatique à base carrée de $0^{m}02 \times 0^{m}02 \times 0^{m}11$; l'appareil fait sur ce même prisme jusqu'à neuf ruptures : une à la flexion, deux à la traction, deux au cisaillement, quatre à l'écrasement. Cette méthode a l'avantage de donner les divers coefficients, avec un même instrument de mesure, sur un même solide qui, s'il est homogène, permet de comparer ces coefficients et d'étudier leurs rapports.

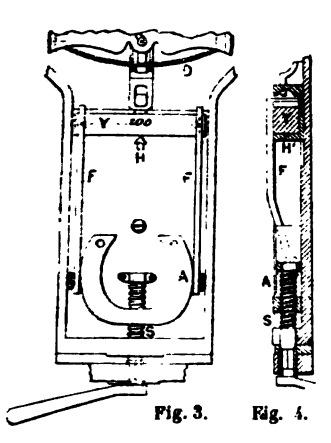


Fig. 3. Fig. 4.

Le premier essai est celui de flexion ; le prisme est saisi, pour cette opération, par deux étriers FF (*fig. 3* et *4*) maintenus à $0^{m}10$ de distance et reliés à la vis, tandis qu'un étrier antagoniste H, fixé au dynamomètre, le fléchit en son milieu. La manière dont s'opère la rupture signale les défauts d'homogénéité des éprouvettes lorsqu'elles donnent des clivages dissymétriques. Lorsque ce résultat se produit avec les agglomérants, il indique, soit des défauts de fabrication des éprouvettes qu'on retrouve dans la cassure, soit un commence-

ment de désagrégation ou de décomposition ; dans ce dernier cas, il y a lieu de suspecter la qualité de l'agglomérant.

Les deux tronçons laissés par l'opération de la flexion sont, l'un après l'autre, rompus par traction. Cet essai se fait en saisissant chaque solide entre deux pinces dont on arme les mâchoires. Chaque pince est composée de deux coins UU *(fig. 5)* reliés l'un à l'autre par une glissière perpendiculaire aux faces parallèles qui saisissent le prisme, et dont les faces inclinées s'engagent entre les branches de la mâchoire. Lorsque l'on fait jouer la vis, ces plans inclinés tendent à serrer les faces du prisme pour s'opposer au glissement jusqu'au moment où la rupture se produit par arrachement. La pression exercée sur le solide par les faces parallèles des pinces étant perpendiculaire à l'axe de traction n'a pas d'influence sur le résultat ; de plus, son effort d'écrasement sur le solide est peu sensible ; l'angle du plan incliné est très petit, et la composante de cet effort est faible ; son action s'exerce sur une surface relativement considérable, et le coefficient de compression étant environ dix fois celui de traction, cet effort est presque négligeable et ne peut avoir d'influence ni sur l'essai actuel, ni sur les expériences qui doivent suivre. Presque toujours, du reste, la section de rupture se place dans la partie du prisme laissée libre entre les pinces.

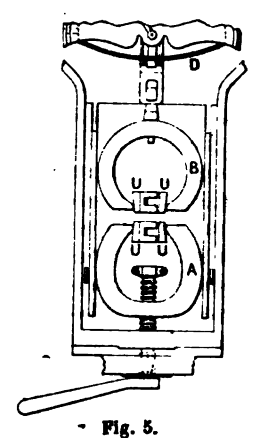


Fig. 5.

Le prisme se trouve divisé en quatre fragments ; on choisit les deux plus longs pour faire le cisaillement.

Pour cette rupture on place les tronçons de prisme dans le vide carré Q *(fig. 1)* d'un cylindre vertical X engagé dans le bâti de l'appareil, dans lequel il tourne à frottement doux. Le cisaillement est fait par une arête de la face inférieure du levier opérant par son milieu ; cette face se meut sur le plan supérieur qui termine le cylindre porte-éprouvette. Le cisaillement sera donc fait exactement suivant le plan d'encastrement du solide, condition qui n'est réalisée que dans l'appareil Nivet.

Si l'on néglige les fragments détachés par cisaillement, on a encore quatre tronçons de prisme qui peuvent servir à l'essai d'écrasement.

Pour faire cet essai on place les tronçons de prisme horizontalement entre les deux plateaux que l'on a armés de deux poinçons, ou plaques de 0^m02 de largeur MM *(fig. 1)*, placés verticalement dans l'axe des plateaux. On saisit ainsi entre les poinçons un cube parfait inscrit dans le prisme. Sous la pression des poinçons, lorsque l'écrasement se produit, les clivages sont les mêmes que ceux obtenus avec les cubes ; la même pyramide est séparée, emportant avec elle la partie du prisme qui dépasse la largeur du poinçon ; il y a même clivage, par conséquent même travail et même coefficient. Les tronçons de prisme se conduisent comme des cubes, et, si la matière est homogène, donnent des résultats sensiblement égaux.

Parmi les essais que nous venons de décrire, deux, ceux de traction et de cisaillement, donnent des chiffres proportionnels aux sections sur lesquelles on opère.

Les résultats de la rupture à l'écrasement sont plus complexes et

dépendent, non seulement des sections des solides expérimentés, mais des rapports entre leurs diverses dimensions; c'est ainsi qu'un prisme comprimé par ses bases donnera le même coefficient tant que sa hauteur sera supérieure ou sensiblement égale au côté des bases; mais ce coefficient s'élève à mesure que diminue cette hauteur, pour devenir infiniment grand lorsqu'elle est très petite par rapport aux dimensions de la base, ce qui est le cas du joint de mortier.

Il résulte de cette observation qu'on doit, pour déterminer le coefficient d'écrasement, opérer sur un solide dont les dimensions de hauteur soient égales ou supérieures à celles de sa base.

Les chiffres que l'appareil donne pour les essais de flexion, de traction et de compression, ont conduit M. Nivet à calculer approximativement ces deux derniers coefficients en fonction du premier.

Interprétant les résultats de la flexion du prisme $0^m02 \times 0^m02 \times 0^m10$, M. Nivet considère deux prismes de matière supposée élastique, de même longueur I (distance d'appui), de même base b et de hauteurs h' et h'' différentes; il suppose que le prisme de hauteur h' résiste à l'effort de flexion f en lui opposant comme résistance celle que l'appareil donne pour l'écrasement E; le second prisme, de hauteur h'', oppose au même effort f la résistance T, coefficient de rupture à la traction; appliquant les formules de la flexion plane pour un solide prismatique chargé d'un poids f en son milieu, on a

$$E = \frac{3fI}{2bh'^2}, \tag{1}$$

$$T = \frac{3fI}{2bh''^2}. \tag{2}$$

Remplaçant f, E et T par les chiffres donnés par l'appareil, on obtient les valeurs de h' et h''.

M. Nivet imagine un troisième prisme formé en soudant par le plan de leurs fibres neutres les moitiés des prismes de hauteur h' et h''; si l'on charge ce nouveau prisme en son milieu de façon que le poids f soit appliqué sur le demi-prisme de hauteur h', la partie $\frac{h'}{2}$ sera comprimée, et la partie $\frac{h''}{2}$ subira un effort de traction, la fibre neutre se trouvera dans le plan de soudure, et le solide se conduira comme les prismes de hauteur h' h'' et comme le prisme expérimenté de hauteur h.

C'est que, en effet, ce dernier prisme supposé n'est pas différent du prisme de hauteur h, car les valeurs de h' et h'', calculées par les

formules (1) et (2), sont telles que l'on a

$$\frac{h'}{2} + \frac{h''}{2} = h. \tag{3}$$

Ces formules donnent la relation

$$\frac{h''}{h'} = \sqrt{\frac{E}{T}} = \sqrt{10} \tag{4}$$

approximativement.

On sait, en effet, que le coefficient de rupture à l'écrasement est ordinairement dix fois celui de rupture à la traction.

Connaissant $h' + h''$ et $\frac{h''}{h'}$, on a h' et h'', et les formules (1) et (2) donnent E et T en fonction de f. h' étant à peu près égal à $\frac{h''}{3}$; la fibre neutre, au moment de la rupture, se trouve au quart environ de la hauteur. *(Voir tableau ci-contre).*

Si nous considérons le prisme fléchi comme un voussoir, au moment de la rupture, la résultante des efforts de traction et de compression passe par la fibre neutre qui se confond alors avec la courbe des pressions d'une voûte; on peut conclure que si la courbe des pressions est comprise entre $\frac{1}{4}$ et $\frac{3}{4}$ de la hauteur des voussoirs, la voûte pourra être en équilibre, mais que cet équilibre est compromis si cette courbe sort de ces limites; on sait que, pour éviter dans les voûtes des efforts de traction, on maintient la courbe des pressions entre $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{3}$ de la distance entre l'*intrados* et l'*extrados.*

Pour la vérification expérimentale de ces diverses formules, il y a lieu d'appliquer les chiffres les plus élevés qu'indique l'appareil lorsque le défaut d'homogénéité de la matière donne des résultats sensiblement différents. En effet, un résultat faible est généralement causé par un défaut de fabrication de l'éprouvette, et s'éloigne de la vérité.

Dans la pratique, au contraire, il y a lieu de tenir compte de ces défauts d'homogénéité, et c'est ce qui conduit à appliquer des coefficients de sécurité éloignés des coefficients de rupture. M. Nivet fait remarquer, à ce propos, que les coefficients de sécurité actuellement adoptés sont trop faibles pour tous les matériaux de construction et surtout pour les maçonneries, et qu'il y a lieu de les reviser. Ces coefficients conduisent à employer des poids trop considérables qui sont souvent des surcharges inutiles et coûteuses et qui limitent étroitement les hauteurs et les portées des constructions, qui tendent

NATURE des ÉPROUVETTES	BRIQUETTES de 5cq	CUBES de 5cq	CUBES de 2cq 5	PRISMES de 2 × 2 × 10cc				CALCUL de h'', h' en centimètres d'après les formules (1) et (2)				CALCUL de T et E en fonction de f d'après les formules (3), (4) (1) et (2)	
	T	E	E	f	T	C cisaillement	E	h''	h'	$\frac{h''+h'}{2}$	$\frac{h''}{h'}$	$T=f.0.812$	$E=f.8.12$
Chaux...	3.70	26.50		3.50	3.44	5 »	22.81	2.762	1.074	1.918	2.575	2.84	28.40
	7.50	50 »		7 »	5.75	9.25	49.37	3.022	1.032	2.026	2.930	5.68	56.80
	7.40	85 »		8.75	8.31	11.87	92.85	2.801	0.841	1.825	3.343	7.20	72.05
Ciment..	12.50	100 »	98 »	12 »	11.27	14.81	110 »	2.826	0.905	1.865	3.124	9.74	97.44
	17 »	155 »	171 »	22 »	15.675	26 »	190.26	3.244	0.931	2.088	3.483	17.86	178.60
	21.50	192.50	183 »	24.50	23.37	27.75	207.50	2.760	0.941	1.841	2.980	19.80	198.95
Pierre de taille calcaire................				12.50	10.30	14.375	128.91	3.017	0.851	1.939	3.540	10.15	101.50
				14 »	9.125	12.875	99.06	3.393	1.029	2.211	3.295	11.27	112.68
				14.75	11.562	12.75	129.69	3.093	0.924	2.008	3.349	11.98	119.76

cependant de plus en plus à être augmentées. Si l'on veut atteindre ces portées avec les coefficients actuels, on emploie un excès de matière qui devient une cause d'impossibilité ou de fatigue pour les constructions.

Aussi, tandis que les Américains construisent des maisons de trente étages, nous limitons à vingt mètres la hauteur de nos édifices; il y a là deux excès contraires.

M. Nivet termine en émettant le vœu que, à la suite d'une étude sérieuse et complète des résistances et des conditions d'emploi de tous les matériaux de construction, de nouveaux coefficients de sécurité soient admis, permettant plus de hardiesse et de légèreté, ce qui peut être fait sans nuire à la solidité et à la durée des ouvrages.

M. J. POISSON

Assistant au Muséum d'histoire naturelle, à Paris.

CONSOLIDATION DES TALUS PAR LA VÉGÉTATION ET ENTRETIEN DES HAIES DE CLOTURES [625. 1]

— Séance du 6 août 1895 —

La consolidation des terrains en pente a toujours été une préoccupation pour les hommes de l'art chargés des travaux de terrassement, et les matériaux les plus divers ont été mis en œuvre pour atteindre ce but.

La nature plus ou moins résistante du sol et l'inclinaison plus ou moins accentuée de celui-ci font varier nécessairement les moyens d'action.

Quand on a affaire à des couches solides de calcaire, de schiste, de grès ou de granit, on ne craint pas d'ordinaire les éboulements; aussi peut-on pratiquer des percées même à pic, surtout si ces percées sont à ciel ouvert.

Mais lorsque le sol est formé de particules faciles à diviser, lorsqu'il est friable, en un mot, c'est alors qu'il faut le soutenir soit par

de la maçonnerie, si l'on craint des poussées trop fortes, soit au moyen de contreforts, pilotis, fascines, ou de végétaux, si le terrain est meuble et sans compacité, et c'est le choix de ces végétaux qui fera l'objet de ce mémoire.

On fait souvent des plantations d'arbres, d'arbrisseaux et arbustes, ou de plantes basses rampantes ou gazonnantes pour solidifier la surface ou les parties plus ou moins profondes du terrain. Ces plantations empêchent le sol d'être entamé ou de dévaler par des trépidations réitérées ou les averses qui le ravinent.

Il serait peu facile et peut-être sans utilité d'essayer de faire l'historique de cette question, qui ne présente par elle-même qu'un intérêt relatif et qui ne peut être érigée en théorie. L'expérience seule doit nous guider ici, comme dans toutes les applications qui n'ont pas pour base des lois mathématiques.

D'ailleurs, les opinions sur ce sujet sont variables, et, on le conçoit facilement, ce qui sera préconisé en un point peut ne pas réussir en un autre, et inversement.

Les publications rares et éparses, qui ont indiqué sommairement tels ou tels végétaux susceptibles d'être employés pour soutenir les terres, n'ont pas insisté davantage sur leur importance comparative. On trouve bien quelques listes comprenant des espèces très dissemblables par leurs aptitudes, et dont l'application n'est pas indiquée d'une manière précise. A mon avis, les documents les plus précieux, ceux dont il faut tirer parti, sont les résultats heureux qu'ont obtenus des gens aux prises avec ce genre de difficultés. Car, au demeurant, la seule prétention que l'on puisse avoir dans un travail comme celui-ci, c'est de grouper le mieux possible les tentatives ébauchées ou poursuivies déjà dans cette voie, puis de rechercher ce qu'il y aurait encore à faire, en indiquant des végétaux pouvant s'accommoder au milieu considéré, étant d'une multiplication facile, et que l'on se procurera aisément et à peu de frais.

L'objectif de l'auteur de cette note, on le comprendra sans peine, est d'être utile, dans une certaine mesure, aux Compagnies de chemins de fer. Elles semblent être les plus intéressées à profiter des documents qui ont été réunis dans ce travail et à en apprécier la valeur si, toutefois, il ne paraît pas indigne de l'attention des hommes éminents qui sont à la tête de ces grandes administrations.

L'entreprise de la consolidation des talus de remblais n'est pas neuve et l'on s'est appliqué, au moins localement et depuis longtemps, à parer aux éventualités des ravinements provoqués par les pluies torrentielles, voire même aux éboulements spontanés des terres en surélévation des voies de chemins de fer. Des fonction-

naires de Compagnies se sont ingéniés, en maintes circonstances, à trouver des procédés peu ou point connus pour atteindre ce but, et il y en a qui ne manquent pas d'originalité.

L'administration des forêts s'est occupée du sujet, en pays de montagnes surtout, mais la compétence des forestiers en pareille matière n'est pas discutable.

Je ne sache pas qu'on ait songé à créer des services spéciaux pour l'entretien des terrains en pente dans chaque Compagnie de chemins de fer. On s'en rapporterait jusqu'ici à l'initiative des chefs de sections de la voie, pour faire exécuter ces travaux suivant leur inspiration.

Il en serait de même de l'affermage des produits fourragers, ainsi que de la mise en état des haies de clôture, opérations qui seraient confiées à certains agriculteurs des régions parcourues par le réseau. Il s'ensuivrait, naturellement, que les méthodes et les pratiques devraient être dissemblables et de valeur inégale comme résultat.

Bien qu'il ne s'agisse pas, en apparence du moins, d'une affaire importante et qui doive préoccuper outre mesure le haut personnel des Compagnies, il semble qu'une réglementation un peu uniforme de l'exécution du travail aurait des avantages appréciables. Elle éviterait en beaucoup de cas des travaux onéreux de maçonnerie ou de consolidation spéciaux jugés nécessaires *a priori*, et auxquels on a recours si souvent pour le maintien des terres.

Un autre point qui, ce me semble, mérite d'être traité est la formation des haies de clôture, point qui ne peut être négligé tant que l'on n'aura pas substitué aux haies vives les clôtures en fil de fer, comme cela s'est déjà fait dans plusieurs régions. On peut indiquer à cet effet des espèces particulières autres que celles en usage couramment, ou bien encore proposer des méthodes donnant aux haies une homogénéité plus grande et une impénétrabilité plus assurée.

CONDITIONS PHYSIQUES ET CHIMIQUES DU SOL

A. — Il faut supposer que le sol des tranchées pratiquées pour obtenir une voie satisfaisante est plus ou moins perméable, et qu'il n'est pas rebelle à toute végétation. Dans ces conditions, les talus qu'il s'agira de garnir auront une inclinaison qui variera avec leur hauteur, avec la consistance du sol, et aussi avec le terrain disponible.

La pente à 45° est une pente normale, mais qui peut n'être pas atteinte ou qui est dépassée suivant le besoin. Quand la pente est trop forte, il n'y a guère d'espoir de végétation possible, à moins que ce ne soit au moyen de plantes rampantes que l'on s'efforcera

d'implanter dans le sol. Les exemples de talus à pente très raide et garnis de Lierre, ou d'autres plantes très adhérentes, existent d'ailleurs à Paris même et dans le voisinage le long des voies ferrées.

On a recours aussi dans les cas difficiles, et quand on est en situation pour se procurer des plaques de gazon, d'employer ce procédé, excellent d'ailleurs, qui pourra peut-être garnir suffisamment, si l'on peut espérer quelque fraîcheur, mais en tous cas permettra d'attendre que des cultures consolidantes et durables puissent se faire plus tard.

Le premier besoin qui se fait sentir est la solidification superficielle qui doit s'opposer au ravinement des terres, et que peuvent amener les pluies ou la trépidation causée par les trains en marche. Il faut donc garnir au plus vite d'une végétation provisoire, sinon définitive, et à développement rapide, la surface du terrain quand celui-ci est suffisamment meuble et que l'on soupçonne qu'il soit mouvant.

On a préconisé le Pavot des jardins [1], qui a donné de bons résultats, comme germant rapidement. Cependant, il faut douze à quinze jours en temps favorable pour en voir la germination. Beaucoup d'autres graines germent plus vite encore, et les Crucifères notamment. On sait, par exemple, que le Cresson alénois germe en douze heures dans de bonnes conditions. On pourrait employer la Moutarde blanche, la Moutarde noire, la Moutarde sauvage, le Colza. En moins d'une semaine, étant semées, ces graines montrent leurs cotylédons. Il en est de même de la graine de Lin, qui a servi quelquefois à faire des gazons de circonstance et qu'il fallait avoir en quarante-huit heures.

B. — On sait maintenant que la composition chimique du sol a une influence marquée sur les végétaux. Pas sur tous cependant, car on est d'accord pour reconnaître qu'il y a des espèces indifférentes. Mais les observations à cet égard ne sont pas encore achevées et le sujet n'est pas épuisé [2]. Quoi qu'il en soit, il est incontestable que les plantes ont en général une préférence les unes pour le calcaire — c'est le plus grand nombre — et les autres pour le silice. Les

(1) Un chef de section de la Compagnie de l'État, à Nogent-le-Rotrou, comprenant que l'ensemencement d'une graine à germination prompte pouvait être utile pour la consolidation des talus de remblais, avait imaginé d'employer le Pavot des jardins à cet usage. Le choix d'une plante annuelle ne pouvait avoir qu'une durée temporaire; mais, comme le dit fort bien ce fonctionnaire, auquel j'emprunte ces détails intéressants, elle permettait d'attendre que d'autres plantes plus fixantes du sol prissent racine et complétassent cet élément de soutien. C'est après dix ans d'expérience que le chef de section dont il s'agit a recommandé le Pavot pour talus de chemins de fer.

(2) Il est tout à fait inutile d'entrer ici dans des détails relatifs à l'absorption du calcaire et de la silice par les plantes. Ces questions délicates de chimie et de biologie sont encore en discussion et n'ont pas à figurer dans ce travail.

botanistes ont baptisé les unes calcicoles et les autres silicicoles, ou, par opposition, calcifuges et silicifuges. Cependant, cette expression de calcifuges semble un peu forcée, car il est à peu près certain que le calcaire est indispensable à la végétation. Dans les sols les plus siliceux, il y a toujours un peu de calcaire, et les pluies elles-mêmes, au début des averses, en contiennent des traces. On pense même que l'alumine joue un rôle également et que certaines plantes la recherchent. L'assimilation de ce corps ou de ses composés est encore très obscure.

En résumé, il sera bon de se conformer à cette sorte de règle en ne faisant des semis ou des plantations que lorsque l'on connaîtra la nature du sol, observation élémentaire pour l'ingénieur.

Puisque en réalité nous sommes en pleine technique, je ne crains pas de proposer l'emploi d'un instrument pour se rendre compte rapidement de la nature chimique du sol, en supposant que la surface n'éclaire pas suffisamment l'observateur. Il s'agit d'une sonde de fer en gouttière, d'un mètre de haut et large de trois centimètres, avec poignée, et que l'on enfonce en terre en tournant jusqu'à ce qu'on ait atteint à la profondeur jugée nécessaire. On ramène alors, en tirant à soi, un cylindre terreux qui est exploré dans son ensemble et qui fixera immédiatement l'opérateur s'il avait des doutes à dissiper.

SEMIS DES ESPÈCES GAZONNANTES

Les semis pour la consolidation superficielle devront se faire de préférence à une époque tempérée de l'automne, en septembre par exemple, saison pendant laquelle les fortes pluies ou les orages sont moins à craindre qu'au printemps. Si le sol est légèrement humidifié, les conditions seront excellentes : il retiendra mieux les graines, et celles-ci germeront plus vite, tandis que par une température basse et un temps sec on peut attendre indéfiniment la germination.

L'épandage des graines, surtout lorsqu'elles sont fines, devra se faire avec l'adjonction de terre sèche pulvérisée ou de sable fin (environ deux tiers ou trois quarts pour un de graines). Les semis faits avec la graine seule sont trop drus; il y a toujours perte de semence, tandis que la main lance mieux et plus sûrement une matière lourde que légère et la répartition est plus égale. Puis enfin cette association fait une mince couverture à la graine, dans le cas où on ne jugerait pas nécessaire de la recouvrir d'une couche de terre, craignant de placer celle-ci trop profondément, et sur un terrain en pente déjà défectueux pour la stabilité de ce que l'on veut y épandre.

A cet effet d'ailleurs, et si le sol est maniable, on fera bien de promener un râteau à dents de quatre à cinq centimètres d'écartement, ou une fourche à branches rapprochées, dans le sens longitudinal du talus, avant de faire le semis. Il en résultera autant de petits sillons, retenant la graine

fort à propos. Enfin, on complétera l'opération en faisant un foulage léger du sol au moyen de battes en bois, pour enterrer un peu la graine et consolider la surface.

On ne saurait trop recommander, pour économiser le temps et faire œuvre durable, d'associer à la graine de l'espèce temporaire et à germination rapide — s'il y a lieu de l'employer — la graine des autres espèces gazonnantes que l'on désirera fixer définitivement. On mettrait la première dans une faible proportion, mais suffisante pour faire un semis convenable, et tandis que l'espèce temporaire s'élèverait, les autres, plus tardives et vivaces, viendraient à son ombre; et alors que le rôle de la première s'achèverait, celui des secondes commencerait.

Dans un cas quelconque, il faudra, pour un gazonnement définitif, faire toujours un compost, c'est-à-dire un mélange de plusieurs espèces appropriées au terrain. Il arrivera presque fatalement que certaines succomberont, mais les autres prendront pied comme cela se passe dans les prés artificiels. Il faudra aussi compter sur les herbes sauvages qui enverront leurs graines du voisinage et qui viendront faire un appoint sur lequel on ne comptait pas.

La composition des graines de gazons est faite d'ordinaire par les marchands grainiers, suivant la nature du terrain; mais il faut être certain que les espèces désirées s'y trouvent bien. Les listes dressées à cet effet par la maison Vilmorin sont soigneusement faites et les fournitures habituellement irréprochables. Néanmoins, dans le cas présent, il pourra y avoir des modifications auxquelles les fournisseurs devront se prêter suivant le besoin.

ESPÈCES A SEMER ET PRÉCONISÉES POUR LES GAZONNEMENTS EN SOL CALCAIRE, DANS LA RÉGION MOYENNE DE LA FRANCE

Parmi les Graminées qui formeront toujours la base du gazonnement des talus, le Brome dressé *(Bromus erectus)* tiendra la première place en terrain calcaire. Ce Brome résiste aux sécheresses opiniâtres. C'est lui qui domine sur les talus des fortifications. Brûlé par le soleil, il reverdit aux premières pluies, alors que tout est mort autour de lui.

La Houlque laineuse *(Holcus lanatus)* prospère mieux en terrain frais qu'en terrain sec; mais elle résiste longtemps encore dans ce dernier. Elle forme des touffes serrées et durables.

La Fétuque rouge *(Festuca rubra)*, par ses qualités de plante traçante, ne devra pas être omise. Elle supporte volontiers la sécheresse. On la nomme souvent dans le commerce « Fétuque durette ». Elle vient également en terrain siliceux.

Le Brome-Chiendent *(Bromus pinnatus)*, ainsi que sa variété *australe* sont très traçants et recommandables. La dernière surtout résiste beaucoup aux terrains secs et sera précieuse dans le Midi.

Le Paturin des prés *(Poa pratensis)* est également très résistant à la sécheresse et il est assez traçant; mais avec un peu d'humidité il acquiert alors de fortes proportions.

Le Paturin comprimé ou du Canada *(Poa compressa)*, indigène comme les précédents, est peu productif; c'est une herbe courte, mais qui peut

croître dans les plus mauvais terrains : secs, pierreux et même sur les vieux murs. Il ne faudra pas le négliger.

L'Agrostide traçante *(Agrostis stolonifera)* est très traçante, comme son nom l'indique, surtout en terrain frais; mais elle supporte vaillamment la sécheresse.

Le Fromental *(Avena elatior)* est peu difficile sur le choix du terrain ; on le rencontre fréquemment sur les talus de chemins de fer, où il se maintient très bien.

Le Ray-Grass anglais *(Lolium perenne)*. On ne saurait trop recommander cette graminée, connue de tous, pour la formation des gazons. Ce n'est pas qu'il faille beaucoup compter sur elle pour se maintenir longtemps sur les talus, si la sécheresse était persistante; mais comme les graines germent promptement, elle servira de protection aux autres espèces moins hâtives dans les composts.

Comme plantes spéciales, également vivaces et étrangères aux Graminées, il faut mentionner quelques Composées et quelques Légumineuses que l'on devra associer aux Graminées employées.

La plus résistante des Composées est le Mille-Feuille *(Achillea millefolium)*. Cette plante, essentiellement calcicole, s'accommode des plus pauvres terrains. Elle trace beaucoup et étouffe souvent les espèces délicates dans les gazons, d'où on ne l'extirpe pas assez souvent.

Enfin, la Pâquerette *(Bellis perennis)*, qui envahit souvent les pelouses, tient bien les terres ; mais il lui faut un peu de fraîcheur du sol.

Doit-on signaler le Pissenlit ou Dent-de-Lion *(Taraxacum Dens-Leonis)*, qui vient le plus souvent seul, de graines apportées par le vent, ainsi que les Lacerons, qui se propagent de la même façon?

Au nombre des Légumineuses, il faut placer tout d'abord le Trèfle blanc ou rampant *(Trifolium repens)*, plante du calcaire et gazonnante par excellence.

Le Lotier corniculé *(Lotus corniculatus)*, également commun dans les pelouses, et la Coronille rose *(Coronilla varia)*, qui étale souvent ses belles touffes de rameaux fleuris le long des chemins de fer, ne sont pas à négliger.

Quant au Mélilot blanc, répandu aussi le long des voies ferrées, il a son importance, quoique n'étant qu'une plante bisannuelle, qui, d'ailleurs, se ressème d'elle-même.

Il ne faut pas s'attarder sur les mérites de la Luzerne, bien connue, pas plus que sur sa variété la Luzerne rustique *(Medicago media)*, qui a des qualités premières pour la consolidation des plus mauvaises terres.

Enfin, à d'autres familles appartiennent des espèces recommandables telles que la Pimprenelle *(Poterium sanguisorba)*, le Plantain lancéolé *(Plantago lanceolata)*, rustiques et des terres médiocres. On en peut dire autant de la Giroflée jaune *(Cheiranthus Cheiri)*, qui vit dans les vieilles murailles, de la Valériane rouge *(Centranthus ruber)*, de la Digitale jaune *(Digitalis lutea)*, espèce calcicole, alors que sa sœur, la Digitale pourpre *(D. purpurea)*, est silicicole.

L'*Ononis fruticosa* a attiré l'attention des forestiers, comme pouvant consolider le sol déclive en pays montagneux.

Il ne faut pas terminer cette énumération sans mentionner la Sauge des prés *(Salvia pratensis)*, le Muflier *(Antirrhinum majus)* et la Campanule

fausse Raiponce (*Campanula rapunculoides*), très traçante et abondante dans les éboulis de certaines carrières de calcaire des environs de Paris.

PLANTES VIVACES ACCESSOIRES POUR SOLS CALCAIRES, SE REPRODUISANT PAR SECTIONNEMENT DE LA SOUCHE OU PIED-MÈRE

Beaucoup de plantes vivaces, décoratives ou non, faciles à se procurer, et se multipliant par division des pieds-mères, peuvent servir au soutien des terres.

Le Pas-d'Ane *(Tussilago Farfara)*, si commun dans les sols argilo-calcaires, se rencontre déjà sur les talus, et son mérite comme plante traçante est connu de tout le monde.

Les *Aster*, ainsi que les Verge-d'Or *(Solidago)* qui, dans les jardins, forment d'énormes touffes souvent très envahissantes, seraient de bonnes plantes pour garnir les talus également calcaires. Parmi les espèces du premier genre, on prendrait les *A. pendulus, A. novi-Belgii, A. horizontalis, A. formosissimus, A. simplex, A. fragilis*, etc.

Les *Solidago*, encore plus résistants et plus traçants peut-être que les *Aster*, offriraient les *S. canadensis, S. multiflora, S. glabra, S. graminifolia*, ce dernier est prodigieusement traçant.

Enfin, et encore de la famille des Composées, on aurait parmi les plantes à la mode, un soleil vivace, l'*Helianthus laetiflorus*, qui, en peu de temps, fait une garniture telle qu'il faut la maitriser dans les jardins. Ce soleil produit des traçons de 60 à 80 centimètres se dirigeant de tous côtés.

Une plante moins élevée de taille, mais très recommandable, est l'Épiaire laineuse *(Stachys lanata)*, de la famille des Labiées. Elle est excessivement traçante et vient presque aussi bien en terrain sec qu'en sol frais. Ses feuilles, couvertes de longs poils d'aspect argenté, la font rechercher pour bordures et rocailles.

Les plantes vivaces de cette sorte pourraient être économiquement cultivées et multipliées par des fonctionnaires des Compagnies, sur les espaces d'un terrain plat qui ne serait pas trop stérile, comme il n'en manque pas le long des voies ferrées. Ces plantes n'exigeraient aucun soin, si ce n'est que chaque année on diviserait les touffes trop fortes en autant de pieds, que l'on mettrait à la suite. On aurait ainsi une réserve dans laquelle on puiserait au moment voulu pour les plantations.

PLANTES ARBUSTIVES POUR TERRAINS CALCAIRES

A. — *A feuilles persistantes.* — Les plantes arbustives, qui devront suivre ou accompagner les plantes gazonnantes, seront d'un intérêt majeur pour soutenir les terres, quand ces dernières espèces seront insuffisantes.

J'écarterai à dessein de ce chapitre les plantes essentiellement ligneuses pour en parler plus loin; elles n'ont pas, à mon avis, l'importance des plantes basses, arbustes ou arbrisseaux, pour l'application qui nous occupe.

Le Lierre *(Hedera Helix)* serait le végétal idéal si l'on pouvait s'en servir dans tous les cas où il pourrait être utile. Rampant, s'enracinant de lui-même, ayant un feuillage durable, il a toutes les qualités désirables,

quand il se plaît là où il est planté. On ne peut reprocher au Lierre que d'avoir une croissance un peu lente dans les premiers temps de sa plantation, et de redouter les terrains trop secs.

La plantation du Lierre devra se faire à la partie supérieure et à la base du talus; on laissera cinquante centimètres environ d'écartement entre chaque pied, et l'on aura soin, pendant la végétation, de diriger les rameaux à la rencontre les uns des autres, vers le centre du talus, et de favoriser les premiers enracinements. Si des éboulements partiels survenaient, la plantation du bas pourrait être compromise, tandis que celle du haut subsisterait, et, en descendant, garnirait encore le talus.

Une autre plante, du même tempérament que le Lierre, traçante mais non grimpante, est le Fusain rampant *(Evonymus radicans)*. Celui-ci vient également en sol médiocre pourvu qu'il ait quelque fraîcheur, et il produit le meilleur effet.

Le Millepertuis à grandes fleurs *(Hypericum calycinum)*, de l'Europe orientale, est tout à fait recommandable; il est à la fois consolidant et décoratif. C'est une espèce trop négligée. Très traçante et rustique, elle se maintient dans les plus mauvaises terres, à la condition toutefois qu'elles soient perméables et non totalement dépourvues d'humidité; supportant le soleil, mais faisant merveille à l'ombre. Je l'ai fait essayer avec plein succès, il y a quinze ans environ, sur une pente de talus, face au nord, chez M. Pereire, à Armainvillers, là où aucune plante n'avait réussi jusqu'alors.

La Petite Pervenche *(Vinca minor)*, commune dans nos bois, peut rendre aussi des services; mais elle est un peu lente à partir, comme disent les jardiniers; cependant, quand elle se plaît là où elle est plantée, elle pousse avec vigueur.

Une espèce précieuse, et qui serait à essayer en talus, est le *Mahonia* rampant *(M. repens)* de l'Amérique du Nord. Arbuste traçant de cinquante à soixante centimètres de haut, d'une résistance remarquable et peu difficile sur le choix du terrain. Il importe de soigner sa plantation, afin qu'il ne manque pas à la reprise, ce qui arrive souvent lorsqu'on laisse les racines à l'air et privées d'humidité plus que de raison.

B. — *A feuilles caduques.* — Plusieurs des espèces indiquées dans ce paragraphe ont déjà fait leurs preuves. Les essais qui ont été faits par diverses Compagnies de chemins de fer ont pu fixer l'opinion des ingénieurs sur leur mérite.

En première ligne, il faudra placer le Lyciet *(Lycium barbarum)*, arbuste un peu épineux, à rameaux nombreux, flexueux, pendants et formant par leur nombre un dôme de verdure en été. Prodigieusement traçant, quand il est placé en talus et que l'on a soin de tailler les rameaux principaux pour l'y contraindre, le Lyciet est une précieuse ressource pour le maintien des terres. Le midi de l'Europe est sa patrie, ainsi que du *L. mediterraneum;* mais ce dernier a les rameaux dressés et convient mieux pour clôtures. Les Lyciets résistent aux sols les plus arides et, tout en étant calcicoles, ils ne redoutent pas la silice. Ils se reproduisent par boutures, par éclats du pied et par graines.

La Symphorine à petites fleurs *(Symphoricarpos vulgaris)*, mais surtout la Symphorine à grappes *(S. racemosus)*, toutes deux de l'Amérique

du Nord, se trouvent dans tous les jardins. Ces arbustes, de un mètre de haut environ, sont rameux et traçants. Le dernier, principalement, fait des touffes énormes et souvent gênantes par leur développement. Ce sont d'excellentes espèces pour talus et peu exigentes sur la qualité du terrain, se reproduisant par graines ou par division des touffes.

Les Spirées, dont plusieurs sont cultivées dans les massifs d'ornement, ont également des qualités comme plantes rustiques et consolidantes. On peut citer les *Spiræa Reweriana, S. trilobata, S. flexuosa, S. chamædrifolia, S. ulmifolia,* etc. Les deux premières espèces, particulièrement, sont très vigoureuses; néanmoins, les autres peuvent être essayées comparativement. Multiplication par éclats du pied.

Un Amandier nain *(Amygdalus orientalis* ou *nana)* est d'une vigueur remarquable et trace d'une manière étonnante. Cette espèce reste toujours naine, surtout si on la laisse s'étendre à son gré souterrainement. Se multiplie par noyaux ou au moyen des parties traçantes.

Le Lilas commun *(Syringa vulgaris)* est déjà employé pour soutenir les terrains en pente. Il émet de nombreux rameaux traçants si l'on a soin surtout de rabattre ses tiges par la taille. C'est un arbrisseau quelque peu épuisant du sol, mais il se maintient dans les plus mauvaises terres.

Le Sureau à grappes *(Sambucus racemosa),* des bois montagneux et calcaires de l'Europe, se voit quelquefois le long des chemins de fer. C'est un arbrisseau atteignant deux à trois mètres de haut, rameux et ornemental par ses grappes de fruits rouges qui se montrent à l'automne. Il se plaît volontiers sur les pentes, où il fait le meilleur effet. Ce Sureau tient bien les terres. Il se multiplie facilement par boutures.

Parmi les Groseilliers, il en est quelques-uns qui feraient bien en talus. Je citerai un des plus communs, le *Ribes alpinum,* qui croît spontanément en France, sur les pentes des montagnes. Les *R. aureum* et *R. palmatum* de l'Amérique du Nord seraient à essayer. Multiplication par éclats, marcottes ou boutures.

Un arbrisseau qui n'est pas un inconnu est le Baguenaudier *(Colutea arborescens).* On le voit assez fréquemment le long des voies ferrées, et il s'y comporte très bien, même dans les sols les plus ingrats, mais toujours calcaires. Multiplication par drageons ou par graines.

Les *Tamarix,* dont trois espèces viennent spontanément en France *(T. gallica* et *T. africana,* des côtes de Provence, *T. anglica,* des côtes de l'Océan), sont des arbrisseaux pouvant très bien être utilisés sur les talus, aussi bien en terrain calcaire qu'en terrain siliceux. Dans l'intérieur des terres, le *T. indica,* fréquent dans les jardins, vient presque aussi facilement que les Saules, et c'est celui-là qu'il faudra employer dans la région du centre. D'ailleurs, toutes les espèces reprennent facilement de boutures et supportent très bien la taille. De préférence, on fera des boutures en février avec des branches de deux ans.

Un arbuste d'une valeur réelle est le Pourpier de mer *(Atriplex Halimus),* Chenopodée du Midi et des marais salants de l'Est. Il remonte le long du littoral de l'Océan jusqu'en Normandie. On s'en sert surtout pour faire des haies, mais il ferait très bien en talus. La Compagnie d'Orléans, m'assure-t-on, en emploie beaucoup dans la région bretonne voisine de la mer. Comme cette plante semble être indifférente et qu'elle

vient dans les terrains les plus variés, nous en reparlerons aux plantes silicicoles. Elle se multiple très bien de boutures.

En sol frais, l'emploi des Saules à Osier serait avantageux pour maintenir les terres. Après un semis de gazonnement en talus, on ficherait des branches d'osier tronçonnées en boutures de trente à trente-cinq centimètres de longueur; celles-ci devraient avoir entre elles un espacement de quarante à cinquante centimètres et être disposées en quinconce [1].

Chaque année on pratiquerait le rabattage, comme dans les oseraies, et le produit serait vendu ou utilisé.

On peut aussi garnir le sol en couchant, au moyen de crossettes, des branches d'Osier, qui émettent bientôt des bourgeons et des racines; mais ce procédé n'a rien de bien pratique.

Les espèces d'Osiers qui sont estimées dans l'industrie pour la vannerie et comme liens sont les suivantes : l'Osier jaune ou Vitellin *(Salix vitellina)*, l'Osier blanc, Osier vert ou des vanniers *(S. viminalis)*, le plus recherché pour la grosse vannerie; l'Osier pourpre ou rouge *(S. purpurea)*, l'Osier brun ou franc *(S. amygdalina)*, et enfin l'Osier fragile *(S. fragilis)*.

Un arbrisseau qui devient un arbre dans les parcs et jardins, le Bois de de Sainte-Lucie *(Prunus Mahaleb)*, est très vanté comme espèce calcicole, s'accommodant des plus mauvais terrains. En talus, il reste bas et prend une forme tortueuse; on en voit çà et là le long des lignes ferrées.

Je citerai deux espèces pour indiquer seulement qu'elles viennent dans les sols calcaires les plus pauvres, et qu'à la rigueur on pourrait les utiliser. Le Genévrier *(Juniperus communis)* croît spontanément sur le calcaire, et même sur la craie pure (dans la Somme et ailleurs), et le Buis *(Buxus sempervirens)*, qui est abondant sur le calcaire jurassique de la Bourgogne et autres provinces françaises.

Les Bambous, dont quatre ou cinq espèces viennent en pleine terre, sous la latitude parisienne, ont été employés en quelques circonstances au maintien des terres. Ils sont très traçants et ne doivent pas être oubliés; mais je pense que c'est dans le midi qu'il faut en encourager la culture, car ils font merveille dans cette région. On trouvera d'autres renseignements sur les Bambous au chapitre des plantes du Midi.

VÉGÉTAUX A EMPLOYER EN SOL SILICEUX

On n'aura pas ici les ressources que l'on avait en sol calcaire, car il y a beaucoup plus d'espèces calcicoles que d'espèces silicicoles [2].

C'est surtout pour les plantes gazonnantes que la distinction est importante. Quant aux espèces arbustives et aux arbres en parti-

[1] Après la récolte, de novembre à février, il faut prendre, pour faire les boutures, les plus belles branches et les laisser mûrir pendant quelques semaines, en les mettant en botte dans un endroit sain. Puis on taille, à la serpette, des boutures bien nettes que l'on laisse se ressuyer pendant un jour ou deux. Enfin, au moyen d'un plantoir en fer effilé, on prépare des trous pour y enfoncer les boutures de vingt centimètres en terre.

[2] Dans le département du Lot, où le calcaire domine, la flore est d'une richesse presque double de celle du département de la Haute-Vienne, dont le sol est presque entièrement siliceux.

culier, la chose est moins sensible, parce qu'ils peuvent aller chercher plus profondément dans le sol les éléments qui leur sont utiles. Cependant, il faut reconnaître que certains arbres se refusent obstinément à venir en sol calcaire, le Châtaignier notamment.

On incline à penser que les conditions physiques du sol ont peut-être plus d'influence qu'on ne croit sur la végétation. Dans un sol à particules très divisées, on verra telles espèces se plaire, alors que dans le même terrain compact ce sera le contraire.

Ce qui pourra ébranler la théorie admise, ce seront les espèces nommées indifférentes, et ce sont elles, peut-être, qui éclaireront le point resté obscur jusqu'à présent. Ainsi, un des éléments nécessaires à presque tous les végétaux, dans des proportions variables, est la potasse, et si on connaissait d'avance la teneur de cette base dans les sols d'aspect différent, on aurait probablement la clef du problème.

La Vigne croit également en calcaire et en silice, et elle a un besoin impérieux de potasse, comme le prouve la grande quantité de ce corps qu'on trouve dans ses cendres. Ce n'est pas la silice qu'elle recherche, mais la potasse, qui ne manque pas dans la plupart des sols siliceux.

La grande Fougère de nos bois siliceux *(Pteris aquilina)* est peut-être la plante qui contient le plus de potasse; la proportion est énorme; c'est donc aussi ce sel, dont elle est avide, qu'elle puise dans le sol qui doit en être imprégné.

ESPÈCES GAZONNANTES SILICICOLES

Les Graminées ne fourniront que peu d'espèces, et l'on pourra semer en compost les suivantes :

La Fétuque ovine *(Festuca ovina)* et sa variété la Fétuque à feuilles menues *(F. tenuifolia)* seront, avec une seconde variété, la F. glauque *(F. glauca)*, des sortes excellentes en terrain siliceux. On pourra même y associer la F. rouge, dont il est parlé au chapitre des espèces calcicoles, elle est très traçante, alors que les autres sont cespiteuses, et elle vient volontiers en terre siliceuse.

La Canche flexueuse *(Aira flexuosa)* est cette jolie Graminée à panicules ornementales vendues parfois sur les marchés. Elle vient dans les sables siliceux les plus arides.

On doit se défier de ce que l'on vend fréquemment sous ce nom, et qui n'est autre que l'Avoine jaunâtre.

Le *Danthonia decumbens* est aussi une bonne espèce à préconiser, et qui fait des touffes compactes et tenant bien au sol.

Enfin, la meilleure Graminée, pour garnir les talus sablonneux, est le Roseau des sables; en picard, Oyat; dans le Bordelais, Gourbet *(Arundo arenaria* ou *Psamma arenaria)*.

C'est cette plante dont l'utilité est de premier ordre pour consolider les sables, et qui est connue de tous ceux qui ont vu la région des dunes au bord de l'Océan ou de la Manche. Quoique la graine soit peu abondante, et que la multiplication de l'Oyat se fasse habituellement par boutures, on en trouve néanmoins dans le commerce.

La Canche blanchâtre *(Aira canescens)*, espèce des sables siliceux ou calcaires, serait recommandable si l'on pouvait se procurer la semence chez les marchands grainiers.

Comme il a été dit au chapitre des espèces calcicoles, il faudra toujours, dans les composts, ajouter une certaine proportion de Ray-grass anglais comme adjuvant, quand on fera les semis.

En dehors des Graminées, on pourra tirer un bon parti de la Digitale pourpre *(Digitalis purpurea)*, plante bisannuelle, qui se ressèmera d'elle-même abondamment.

Il en sera de même et mieux encore avec l'Onagre *(Œnothera biennis)*, espèce également indigène, venant particulièrement dans les clairières des bois, essentiellement silicicole comme la Digitale, dans la nature, et dans les jardins, cependant, elles s'accommodent toutes deux de terrains variés.

Le Pissenlit, quoique plutôt calcicole, supporte la silice et peut s'y main tenir longtemps. On fait d'ailleurs de beaux Pissenlits blanchis en terre siliceuse, avec un peu de fumure et en les buttant à plusieurs reprises.

On ne manquera pas d'ajouter aussi l'Oseille *(Rumex acetosa)* dans les composts, quoique cette plante étouffe parfois les Graminées. Bien que considérée comme calcicole, l'Oseille vient bien en terrain siliceux (1).

On pourrait, si on le juge à propos, et que le sol qu'il s'agirait d'occuper ne soit pas entièrement siliceux, employer les *Aster*, ou mieux encore les *Solidago*, qui se comporteraient très bien. Mais ces plantes ne sont mentionnées que comme accessoires.

Ce serait un oubli que de ne pas signaler l'Arrête-Bœuf *(Ononis repens)*, ainsi nommé parce que ses puissantes racines arrêteraient la charrue lorsque le soc les rencontre. Cette espèce serait une excellente plante de talus. Elle est répandue dans tous les sables du littoral marin et même de l'intérieur des terres.

ARBUSTES ET ARBRISSEAUX POUR SOLS SILICEUX

L'énumération en sera courte si l'on comprend les espèces spécialement silicicoles. Deux ou trois sortes seulement seront indiquées ici.

Les Ajoncs *(Ulex europæus* et *U. nanus)*. Ces plantes épineuses et bien connues atteignent 50 centimètres à 1m50 en moyenne. On sait aussi que ce sont de précieuses plantes fourragères d'hiver, très employées en Bretagne et dans la région sud de l'Angleterre. On a même inventé des machines spéciales pour broyer l'Ajonc, et en supprimer les épines avant de le donner au bétail. On s'en sert aussi comme clôture là où il se plaît.

L'Ajonc ne se repique pas; il doit être semé en mars de préférence, et autant que possible en compagnie d'une Graminée gazonnante, ou bien encore du Seigle, qui sera temporaire, étant annuel, et qui servira de pro-

(1) J'ai vu récemment une pelouse de jardin dans une région de l'Ouest en sol réellement siliceux (les environs sont couverts d'ajoncs et de bruyères), littéralement envahie par l'Oseille et le Pissenlit, qui n'y avaient pas été semés assurément.

tection au jeune plant, celui-ci étant délicat la première année. Un des inconvénients de cette plante est de ne pas supporter des froids exceptionnellement rigoureux, sans perdre une partie de ses branches.

Le seul recommandable pour talus est le grand Ajonc; l'Ajonc nain n'aurait pas chance de réussir.

Le Genêt commun ou à balais *(Genista scoparia)* a la même valeur pour talus de remblais que l'Ajonc; il atteint la même taille que lui, mais il n'est pas épineux. Ce Genêt se voit d'ailleurs fréquemment, ainsi que le précédent, le long des lignes ferrées où ils sont venus spontanément. Leur présence est l'indice certain de la silice.

Le semis doit se faire aussi au printemps et avec une graminée, comme il a été dit pour l'Ajonc.

L'*Hippophae rhamnoides* est encore un arbrisseau spécial des sables. « L'Argousier remplit les vallées des Alpes du Dauphiné et descend, avec les cours d'eau, jusqu'aux bords de la Méditerranée. » Il est abondant dans les dunes de Saint-Quentin et les sables du littoral de la Manche. On l'a introduit à Herblay, près Paris, où il foisonne. Il a l'inconvénient d'être épineux et sa croissance est assez lente; mais il est robuste et s'arrange des conditions quelconques de température. Multiplication par rejetons, par boutures et aussi par graines.

Le Pourpier de mer *(Atriplex Halimus)* sera une ressource pour les talus sablonneux. Il a fait ses preuves dans l'Ouest, et il doit réussir ailleurs. Quoique répandu au voisinage de la mer, il se maintient dans nos jardins botaniques du centre. C'est, on le voit, une espèce indifférente, mais qui préfère les sables aux autres terrains. (Voir aux plantes calcicoles.)

Les Saules à Osier viendront volontiers en talus sablonneux, avec association d'autres sortes d'arbrisseaux, s'il y a de la fraîcheur de fond, ce que l'on pourra constater au moyen de la sonde.

PLANTES VIVACES, ARBUSTES ET ARBRISSEAUX PROPOSÉS POUR LA RÉGION DU MIDI

Il y aura quelque variante pour les cultures en talus dans la région du Midi. Les espèces gazonnantes seront sensiblement les mêmes. Les sortes sauvages, qui viendront d'elles-mêmes s'associer aux espèces semées, seront les bienvenues. Elles donneront leur appoint et indiqueront peut-être de nouvelles recrues à faire. Déjà plusieurs d'entre elles se remarquent le long des voies ferrées dans le Midi, et il faudra s'appliquer à les répandre.

A. — Deux Liserons *(Convolvulus althæoides* et *cantabrica)* qui, avec la Coronille rose *(Coronilla varia)* charment la vue, en passant en chemin de fer à l'époque de leur floraison, sont de bonnes espèces vivaces dont on ne saurait trop encourager l'extension. Leurs racines pivotantes et leurs rameaux étalés, souvent en larges plaques, sont une garantie de consolidation du sol.

La *C. cantabrica* remonte du Midi et va d'un côté jusqu'en Bourgogne, et de l'autre côté jusqu'en Gironde. Quant au *C. althæoides,* son ère est moins étendue; c'est en Provence et le long du littoral, jusqu'en Espagne, qu'il est spontané.

Les graines de ces Liserons ne se trouvent pas couramment dans le

commerce, mais on se les procurerait en les demandant d'avance à des maisons recommandables.

Une espèce à propager pour le Midi est une Valériane *(Valeriana tripteris)* qui croît spontanément dans les Alpes, le Jura, les Cévennes, le Puy-de-Dôme et les Pyrénées. « Plante à forte racine, émettant plusieurs souches ligneuses et étalées, etc. »

Le rôle de cette Valériane est important; les forestiers des régions où elle se rencontre s'en servent avec succès pour consolider le sol instable dans les parties déclives.

On peut ajouter une Légumineuse arbustive, le *Dorycnium suffruticosum*, plante rameuse, étalée et qui serait très consolidante.

Enfin les Gesses (*Lathyrus latifolius, L. ensifolius, L. sylvestris*, etc.), qui ne sont pas essentiellement méridionales, pourraient également rendre des services.

Il ne faut pas oublier les Ficoïdes *(Mesembryanthemum edule* et *M. aciniforme)* du cap de Bonne-Espérance, et qui se sont implantées dans le midi de l'Europe comme chez elles. Sur les vieux murs, dans les endroits pierreux et stériles, ces plantes s'incrustent et rampent aux expositions les plus ensoleillées. On peut les considérer comme indifférentes, mais elles préfèrent la silice au calcaire. Elles se reproduisent par bouture avec une extrême facilité.

B. — Parmi les espèces ligneuses, mais basses relativement, il faut signaler pour la région des Oliviers :

Le *Bupleurum fruticosum*, Ombellifère à feuilles simples, formant de fortes touffes et bonne pour sols calcaires; le Redoul *(Coriaria myrtifolia)*, arbrisseau dont les produits sont employés dans la tannerie, et croissant volontiers en terrain médiocre. Il se multiplie par rejetons et par boutures.

Le Sumac des corroyeurs *(Rhus coriaria)* est précieux pour les coteaux pierreux et arides. Il se multiplie comme le précédent. On fait un commerce considérable de ses feuilles pour la tannerie.

Le Genêt d'Espagne *(Spartium junceum)* est un arbrisseau mémorable par le parfum accentué de ses fleurs. On le rencontre çà et là le long des chemins de fer, et il ne faut pas manquer de le propager. Il est parfait pour talus dans le Midi, car il aime les sols secs et les expositions chaudes. Sa multiplication se fait par graines.

Les *Tamarix*, dont il est question au chapitre des espèces calcicoles, ne devront pas être omis pour la région méridionale. Dans une intéressante note due aux observations de MM. Vilbouchevitch et Reich (*Revue des Sc. appl. Soc. d'Acclimatation*, mars 1891), on pourra voir tout ce qu'on peut espérer des *Tamarix* dans la vallée du Rhône, la Camargue, etc., employés pour digues, utilisés pour leur bois et recommandés comme espèces des eaux saumâtres.

Peut-être pourrait-on tirer un bon parti des Nerpruns *(Rhamnus oleoides)* et de l'Alaterne *(R. Alaternus)*, ainsi que des Pistachiers *(Pistacia Lenticus* et *P. Terebinthus)*, et enfin de l'Olivier sauvage et de l'Arbousier *(Arbutus Unedo)*; mais je ne cite ces espèces que pour mémoire et pour engager à les essayer, s'ils ne le sont pas déjà.

Beaucoup d'autres spécimens d'arbustes ou arbrisseaux exotiques, et introduits depuis longtemps, pourraient être préconisés, mais je me suis

appliqué à n'avoir recours qu'aux espèces indigènes autant que possible.

La Canne de Provence (*Arundo Donax*), qui passe pour aimer les sols frais, vient cependant dans des terrains secs et pauvres. C'est encore une plante consolidante à laquelle il faudra penser. Entre Tarascon et Arles la Compagnie P.-L.-M. l'a employée dans une assez grande étendue. Les produits servent à faire des cannes à pêche et des paniers.

Faut-il préconiser la culture des Bambous pour talus? Je sais qu'ils ont été indiqués déjà dans ce but. Longtemps cultivés en serre, on s'est décidé un jour à oublier ces Graminées ligneuses dehors, en hiver, et l'on s'est aperçu que plusieurs espèces étaient d'une rusticité remarquable. Les Bambous sont traçants, surtout en terrain meuble, et s'ils pouvaient être adoptés, ils seraient d'une grande utilité. Un intéressant article a été publié par M. Garrigues [1] qui a fait l'application des Bambous, avec l'assentiment des ingénieurs de la Compagnie du Midi, au pont de la Bidouze, près Bayonne, sur des remblais sablonneux qui s'effondraient et dont il est parvenu à soutenir les terres.

Les espèces à cultiver et par ordre de rusticité seraient les suivantes :

Bambusa aurea, B. Metake, B. viridi glaucescens, B. nigra, B. Simonii, ce dernier prôné déjà pour la consolidation des dunes.

Quoique résistant bien jusque dans le nord de la France, c'est à partir du 45° de latitude, et en allant vers le sud, que les Bambous se développent avec une vigueur remarquable.

Les arbrisseaux et arbustes à aiguillons ou à épines vulnérantes sont passés sous silence, sauf l'Argousier, à cause de son importance dans les sables où il drageonne. A mon avis ils ne doivent être employés qu'à défaut d'autres sortes, à cause de la gêne ou des blessures qu'ils peuvent occasionner. Tels sont les Ronces, les Églantiers, le Prunellier, etc. On devra réserver les espèces épineuses pour les haies, ce qui semble, d'ailleurs, tout indiqué.

Je n'ai rien dit non plus des plantes sarmenteuses, comme la Clématite des bois, qui ne s'enracine pas facilement d'elle-même et se contente de couvrir le sol sans le consolider; ni de la Vigne qui, cependant, peut être utile en la laissant croître à son gré, et en marcottant les sarments de distance en distance.

DES ARBRES EMPLOYÉS COMME SOUTIEN DES TERRES

Il y a peu d'essences d'arbres mises à contribution pour la consolidation des terrains en pentes. Il eût été préférable, peut-être, de s'adresser dans ce but aux arbrisseaux. Cependant, il faut reconnaître que le Robinier faux Acacia rend de grands services. Quand on a soin de le recéper, il drageonne par ses racines et envoie des rejets tout autour de lui. C'est aussi le rôle de l'Ailante.

Si l'on voulait tirer tout le parti utile qu'on peut demander au Robinier, il serait bon d'essayer de répandre la variété sans épines (*Robinia inermis* ou *pabularia*). On sait que le fourrage des feuilles

(1) *Revue des Sc. nat. appliq. Soc. d'Acclimatation*, sept. 1890.

de ces arbres est estimé aussi bien ici qu'en Amérique du Nord, la patrie des Robiniers. Il y a une trentaine d'années on avait fait une campagne en faveur du Robinier inerme, mais depuis cette époque on n'en entend plus reparler (1).

L'Ailante n'a d'intérêt que parce qu'il trace et que de ses racines superficielles il envoie des rejets nombreux, mais il n'a pas le mérite du Robinier. Dans les dunes d'Escoublac et ailleurs on l'a beaucoup employé.

Un arbre auquel on ne pense guère, soit comme arbre d'agrément, soit comme arbre utile, est le Mûrier à papier de la Chine *(Broussonetia papyrifera)*. Il mériterait cependant d'être plus répandu. Il est traçant par ses racines et plus encore quand il est recépé, et il se bouture de racine, comme les Robiniers, avec une extrême facilité. Quant à la résistance de cet arbre, jamais, à ma connaissance, les hivers les plus rigoureux ne l'ont atteint.

Quoique le Bouleau ne trace pas, il croît très bien tout en ne s'élevant guère, quand on le rencontre semé naturellement sur les talus. On serait tenté de préconiser cet arbre élégant pour cet usage. Il vient mieux en silice qu'en calcaire, cependant j'en connais des exemplaires qui insinuent leurs racines dans les fissures du calcaire grossier des environs de Paris, et c'est là leur seule nourriture.

Si l'on s'avisait de vouloir planter du chêne en talus, il faudrait, dans la région moyenne de la France, s'adresser au Chêne pubescent *(Quercus pubescens)*, qui est le moins exigent sur la qualité du sol (calcaire de préférence) et qui reste longtemps en arbrisseau bas et souvent tortueux.

Les autres essences que l'on voit çà et là le long des lignes ferrées sont plutôt mises pour l'agrément, ou bien le résultat de semis naturels. On aimerait à y voir des Conifères peu difficiles sur le choix du terrain, mais l'écueil qui semble ne pouvoir être évité jusqu'ici ce sont les incendies causés par les escarbilles des foyers de locomotives, et les Conifères, résineux en général, sont plus combustibles que les autres arbres.

ESPÈCES VÉGÉTALES POUR HAIES DE CLOTURE

Dès la création des chemins de fer on a senti le besoin, pour éviter les accidents et protéger la voie de l'intrusion des hommes et des animaux, de limiter le terrain affecté au service et appartenant aux Compagnies. Dans les localités peu fréquentées et en terrain plat,

(1) Cette variété ne se reproduit pas de graine avec certitude. On doit la multiplier au moyen de boutures de racines.

certaines lignes ne sont pas garnies de haies. Ailleurs on fait usage de fils de fer appelés ronces artificielles, maintenus par des pieux à des distances convenables. Cependant, près des villes, il semble qu'on ne puisse pas se dispenser d'une protection plus efficace à cause de la circulation plus active de la population, et les fils de fer paraissent un peu insuffisants.

Quoi qu'il en soit, les lignes de chemin de fer, en général, sont placées entre deux rangées de haies de clôture, et l'essence la mieux appropriée jusqu'alors et la plus employée pour cet usage est l'Aubépine (*Cratægus oxyacantha*).

En quelques points du réseau de certaines Compagnies on a essayé des haies productrices d'arbres fruitiers, mis en contre-espalier le long d'un treillage. J'en ai vu naguère aux environs d'Armainvillers et aussi en Normandie, le long de la ligne de Dieppe. Mais il paraît que les Compagnies de l'Est et de l'Ouest ont renoncé à ce genre de clôtures, qui ne donnèrent pas ce qu'on en attendait. Celles qui existent encore ont été doublées d'une haie d'Aubépine plus protectrice.

Si donc les haies doivent être maintenues par les Compagnies de chemins de fer, il importe de s'en occuper et de voir s'il n'y aurait pas quelques améliorations à introduire dans leur confection, ou leur composition, et d'indiquer d'autres espèces à employer que la dominante qui est l'Aubépine.

Cette espèce sera toujours la préférée pour faire de belles haies, quoiqu'elle pousse assez lentement et qu'il faille toujours attendre six, huit ou dix ans, suivant les conditions du sol, pour avoir une clôture marquant un peu. Quand la haie est bien conduite, elle est impénétrable pendant longtemps. Cependant, si quelques pieds viennent à mourir, comme cela se voit souvent pendant les premières années principalement, et que la haie ne soit pas bien partie, comme on dit, c'est une brèche faite et qui ne se referme pas toujours. Quand la haie est âgée, c'est toujours par le bas qu'elle s'éclaircit, et il est très rare d'en voir d'intactes.

Le moyen d'éviter cet inconvénient n'est pas une découverte, il a été employé pour des arbres fruitiers en divers endroits et aussi pour des haies, soit dans des propriétés particulières ou dans des écoles d'arboriculture, comme exemple à montrer aux élèves.

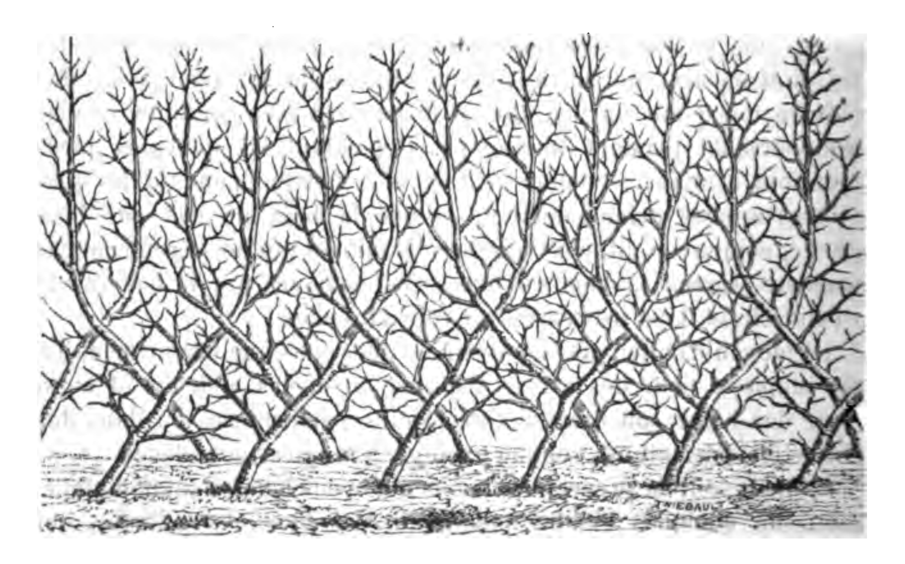
Le plant dont on se sert pour la formation des haies vient habituellement de quelques établissements du Calvados et d'ailleurs, qui sèment en grand des graines d'arbres d'essences diverses et qui en livrent le plant au commerce en quantités considérables.

La plantation pour clôtures se fait sur un rang avec un écartement proportionné à la force du plant, ou bien sur deux rangs si

l'on désire avoir une clôture plus épaisse. Dans ce dernier cas il faudra toujours faire alterner le plant d'une rangée avec celui de la rangée voisine.

Pour atteindre le but que nous nous proposons, c'est-à-dire donner une fermeture aussi complète que possible à la haie à la partie inférieure, ainsi que plus de résistance, il s'agirait de croiser le plant d'une des rangées avec celui de la rangée en regard.

Lorsque la reprise serait assurée, résultat obtenu après quinze mois ou deux ans de plantation, on inclinerait chaque tige d'Aubépine, ou autre sorte végétale choisie pour faire la haie, à environ 45 degrés à la rencontre de la tige du pied le plus voisin, et on les fixerait, croisés l'un sur l'autre, au moyen d'un lien d'osier, à 20 ou 25 centimètres du sol. Pour ne pas gêner le plant dans son développement, on pourrait s'en tenir là pour la première année, à moins que le plant soit assez vigoureux pour faire le deuxième croisement de suite. Or donc, la même opération serait répétée, soit de suite, soit postérieurement, pour obtenir un second croisement des tiges à une nouvelle hauteur de 25 centimètres. Ce second croisement devrait suffire, et on laisserait désormais la haie marcher seule comme d'ordinaire, à moins que l'on juge à propos de faire un troisième croisement; mais comme le but est d'empêcher la clôture de former des vides dans le bas, deux croisements paraissent suffisants.



Pour éviter les objections que l'on pourrait faire à ce procédé, voyons d'abord les avantages. Solidification plus assurée de la haie par le greffage ou l'accolement aux points de contact des tiges entre

elles; formation de losanges obtenus par le croisement, qui se garniraient rapidement de brindilles, et la clôture serait jusqu'à une hauteur raisonnable absolument impénétrable.

Je sais que d'anciens essais mal réussis ont fait dire que le croisement amenait un certain retard dans le développement de la haie, mais cela n'est pas exact; un entre-croisement à 45 degrés ne peut pas gêner le développement d'une tige et, en tous cas, il favoriserait le développement des brindilles à la base. La seule objection ayant un peu de valeur serait les frais de main d'œuvre qu'entraînerait le travail, et encore ces frais seraient-ils importants?

Le nombre des arbres ou des arbrisseaux qui ont été mis à contribution pour faire des clôtures est grand. On peut, pendant quelque temps du moins, se servir de tout pour cet usage. Cependant il s'agit de faire un choix et de n'accepter que ce qui est réellement durable et bien approprié, ou qui a quelques chances de réussir. On ne trouvera donc d'indiqué ici que ce qui a été reconnu comme recommandable, bien qu'il n'y ait pas égalité de valeur pour toutes les espèces.

ESPÈCES SANS ÉPINES POUVANT ÊTRE EMPLOYÉES POUR CLOTURES

Le Troène *(Ligustrum vulgare)* sert à faire des haies dans certaines régions, soit seul, soit associé à d'autres espèces. Sa croissance étant plus rapide que celle de l'Aubépine, on bouche souvent les vides des clôtures faites avec cette dernière en y mettant du Troène. Mais on ne peut prétendre à faire des haies impénétrables avec cet arbrisseau, à moins que l'on ne croise le jeune plant. On pourrait probablement employer les Troènes du Japon et celui à feuilles ovales au même usage.

Sous le nom de Filaria on connaît quelques espèces d'Oléacées, comme le Troène, dont les noms botaniques sont *Phyllirea latifolia, P. media* et *P. angustifolia.* Ce sont des arbrisseaux à feuilles persistantes dont on doit se servir en certains points, pour clôtures, mais de préférence dans le Midi, où ils sont spontanés.

Le Hêtre *(Fagus sylvatica)* est parfois planté en haies, mais comme l'essence est trop vigoureuse, en peu de temps elle prend de fortes proportions, ne se maintient plus et la clôture perd de sa valeur.

Le Charme *(Carpinus Betulus)*. Parmi les arbres du groupe des Amentacées, comme le Hêtre, le Chêne et le Charme, ce dernier est celui qui se comporte le mieux en haies. Tout le monde connaît les charmilles de Versailles et autres lieux, dont le mérite est de pouvoir être taillées comme il plaît et sans inconvénients. C'est avec le Charme que l'on pourra appliquer avec succès la disposition croisée du jeune plant, sans quoi on aurait inévitablement des vides à la base de la haie.

Les Conifères n'ont guère été mises à contribution pour l'usage qui nous occupe. Cependant on a fait et on fait encore des clôtures au moyen du Genévrier *(Juniperus communis)*, qui pousse assez lentement, et qui est

durable; mais il faut que la haie soit suffisamment épaisse pour qu'il n'y ait pas de vide dans le bas.

L'Épicea *(Abies excelsa)*, quoique formant un grand arbre, se prête volontiers à l'humble rôle de clôture. On en voit des exemples dans la traversée, par le chemin de fer, de la forêt de Fontainebleau. Il y en a aussi dans le département du Doubs et beaucoup dans les Vosges, mais habituellement en terrain siliceux. Pour ces Conifères on ne devra pas employer le croisement des tiges comme pour les autres espèces. Il faudra toujours, pour que les haies soient suffisantes avec ces deux Conifères, qu'elles aient une largeur presque double de celles faites avec les autres essences.

L'If *(Taxus baccata)*, qui supporte si bien la tonte, et dont on formait jadis des colonnes, des vases, etc., de verdure, fait de bonnes haies, mais nécessairement plus épaisses, comme avec les Conifères précédentes. Toutefois, on ne peut pas encourager l'emploi d'un tel végétal pour clôture à cause des accidents auxquels il peut donner suite. Les feuilles et les branches de l'If sont, pour les bestiaux et les chevaux, un poison sur lequel les vétérinaires sont fixés depuis longtemps.

Les *Thuias* et les Cyprès ne sont bons qu'à faire des abris ou des rideaux de verdure; de même que les élégants *Tamarix*, les Fusains du Japon, etc.

ESPÈCES ÉPINEUSES PROPRES A FAIRE DES HAIES

Le rôle des clôtures a toujours été de défendre l'accès d'une propriété et de rendre l'escalade de l'enceinte aussi difficultueuse que possible. C'est pourquoi toutes les haies sont, en général, faites d'arbrisseaux spinescents, aussi le nombre de ceux-ci est-il plus important que ceux dépourvus d'épines.

L'Aubépine, qui est l'arbrisseau le plus utilisé pour les haies, est trop connue pour qu'il soit nécessaire d'en parler longuement.

Le genre Nerprun *(Rhamnus)* a deux ou trois espèces indigènes en France, qui ont été employées pour clôture ou comme plantes de massifs. Mais le Nerprun purgatif *(R. catharticus)*, la seule de ces espèces qui soit épineuse, est naturellement choisie dans ce but; elle supporte bien la taille et fait des haies durables, mais il faudra aussi croiser en treillage le jeune plant.

Le Houx *(Ilex aquifolium)* est très commun dans certaines contrées de la France; on s'en est servi pour clôture. C'est une sorte d'arbre qui n'aime pas à être taillé à merci, comme on le fait d'ordinaire pour les haies, et s'il réussit quelquefois on ne peut pas dire que ce soit d'une façon générale.

Le Lyciet dressé *(Lycium europæum)* est un arbrisseau bien connu et faisant rapidement une clôture. A l'inverse de son parent, le *L. barbarum*, préconisé pour les talus, il a les rameaux dressés et pousse avec une vigueur extrême. Mais il faut avoir soin d'entre-croiser les tiges à la base, sans quoi des vides de la haie se produiraient promptement.

L'Argousier *(Hippophae rhamnoides)*, dont il a été question aux plantes consolidantes, est une bonne espèce pour clôture. Dans les sols compacts il pousse avec lenteur et ne trace pas, mais dans les sables siliceux, principalement, il est chez lui; son développement est plus rapide et il devient

traçant, ce qui est peut-être un petit inconvénient pour une haie, mais on peut y remédier facilement.

Le *Paliurus aculeatus*, de la même famille que les Nerpruns, porte plusieurs noms vulgaires et l'un d'eux est Épine du Christ. C'est un arbrisseau de deux mètres environ, de la Provence et du Languedoc. Il forme des haies excellentes, et les épines dont il est garni, les unes droites, les autres crochues, s'attachent au tissu des vêtements avec ténacité. J'ai vu des exemples de haies de *Paliurus* aux environs de Paris, mais chétives. C'est pour le Midi qu'il faudra réserver cette espèce.

Le *Maclura aurantiaca*, nommé improprement Oranger des Osages, parce que les fruits en boule ont une vague ressemblance avec de petites oranges, est une précieuse essence pour clôture. Originaire de l'Amérique du Nord, le *Maclura* est très employé dans sa patrie pour faire des haies estimées. On en voit des exemples non loin de Ville-d'Avray, sur la route de Versailles, et on m'assure que la Compagnie de l'Ouest, dans le département des Côtes-du-Nord, fait usage du *Maclura*. On ne saurait trop encourager l'extension de cette espèce rustique et épineuse, mais cependant facile à manier. On a récemment découvert une variété sans épines de ce végétal. Il pourrait prendre place au chapitre précédent et serait une précieuse recrue.

Un Citronnier épineux du Japon *(Citrus trifoliata)* est venu en France depuis longtemps, mais on s'en est occupé depuis quelques lustres seulement. Il est d'une remarquable rusticité et peut supporter d'assez basses températures. Dans le Midi sa vigueur est extrême, et c'est dans cette région qu'il faudra l'employer de préférence. Cet arbrisseau, armé de fortes épines, fera de sérieuses haies défensives. D'ailleurs, au Japon, on s'en sert couramment pour cet usage. Ses fruits amers donnent des graines qui germent facilement (1).

Une Légumineuse qui a servi pour clôture est le Févier épineux *(Gleditschia triacanthos)*. Cette essence se prête bien à la tonte et est vigoureuse dans les terrains où elle se plaît. Il sera nécessaire de croiser les tiges à la base pour obtenir une bonne clôture.

Le Robinier faux Acacia a été employé pour faire des haies, mais cet arbre ne se prête guère à ce genre de culture. Après un certain nombre d'années la vigueur du Robinier prend le dessus et la haie se déforme.

Dans le Midi on pourra essayer plusieurs arbrisseaux qui n'ont pas été employés à ma connaissance; tels sont l'*Acacia eburnea*, le *Genista ferox*, le *Calycotome spinosa*, etc.

Il faudra bien se garder de faire des haies d'Épine Vinette. Il vient sur les feuilles de cet arbrisseau un champignon protéique qui transmet aux cultures de céréales une forme seconde qui compromet ou détruit les récoltes.

C'est à dessein que je n'ai pas parlé des Figuiers de Barbarie, ni des Agaves qui servent en Algérie à faire des clôtures, car ils n'ont rien à faire dans cette énumération.

On ne devra pas considérer le présent mémoire comme un travail

(1) Dans une note de M. Clarti (*in Rev. des Sc. appl. Soc. d'Acclimatation*, août 1892), il est dit que ce *Citrus* a résisté dans les Vosges à des froids de moins 25 et 28 degrés, ce qui demande confirmation.

achevé, mais plutôt comme une ébauche hâtive et qui demandera à être mise au point dans une réimpression ultérieure, si le sujet est estimé en valoir la peine.

Il faudrait être un ingénieur habile, doublé d'un naturaliste et d'un praticien, pour faire un manuel satisfaisant sur la question abordée ici. Alors les imperfections de rédaction, le cadre à modifier peut-être, les lacunes à combler, les corrections à faire en un mot, et qui ne manquent pas dans ce travail, disparaîtraient, et il deviendrait alors présentable au public instruit auquel il serait destiné. Aussi faut-il, tout d'abord, réclamer l'indulgence du lecteur et espérer de la bienveillance de MM. les Ingénieurs des conseils et des renseignements résultant de leurs observations personnelles. C'est une coopération qui me paraît indispensable et que je souhaite ardemment.

M. GRANDJEAN

Inspecteur adjoint des forêts, à Bordeaux.

LE BARON DE CHARLEVOIX-VILLERS ET LA FIXATION DES DUNES [627.5]

— *Séance du 8 août 1895* —

La ville de Bordeaux est fière de l'honneur que lui fait l'Association française pour l'avancement des sciences, en se réunissant cette année dans ses murs : j'ose ajouter qu'elle en est digne. Bordeaux n'est pas seulement la quatrième ville de France; elle offre, avec tout le pays qui l'environne, un champ bien vaste aux recherches des savants qui composent la grande et illustre Société.

Cette ville s'est constamment distinguée dans la littérature, les sciences, les arts, la marine, le commerce, l'agriculture. Elle a brillé d'un éclat bien vif par plusieurs de ses enfants.

La viticulture bordelaise a acquis une telle réputation, que le monde entier se dispute ses produits, et les procédés de culture et

de vinification du Médoc sont étudiés par tous ceux, Étrangers ou Français, qui veulent créer des vignobles nouveaux ou améliorer ceux qu'ils possèdent.

Bordeaux et la région des landes sont riches aussi par les produits de toute nature, bois et résines, des vastes forêts de pins maritimes qui couvrent l'étendue des deux départements de la Gironde et des Landes. Une nombreuse population vit du travail qu'elles lui procurent; des usines se sont fondées de toutes parts pour distiller la térébenthine, la séparer de la colophane, des brais, des goudrons et des autres produits que Bordeaux distribue au commerce du monde. Ces industries ont acquis chez nous une telle perfection et un tel développement que tous les pays étrangers, la Russie, l'Angleterre, les Indes, etc., envoient des ingénieurs pour étudier nos procédés. Mais, malgré ces investigations, auxquelles nos industriels, avec une complaisance vraiment française, se prêtent bien volontiers, ils n'ont pu jusqu'à ce jour obtenir des résultats aussi parfaits, soit que leurs essences se refusent à produire une gemme convenable, soit que leur climat ne se prête pas à la fabrication et occasionne une oxydation inévitable des produits.

Cependant, il y a un siècle à peine, cette source de richesse était le privilège de quelques favorisés de la fortune. Ces favorisés vivaient eux-mêmes sous une menace continuelle et tournaient leurs regards inquiets vers l'occident où semblait s'accumuler un orage effrayant.

L'orage menaçait en effet; un danger s'avançait lentement, il est vrai, mais d'une manière continuelle et sans qu'on pût lui opposer la moindre barrière. Ce danger, cet ennemi qu'on regardait avec inquiétude, c'était le sable des dunes qui, rejeté, depuis l'origine de l'époque quaternaire, sur les côtes de Gascogne par les flots de l'Océan, arrêté un instant par la nature elle-même, par les travaux des Boïens, nos ancêtres sur cette partie du vieux sol des Gaules, puis mobilisé en 407 par les Vandales, s'était élancé au XVI[e] siècle vers l'intérieur, comme un torrent dévastateur sous la poussée des vents d'ouest, s'avançant toujours, engloutissant terres, cultures, villages, forêts, refoulant les eaux des étangs, des courants et des marais, inondant et ensevelissant tout devant lui. Il semblait que rien ne dût arrêter cette marche folle et envahissante. Les agriculteurs, les propriétaires, les industriels et les Bordelais eux-mêmes pouvaient trembler, leur sort paraissait écrit dans le livre du destin!

Bien des hommes ont été désignés comme ayant cherché à arrêter le fléau, mais ce n'est réellement qu'à la fin du siècle dernier qu'on s'est sérieusement occupé du problème.

Déjà au XVII[e] siècle, les habitants de Bayonne et d'Anglet avaient

semé du gourbet et du pin sur le bord de la mer; mais c'était une entreprise toute locale.

En 1736, le captal de Buch, Alain Amanieu de Ruat, fit, dans sa seigneurie, des semis importants qui auraient, paraît-il, parfaitement réussi, si la malveillance ne s'en était mêlée et si on ne les avait incendiés.

En 1766, dans ses recherches sur l'ancien état des côtes de Gascogne, l'abbé Baurein indique timidement un moyen d'arrêter l'invasion des sables :

« Il existerait sans doute un moyen, écrit-il; mais je ne sais si on » ne me taxera pas d'imprudence d'indiquer des moyens dont la » possibilité n'est pas entièrement démontrée. Ce serait de fixer » l'instabilité des sables qui s'avancent chaque jour dans les terres; » la chose ne serait pas impossible, puisqu'elle a déjà été exécutée » en partie. Il existe en effet une chaîne de montagnes couvertes de » pins, qui s'étendent depuis La Teste jusqu'à Biscarosse, c'est-à-dire » par l'espace de quatre lieues. Ces montagnes faisaient partie des » dunes qui règnent le long de nos côtes. Si on a donc réussi à fixer » les sables, pourquoi n'y parviendrait-on pas à l'égard des autres » dunes? »

Ces montagnes dont parle Baurein, sont les deux derniers vestiges de la vieille forêt créée par les Boïens et en majeure partie détruite par les Vandales; mais les dunes qu'elles recouvrent appartiennent à une formation antérieure et entièrement différente de celles qui se produisent de nos jours.

En 1768, Marbotin, conseiller au Parlement de Bordeaux, présente un mémoire sur une demande formée par les habitants de Lège, tendant à ce qu'on arrête les sables « comme l'on fit autrefois à La Teste », c'est-à-dire comme firent les Boïens.

En 1769, l'abbé Desbiey et son frère Guillaume font des essais de mise en valeur des lèdes de Saint-Julien; ils y plantent ou y sèment des platanes, des peupliers d'Italie, des arbres fruitiers et des arbres forestiers.

Le 25 août 1774, l'abbé Desbiey fait à l'Académie de Bordeaux la lecture d'un *Mémoire sur l'origine du sable de nos côtes, sur ses funestes incursions vers l'intérieur des terres et les moyens d'en arrêter les progrès.*

En 1776, il fait présenter par son frère un autre mémoire *sur la manière de tirer parti des landes de Bordeaux.*

En 1770, Berran de Mimizan arrêta un instant, au moyen d'un clayonnage, la petite dune d'Udos qui menaçait d'ensevelir sa maison.

En 1772, François Amanieu de Ruat, reprenant les projets de son

père, adressa en son nom et au nom des habitants de La Teste, dont les terres étaient menacées, une requête à Esmangart, intendant en la généralité de Guyenne, et proposa l'exécution de travaux de fixation au moyen d'arbrisseaux et de plantes rampantes.

En 1776, il demande l'affranchissement des droits d'usage et de pacage pour les dunes qu'il aura fixées.

Le 23 mars 1779, le roi, en son Conseil, rend un arrêt favorable au demandeur.

On ne sait pas exactement en quels endroits les Ruat firent leurs essais, car il n'en est pas resté trace; mais on suppose généralement qu'Alain essaya d'ensemencer le Pilat, au sud du bassin d'Arcachon, et François, le Piquey, au cap Ferret.

Faut-il attribuer à ces divers personnages les premiers projets de fixation et l'invention des moyens? Leurs titres nous paraissent fort douteux; il semble que tous, Desbiey comme les Ruat et comme les autres, aient eu plutôt l'idée de mettre leurs terres en valeur que d'arrêter les sables. Sans doute, accessoirement, ils ont dû penser à protéger leurs essais; mais ils ne se sont jamais, à proprement parler, préoccupés de l'intérêt général, et quand en 1810, dans une lettre écrite à Thore, alors que le moyen de fixer les dunes est bien réellement trouvé et qu'appliqué sur une vaste échelle il donne des résultats merveilleux; quand, dis-je, Desbiey s'appuie sur le fameux mémoire de 1774, couronné par l'Académie de Bordeaux, mais disparu, pour revendiquer la paternité des procédés et la priorité de l'application, ses prétentions, quoi qu'on sache de ses travaux, restent suspectes.

Parmi les essences qu'il a introduites à Saint-Julien, on ne voit guère figurer le pin, ni le genêt, ni l'ajonc, ni aucune des plantes fixantes généralement employées, mais surtout des végétaux susceptibles de donner des revenus, comme il le laisse d'ailleurs entendre lui-même dans la lettre qu'il écrit en 1774 à Esmangart [1].

Il n'indique nulle part les procédés qu'il a employés pour permettre à ses semis de se développer et pour les protéger contre l'invasion des sables et, en fait, il ne reste pas trace de ses essais. Il est vrai que, suivant lui, les semis ont réussi, mais qu'ils ont été broutés par les bestiaux.

La seule chose qui ressorte clairement de l'étude de ces questions, c'est que la nature a fourni les premières indications; que les Boïens, au temps des dunes anciennes, ont imité la nature et que,

[1] Il parle notamment des peupliers d'Italie; or, comme le fait parfaitement remarquer M. Dulignon-Desgranges, le peuplier d'Italie ne peut venir dans les dunes, c'est donc dans les lèdes qu'il les a introduits.

plus tard, l'abbé Baurein et les habitants de Lège eurent la pensée d'arrêter les dunes nouvelles par les mêmes procédés, à condition, bien entendu, de les retrouver.

Desbiey, le seul qui ait fait entendre, après coup, des réclamations, étant éliminé, l'attention se concentre sur deux personnages : l'un à peu près ignoré de tout le monde, bien moins connu, à coup sûr, que tous ceux dont il vient d'être parlé; l'autre qui a rempli la France entière et le monde savant de son nom et de l'éclat de sa gloire. Ces deux hommes sont le baron de Charlevoix-Villers et Brémontier.

En 1778, donnant suite à une proposition du sieur de Lorthe et reprenant les grands projets de Vauban, Louis XVI envoie sur nos côtes le baron de Charlevoix-Villers, ingénieur de la marine, que ses travaux à Saint-Domingue ont fait remarquer par M. de Sartine, ministre de la marine, et par Necker, directeur général des finances. Il a pour mission de rechercher les moyens d'établir un port militaire dans le bassin d'Arcachon et de mettre ce port en communication, par des canaux, avec l'Adour et la Gironde. Je ne rappellerai pas les nombreux projets de canalisation qui avaient été proposés par des particuliers et par des compagnies, projets qui, mal conçus et mal étudiés, n'avaient eu d'autre effet que de ruiner leurs auteurs. Charlevoix-Villers, à peine arrivé, se met à l'œuvre avec une ardeur infatigable et un coup d'œil qui n'appartient qu'au génie. Il couvre le pays de nivellements, base indispensable de tout travail sérieux et pratique; c'est pour avoir négligé ce soin préalable que ses devanciers se sont butés à l'impossible et ont piteusement échoué.

Mais il comprend que l'obstacle à toutes les améliorations sera le sable, le sable que la mer et les vents apporteront dans les passes et sur tous les points du bassin, dans les canaux projetés et sur toutes les cultures dont on fera l'essai; donc le sable c'est l'ennemi qu'il faut dompter avant de rien entreprendre dans le pays, et cette idée dominante, véritable trait de génie qui a jailli comme un éclair du cerveau de Charlevoix-Villers, va être le point de départ d'une immense transformation.

Il écrit dans son mémoire :

« Pour venir à bout de creuser les canaux et un port à Arcachon,
» d'ensemencer le pays cultivable, il faut avant tout retenir les
» sables des dunes qui seuls peuvent entraver la marche des travaux;
» pour cela faire, il faut les fixer par l'ensemencement du pin et,
» pour que cet ensemencement soit possible, *il suffit de retenir la*
» *graine d'une façon quelconque.* »

Donc, cette fois, le principe est bien posé; non seulement de Charlevoix-Villers dit qu'il faut ensemencer les dunes; mais il dit encore qu'il faut retenir la graine sur le sol. Dans un des mémoires suivants, il développera sa pensée et dira comment, suivant lui, on doit procéder.

Mais de malheureuses questions de préséance viennent allumer la guerre entre l'envoyé du roi et l'Intendant général. De Charlevoix-Villers est arrivé avec des pouvoirs indépendants de ceux de Dupré de Saint-Maur, qui en conçoit de l'ombrage et entame contre lui une lutte sourde, lui créant mille difficultés, exploitant et encourageant la jalousie d'un subordonné, le géomètre Claveaux, un ingrat que Charlevoix-Villers va cependant faire élever au rang d'ingénieur et qui le trahira.

Mais Villers ne songe qu'à sa mission; infatigable et résolu, il ne voit les obstacles que par la nécessité où il se trouve de les vaincre; il n'en cherche pas la cause et ne se préoccupe pas des machinations qui se trament contre lui.

Le 29 décembre 1778, ses études préparatoires étant terminées, il en rédige deux mémoires qu'il va lui-même soumettre aux ministres compétents; plus tard, il en rédigera trois autres.

On n'est pas d'accord sur l'ordre chronologique de ces cinq mémoires. J'adopterai provisoirement celui qui a été donné par M. Dulignon-Desgranges, sauf à rechercher ultérieurement avec lui s'il n'y a pas quelques changements à y introduire; mais, aujourd'hui, l'ordre n'a pas une grande importance. Nous savons dans quel espace de temps ces cinq mémoires ont été écrits, et c'est le principal [1].

Le premier de ces mémoires est intitulé :

Prospectus du résultat des différentes opérations faites relativement au projet général du port d'Arcachon, des canaux et de l'établissement des landes.

Le deuxième :

Résumé d'observations sur la commission de Sa Majesté, décernée à M. le baron de Charlevoix-Villers, pour l'examen du projet de former un port au bassin de La Teste de Buch, sur la côte d'Arcachon, propre à recevoir les escadres du Roy, d'ouvrir un canal de ce bassin à Bordeaux, à l'usage de la marine royale et du commerce de cette ville.

Dans ce deuxième mémoire, il dit nettement qu'il faut considérer dans la culture des landes deux choses distinctes, celle de la lande

[1] Les mémoires de Charlevoix-Villers ont été retrouvés par M. Céleste, bibliothécaire de la ville de Bordeaux.

proprement dite et celle des dunes; qu'il faut fixer les dunes « d'une » manière qui remplisse le double avantage d'arrêter le torrent impé» tueux des sables qui inondent actuellement beaucoup de terres » précieuses déjà cultivées et de rendre ces montagnes de sable un » fonds productif pour l'Etat... ».

Homme modeste et consciencieux avant tout, je l'ai dit, il trouve tout naturel de rappeler les travaux de ses devanciers et de les citer à l'appui de ses propositions; il le fait, n'oubliant ni les Ruat, ni l'abbé Baurein, mais il ajoute qu'un plan d'ensemble est indispensable. Il se charge de l'établir et il y réussit; ce sera l'objet de son troisième mémoire :

Prospectus du projet général d'un port au bassin d'Arcachon, d'un canal de ce bassin à Bordeaux, d'un autre de la rivière de l'Adour vers Bayonne et de l'établissement de toutes les landes.

Il est divisé en deux parties : la première relative à la navigation dans le bassin, la seconde intitulée :

De la fixation des dunes de sable et de la passe du bassin d'Arcachon, des établissements relatifs au port, au commerce, à la culture des landes et de l'administration.

Dans cette seconde partie, de Villers indique, détaille et analyse admirablement tous les travaux qu'il faudra faire pour ensemencer et fixer les dunes, les précautions qu'il faudra prendre, la manière d'opérer. Ses successeurs n'auront qu'à se conformer à ses vues, et pendant les cent quinze années qui ont suivi, on a bien peu modifié son système. Les moyens qu'il a indiqués sont encore en usage de nos jours; l'expérience et la pratique ont seulement permis d'y apporter quelques perfectionnements.

Son quatrième mémoire (1) :

Le port d'Arcachon et particulièrement son entrée donne « le » devis des ouvrages à faire pour la construction d'un *cléonage* » placé à l'entrée du bassin d'Arcachon, depuis le cap Ferret jusqu'à » l'extrémité la plus sud de l'entrée du hâvre ». Tout y est étudié avec soin, tout y est prévu, y compris les difficultés qui viendront de la mer, des vents, des saisons et des hommes. Il indique le remède à tout et le moyen de se procurer des ouvriers.

Ses mémoires sont accompagnés des plans des nivellements et des travaux.

En 1780, de Villers revient dans les dunes; mais il y retrouve l'hostilité de Saint-Maur et de Claveaux. Saint-Maur lui inflige des quantités de vexations et dresse contre lui les rapports les plus mal-

(1) Le troisième et le quatrième mémoire semblent avoir été composés pendant son séjour à Paris.

veillants. De Villers est enfin forcé de se défendre : il est dévoré par la fièvre des marais, entravé par le mauvais vouloir de son auxiliaire et le manque d'argent; néanmoins, il termine son œuvre et, à la fin de 1781, il remet son cinquième et dernier rapport :

Résumé du devis des travaux du port d'Arcachon et d'une partie du canal de Guienne, des égouts et chemins.

De Villers avait bien espéré qu'il ferait lui-même les travaux dont il avait tracé le plan; mais la calomnie et les intrigues ont porté leurs fruits. Le gouvernement savait bien le cas qu'il fallait faire de toutes les imputations haineuses; mais il tenait à mettre fin aux criailleries de Saint-Maur, et comme la présence de de Villers à Saint-Domingue était de nouveau indispensable, le roi l'y envoya. Il partit avec l'obéissance d'un soldat et la résignation d'un philosophe et d'un patriote.

Cependant, Dupré de Saint-Maur avait entre les mains les mémoires de Villers et avait compris tout le parti qu'il pouvait en tirer pour l'avenir du pays. Débarrassé de l'homme, il songea à utiliser l'œuvre, espérant y attacher son nom. Ce fut un autre qui en recueillit le bénéfice.

Nicolas Brémontier, anciennement clerc de procureur, était entré dans les Ponts et Chaussées et était devenu sous-ingénieur en Guyenne; puis il était retourné en Normandie, son pays natal. Il faut croire qu'à cette époque le corps savant des Ponts et Chaussées était plus facilement accessible que de nos jours et qu'on n'avait pas besoin, pour y être admis, d'un bagage scientifique aussi complet, ce qui ne veut pas dire d'ailleurs que Brémontier ait été un incapable. Doué de souplesse et d'habileté, il avait su, pendant son passage à Bordeaux, flatter l'amour-propre de Saint-Maur. C'est à lui que l'Intendant général pensa, après le départ de Villers et, en 1784, il obtint du gouvernement que Brémontier revînt dans sa généralité, en qualité d'ingénieur en chef. Il lui remit aussitôt les mémoires de Villers, ceux de Desbiey et toutes les notes qui pouvaient lui servir dans la tâche qu'il lui offrait. Ambitieux, souple et actif, ayant du talent et de la persévérance, Brémontier commence par se mettre en relations avec les populations qu'il flatte et qu'il s'efforce d'éblouir par ses promesses d'avenir, pour les rendre favorables à ses projets.

Jusqu'en 1786, il passe son temps à étudier les dunes et à préparer les voies et moyens de ses travaux.

Puis, il s'occupe de rédiger et de faire connaître ses mémoires et ses rapports. Cependant, il obtient bien difficilement du gouvernement dont les finances sont obérées, l'argent nécessaire pour com-

mencer ses essais. Enfin, à force de persistance vraiment méritoire, il obtient, en 1788, un crédit de 4,400 livres. L'année suivante, il organise son premier chantier sur les dunes d'Amanieu de Ruat, entre le Pilat et la petite forêt d'Arcachon, et y sème du pin maritime et du genêt. Il fut puissamment aidé, dans cette tâche, par deux hommes du pays, Dubosq et Peychan, de La Teste. Peychan surtout lui rendit d'immenses services. En effet, les premiers résultats n'avaient pas été satisfaisants; le vent ayant dispersé les graines presque au fur et à mesure de l'ensemencement. Peychan proposa de les retenir par des couvertures de branchages dont il avait entendu parler par le baron de Villers et qui avaient été employées en Zélande par le général Claussen. Brémontier ne voulut d'abord pas adopter ce système; mais, pendant une de ses absences, Peychan l'appliqua en se passant de sa permission. Les résultats furent excellents et, depuis ce moment, les couvertures ont été constamment employées. Toute la forêt qui constitue actuellement la Ville d'hiver d'Arcachon fut ensemencée de cette manière et l'on fixa ainsi, de 1789 à 1791, une étendue de 360 hectares.

Je n'entreprendrai pas de vous rappeler dans leur détail quels ont été les travaux de Brémontier, quels titres il s'est acquis à la reconnaissance publique; ils sont réels et bien connus. Je n'ai pas l'intention de les discuter ni de les mettre en doute. Il est certain qu'il a fait un tour de force en arrachant au gouvernement de 1788 le petit crédit de 4,400 livres; il eut le talent, par ses écrits quelquefois exagérés, il est vrai, et par ses récits, d'intéresser le public et le gouvernement, qui avaient pourtant, à cette époque, d'autres préoccupations, de les convaincre et d'entraîner bien des gens à sa suite. Cependant, la Convention et le Directoire traitent ses projets de chimériques et, lui refusant tout subside, l'obligent à suspendre ses travaux; il est encore heureux de garder sa tête sur ses épaules.

Il ne se décourage pas cependant, et après le 18 brumaire, l'appui de Fleury, plus tard maire de La Teste, et l'intervention du Conseil d'arrondissement lui font obtenir du Premier Consul un crédit annuel de 50,000 francs. Ses grands travaux commencent alors; il protège et sauve réellement la ville de La Teste, les bourgs de Mimizan, d'Hourtin et autres.

Ses titres n'étant pas méconnus, je m'attacherai simplement à les réduire à leur juste valeur.

Or, Brémontier, nous sommes forcés de le reconnaître, a entaché sa gloire légitime et bien réelle, parce qu'il n'a pas su s'en contenter et parce qu'il a cherché à accaparer, par des manœuvres peu loyales, celle de ses devanciers et celle de ses collaborateurs.

J'ai parlé des mémoires de Desbiey, j'ai dit ce qu'avait fait de Charlevoix-Villers, j'ai dit aussi comment Peychan avait introduit l'usage des couvertures. Brémontier a fait semblant de tout ignorer et s'est donné comme l'auteur de l'amélioration due à Peychan. Bien plus, quand Peychan lui a réclamé une somme qui lui était due, il l'a expulsé des chantiers.

Mais c'est surtout de Charlevoix-Villers qu'il s'est attaché à dépouiller.

Bien différent de cet ingénieur au noble caractère, qui raconte, en toute circonstance, ce que les autres ont fait, il ne parle nulle part de lui, ni de Desbiey, ni des Ruat, ni de Baurein. Il a entre les mains les mémoires de Desbiey, c'est indubitable, car trop souvent il émet des idées qui ne peuvent appartenir qu'à un ecclésiastique, et ces mémoires ont disparu. Il a entre les mains les mémoires de Villers, il émet les mêmes idées que lui et propose les mêmes systèmes. Une seule idée lui appartient en propre, c'est d'établir parallèlement à la côte, à 20 ou 25 toises, un fossé de 12 pieds de large sur 6 de profondeur; c'est la seule défense qui n'ait jamais réussi.

Mais empruntons quelques rapprochements à M. Dulignon-Desgranges :

Extrait du premier mémoire de Brémontier, publié en 1797.	*Extrait du troisième mémoire de de Charlevoix-Villers.*
Page 32 : La première manière (arrêt des sables) consistera dans la construction d'un cordon de fascines de 4 à 5 pieds de hauteur. Il pourrait être aisément exhaussé par un nouveau cordon de pareille hauteur, et même d'un troisième s'il était nécessaire.	Le sable étant accumulé à la hauteur de ces deux premières fascines, on en posera deux secondes et ainsi de suite jusqu'à la hauteur de 6 pieds. Ces pieux étant couverts, on recommencera la même opération.
Page 37 : le moïen que l'on croit dans cet instant devoir particulièrement adopter, parce qu'il paraît le plus économique, est celui des clayonnages en cordons des fascines.	On peut avec succès, pour arrêter les sables dans les parties complantées, les espacer par de légers fascinages en cléonages, qui empêcheront ces sables de passer outre.
Page 46 : Les ouvrages consistent dans l'ensemencement de la partie qui se trouve entre le pied des dunes et le bord de la mer.	Pour l'exécuter, il n'est question que de commencer le travail du côté de la mer, à la hauteur où les marées ne montent pas.
Extrait du procès-verbal de la tournée du 13 frimaire an VI.	*Extrait des troisième, quatrième et cinquième mémoires de de Charlevoix-Villers.*
Les pêcheurs de toutes les communes voisines du bassin d'Arcachon ou de La Teste et tous les autres	Troisième mémoire : La complantation des dunes, en changeant la

navigateurs qui fréquentent cette côte, peuvent aujourd'hui reconnaître, en l'approchant, l'entrée de la passe, longue, étroite et dangereuse, qui conduit de la mer au bassin; au lieu des *sables blancs,* dont la surface et le sommet étaient aussi mobiles et aussi changeants que les vents, *ils découvrent des coteaux couverts de verdure,* dans lesquels ils trouvent des points fixes et invariables, *qui leur servent de balises et de guides* pour éviter les écueils et les dangers qu'ils courent en les traversant.

couleur d'un *sable blanc* que l'horizon dérobe aux navigateurs qui cherchent la côte, leur présentera au contraire un signe certain de reconnaissance par une immense montagne couverte de bois, dont l'élévation au-dessus du sol élèvera prodigieusement celle de la côte même.

Quatrième mémoire : La fixation des dunes fournira à toute la navigation de cette côte *une vigie naturelle, un point fixe de reconnaissance* pour les navigateurs, au lieu d'un *sable blanc* dont la couleur se perd dans l'horizon et occasionne tant de naufrages.

Cinquième mémoire : Cet ensemencement, indispensable pour le bassin, l'est encore pour la navigation, parce que la *couleur verte* des arbres changera en une *vigie* bien apparente pour les navigateurs, une côte d'un *sable blanc* qui se perd dans l'horizon.

Il ne suffit pas à Brémontier de cacher la vérité, il l'altère pour établir des titres qui ne lui appartiennent pas.

Ainsi, son premier et principal écrit est son mémoire sur les dunes, de thermidor an V. Mais il réfléchit que le premier mémoire de Desbiey est de 1774, alors il veut prendre date et, dans la séance générale du 27 germinal an VI (16 avril 1798), il lit à l'Académie de Bordeaux une communication où il raconte qu'il y a vingt-cinq ans, donc en 1773, il a visité les dunes et a cherché le moyen de les ensemencer.

De Charlevoix-Villers est arrivé dans le pays en 1778, il faut prendre date aussi avant lui. Il prétend alors que son premier mémoire, celui où il a reproduit les idées de son prédécesseur et qui n'a vu le jour qu'en 1797, a été composé en 1776.

Mais il est un fait qui mérite d'être noté : c'est qu'en 1773 et en 1775, le comte de Montauzier présenta des requêtes au roi, tendant à obtenir l'autorisation d'ensemencer les pentes des dunes et de faire des canaux de navigation, et que ce projet ne put aboutir, parce que la fixation des dunes fut déclarée matériellement impossible par le sous-ingénieur des ponts et chaussées chargé du rapport, Brémontier. Fonctionnaire, il commettait donc, à cette époque, une

coupable tromperie, ou bien il a menti plus tard quand il a prétendu qu'il avait conçu lui-même, dès 1773, le projet de fixer les dunes.

Mais nous retrouvons, dans tous ses actes, la même préoccupation, celle de travailler à sa propre gloire, en usurpant la gloire des autres. Ainsi, il n'hésite pas à se faire décerner, en janvier 1803, par la municipalité de La Teste, une attestation portant que personne avant lui n'a fait travailler efficacement à la fixation et à la fertilisation des dunes. Il écrit ensuite aux signataires pour les remercier de leur déclaration spontanée; malheureusement le certificat et la lettre sont de la même écriture.

Mais je suis forcé de me borner.

On n'a certainement plus aucun doute sur les titres de de Charlevoix-Villers.

Brémontier a joui pendant soixante ans d'une gloire presque incontestée, malgré les revendications tardives de l'abbé Desbiey, malgré les avis ou les doutes émis sur sa véracité par les Tassin, les Thore, les Guyet-Laprade, les Grellet-Balguerie et autres. M. Delfortrie et surtout M. Dulignon-Desgranges ont fait avec l'aide de M. Céleste (1) des recherches et ont établi d'une manière indiscutable les titres respectifs de Desbiey, de Brémontier et de de Charlevoix-Villers. Mais la vérité, quoique établie, est encore trop peu connue et l'erreur historique qui fait de Brémontier l'inventeur des procédés de fixation des dunes, s'est perpétuée jusqu'à nos jours.

Un monument a été élevé dans la forêt de La Teste à la mémoire de Brémontier, le grand ingénieur, il faut le reconnaître, mais aussi le grand plagiaire; c'est un cippe en marbre rouge qui porte cette inscription :

L'AN 1786
SOUS LES AUSPICES DE LOUIS XVI
M. BRÉMONTIER
INSPECTEUR GÉNÉRAL DES PONTS ET CHAUSSÉES
FIXA LES DUNES ET LES COUVRIT DE FORÊTS.
EN MÉMOIRE DE CE BIENFAIT,
LOUIS XVIII
CONTINUANT LES TRAVAUX DE SON FRÈRE
ÉLEVA CE MONUMENT.
ANTOINE LAINÉ, MINISTRE DE L'INTÉRIEUR
CAMILLE DE TOURNON, PRÉFET DE LA GIRONDE
1818

On lui a aussi érigé un buste en bronze sur une place publique d'Arcachon, on a donné son nom à des rues dans plusieurs villes.

(1) On doit à M. Céleste la découverte des mémoires de de Charlevoix-Villers.

Desbiey, lui aussi, à la suite des démarches faites par l'abbé Mouls et par le cardinal Donnet, a eu ses rues; Charlevoix-Villers a l'oubli.

Je vous le demande, n'est-il pas temps de rendre enfin justice à l'homme de génie, à la fois modeste et consciencieux, trop longtemps victime de la haine et de l'intrigue? Sans lui, sans ses travaux, sans ses mémoires, Brémontier n'aurait jamais fixé les dunes, il n'y aurait même jamais pensé et la Gascogne verrait encore, avec effroi, s'avancer le torrent dévastateur qui devait la submerger.

La France entière doit une réparation au grand oublié, puisqu'en honorant ses usurpateurs, elle a contribué à dépouiller sa mémoire.

Pour payer complètement la dette de reconnaissance contractée, pour racheter l'oubli et les persécutions dont il a été victime, c'est une statue qu'il faudrait élever à de Charlevoix-Villers. Mais je crois déjà entendre s'élever comme un murmure de protestations : « Encore un homme de bronze! » Je comprends cette lassitude et cette répugnance! Nous sommes arrivés à cette époque où, comme dans l'Empire romain de la décadence, des statues sont élevées partout à ceux qui se distinguent par l'absence de quelque vice ou par l'apparence de quelque vertu. Leurs cendres sont à peine refroidies qu'on les représente sur nos places publiques. Ainsi fut élevé le monument de Brémontier.

L'Église a une coutume, et nous ne saurions trop l'imiter. Quand un homme s'est distingué par la pureté de sa vie, elle le soumet à une épreuve et l'oblige à faire, en quelque sorte, antichambre pendant un siècle au moins, avant de l'admettre aux honneurs célestes. On lui fait son procès, et il n'arrive au sommet qu'après avoir suivi tous les degrés de la hiérarchie sacrée; la glorification et la béatification précèdent toujours la canonisation.

De Charlevoix-Villers a attendu son siècle; l'épreuve est faite; sa figure se dégage comme d'une auréole glorieuse au milieu des persécutions et des intrigues dont il a été enveloppé! Ses droits sont bien réels; sa gloire est bien établie; elle est indiscutable pour ceux qui ont eu entre les mains les monuments probants du passé; il reste à la France à les consacrer par un juste tribut de reconnaissance. Voici l'heure de la réparation! Vous ne voudrez pas, en la refusant, vous associer à l'injustice commise au début du siècle. Vous rendrez donc à de Charlevoix-Villers le premier rang, celui qu'il aurait toujours dû occuper! Vous le ferez connaître à la France intelligente et au monde savant, vous rétablirez la vérité historique!

Vous ordonnerez aussi des recherches, car il importe de savoir quelles sont ses origines et comment il a terminé sa carrière. N'est-il pas mort, victime, comme tant d'autres, de l'horrible guerre des

couleurs, sur cette terre de Saint-Domingue qu'il avait, elle aussi, remplie de ses travaux? Qu'a-t-il fait encore avant sa mort? Il faut savoir toutes ces choses! Nous aurions voulu pouvoir établir sa vie entière devant vous; mais votre Congrès s'est réuni avant que nous ayons eu le temps de réunir tous les documents nécessaires à la cause que nous soutenons.

Qu'on ne vienne pas nous dire qu'il s'agit d'une entreprise locale! Non, l'entreprise est française, comme l'œuvre même de de Charlevoix-Villers. Il a donné une province à la France, quand il a transformé un désert inhabitable en un pays riche et fertile, et il a ainsi augmenté la puissance et la fortune publiques.

Qu'on ne dise pas non plus qu'il ne s'agit pas ici d'un progrès scientifique et que ces travaux échappent au but de votre Société! Nous soutiendrons l'inverse! Le grand ingénieur s'est montré grand homme et grand savant et, chaque jour, la science venant en aide à l'art qu'il a créé, améliore les procédés en usage.

Prenant la défense des droits incontestables, vous aurez, vous aussi, fait œuvre utile pour la science. Les hommes supérieurs, les vrais savants sauront qu'ils peuvent compter sur vous et qu'une grande Association est toujours prête à défendre leurs droits s'ils venaient à être attaqués; à les rappeler, s'ils étaient méconnus. Ils prendront courage et travailleront avec plus d'ardeur au développement et à la diffusion de la science.

Nous vous supplions donc de mettre la question à l'ordre du jour de vos délibérations et de l'examiner dans le plus grand esprit de bienveillance et de justice pour la cause de de Charlevoix-Villers.

Quand vous aurez accordé ce que j'appellerai sa béatification, première étape dans la voie de la réparation glorieuse, nous nous sentirons forts de votre appui et nous préparerons ensemble la dernière étape qui sera la canonisation, et le monde entier, nous en avons la certitude, ratifiera votre arrêt qui deviendra le jugement de l'histoire.

M. CRAHAY DE FRANCHIMONT

Ingénieur en chef des ponts et chaussées, à Bordeaux.

L'ÉCLAIRAGE DE LA GIRONDE ET LES CONDITIONS NAUTIQUES D'ACCÈS DU PORT DE BORDEAUX [627.9]

— *Séance du 8 août 1895* —

L'administration des travaux publics exécute actuellement dans l'intervalle de 50 kilomètres de longueur, compris entre Pauillac et Bordeaux, c'est-à-dire dans la partie de la Garonne maritime et de la Gironde supérieure qui présente le plus de difficultés à la grande navigation, des travaux importants pour l'approfondissement du fleuve; travaux dont les dépenses, évaluées à 30 millions, ont été inscrites dans les prévisions de la loi du 3 août 1881.

Ces travaux, comme tous ceux du même genre entrepris pour l'amélioration du chenal navigable dans les rivières à marées et à fond mobile, peuvent être classés dans trois catégories distinctes :

La première comprend l'amélioration du profil en long du fleuve, ou, si l'on veut, l'amélioration de sa profondeur sur les points les plus élevés du lit par la suppression des obstacles de toute nature, roches, sables ou vases qui s'opposent au passage des navires et limitent leur tirant d'eau. C'est là, de beaucoup, l'opération la plus laborieuse, la plus longue et la plus dispendieuse, c'est celle aussi qui comporte les plus grandes incertitudes de succès, les procédés que met à la disposition des ingénieurs la science encore hésitante de l'hydraulique maritime et fluviale n'étant pas susceptible d'applications générales suivies d'effets certains.

Aussi, dans la plupart des grands fleuves, et plus particulièrement dans la Gironde où l'on rencontre, sur le parcours de 100 kilomètres qui sépare de la mer le grand port de Bordeaux, des largeurs variables entre 500 mètres et 10 kilomètres, a-t-on dû s'appliquer à restreindre aux plus faibles dimensions possibles la largeur du chenal navigable sous peine d'être entraîné à des dépenses excessives. L'on estime sur la Gironde, que partout où l'on pourra trouver pour ce chenal une largeur de 100 mètres suivant un alignement droit, ou

tout au moins suivant des courbes à très grand rayon, la passe ainsi constituée donnera une satisfaction suffisante aux besoins d'une circulation intense de navires dans les deux sens; à condition que la route à suivre soit précisée avec une rigoureuse exactitude, aussi bien pendant la nuit que pendant le jour, pour éviter qu'en franchissant ses limites les bâtiments ne s'échouent sur les bords du chenal ou sur les hauts fonds voisins. Un balisage et un éclairage aussi perfectionnés que possible, tel est donc le second élément du problème de l'amélioration du fleuve, et il prend une importance particulière dans la Gironde où il a pour objet de signaler sur une grande étendue, dans des conditions de circulation très active, les accès d'un port de commerce de premier ordre.

Mais il ne suffit pas que les profondeurs du fleuve aient été améliorées au prix de longs et coûteux efforts; que les limites du chenal aient été tracées pour les navigateurs avec une précision pour ainsi dire géométrique. Si les capitaines de navires ignorent les conditions qui président à la propagation de la marée dans le fleuve, le régime des courants qui en sont la conséquence, les dénivellations importantes de la surface des eaux, qui atteignent jusqu'à 6 mètres d'amplitude dans la Gironde; s'ils n'apportent que des notions insuffisantes ou hasardeuses dans le choix des heures de départ ou d'arrivée des bâtiments, dans la détermination de leurs variations de vitesse en cours de route, les améliorations réalisées dans le lit du fleuve peuvent devenir partiellement inutiles. Ce problème difficile de l'accès d'un port qui comporte pour chaque point du littoral une solution particulière, devient plus complexe encore lorsqu'il s'agit d'un port comme Bordeaux situé à une grande distance dans l'intérieur des terres; aussi n'est-il pas difficile de perdre, par un départ intempestif, plusieurs décimètres de tirant d'eau sur des seuils qui n'ont pu souvent être abaissés de la même quantité qu'au prix des travaux les plus dispendieux. On voit par là combien il est nécessaire que par une suite ininterrompue d'observations et d'études, la navigation soit dotée de notions précises et indiscutables sur la forme et la propagation de l'onde marée, sur les courants alternatifs qu'elle engendre, sur les dénivellations d'amplitude variable qu'elle détermine; et qu'elle soit constamment à même par une synthèse simplifiée de ces études et de ces observations, de savoir, en un point quelconque du fleuve, à une heure quelconque du jour et de la nuit, à une période quelconque de la lunaison, quelles sont les profondeurs dont elle dispose, et quelles mesures elle doit prendre pour aborder avec sécurité les passages difficiles. C'est la résolution de ce problème « de la route » qui constitue le troisième terme de l'améliora-

tion d'un fleuve à marée; les travaux qu'il nécessite ne sont ni les moins laborieux, ni les moins délicats.

Les travaux proprement dits d'approfondissement de la Gironde comprennent l'exécution d'ouvrages destinés, tant à aménager les courants naturels en vue de leur maximum d'action, qu'à fixer les parties mobiles du lit; elle est complétée par de puissantes opérations de dragages. Ces travaux, qui ont entraîné dans leurs débuts quelques tâtonnements et n'ont guère pris un essor général que dans ces dernières années, ne sont pas encore terminés; malgré les résultats particulièrement encourageants qu'ils ont donnés dans les régions où ils sont le plus avancés, ils sont encore de date trop récente pour avoir manifesté tous leurs effets, et la prudence la plus élémentaire conseille d'attendre encore pendant un certain temps la consolidation des résultats acquis avant de les livrer à la publicité scientifique.

L'organisation de l'éclairage et du balisage, au contraire, est actuellement presque entièrement achevée et sera terminée dans le courant de cette année. Les résultats qu'elle a donnés ne comportent et ne pouvaient comporter aucune incertitude; il est donc possible d'en donner une description détaillée que complètera l'examen des appareils et des dessins qui ont été réunis dans le pavillon des travaux publics à l'Exposition de Bordeaux.

Quant au problème de la route des navires en Gironde, les études et les observations de courants entreprises depuis deux années pour le résoudre ne sont encore ni assez complètes ni assez générales pour que les conséquences à en déduire puissent être livrées sans réserve aux navigateurs; mais les méthodes d'investigation et l'expression graphique des phénomènes à utiliser sont dès maintenant assez intéressantes pour qu'il ne soit peut-être pas sans utilité d'en donner une connaissance sommaire à ceux des membres du Congrès dont ces questions spéciales peuvent solliciter l'attention. Nous en dirons donc quelques mots, après avoir parlé de l'éclairage et du balisage, qui formera la partie essentielle de notre communication.

§ Ier. — ÉCLAIRAGE ET BALISAGE DE LA GIRONDE

En 1889, les atterrages de l'embouchure de la Gironde étaient signalés à 28 milles et demi dans l'ouest du méridien de Royan, par le phare de Cordouan, œuvre composite, mais exquise, des architectes et des ingénieurs de la vieille monarchie, pieusement entretenue et scrupuleusement respectée par la génération nouvelle; posée pour le navigateur, au milieu de l'Océan, non seulement comme une vigie lumineuse annonçant les dangers de la côte, mais comme un témoi-

gnage précurseur de l'hospitalité de la France, de sa civilisation opulente, de son culte raffiné de l'art. Terminé au commencement du règne de Louis XIII par Louis de Foix, surélevé par Teulère à la fin du règne de Louis XVI, ce monument portait en son sommet, à 60 mètres au-dessus du niveau des pleines mers, un feu tournant de premier ordre d'environ 6,200 becs Carcel d'intensité lumineuse, projetant sur l'horizon des éclats lumineux coupés par des éclipses de minute en minute.

A 50 kilomètres dans le sud de Cordouan les deux phares de premier ordre fixes établis sur les dunes boisées de Hourtin empêchaient les navires de s'engager trop profondément dans le golfe de Gascogne; à 25 kilomètres au nord le feu de troisième ordre de la Coubre et le feu électrique de la Palmyre donnaient le premier alignement suivi pour entrer dans la passe du nord de la Gironde, la seule qui soit suivie par la grande navigation. Puis venaient le feu flottant du Grand-Banc, les feux à terre de la Falaise, de Terre-Nègre, de Saint-Georges et de Suzac au delà desquels on franchissait le méridien de Royan pour entrer dans l'estuaire intérieur.

La seconde passe, dite du Sud, était éclairée par les feux de Saint-Nicolas et de Grave, ainsi que par les feux de Royan, et servait pendant les beaux temps à la flottille de pêche et à la petite navigation.

Un nombre considérable d'amers et de bouées signalaient, en outre, pendant le jour les écueils de la route et les alignements à suivre, mais une seule bouée lumineuse à gaz était placée dans la passe du Nord sur le banc dit de la Mauvaise et fonctionnait à titre d'essai.

Dans l'estuaire intérieur, entre Royan et Pauillac, les alignements étaient donnés pendant la nuit par le feu clignotant de Grave, les trois feux flottants de Talais, de By et de Mapon, ayant chacun une intensité lumineuse de 25 à 39 becs Carcel; par le feu blanc à éclipses de 4 en 4 secondes de Patiras, enfin par les deux feux rouges de Saint-Lambert et du débarcadère de Pauillac.

A Pauillac, on trouvait un mouillage où s'arrêtaient les navires, d'abord pour y subir les formalités sanitaires, puis pour alléger avant de gagner Bordeaux, lorsque leur tirant d'eau en pleine charge leur interdisait l'accès de ce port. De nombreuses bouées signalaient, en outre, pendant le jour, les bancs de la Gironde inférieure, mais on n'apercevait entre Royan et Pauillac aucune bouée lumineuse.

Enfin, dans la Gironde supérieure et la Garonne maritime, c'est-à-dire dans la partie comprise entre Bordeaux et Pauillac, sur

45 kilomètres de longueur, une fois passés les premiers alignements des feux de ce dernier port, on ne trouvait plus que quelques feux isolés disposés sur la rive, alimentés par des bougies, et indiquant de la façon la plus sommaire la route à suivre pour la navigation; et cependant cette région était semée de hauts fonds, dont quelques-uns, à certaines époques de l'année, tels que ceux du Bec-d'Ambès, à 25 kilomètres de Bordeaux, et de Bassens, à 8 kilomètres, ne donnaient pas 2 mètres de tirant d'eau disponible à basse mer.

Aujourd'hui, à la suite des études faites par le service central, par les ingénieurs locaux et par les commissions nautiques qui se sont réunies dans la Gironde à diverses époques, une transformation radicale s'est opérée dans l'éclairage et le balisage du fleuve, entre Bordeaux et la mer.

En premier lieu, l'on a profité de la situation avancée de la pointe de la Coubre dans l'ouest du méridien de Cordouan et de son rôle prépondérant à l'entrée de la passe du nord de la Gironde, pour y placer les dispositifs de grand atterrissage. Un feu éclair électrique, remplaçant à la fois le feu électrique de la Palmyre et le feu actuel de la Coubre porté sur une charpente trop basse et hors d'usage, sera placé sur une tour en maçonnerie de 53 mètres au-dessus du sol, et à 60 mètres au-dessus du niveau des hautes mers. Ce feu, d'une intensité variable entre 1 et 2 millions de becs Carcel de 10 bougies, suivant l'état de l'atmosphère, émettra toutes les 10 secondes un groupe de 2 éclats groupés eux-mêmes, de 2",4 dans le groupe et de 7",1 entre les groupes. La durée de ces éclats sera de 1/10 de seconde environ et portera à 56 milles au large. En temps de brume, une sirène établie sur la galerie supérieure du phare émettra de 2 en 2 minutes un groupe de deux sons d'égale hauteur d'une durée de 3" chacun, séparés par un intervalle qui durera aussi 3" environ. Dans la tour du phare, un feu accessoire de faible intensité émettra, sur les écueils qui bordent la passe, des secteurs lumineux diversement colorés.

Cordouan, de tournant qu'il était, deviendra fixe; il cessera d'être feu de grand atterrissage et servira principalement, au moyen de secteurs lumineux émis autour de l'horizon, soit à renforcer l'alignement de ce phare par le feu flottant du Grand-Banc qui deviendra le premier alignement de l'embouchure, soit à signaler les bancs du Chevrier et du gros Terrier dans la passe du Sud, les battures de Cordouan et les roches de Monrevel dans la passe du Nord.

Des deux feux fixes de Hourtin, l'un a été éteint, le deuxième est devenu un feu éclair à quatre lentilles alimenté à l'huile minérale et émettant à 37 milles de distance une série d'éclats de 1/10 de

seconde environ de durée, à 5" d'intervalle; éclats dont l'intensité peut atteindre 20.000 becs Carcel par un état moyen de l'atmosphère.

Les autres feux d'alignement de l'estuaire extérieur ont conservé leur destination et leur caractère respectifs, et il en est de même des amers et des bouées; mais un groupe de trois bouées lumineuses à gaz à feux blanc, rouge et vert, seront disposées en triangle sur la partie la plus saillante de la barre, c'est-à-dire par des fonds de 8m50 à 9 mètres sous basse mer; elles permettront ainsi aux navigateurs de traverser avec précision leur intervalle sans pouvoir confondre cette région critique de la passe avec aucune autre.

Dans l'estuaire intérieur, y compris le platin de Grave situé à son entrée, quinze bouées lumineuses signalent les bords du chenal, de sorte que, abstraction faite des alignements conservés, il suffirait pour remonter à Pauillac de suivre le réseau des bouées lumineuses en se portant successivement de l'une à l'autre. Et comme les anciens feux flottants de Talais, By et Mapon, par la faiblesse de leur pouvoir éclairant et par les dépenses considérables de leur entretien et de leur personnel ne sont plus à la hauteur du progrès réalisé dans le service de l'éclairage, Talais et Mapon seront remplacés par deux bateaux-feux d'un type nouveau à trois gardiens, desservis au gaz d'huile, et d'une intensité lumineuse de 20.000 becs Carcel; By sera remplacé par une bouée lumineuse scintillante d'un type spécial permettant de ne la confondre avec aucune autre. Les feux de Grave et de Patiras ont été, en outre, renforcés dans le sens de leurs alignements respectifs par des lentilles spéciales donnant un éclairage puissant de 1° d'amplitude de part et d'autre du chenal de navigation. Toutes ces dispositions ont eu pour double résultat de diminuer la dépense de l'éclairage en améliorant ses conditions, circonstance devenue indispensable pendant les brumes fréquentes de l'hiver pour la circulation intensive que la Gironde est appelée à desservir.

Entre Pauillac et Bordeaux, les anciens feux de rive ont été multipliés et modifiés en conformité des principes de coloration prescrits par la règle internationale des signaux de nuit (feu vert à tribord de la route, rouge à bâbord, lorsqu'on vient de la mer); puis un ensemble de quinze bouées à gaz a été disposé de manière que les navires puissent constamment cheminer entre ces bouées et les feux à terre en évitant les bancs et sans sortir du chenal.

Dans la période de 1889 à 1895, trente-trois bouées lumineuses ont donc été placées sur la route des navigateurs entre Bordeaux et la mer; un tel développement donné à ce genre perfectionné d'éclairage, nécessitait des dispositions spéciales pour l'alimenter. Dans ce

but, une usine à gaz d'huile exploitée directement par l'administration a été installée à Royan, et un bateau baliseur à vapeur d'une force motrice de 200 chevaux indiqués a été construit pour porter à pied d'œuvre au moyen de réservoirs nommés accumulateurs et de pompes de compression spéciales le gaz d'huile destiné au rechargement des bouées.

Telles sont dans leur ensemble les dispositions les plus récentes adoptées pour le balisage et l'éclairage de la Gironde; elles donnent la solution d'un problème local important par les intérêts considérables qui s'attachent à la navigation de ce grand fleuve et à la fréquentation du port de Bordeaux. Mais la portée de ce problème n'est pas seulement d'ordre local, car il comporte l'utilisation de la plus grande partie des appareils nouveaux qui ont été récemment imaginés pour éclairer le littoral français; appareils qui n'existaient pas en 1889 au moment de l'Exposition universelle de Paris, et dont les premiers spécimens n'ont figuré qu'à l'Exposition de Chicago en 1893. Envisagé à ce point de vue, la Gironde constitue un champ étendu d'expériences présentant un véritable caractère d'utilité internationale, car l'application des appareils en essai n'est que la mise en pratique d'une doctrine ingénieuse encore peu connue et en opposition singulière avec les systèmes en faveur dans les pays étrangers, notamment en Angleterre, où la corporation Trinity House a porté cependant les procédés d'éclairage à un rare degré d'intensité et de perfectionnement.

Nous nous bornerons ici à n'indiquer que les principes essentiels de ce nouvel éclairage, et nous sommes ainsi amené à définir en première ligne les feux que nous avons désignés plus haut sous le nom de feux-éclairs.

Dans l'ancien mode d'éclairage, Fresnel avait jugé nécessaire non seulement de porter à 8 secondes la durée des éclats de ses appareils de premier ordre, mais encore de la doubler artificiellement aux dépens de l'intensité lumineuse, en déviant l'éclat émis par leur coupole. Ces appareils n'effectuaient leur rotation qu'en 8 minutes. Après lui, on a accéléré, il est vrai, cette vitesse, mais surtout en vue d'augmenter la rapidité de succession des éclats. Pour les phares de premier ordre scintillants, on a dû recourir à des appareils formés de 24 lentilles dont les éclats duraient encore une seconde et demie. Dans les premiers feux électriques français on n'a pas voulu descendre au delà d'une seconde, et plus récemment encore, les ingénieurs du Trinity House ont cru devoir revenir aux éclats à longue durée.

Il en résulte que la lumière issue d'un foyer et répartie sur toute

la périphérie de l'appareil lenticulaire qui l'enveloppe n'est utilisée que pour une faible fraction de sa puissance totale en chacun des centres lumineux qui se présentent successivement aux yeux de l'observateur, et que pour satisfaire à l'accroissement, de plus en plus exigé, de la portée lumineuse, il faut recourir à des foyers d'une intensité telle, que la direction et la surveillance en deviennent particulièrement difficiles. C'est ainsi, par exemple, que dans certains phares anglais il a fallu superposer dans la même lanterne deux, trois et même quatre appareils munis chacun de leur lampe, ce qui oblige pour l'aération des lanternes et pour la conduite de ces feux à des sujétions toutes spéciales.

En France, dans ces dernières années, l'on s'est demandé s'il ne serait pas possible de réduire au minimum la durée de perception de l'éclat en remarquant qu'au bout de ce temps la lumière, ayant produit tout son effet sur la rétine, reste d'intensité constante, que sa persistance est dès lors sans bénéfice, et que son action se prolonge en pure perte. D'après les expériences multipliées de savants physiciens et physiologistes, il a été reconnu que le maximum pratique de la durée de l'éclat, observé à la limite de la portée lumineuse d'un phare, est compris entre 1/8 et 1/12 de seconde. On a pratiquement adopté 1/10, et l'expérience a justifié cette détermination.

Si l'on ajoute à la conception qui précède l'observation que la durée des éclats est sans influence sur la valeur du caractère d'un feu, qu'elle peut être réduite dans une mesure quelconque, à la condition que les éclats se reproduisent aussi fréquemment que possible, et au moins toutes les cinq secondes, et qu'alors le caractère du feu ne laisse rien à désirer, on est amené à conclure qu'en répartissant la lumière d'un foyer de phare sur une fraction minimum du périmètre de son optique, et en réduisant même les centres lumineux à un seul lorsque les circonstances le permettent, on pourra utiliser aussi complètement que possible la lumière émise par le foyer, à condition que de grandes vitesses de rotation puissent être données à l'appareil d'éclairage, afin de produire une succession rapide des éclats.

C'est dans cet ordre d'idées qu'ont été imaginés et construits, sur l'initiative et sous la direction de M. l'inspecteur général Bourdelles, alors ingénieur en chef du service central des phares et balises, des dispositifs d'optiques, d'abord à quatre, puis à deux, puis enfin à une seule lentille. Cette dernière catégorie d'appareils est de beaucoup la plus parfaite et la plus simple, car, en concentrant sur la partie sphérique de la lentille la moitié des faisceaux lumineux émis

par le foyer, et en y ajoutant un réflecteur également sphérique, ce qui permet de concentrer sur un même point le tiers de l'autre moitié, on recueille au total les deux tiers de cette lumière. Il est vrai qu'un appareil de ce genre exige des becs de grandes dimensions, et que cette sujétion a exclu jusqu'ici l'emploi des optiques de deuxième et de premier ordre à une seule lentille; mais ils sont particulièrement appropriés aux appareils de troisième ordre et d'ordre inférieur. Un feu-éclair de troisième ordre a une puissance de 15,000 becs Carcel de 10 bougies, c'est-à-dire d'une puissance plus que double de celle des feux de premier ordre les plus intenses actuellement en service sur les côtes de France.

Quant aux feux-éclairs de premier ordre à deux et à quatre lentilles, leur puissance peut atteindre respectivement 40,000 et 20,000 becs Carcel, c'est-à-dire une intensité qui n'avait jamais été encore obtenue jusqu'ici avec les appareils à huile minérale.

Le système des feux-éclairs s'adapte facilement à l'emploi de la lumière électrique; leur intensité atteint dans ce cas plusieurs millions de becs Carcel, sans qu'il soit nécessaire d'augmenter démesurément le diamètre des charbons; celui-ci ne dépasse pas 23 millimètres, tandis qu'en Angleterre, pour des feux dont l'intensité n'excède pas 600,000 carcels, il a fallu recourir à des charbons de 6 centimètres de diamètre.

Les feux-éclairs sont susceptibles, par les dispositions diverses qu'on peut donner à leurs lentilles, de produire les séries les plus variées d'éclats; ce sont elles qui servent, avec la coloration des feux, à les différencier. Ils présentent d'ailleurs, par rapport aux anciens feux, un caractère nettement tranché : la brièveté des éclats leur donne l'apparence des éclairs, ce qui justifie leur nom, et la puissance relativement considérable du feu complète cette apparence. Enfin, leur visibilité se manifeste souvent bien au delà de leur portée géographique; le feu direct disparaît, il est vrai, dès qu'il passe au-dessous de l'horizon; mais l'observateur continue à voir les faisceaux qui tournent au-dessus de lui et qu'un effet de perspective fait apparaître comme rayonnant du phare, dont le gisement reste ainsi nettement indiqué pour guider le navigateur, avantage considérable et tout à fait décisif, surtout pour les feux de grand atterrage.

Les résultats que nous venons d'indiquer ne peuvent être obtenus que par des dispositifs spéciaux permettant de donner aux appareils d'éclairage la rapidité de rotation qui leur est nécessaire. Ces dispositifs varient avec les divers types de feux à un, deux et quatre lentilles. Nous nous bornerons ici à dire quelques mots sur l'un

d'eux, du feu à une lentille unique avec réflecteur sphérique qui figure à l'Exposition de Bordeaux. Il comprend un bec à trois mèches alimenté par l'une ou l'autre des deux lampes à niveau constant placées sur son pourtour. Le bec et les lampes, ainsi que la lentille, le réflecteur et tous les accessoires de l'appareil, reposent sur un bâti de forme cylindrique annulaire plongeant sur une cuve à mercure et flottant sur ce liquide métallique. Le pivot sur lequel s'effectue le mouvement de l'appareil se trouve ainsi presque entièrement soulagé, et la rotation peut s'effectuer dès lors avec rapidité et sans usure des organes. L'axe porte un pignon denté qui engrène avec la dernière roue d'un système d'horlogerie à poids qui communique le mouvement à tout le système et qui est muni de régulateurs spéciaux, pour imprimer aux occultations et aux éclats une durée uniforme, nécessaire pour bien définir le caractère du feu.

Telle est l'innovation capitale introduite récemment dans le service de l'éclairage des côtes par l'emploi des feux-éclairs. Dans la Gironde notamment, le système a été appliqué au feu de Hourtin (appareil de premier ordre à quatre lentilles, à éclats également espacés) et le sera au feu électrique de la Coubre (appareil à deux lentilles, à éclats inégalement espacés).

Nous terminerons cet exposé en donnant quelques indications sommaires sur les autres progrès réalisés pendant la même période.

Tandis qu'avec les feux-éclairs on trouvait le moyen d'augmenter dans une large mesure la puissance et le rayon d'action des phares sans accroissement des dépenses, on s'appliquait aussi à réaliser économiquement le bénéfice de l'éclairage en des lieux et sur des points qu'on ne pouvait pratiquement signaler par les procédés antérieurement en usage. Au moyen des feux permanents à l'huile minérale qu'on a réussi à faire fonctionner d'une façon continue, jour et nuit, sans gardien, pendant plus de trois mois consécutifs; au moyen des bouées lumineuses à gaz d'huile brûlant pendant une durée ininterrompue d'un mois, on a pu repérer des écueils ou groupes d'écueils qu'il avait été jusqu'alors impossible de signaler à l'attention des navigateurs. On a ainsi étendu dans deux directions opposées les ressources anciennes en créant des feux plus puissants que ceux qui existent et d'autres de moindre importance au point de vue des dépenses d'entretien.

L'Exposition de Bordeaux présente plusieurs spécimens de bouées et de feux permanents; quelques-uns de ces types sont de construction toute récente et n'ont même pas encore été expérimentés sur les points du littoral français auxquels ils sont destinés.

§ 2. — Route des navires en Gironde.

C'est entre Bordeaux et la pointe de Grave ou Royan que la route des navires présente le plus de difficultés, parce qu'à l'ouest du méridien de Royan l'on trouve de grandes profondeurs dans l'estuaire extérieur, et que ce n'est en réalité que par les plus basses mers, et pour les plus grands navires, que le passage de la barre du Nord peut présenter quelques dangers pendant les mauvais temps. C'est donc entre Bordeaux et Grave qu'on s'est appliqué à bien définir les conditions de la route des bâtiments, de manière qu'ils puissent traverser les passages difficiles, soit à la montée, soit à la descente, dans les conditions les plus favorables de tirant d'eau.

Le problème de la route suppose en chaque point du fleuve la connaissance des éléments suivants :

La profondeur du lit, qui est donnée par les cartes hydrographiques et les plans de sondages dressés chaque année par le service local;

La courbe locale des marées et les heures des renversements des courants, ou étales. Ces éléments varient chaque jour de la lunaison et ne peuvent être obtenus que par la moyenne d'un grand nombre d'observations directes.

On suppose d'ailleurs que le fleuve est en basses eaux, l'effet des crues étant de relever le niveau du plan d'eau et de placer la navigation dans des circonstances plus favorables. Il convient d'ajouter qu'au-dessous de Bordeaux les plus grandes crues fluviales n'ont qu'une faible influence; au Bec-d'Ambès, elles atteignent au plus 2 ou 3 décimètres; à Pauillac, elles sont presque insensibles.

Avec ces connaissances, il a été possible de donner pour chacun des coefficients de la marée, ou plus exactement pour les divers coefficients, de dix en dix environ, en partant du plus faible, une série de routiers graphiques établis de la manière suivante :

Sur une ligne horizontale formant l'axe des abscisses, ont été figurées depuis la pointe de Grave, à laquelle est rapportée l'origine des espaces et des temps, les heures et fractions d'heure de deux marées consécutives.

Sur une ligne verticale formant l'axe des ordonnées, ont été figurées, avec leurs espacements relatifs, les diverses stations d'observations comprises entre la pointe de Grave et Bordeaux. Ces stations sont constituées, d'une part, par les postes marégraphiques et les ports importants du fleuve; d'autre part, par les hauts fonds principaux qui forment obstacle à la navigation.

pleines et basses mers ont été rap-
·me des étales de flot et de jusant
urants alternatifs, — dès lors
successivement un navire
vers la mer.
s données par les
re au-dessous
a permis de
leuve, la pro-
La réunion de
courbes topogra-
) en 0,50; en sorte
n tracé dans lequel
du temps représente
r à tout instant cette
ps donné, et rencontrer
iée.
re de 6^m50 de tirant d'eau
de coefficient 44, c'est-à-dire
e heure trois quarts avant la
n outre une vitesse propre de
en nombre rond onze nœuds de
et sept nœuds contre le courant,
Pauillac trois heures environ après
contré partout des profondeurs d'au

ontre que ce navire aurait pu quitter le
ment avant la pleine mer et rencontrer sur
onditions de profondeur minimum; il a donc
aux de une heure quarante-cinq minutes pour
s du bassin ou des quais en rivière et pour sa
reillage.

montre également que le navire dont il vient d'être
suivant sa route vers l'embouchure, trouvera partout,
Bordeaux une heure quarante-cinq minutes avant la
r du lieu, des fonds supérieurs à 6^m50; mais que s'il part
nutes seulement avant la même pleine mer, il devra, pour
trer sur la barre de By des fonds d'au moins 6^m50, forcer sa
se à partir de Pauillac.

Le graphique montre encore, par le pointement des courbes, quels sont actuellement les hauts fonds les plus gênants pour la navigation (Bassens et Beychevelle); il montre aussi combien les

conditions de la descente d'un navire sont plus difficiles que celles de sa montée, fait qui tient à ce que la marée mettant environ trois heures pour se propager de Grave à Bordeaux, un navire qui part en bonne vitesse du premier lieu aux abords de la pleine mer chemine pendant presque toute sa montée sur le sommet de l'onde.

Les routiers permettent d'ailleurs facilement de résoudre beaucoup d'autres questions accessoires du problème de la navigation en rivière; il suffira d'avoir indiqué celles qui précèdent, et qui sont les plus importantes.

M. F. CHAUDY

Ingénieur des arts et manufactures, à Paris.

PROJET D'UTILISATION DE LA CHARRUE POUR LA CONSTRUCTION DES RETRANCHEMENTS RAPIDES EN TEMPS DE GUERRE [623. 1]

— *Séance du 9 août 1895* —

I. — Effets mécaniques de la charrue.

La charrue se compose essentiellement de trois outils : le coutre, le soc et le versoir. Le coutre effectue une section verticale dans le sol, le soc pratique une section horizontale. Ces deux outils, agissant simultanément, découpent un prisme de terre que le versoir retourne.

Les effets de la charrue sont évidemment variables avec la nature du terrain.

Pour les différentes terres, de nombreuses expériences, faites avec une charrue pesant 64 kilogrammes et traînée par quatre chevaux, ont donné les résultats suivants :

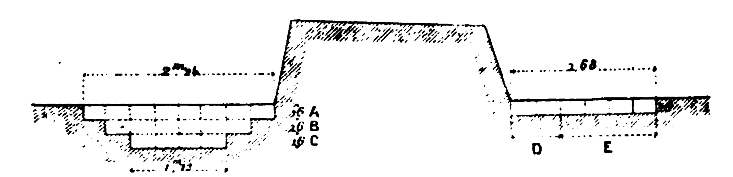
Nature des terres.	Largeur et profondeur du labour.	Traction en kilogrammes.	Vitesse de la charrue par seconde.
Légère, peu tenace	0m28 × 0m16	189	1m44
Dureté moyenne.......	0 28 × 0 16	209	1 04
Forte, avec pierres.....	0 28 × 0 16	297	0 82

C'est de ces résultats que je tirerai plus loin des conséquences importantes pour l'art de la fortification passagère.

II. — Les retranchements rapides.

Le retranchement expéditif est employé lorsqu'on doit prendre l'offensive. Son parapet a 3 mètres d'épaisseur et 1 mètre de hauteur. Ses fossés ont chacun 2m40 de largeur et 0m50 de profondeur. Ce retranchement se construit en une heure; mais il a l'inconvénient de pouvoir se retourner contre les défenseurs sans aucun travail pour l'ennemi lorsque celui-ci s'en est emparé. On remédie à cela en restreignant les dimensions du fossé extérieur.

Je suppose donc qu'on se propose de construire en une heure une



tranchée-abri ayant les dimensions transversales ci-dessus. Cette tranchée devra couvrir le front le plus étendu d'un corps d'armée, c'est-à-dire que sa longueur devra être de 5,000 mètres.

Si, pendant la paix, il est facile pour les fantassins de construire un retranchement analogue parce que les outils nécessaires (pelles et pioches) sont sous leurs mains au moment voulu, il faut prévoir que, pendant la guerre, une circonstance fortuite peut priver nos soldats, dans un instant critique, de ces objets indispensables à leurs travaux. Il faut prévoir aussi que, eussent-ils tous ces objets sous la main, le temps pourra leur manquer pour pouvoir achever avec les seules pelles et pioches dont ils peuvent disposer, un retranchement qui doit les mettre à l'abri du feu de l'ennemi. Il ne faut donc, en temps de guerre, rien dédaigner parmi les nombreux outils que l'on rencontre dans tous les villages. Et si, parmi ces outils du laboureur, il en est qui peuvent remplacer, dans certains cas, les outils du soldat, il faut les rechercher et les faire connaître. C'est à ce titre que j'appelle l'attention sur l'utilisation possible de la charrue en temps de guerre pour la construction des retranchements passagers.

III. — Utilisation de la charrue pour la construction des retranchements rapides.

Pour obtenir la tranchée-abri dont j'ai représenté plus haut la coupe transversale, on emploiera huit charrues se suivant à quel-

ques mètres de distance les unes des autres et traçant huit sillons parallèles et contigus. Chacun de ces sillons ayant 0^m28 de largeur et 0^m16 de profondeur, on remuera ainsi une première couche A qu'on transportera à la pelle, ou même à la main, sur le parapet. La vitesse des charrues étant de 1^m44 par seconde, ce premier travail sera exécuté sur une longueur de 1,250 mètres en

$$\frac{1250}{1,44} = 868 \text{ secondes.}$$

Je fais remarquer, avant d'aller plus loin, que la manière d'employer les charrues que je viens d'indiquer pourra évidemment être modifiée conformément aux indications des expériences futures. C'est ainsi qu'on pourra, au lieu d'attaquer le terrain de 1,250 mètres de longueur en un même point avec les huit charrues, préférer l'attaque sur huit points différents à la fois. On constituera alors des ateliers de 156 mètres de longueur chacun avec une charrue seulement par atelier.

La couche A enlevée, on remuera ensuite, avec six charrues seulement, une deuxième couche B de dureté moyenne. Les deux charrues disponibles à ce moment seront utilisées pour enlever du côté de l'ennemi une tranche D de 0^m56 de largeur. La vitesse des charrues remuant la couche B étant de 1^m04 par seconde, cette deuxième partie de l'opération demandera

$$\frac{1250}{1,04} = 1201 \text{ secondes.}$$

Enfin, il restera à enlever une dernière couche C, de grande dureté, en employant quatre charrues. Les quatre charrues non utilisées pour le fossé intérieur le seront pour le fossé extérieur. Elles serviront à enlever une couche E de 1^m12 de largeur. La vitesse des charrues remuant la couche C étant de 0^m82, il faudra, pour terminer la construction,

$$\frac{1250}{0,82} = 1524 \text{ secondes.}$$

Il résulte de ces calculs partiels que le travail entier sera effectué en

$$868 + 1201 + 1524 = 3593 \text{ secondes,}$$

c'est-à-dire en une heure.

Si donc, comme je l'ai supposé, il s'agit d'un retranchement de 5,000 mètres de longueur à construire dans ce temps, il faudra faire

usage de

$$\frac{5000}{1250} = 4$$

groupes de huit charrues, soit 32 outils. En tenant compte des pertes de temps inévitables, on peut affirmer que pour qu'un corps d'armée puisse se retrancher dans de bonnes conditions, il suffit qu'il puisse trouver dans les fermes et les villages à sa portée, de quarante à cinquante charrues, qu'il rassemblera aussitôt que la bataille paraîtra imminente.

IV. — Sur la possibilité de l'emploi de la charrue a la guerre.

La charrue traînée par quatre chevaux constitue un appareil très visible qui ne pourrait pas évidemment s'employer facilement sous le feu de l'ennemi. Je vais indiquer dans quelles conditions son emploi sera possible.

De deux armées qui en viennent aux mains, celle qui emploie la défensive est ordinairement celle qui se sent la plus faible comme nombre ou comme moral ; elle cherche à compenser son infériorité en choisissant une position avantageuse qu'elle occupera et qu'elle fortifiera le plus possible ; elle manœuvrera de manière à obliger l'ennemi à l'attaquer dans cette position.

Il s'écoulera toujours au moins cinq ou six heures avant que l'armée assaillante ait repoussé les avant-postes établis devant la position choisie.

Il est de règle, en effet, de faire précéder la véritable ligne de défense d'une avant-ligne moins forte, gardée par de faibles détachements, qui oblige l'ennemi à se déployer en partie, à se montrer et à s'engager sérieusement. Tout cela prend du temps, beaucoup de temps. Le défenseur acquiert ainsi le double avantage de gagner le loisir nécessaire pour organiser solidement la véritable ligne de défense, et de forcer l'ennemi à se montrer en grande partie : il le voit venir.

Ce sont ces combats partiels qui constituent ce qu'on est convenu d'appeler les préliminaires de la bataille. Ils se passent à une distance variant entre 2,000 et 3,500 mètres en avant de la véritable ligne défensive. Les troupes qui occupent cette dernière se trouvent donc momentanément à l'abri de toute atteinte, et construisent leurs retranchements en toute sécurité.

Pour la construction de ces retranchements rapides, qui doivent pouvoir s'élever en cinq ou six heures, la charrue pourra être d'un grand secours, en ce qu'elle permettra en une heure de couvrir le

front le plus étendu d'un corps d'armée d'une tranchée-abri très renforcée, et qu'elle rendra disponibles les trois quarts des pioches et la moitié des pelles que possède le corps. On pourra, avec ces outils, fortifier les points les plus importants en y élevant des redoutes.

De plus, au commencement de la bataille proprement dite, durant les deux ou trois premières heures au moins, on pourra utiliser quelques-unes des troupes gardées en réserve pour préparer une deuxième ligne de défense, à 2,000 mètres environ en arrière de la première; et, contrairement à ce qu'on a pu obtenir jusque aujourd'hui, cette deuxième ligne pourra acquérir une très grande force, étant donnée la rapidité avec laquelle s'élèveraient les tranchées-abris renforcées.

M. MARCHAL

Ingénieur de la marine, à Saint-Nazaire.

MÉTHODE EMPIRIQUE POUR ÉTUDIER LES FORMES DES CARÈNES [623. 8]

— Séance du 9 août 1895 —

I

Un des procédés dont on fait usage en vue de rechercher les meilleures formes à donner aux carènes est celui qui consiste à considérer la courbe représentant la loi de succession des aires transversales. L'ingénieur de la marine de Ferranty, un des premiers, a relevé ces courbes pour un certain nombre de bâtiments, et facilité ainsi des comparaisons intéressantes.

Le but que je me suis proposé en étudiant des courbes de ce genre a été de les établir de manière à éliminer un élément étranger à l'étude des formes, celui qui se rapporte à la différence du déplacement d'un navire à l'autre. Quand ces courbes, que j'appellerai, pour abréger, *courbes d'acuité,* sont déduites des dimensions réelles des bâtiments, les angles sous lesquels elles rencontrent la

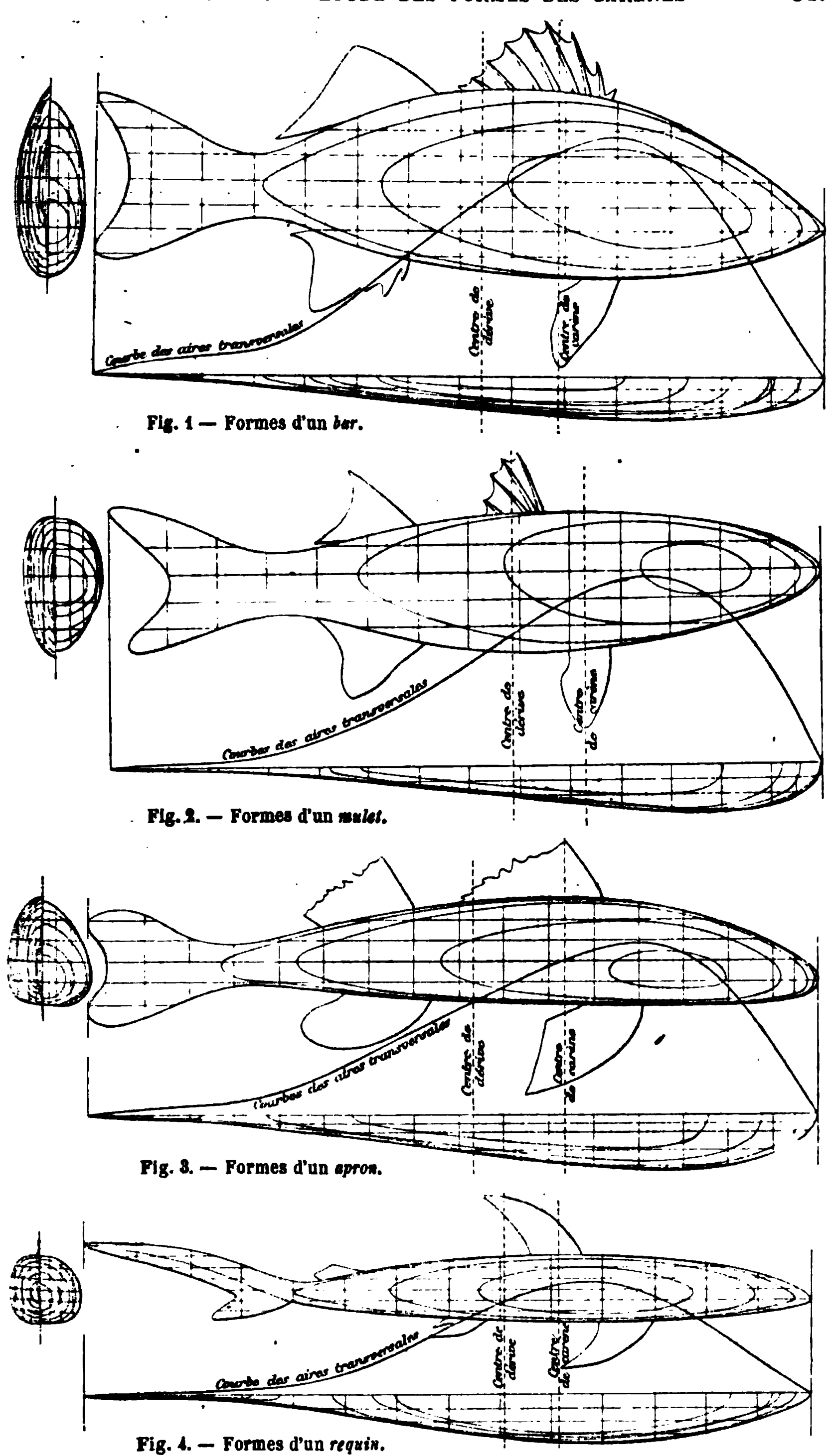


Fig. 1 — Formes d'un *bar*.

Fig. 2. — Formes d'un *mulet*.

Fig. 3. — Formes d'un *apron*.

Fig. 4. — Formes d'un *requin*.

ligne des abscisses, angles qui indiquent l'affinement général des extrémités, ne sont plus comparables entre eux, et les courbes ne sont pas semblables pour des navires semblables : l'aspect des figures donne une idée fausse de la finesse des formes, qui paraît relativement bien plus grande avec les petits bâtiments qu'avec les grands. La meilleure manière de dégager le caractère des formes était d'employer un mode de représentation qui donnât un diagramme identique pour les navires semblables. Il est, en effet, assez rationnel que la figure soit la même pour un bâtiment réel et pour son modèle.

Ces courbes (*fig. 7*), qui appartiennent à des bâtiments dont les qualités de marche sont connues, peuvent rendre des services dans la rédaction des projets, et leur configuration, rapprochée de l'utilisation obtenue, permet de faire un premier choix dans les types à imiter. Mais cet examen, tout en conduisant à reproduire les formes les mieux réussies des bâtiments déjà construits, n'indique pas le sens des modifications à leur apporter dans chaque cas particulier, ne trace pas la voie dans laquelle doit être cherché le progrès. On peut faire un pas de plus en essayant de comparer les formes des navires à celles des poissons.

II

Pour entreprendre cette comparaison, il a fallu commencer par établir le plan des formes de quelques poissons des espèces les plus caractérisées.

C'est ce que j'ai fait pour ceux sur lesquels j'ai pu réunir des renseignements suffisants (1). Les figures 1, 2, 3 et 4 donnent les formes du *bar*, du *mulet*, de l'*apron* et du *requin*.

L'examen de ces tracés suggère les remarques suivantes :

1° Il n'y a pas nécessairement un maitre couple, ou, en d'autres termes, une section transversale contenant toutes les autres. Il arrive au contraire que, la plupart du temps, les sections chevauchent les unes sur les autres, comme cela se voit d'ailleurs, mais d'une façon moins marquée, dans les plans de navires dressés avec une différence de tirants d'eau.

2° Il en résulte que, tandis que pour les navires les lignes d'eau

(1) Ces tracés ont été établis au moyen de dessins très précis dus à Cuvier. Les poissons que j'ai choisis dans l'ouvrage du grand naturaliste sont ceux dont il donne une reproduction assez détaillée pour servir de base à un plan de formes, c'est-à-dire une projection verticale et horizontale ombrées et une coupe transversale. Pour le *requin*, je me suis servi de divers dessins, et surtout d'une description minutieuse de Lacépède, qui donne un grand nombre de dimensions en longueur, largeur et hauteur, relevées sur un *requin* qui venait d'être pris.

et les sections longitudinales ont en général leur sommet au maître couple, ici les sommets des sections faites par des plans parallèles à la longueur se trouvent sur des couples différents.

3° En particulier, les lignes horizontales ont leurs sommets en avant du couple de plus grande surface.

4° Les observations qui précèdent ne paraissent pas s'appliquer au *requin* (celui d'ailleurs dont les formes sont données avec le moins d'exactitude). Mais il faut remarquer que dans ce cas la projection transversale de la queue dépasse le contour des couples; de sorte qu'il n'est pas nécessaire que les lignes du squale favorisent l'arrivée de l'eau sur la queue, qui se trouve ici démasquée, par rapport à l'arrivée de l'eau, dans les mêmes conditions que l'hélice des bateaux torpilleurs. Il y a donc analogie entre les poissons rapides et les bateaux à grande vitesse.

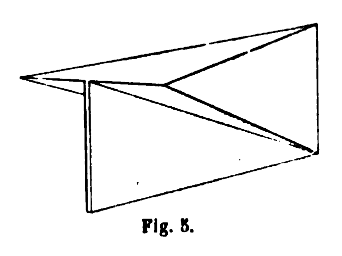
5° Les lignes longitudinales, destinées, par leur finesse, à favoriser l'arrivée de l'eau sur la queue, ne sont pas forcément les lignes d'eau : sur le *requin,* la finesse est plus grande dans le sens verticale. Le même caractère se retrouve d'ailleurs sur les oiseaux aquatiques, qui sont peut-être plus immédiatement comparables aux navires. Pour les palmipèdes, les lignes d'eau sont sensiblement des ellipses, tandis que les sections longitudinales, assez pleines à l'avant, sont très fines à l'arrière.

6° Si la section médiane du *mulet* présente ce qu'on pourrait appeler des « varangues acculées », en revanche celles du *requin,* et surtout de l'*apron,* correspondent à des « fonds plats ». D'une façon générale, les sections transversales varient tellement d'un poisson à l'autre, qu'on peut en induire que pour les corps entièrement plongés et à faible section, la forme du maître couple n'a aucune influence sur la marche. Pour les navires, cette remarque laisse également une grande liberté dans les tracés des contours, avec cette restriction cependant que la loi, suivant laquelle la surface des sections transversales est répartie sur la profondeur de la carène, n'est pas tout à fait indifférente.

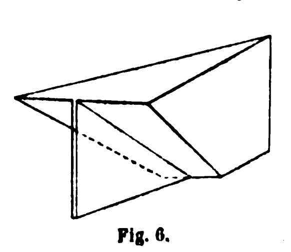
III

On peut tirer de ce qui précède une application utile aux navires, *si l'on cherche à faire en sorte que la coque protège le propulseur et le gouvernail.* Il faut, pour arriver à ce résultat, élargir la flottaison à l'arrière. On n'a pas osé le faire d'une façon complètement efficace pour les navires à deux hélices, de crainte d'un grossissement des formes fâcheux pour la marche. Les remarques qui précè-

dent autorisent à conclure qu'il n'y aurait aucun inconvénient à agir ainsi, si la forme de la carène tendait à se rapprocher de celle d'un tétraèdre (*fig.* 5), à l'arrière duquel on ajouterait un plan de dérive. Avec cette disposition, la finesse est obtenue à l'avant suivant les lignes d'eau, et à l'arrière dans le sens des sections longitudinales verticales.


Fig. 5.

On pourrait objecter que la forme précitée n'est pas favorable à l'installation des machines motrices, puisque dans la région médiane la profondeur de la carène effective est très inférieure au tirant d'eau. Cette observation pourra conduire dans certains cas à modifier la forme élémentaire proposée tout à l'heure, et à lui substituer celle d'une sorte de tronc de pyramide triangulaire renversé dont la grande base serait la flottaison, comme le réprésente la figure 6.


Fig. 6.

Quand on passera à la pratique, il faudra évidemment substituer aux faces du solide ainsi obtenu, des surfaces courbes reliées les unes aux autres par des arrondis convenables : cette condition suffira à transformer le polyèdre en une carène à formes continues.

	DIMENSIONS RÉELLES			DIMENSIONS FICTIVES		
	Déplac'	Longueur	Surface du Maître couple	Déplac'	Longueur	Surface du Maître couple.
	tonneaux	mètres	mèt. carrés	tonneaux	mètres	mèt. carrés
Requin	»	»	»	1,000	75,30	32,00
Apron	»	»	»	1,000	62,40	33,20
Mulet	»	»	»	1,000	61,20	36,80
Bar	»	»	»	1,000	56,70	38,00
Rochambeau	7,738	112,53	115,53	1,000	56,90	29,53
Napoléon	5,030	73,70	100,125	1,000	43,00	35,40
Formidable	11,380	104,50	155,97	1,000	46,46	30,83
Iris (aux essais)	3,343	91,44	65,03	1,000	61,15	29,10
Montebello	5,082	65,00	107,00	1,000	37,81	36,25
Coëtlogon	1,843	95,00	31,57	1,000	77,50	20,95
Alger	4,108	105,60	62,98	1,000	6 ,25	24,50
Friant	3,729	97,05	64,81	1,000	62,50	26,90
Dupuy-de-Lôme	6,282	114,00	89,99	1,000	61,75	26,40
Milan	1,548	92,75	26,08	1,000	80,20	19,50
Isly	4,166	107,70	59,52	1,000	66,90	23,00

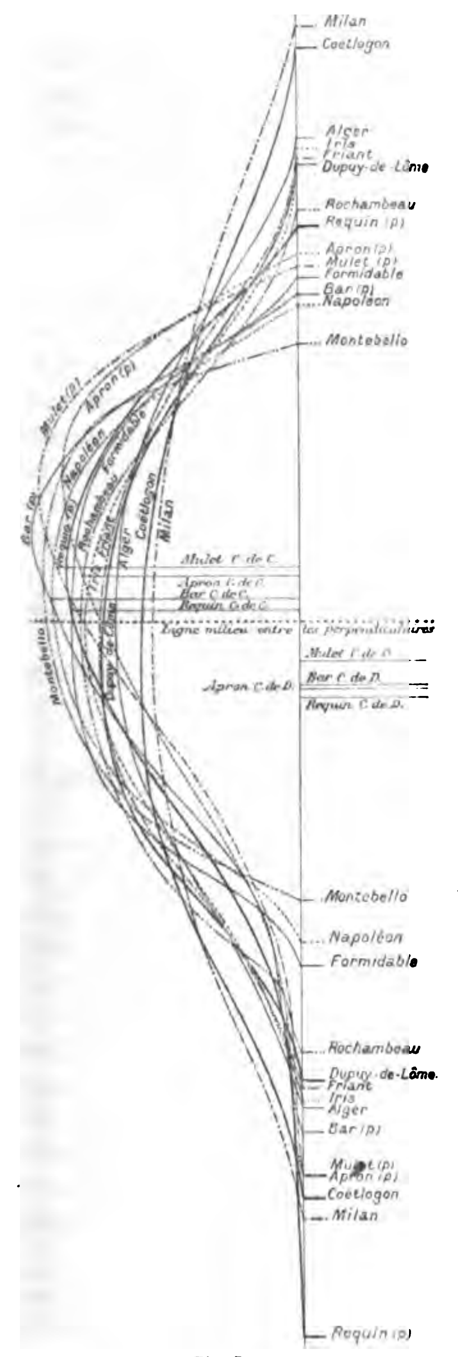


Fig. 7.

Tous ces corps immergés sont amenés à un déplacement unique représenté par le nombre 1000; les calculs effectués dans ce but sont réunis sur le tableau ci-contre. J'appelle dimensions fictives les dimensions qui résultent de ces calculs.

On a adopté pour les abscisses les distances horizontales des couples, et pour ordonnées les aires de ces couples. On a fait coïncider tous les couples au milieu, le milieu étant pris entre l'extrémité de la tête et la naissance de la queue pour les poissons.

Les bâtiments sont supposés en différence de tirants d'eau.

Pour les poissons, on a divisé par deux le déplacement et les aires transversales afin de les rendre comparables aux navires, qui sont en quelque sorte des poissons à moitié immergés.

Les poissons sont désignés par le signe *(p)* mis à la suite de leur nom.

IV

Nous venons de voir combien les formes variaient d'un poisson à l'autre : on trouve au contraire une analogie très marquée quand, au lieu de considérer les sections planes de ces corps, on construit les courbes qui ont pour ordonnées les aires des sections transversales et pour abscisses les distances comprises entre ces sections. C'est donc par l'intermédiaire de ces courbes qu'il est naturel de comparer les navires et les poissons.

Pour établir les courbes d'acuité des poissons, je n'ai fait intervenir que la moitié de leur déplacement, considérant qu'il faudrait que les poissons fussent à moitié émergés pour éprouver de la part de l'eau une résistance du même genre que celle rencontrée par le navire; en d'autres termes, la carène d'un bateau ne peut être assimilée qu'à un *demi-poisson* coupé horizontalement en long (1). En disposant les courbes sur le plan récapitulatif, on a supposé les perpendiculaires à la pointe du museau et à la naissance de la queue.

L'examen des quatre courbes relatives aux poissons conduit aux remarques suivantes :

1° L'aire transversale de section maximum est plus rapprochée de l'extrémité de la tête que la naissance de la queue;

2° Ce maximum est très accusé;

3° Il y a une grande distance entre l'ordonnée du centre de carène et l'ordonnée du centre de dérive.

La première observation s'accorde avec l'opinion généralement reçue qu'il est important de dégager l'arrivée de l'eau sur le propulseur, et va à l'encontre de la théorie de Scott Russell, qui prône avant tout la finesse des formes de l'avant. En général, c'est souvent sous ce rapport que pèchent les courbes établies pour les navires, et la grosseur de l'arrière est surtout sensible pour les bâtiments qui naviguent avec une grande différence de tirants d'eau. Il est vrai qu'on trouve souvent un bénéfice de vitesse dans l'augmentation de la différence de tirants d'eau; mais il y a lieu de penser que l'avantage ainsi obtenu par suite de la surimmersion de l'hélice serait plus considérable encore si les formes conservaient à l'arrière une finesse dont les expériences de Le Camus (2), de Murray (3)

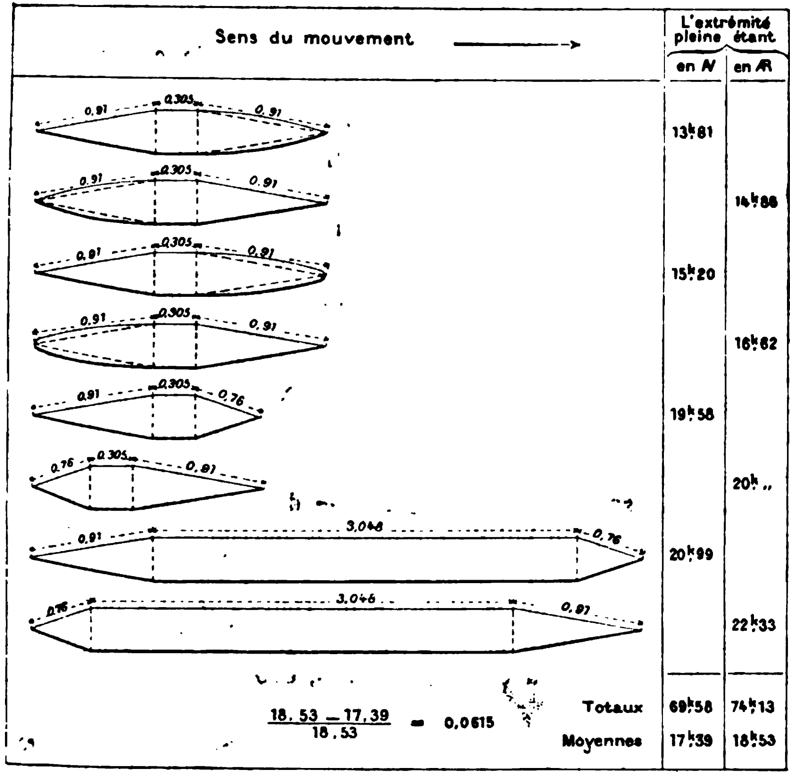
(1) Lorsqu'on a voulu faire en Hollande des expériences sur des carènes de navires complètement immergées, on a dû reconstituer le poisson tout entier, et on a réuni deux modèles identiques par la flottaison (*Revue maritime* de juin 1878, p. 520, en note).

(2) *Traité des forces mouvantes.*

(3) *Murray's Treatise on Shipbuilding.*

de Chapmann [1], de Beaufoy [2] ont depuis longtemps démontré l'importance pour les corps animés d'une grande vitesse de translation.

Nous reproduisons *(fig. 8)* les résultats que Beaufoy a obtenus en faisant mouvoir les mêmes corps alternativement avec le gros



N.B. *La hauteur et la largeur de chaque corps étaient de 0m.305, la section perpendiculaire à la direction du mouvement de 0m²0929.*

Fig. 8.

et le petit bout en avant. En prenant les moyennes des résistances trouvées dans les deux cas pour les corps considérés, on trouve $18^{k},53$ quand l'extrémité fine est en avant, et $17^{k},39$ seulement quand c'est l'extrémité renflée qui se présente la première, soit plus de 6 0/0 de bénéfice en faveur des corps dont le centre de carène se trouve en avant du milieu de la longueur totale. Chapmann prouvait d'ailleurs théoriquement que la plus grande largeur doit se trouver en avant du milieu [3].

[1] *Architectura navalis*, etc., 1768. Traduction de Vial du Clairbois, 1781, p. 40.
[2] *Nautical and Hydraulic Experiments*, etc., 1834.
[3] *Architectura navalis*, etc., *ibid.*, p. 30. M. l'ingénieur Bertin, aujourd'hui Direc-

Ces conclusions sont confirmées par le résultat d'expériences exécutées aux États-Unis en 1895, et qui consistaient à obtenir la forme de moindre résistance à la progression par l'action du fluide sur le corps en mouvement. Des parallélipipèdes de glace, traînés dans l'eau, ont pris une forme de poisson arrondie à l'avant et très effilée à la partie arrière, qui finissait en pointe aiguë avec des lignes d'eau légèrement creuses.

Les expériences de Froude ont déjà vérifié la convenance de rechercher pour les navires le caractère des formes des poissons qui se rapporte à la grande valeur de l'ordonnée maximum de la courbe d'acuité. On lit, en effet, dans le rapport du Comité chargé de vérifier la stabilité de l'*Inflexible:* « Il résulte des expériences de Torquay qu'en élargissant beaucoup la carène de l'*Inflexible* et affinant en même temps les extrémités, pour ne pas changer son déplacement, on pourrait diminuer la résistance du navire supposé intact à la marche à toute vitesse ([1]). » L'éclatant succès de l'*Iris,* qui présente une application remarquable du grossissement des formes au milieu au profit de la finesse des extrémités, est venu confirmer ces conclusions de la manière la plus complète. Il s'ensuit par conséquent qu'on risque d'aboutir à un mécompte en cherchant à réduire la surface du maître couple d'un bâtiment de déplacement donné, dans le but de diminuer la puissance nécessaire à la propulsion.

La grande valeur de la stabilité de route chez les poissons ne conviendrait sans doute pas aux navires, qui, s'ils étaient conformés comme les poissons à ce point de vue, évolueraient très difficilement.

Les nageoires des poissons, qui se comportent en route droite comme des propulseurs, deviennent, quand il s'agit d'évoluer, des gouvernails autrement puissants que ceux de nos navires.

Généralement parlant, cette observation confirme ce fait connu qu'il ne faut pas abaisser la valeur de la stabilité de route au-dessous d'une certaine limite.

teur des constructions navales, dans sa *Notice sur la marine à vapeur de guerre et de commerce,* s'exprimait ainsi sur le même sujet, pages 34 et 36 :

« On admet la nécessité de lignes d'eau suffisamment fines à l'avant pour que les ondes soulevées par la marche sur les deux flancs du navire gardent une hauteur très modérée; on a surtout reconnu la convenance de creuser beaucoup les lignes d'eau de l'arrière, en relevant les façons de chaque côté, comme une sorte de demi-voûte sous laquelle l'eau remonte facilement en remplissant le sillon creusé par le navire.

» En dessinant une carène, on doit viser à la fois à diminuer la résistance à la marche et à favoriser le bon rendement de l'hélice. Il est à remarquer que l'affinement de l'arrière répond à ces deux objets; il facilite l'arrivée de l'eau sur le propulseur; il diminue la résistance de la carène en diminuant la contre-pression sous l'arrière. »

([1]) *Revue maritime* de juillet 1878, p. 122.

V

En étudiant les formes des poissons, j'ai essayé de faire ressortir les caractères qu'il pourrait sembler avantageux de leur emprunter pour les conférer aux navires; mais j'estime qu'en pareille matière il serait imprudent de pousser trop loin l'assimilation. Il conviendra donc de prendre avant tout les formes des bâtiments remarquables par leur bonne utilisation pour base des améliorations à tenter dans le tracé des contours de la carène, en se bornant à chercher des indications dans les propriétés des formes des poissons.

Si l'on veut appliquer les considérations qui précèdent à la rédaction d'un plan de formes, on commencera par établir la courbe d'acuité, qui est l'expression la plus générale de la finesse des formes. Il y aura avantage à subdiviser le problème en construisant d'abord la courbe moyenne symétrique par rapport au milieu de la longueur entre perpendiculaires : on s'inspirera, dans le tracé de cette ligne moyenne, des courbes de même nature que fournissent les bâtiments de formes avantageuses. Pour en déduire la courbe définitive, il n'y aura qu'à proportionner convenablement les volumes de l'avant et de l'arrière; c'est ici qu'on pourra utilement consulter les courbes analogues que fournissent les poissons.

VI

Lorsque, pour chaque point de la longueur, l'aire du couple correspondant est déterminée, il reste à examiner comment doivent être distribuées ces surfaces en largeur et en hauteur.

Si l'eau dans laquelle se meut un navire était un milieu à pression constante, il n'y aurait à se préoccuper, à part la question de stabilité, que de donner aux couples une forme de contour minimum pour diminuer la surface mouillée.

On serait alors conduit à rapprocher les couples de segments de cercles.

Mais la pression hydrostatique augmente avec la profondeur, et par suite la résistance. C'est cette résistance croissante des milieux inférieurs du liquide qui fait mouvoir le piston hydrostatique de la torpille Whitehead et qui amène le relèvement du gouvernail. C'est par cette variation de la résistance avec la profondeur qu'on explique la force directrice des hélices. C'est enfin à la même cause qu'est dû l'avantage bien connu d'une grande immersion du propulseur. Et si les hélices qui débordent au-dessous de la quille, comme celles des torpilleurs, donnent un bénéfice d'utilisation, cela

tient non seulement à ce qu'elles sont mieux démasquées par les formes, mais aussi à ce que la résistance à la progression de la carène se produit dans le voisinage de la surface, dans un milieu à faible pression, tandis que la puissance s'exerce sur un fluide à forte pression hydrostatique.

Il y a donc un avantage manifeste à prendre autant que possible le déplacement dans le voisinage de la flottaison, et par suite à élever le centre de carène. C'est ce qui conduisait autrefois, comme aujourd'hui, à donner des varangues acculées aux bâtiments destinés à une grande vitesse. De cette façon, on diminuait la résistance à la marche, tout en assurant une surface convenable au plan de dérive, s'il s'agissait d'un navire à voiles, et une immersion convenable de l'hélice aux bâtiments à vapeur. Inversement, on évite les maîtres couples trop carrés et une grande valeur du rapport de l'aire de cette section à celle du rectangle circonscrit.

Ces observations sont subordonnées, bien entendu, aux questions de stabilité et de tirant d'eau, qui les primeront souvent dans la pratique; aussi, je ne les formule qu'à titre de *desideratum*.

VII

En résumé, la méthode empirique que nous proposons conduit à :

1° S'affranchir, quand on y trouve avantage, de la considération d'une section maîtresse, enveloppe de toutes les autres;

2° Chercher autant que possible la finesse de l'avant dans les lignes d'eau et celles de l'arrière dans les sections longitudinales, ce qui permet d'élargir la flottaison au-dessus du propulseur et du gouvernail;

3° Porter le centre de carène en avant du milieu en donnant plus de finesse à l'arrière qu'à l'avant;

4° Donner une grande surface relative à la section transversale d'aire maximum;

5° Élever le plus possible le centre de carène.

M. L. DEMERLIAC

Ingénieur civil à Bèze (Côte-d'Or).

MOTEUR COMPOUND A GRANDE VITESSE* [621. 11]

— *Séance du 9 août 1895* —

Depuis quelques années, les moteurs à grande vitesse ont été mis à l'ordre du jour par suite de la création de l'industrie électrique.

La dépense de vapeur par cheval-heure, qui était considérable avec les premières machines à grande vitesse, a beaucoup diminué, et elle est maintenant à peu près égale à celle des machines lentes. Ce résultat a été obtenu grâce à l'emploi des détentes successives dans des cylindres de diamètres déterminés, et l'industrie a aujourd'hui à sa disposition des moteurs à grande vitesse, marchant à double et triple expansion, et dépensant de 8 à 10 kilogrammes vapeur par cheval-heure indiqué.

Lorsque l'on considère l'influence de l'inertie sur la marche des machines à vapeur, on est forcément conduit à produire, autant que faire se peut, l'équilibre dynamique des organes animés d'un mouvement alternatif; c'est pourquoi la plupart des machines à grande vitesse sont formées par deux lignes de cylindres (au moins) actionnant un arbre dont les manivelles sont à 180° (pour deux lignes). Et si les poids des pistons, bielles, etc., sont égaux pour chaque ligne de cylindres, on produira l'équilibrage du moteur.

Cependant, remarquons qu'au point de vue de la stabilité et des trépidations, cet équilibre n'est pas complet, car l'ensemble de la machine tend à osciller autour du plan médian passant entre les deux lignes de cylindres. Il est donc de toute évidence que, pour obtenir une stabilité parfaite et supprimer les trépidations, il faut équilibrer les pièces en mouvement alternatif sur l'axe même de la machine, en plaçant les cylindres dans l'axe l'un de l'autre, et faire actionner les manivelles à 180° par un ensemble de bielles et pistons exactement équilibrés.

La simplicité des organes de distribution est une condition qui s'impose pour les moteurs à grande vitesse, qui ne peuvent être

encombrés d'appareils de détente, qui sont toujours fragiles, compliqués et d'un fonctionnement incertain aux grandes allures : le distributeur doit être un organe rapide, simple et indéréglable.

Enfin, l'on doit faire travailler la vapeur dans les meilleures conditions au point de vue thermique, en se conformant aux règles indiquées par la pratique, tout en observant que, aux grandes vitesses, l'influence des parois est relativement peu considérable, ainsi que l'ont démontré de récentes expériences.

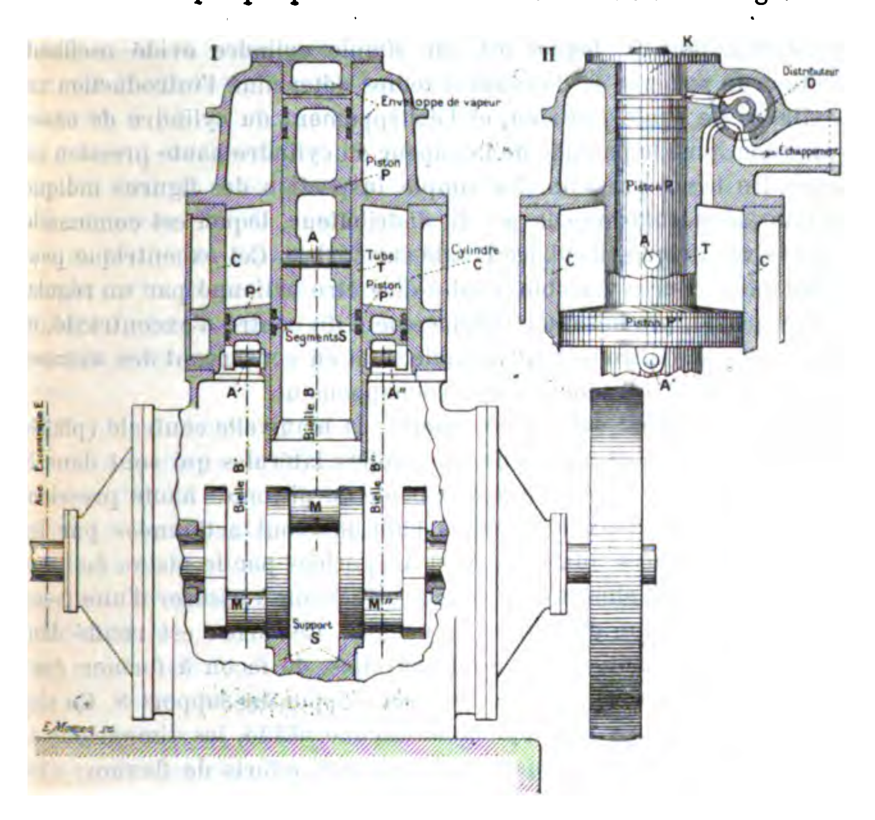
Le moteur dont suit la description a été étudié de façon à se rapprocher le plus possible des principes théoriques indiqués plus haut. A cet effet, les cylindres de haute et basse pression sont placés dans l'axe et à l'intérieur l'un de l'autre; l'arbre moteur porte deux séries de manivelles à 180° actionnées, l'une par le piston de haute pression et l'autre par le piston de basse pression. L'ensemble des pistons et de leurs bielles est exactement équilibré; il s'ensuit qu'à chaque position de la course, chaque système d'un poids égal possède une *vitesse égale et de sens inverse,* ce qui produit un équilibre dynamique absolu *sur l'axe même de la machine.* Un seul distributeur, commun aux deux cylindres, donne, à temps déterminé, l'introduction et l'échappement simultanés pour les deux cylindres. Ce distributeur, d'une seule pièce, est commandé par un excentrique ordinaire monté sur l'arbre moteur. Enfin, pour éviter toutes pertes de calories, le cylindre de haute pression est muni d'une enveloppe de vapeur disposée de telle sorte que les parois et le fond du cylindre de haute pression, ainsi que le fond du cylindre de basse pression, sont entourés de vapeur vive venant de la chaudière.

Le moteur a, d'autre part, été étudié de façon à réduire le nombre des pièces à son minimum et présenter la plus grande facilité de construction et de montage; il s'ensuit que ce type de machine est d'un prix notablement inférieur à celui de tous les moteurs similaires et que sa dépense de vapeur est aussi faible que possible.

La machine est composée d'un bâti fermé servant de support à l'arbre moteur et aux cylindres à vapeur; sur ce bâti est boulonné le cylindre de basse pression, qui reçoit à son intérieur le tube central, formant cylindre de haute pression. Par suite de cette disposition, le piston de basse pression est un fourreau annulaire coulissant sur l'extérieur du tube central.

Le tube central T porte à la partie externe l'enveloppe de vapeur et la boîte à distribution; il est alésé d'un bout à l'autre, et il est fermé à sa partie supérieure par un couvercle creux K. La bride du tube T s'ajuste, par un centrage, dans l'alésage du grand cylindre et

fait joint rodé sur la bride circulaire de ce cylindre, avec laquelle il est boulonné. Cet emmanchement, fait entièrement sur le tour, assure d'une façon rigoureuse la concordance des axes, tout en étant aussi simple que possible comme construction et montage.



Ce tube central T remplit donc un but multiple; l'alésage intérieur forme à la fois cylindre de haute pression et glissière du petit piston; il sert en même temps de guide intérieur au fourreau annulaire formant grand piston, lequel coulisse à frottement juste sur ce tube central.

Le petit piston P est un simple bouchon en fonte très long pour assurer un bon guidage et supprimer l'usure des surfaces frottantes; la partie supérieure, creuse et démontable, empêche le refroidissement de la vapeur et permet un montage irréprochable des segments d'étanchéité.

Comme nous l'avons dit plus haut, le piston de basse pression est un fourreau annulaire; la partie extérieure, glissant dans l'alésage du grand cylindre, porte des segments assurant le joint, tandis que la partie intérieure est un long tube, glissant à frottement juste sur

l'extérieur du tube central, et assurant ainsi un guidage parfait du piston. Deux axes, fixés latéralement dans un plan diamétral, forment les articulations des deux bielles destinées à transmettre la poussée du piston de basse pression.

Une boîte latérale venue de fonte avec le tube central T contient le distributeur D, lequel est un simple cylindre évidé oscillant autour de son axe et donnant à temps déterminé l'introduction au cylindre de haute pression, et l'échappement du cylindre de basse pression, puis le passage de la vapeur du cylindre haute pression au cylindre basse pression. La simple inspection des figures indique d'une façon suffisante le jeu du distributeur, lequel est commandé par l'excentrique circulaire E calé sur l'arbre. Cet excentrique peut être fait à course variable, c'est-à-dire être actionné par un régulateur spécial, produisant le déplacement du centre d'excentricité, et par suite une introduction variable, tout en conservant des avances constantes à l'introduction et à l'échappement.

L'arbre moteur est à trois coudes; la manivelle centrale (placée à 180° par rapport aux deux manivelles latérales qui sont dans le même plan) est actionnée par la bielle du piston de haute pression, tandis que les deux manivelles latérales sont actionnées par les bielles, rattachées aux axes A' et A', portées par le piston de basse pression; ces bielles sont à réglage, de façon à assurer d'une façon exacte la division de l'effort de poussée. Cet arbre est renflé dans sa partie médiane, entre les manivelles, de façon à former deux plateaux circulaires qui tournent sur l'appui du support S. Ce support à réglage n'a théoriquement aucune utilité, les dimensions de l'arbre étant calculées pour résister aux efforts de flexion; c'est simplement un appareil de sécurité, destiné à empêcher l'arbre d'être faussé ou tordu par suite d'un coup d'eau ou d'un effort brusque non prévu; il est mis en contact avec les disques et ne produit aucun frottement; d'autre part, il est complètement noyé dans l'huile remplissant le fond du bâti. Cette huile, mélangée à l'eau de condensation, est projetée dans tout l'intérieur de la machine, et assure un graissage complet et automatique de toutes les pièces, bielles, guides, etc.

Un regard muni d'une glace et un robinet de trop plein maintiennent le niveau constant du mélange.

L'arbre moteur tourne dans deux douilles très longues, boulonnées sur le bâti fermé portant l'ensemble de la machine; à droite et à gauche, deux volants-poulies servent à la transmission du mouvement.

Chacun des cylindres est à simple effet, c'est-à-dire que l'effort

de poussée de la vapeur agit toujours dans le même sens, ce qui est, du reste, une condition essentielle pour les moteurs à grande vitesse, sous peine de produire des chocs répétés sur les articulations, lesquels ébranlent la machine, et produisent le matage des axes et coussinets. Ces inconvénients ont été supprimés dans le moteur qui nous occupe, et il y a un appui constant, dans le même sens, des bielles avec leurs axes. La distribution est réglée de façon à donner, à fin de course ascendante, dans les deux cylindres la compression nécessaire à la suppression des espaces nuisibles, lesquels sont du reste réduits à leur minimum par le peu de jeu qu'il est nécessaire de laisser entre les fonds des cylindres et les pistons, et le peu de longueur des orifices; d'autre part, il n'y a aucune perte de pression dans le passage de la vapeur allant du cylindre de haute pression à celui de basse pression, la communication s'établissant de l'un à l'autre par le seul déplacement du distributeur.

L'eau de condensation est expulsée soit par des purgeurs, soit par de petites soupapes à ressort fixées sur les fonds des pistons, destinées à éviter les coups d'eau.

Afin de faciliter la mise en marche du moteur, on envoie directement de la vapeur vive au cylindre de basse pression au moyen d'un robinet spécial dont le tube vient déboucher dans l'orifice du grand cylindre.

Le point délicat de ce type de machines était l'étanchéité des pistons; cette difficulté a été résolue d'une façon extrêmement simple. Nous ne parlerons pas des joints des faces externes des pistons, ceux-ci étant rendus étanches, à la manière ordinaire, au moyen de segments du type des pistons suédois; il n'en était pas de même du joint interne du grand piston.

On aurait pu à la rigueur employer des segments spéciaux travaillant au serrage; mais cette disposition est compliquée, sujette à dérangements, d'une exécution difficile, et ne donnant pas un résultat certain.

La difficulté a été tournée très simplement par suite de la disposition même de la machine; nous avons vu effectivement que le fourreau annulaire, formant grand piston, était guidé par l'extérieur du tube central sur lequel il coulisse; or, il est de toute évidence que l'étanchéité est assurée en mettant tout simplement des segments ordinaires S sur la partie fixe, c'est-à-dire le tube central T, et faisant coulisser le fourreau sur ces segments. On se trouve en somme ramené au cas d'une machine ordinaire dans laquelle on ferait coulisser le cylindre sur le piston, rendu fixe. La pratique a

du reste pleinement démontré le bon fonctionnement de cette disposition.

La disposition indiquée sur les figures peut être inversée. Suivant les cas et les besoins, on peut placer la machine debout sur son couvercle, qui s'élargit pour servir d'embase; le distributeur, placé ainsi à la partie inférieure, évacue à chaque tour l'eau condensée. La stabilité est aussi complète que dans la première disposition.

Le moteur Compound peut marcher à condensation; dans ce cas, la vapeur sortant du cylindre de basse pression passe dans l'intérieur du bâti pendant la remontée du grand piston, produisant ainsi pendant cette période à peu près l'équilibre de pression sur les deux faces du grand piston. Pendant la période de travail de ce piston, c'est-à-dire la descente, la communication s'établit entre l'intérieur du bâti (qui a formé réservoir) et le condenseur; le vide vient donc s'ajouter à la pression qui s'exerce sur la face supérieure du grand piston.

Dans le cas de la marche à triple détente, le troisième cylindre est monté toujours dans l'axe, mais au-dessus des deux autres; un deuxième distributeur assure la marche de la vapeur; ce distribueur est actionné par la même commande que le premier. Une tige réunit le petit piston et le piston de troisième détente; cette tige porte des anneaux d'étanchéité et elle coulisse dans un long tube compris entre les deux groupes de cylindre, et dans lequel est placé e deuxième distributeur, ce qui conserve à l'ensemble la plus grande simplicité de construction.

Le moteur, système L. Demerliac, répond donc bien aux conditions du programme énoncé au début : les pièces en mouvement sont rigoureusement équilibrées *sur l'axe même de la machine,* et nous avons ainsi la suppression complète de toutes trépidations. Un distributeur *unique,* d'une seule pièce, absolument étanche, sans aucune garniture ou segments, assure la marche indéréglable de la vapeur dans les deux cylindres.

Les parois du cylindre de haute pression et les fonds des deux cylindres sont à enveloppe de vapeur, et sont donc placés dans des conditions parfaites, au point de vue thermique. D'autre part, et afin d'éviter toute chute de température par rayonnement, les parois du cylindre de basse pression sont entourées d'une couche de matière isolante que recouvre une enveloppe en tôle vernie.

Enfin, nous ferons remarquer qu'au point de vue mécanique, le moteur système L. Demerliac comporte un minimum de pièces et la plus grande facilité de construction.

Toutes les parties de la machine sont faites au tour et tous les

assemblages sont formés par des centrages s'ajustant dans des parties alésées, ce qui donne un résultat pratique rigoureusement exact, tout en étant d'un prix aussi bas que possible.

M. le Dr André BROCA

Ancien élève de l'École polytechnique, à Paris.

SUR L'ÉLIMINATION DES « FORCES ÉLECTROMOTRICES » DANS LA MESURE DES « RÉSISTANCES » [537.7

— *Séance du 5 août 1895* —

Ayant cherché, il y a quelque temps, à étalonner de grandes résistances de charbon pour monter l'électromètre par la méthode de M. Gouy, je me suis aperçu que cette espèce de résistance contenait toujours une force électromotrice de 0,3 à 0,5 volt, dont la présence faussait énormément les résultats obtenus par la méthode de Wheatstone. N'ayant à ma disposition qu'une seule boîte de 100,000 ohms et deux de 10,000, je ne pouvais songer à employer la méthode de Mance. Il est aisé de voir qu'avec de telles résistances la méthode ne présente aucune espèce de sensibilité, par la disposition même des résistances, et de plus on ne peut employer dans cette méthode un galvanomètre sensible permettant de la rendre plus précise.

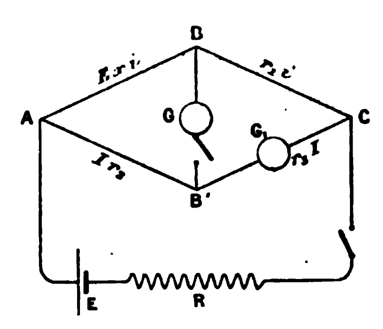
J'ai cherché alors à employer dans les meilleures conditions possibles une méthode analogue à celle qu'emploient parfois les télégraphistes pour mesurer une résistance de terre. Elle consiste à employer la disposition ordinaire du pont de Wheatstone et à opérer deux mesures en retournant la pile auxiliaire E située sur une diagonale du pont.

L'équilibre du pont étant établi, on a, en appelant

x la résistance à mesurer,

ε la force électromotrice qu'elle contient,

r_1 r_2 r_3 les résistances des trois branches,



i et I les intensités dans ABC et AB′C,
les équations

(1) $ix + \varepsilon = Ir_2$, (2) $ir_1 = Ir_3$.

On voit ainsi que, si on suppose r_1 fixe ainsi que r_2, la valeur de r_3 variera avec l'intensité employée.

Supposons que nous opérions avec une deuxième intensité, nous aurons

(3) $i'x + \varepsilon = I'r_2$, (4) $i'r_1 = I'r'_3$.

Retranchons (3) de (1) et (4) de (2), il vient

$$(i - i')\,x = (I - I')\,r_2,$$
$$(i - i')\,r_1 = Ir_3 - I'r'_3,$$

d'où

$$\frac{x}{r_1} = \frac{\left(1 - \frac{I'}{I}\right) r_2}{r_3 - \frac{I'}{I} r'_3}.$$

L'emploi de ces équations suppose essentiellement que ε est resté constant pendant les deux mesures. Si cette condition est remplie, on voit que la seule connaissance du rapport $\frac{I'}{I}$ et des résistances $r_1 r_2 r_3 r'_3$ permettra de connaître x. La méthode employée jusqu'ici consiste à retourner la pile E pour la seconde mesure. Quand on suppose connue la résistance de celle-ci, et qu'on la suppose constante, ainsi que sa force électromotrice, on peut calculer le rapport $\frac{I'}{I}$ par une formule compliquée; on peut alors aussi calculer le rapport $\frac{\varepsilon}{E}$.

Ceci suppose une mesure préalable de la résistance de E; et si, de plus, la force électromotrice ε contient une partie électrolytique, celle-ci changeant de sens dans les deux expériences, son élimination ne se fait plus entre les équations.

Il m'a donc semblé rationnel de remplacer l'emploi de ces formules compliquées et qui supposent réalisées beaucoup de conditions délicates, par la mesure directe du rapport des intensités $\frac{I'}{I}$ au moyen d'un galvanomètre G_1. Ceci paraît extrêmement simple au

premier abord, mais la pratique en est assez délicate. Il faut, en effet, employer un instrument de sensibilité suffisante pour donner des élongations assez considérables avec les faibles courants qu'on doit toujours employer pour les mesures de résistance, surtout quand elles contiennent une force électromotrice. Il faut donc rejeter les instruments à aimant mobile, car, lorsque leur sensibilité devient suffisante, ils sont soumis à des causes de variation trop considérables.

Les instruments à circuit mobile, lorsqu'ils atteignent la sensibilité suffisante, sont généralement montés sur fil de torsion, et les indications de ces instruments sont très infidèles, à cause des résidus de torsion qu'ils présentent toujours, et qui mettent parfois fort longtemps à disparaître. Ceux-ci atteignent d'ailleurs facilement $\frac{1}{15}$ ou $\frac{1}{20}$ de la déviation, et rendent toute mesure de celle-ci inexacte. Ces instruments, comme les précédents, ne sont que des instruments de zéro, au moins tant que l'élongation est assez grande pour pouvoir être mesurée avec une certaine précision.

J'ai, au contraire, obtenu les meilleurs résultats par l'emploi de petits ressorts en fil d'argent pour la suspension des instruments. L'emploi de ressorts avait été indiqué par M. Perry; mais il était obligé de conserver un fil de cocon pour centrer son appareil. Ce fil de cocon rendait l'instrument délicat et difficile à monter. M. Arnoux a eu l'idée, pour ses instruments de zéro transportables, de constituer la suspension par une spirale de fil d'argent assez stable pour assurer d'elle-même le centrage du cadre.

Avec un cadre très léger, l'emploi de fil d'argent est suffisant pour les besoins de la pratique. Avec les cadres un peu lourds des appareils déjà existants, il est bon de constituer la spirale avec une petite lame d'argent de $\frac{1}{10}$ de millimètre d'épaisseur et $\frac{5}{10}$ de hauteur (*). Le diamètre maximum qu'on peut donner à la spirale dépend du poids du cadre. La sensibilité de l'appareil augmente en même temps que la fidélité de son retour au zéro. Avec un galvanomètre à double fer à cheval dont le cadre est cependant assez lourd, j'ai pu, par ce procédé, doubler la sensibilité qu'il avait avec son fil de $0^{mm}08$. La longueur de chaque spirale pour cet instrument étant de 20 centimètres, j'ai observé un retour au zéro exact aux erreurs de lecture près pour une déviation de 20 centimètres à $1^{m}20$. Au delà de cette limite, il intervient un petit résidu de torsion. Je suis d'ailleurs persuadé qu'en construisant des instruments spé-

(*) Ces lames ont été très habilement faites par M. Gaiffe.

ciaux à cadre très léger, on arriverait à une sensibilité plus grande encore et à un retour au zéro plus parfait. Ces instruments ne sont certes pas scientifiquement étalonnables une fois pour toutes, car ils ne sont pas à l'abri des variations lentes de leurs aimants; mais pour deux mesures consécutives, on peut compter d'une manière presque absolue sur l'exactitude de leurs indications. Comme, de plus, ils sont beaucoup plus rustiques que les instruments à fil, puisque la rupture de la suspension ne peut plus se produire, il est à souhaiter de les voir universellement adoptés aussi bien par la science que par l'industrie.

L'instrument étant ainsi monté, la méthode précédente de mesure des résistances devient très aisée, et on n'a plus besoin de s'occuper de la pile auxiliaire E. Il suffit d'introduire un rhéostat R dans la diagonale qui la contient pour faire varier le courant. On peut même supprimer entièrement cette pile auxiliaire, si la force électromotrice ε est suffisante.

Comme il suffit de faire varier assez peu l'intensité dans les deux expériences pour avoir de bonnes mesures, on peut supposer que même la fraction de ε, qui est électrolytique, est constante, et son élimination se fait dans les équations comme celles des forces électromotrices ordinaires, ce qui n'a pas lieu dans la méthode de retournement. Enfin, le galvanomètre G_1 permet de faire plusieurs mesures croisées, en ramenant toujours l'intensité à la même valeur. On peut alors vérifier si l'hypothèse relative à la constance de ε est vérifiée. Comme d'ailleurs on peut faire débiter très peu la branche AB et donner à son débit une faible variation, on sera dans de bonnes conditions d'exactitude; c'est ce que l'expérience a vérifié.

Enfin, l'étude de ce dispositif et des équations qui y correspondent m'a amené à un résultat que je n'ai pas encore vérifié expérimentalement, mais qui est peut-être plus important que le précédent. L'emploi du galvanomètre G_1 permet d'éliminer par deux observations toutes les forces électromotrices parasites dans le pont de Wheatstone. Pour les mesures de très haute précision, il permettra d'éliminer dans une grande mesure les dernières perturbations dues aux forces électromotrices thermo électriques ou à celles qui sont dues aux petites malpropretés inévitables des contacts. Il permet à des mesures faites dans un laboratoire qui n'a pas toutes les ressources nécessaires pour uniformiser la température, d'acquérir déjà un haut degré de précision.

Soient $x\varepsilon$, $r_1\varepsilon_1$, $r_2\varepsilon_2$, $r_3\varepsilon_3$ les résistances et les forces électromotrices des quatre branches du pont, iI les intensités dans une

première mesure, $i'_1 I'$ les intensités dans une deuxième mesure.

Nous avons les équations :

$$\begin{array}{ll} ix + \varepsilon = I r_2 + \varepsilon_2, & i r_1 + \varepsilon_1 = I r_3 + \varepsilon_3, \\ \underline{i'x + \varepsilon = I' r'_2 + \varepsilon_2}, & \underline{i' r_1 + \varepsilon_1 = I' r'_3 + \varepsilon_3}, \\ (i - i')x = I r_2 - I' r'_2 & (i - i') r_1 = I r_3 - I' r'_3 \end{array}$$

en supposant que les seules résistances ajustées soient r_2 et r_3, ce qui est le cas le plus général, puisqu'il peut comprendre à la fois le pont à boîtes ou le pont à fil. On a alors, par division des deux équations obtenues par élimination des forces électromotrices,

$$\frac{x}{r_1} = \frac{I r_2 - I' r'_2}{I r_3 - I' r'_3} = \frac{r_2 - \frac{I'}{I} r'_2}{r_3 - \frac{I'}{I} r'_3}.$$

Supposons que r'_2 et r'_3 soient respectivement très voisines de r et r_3, ce qui est le cas qui nous occupe, car nous supposons faibles les causes d'erreurs, et posons $\frac{r_2}{r_3} = K$, $x' = K r_1$ sera la valeur principale de x. Posons $\frac{r'_2}{r'_3} = K + \delta K$, alors

$$\frac{x}{r_1} = \frac{K r_3 - (K + \delta K)\frac{I'}{I} r'_3}{r_3 - \frac{I'}{I} r'_3} = K \frac{r_3 - \frac{I'}{I} r'_3 - \frac{\delta K}{K}\frac{I'}{I} r'_3}{r_3 - \frac{I'}{I} r'_3};$$

d'où

$$\frac{x}{r_1} = K - \delta K \frac{1}{\frac{I}{I'} \cdot \frac{r_3}{r'_3} - 1}.$$

On voit que si δK est de l'ordre du millième, les termes qu'on néglige sont de l'ordre du millionième. Supposons que $\frac{I}{I'}$ soit voisin de $\frac{1}{2}$, il suffit de connaître $\frac{I}{I'}$ au centième pour avoir la valeur de $\frac{x}{r_1}$ à $\frac{1}{100000}$ près, et par conséquent x avec la même approximation si on a choisi x et r_1 du même ordre.

D'ailleurs, si les forces électromotrices sont assez faibles et si l'approximation cherchée n'est pas trop grande, on peut remplacer la mesure de $\frac{I}{I'}$ par celle de $\frac{i}{i'}$ et placer le galvanomètre dans la

branche r_1, ce qui permet d'employer le pont à fil sous sa forme ordinaire. On aura alors, en négligeant ε_1 et ε_2, $\frac{I}{I'} = \frac{r'_2}{r_2} \cdot \frac{i}{i'}$, et l'on introduira cette valeur dans l'équation précédente.

M. Georges MARGAINE

Ingénieur, ancien chef des travaux du Laboratoire central d'électricité, à Paris.

ACCUMULATEURS A NAVETTES, SYSTÈME G.-R. BLOT

— *Séance du 6 août 1895* —

L'importance que prend chaque jour l'emploi des accumulateurs électriques a amené en ces dernières années toute une série d'études intéressantes. On s'est préoccupé surtout de corriger quelques-uns de leurs défauts; on a cherché en particulier à augmenter la capacité, les régimes de décharge, la durée, et à diminuer les frais d'entretien.

Nous croyons inutile de rappeler ici les inconvénients, souvent signalés déjà, des accumulateurs à sels de plomb rapportés.

Pour éviter ces inconvénients, nous devons constituer un type d'élément dans lequel il y ait contact intime entre la plaque et le peroxyde de plomb, ce qui n'a jamais lieu avec les oxydes rapportés, quels que soient les procédés en usage, dont plusieurs très ingénieux. La solution de ce point primordial réside dans la formation par voie chimique ou électrolytique du peroxyde de plomb sur la plaque même qui constitue l'électrode de l'élément. Le peroxyde de plomb, au lieu d'être juxtaposé mécaniquement à la plaque, est constitué électro chimiquement sur cette plaque et adhère fortement à l'âme de plomb aux dépens de laquelle il s'est formé, on peut alors forcer les régimes de charge et de décharge.

C'est donc au genre Planté, qui réalise les meilleures conditions de conductibilité électrique, que l'on doit s'adresser pour obtenir un accumulateur rationnel. Un tel élément sera-t-il nécessairement à

l'abri du foisonnement? Nous envisageons déjà que les déformations seront moins à craindre que dans les types à formation artificielle. Quelles que soient la forme, l'épaisseur et la disposition des électrodes, on ne peut empêcher le foisonnement.

Pourquoi poser ce problème impossible à résoudre dans la pratique? Ne pourrait-on pas diriger les déformations au lieu d'essayer en vain de les combattre? C'est la solution qu'a résolue si heureusement M. Georges-

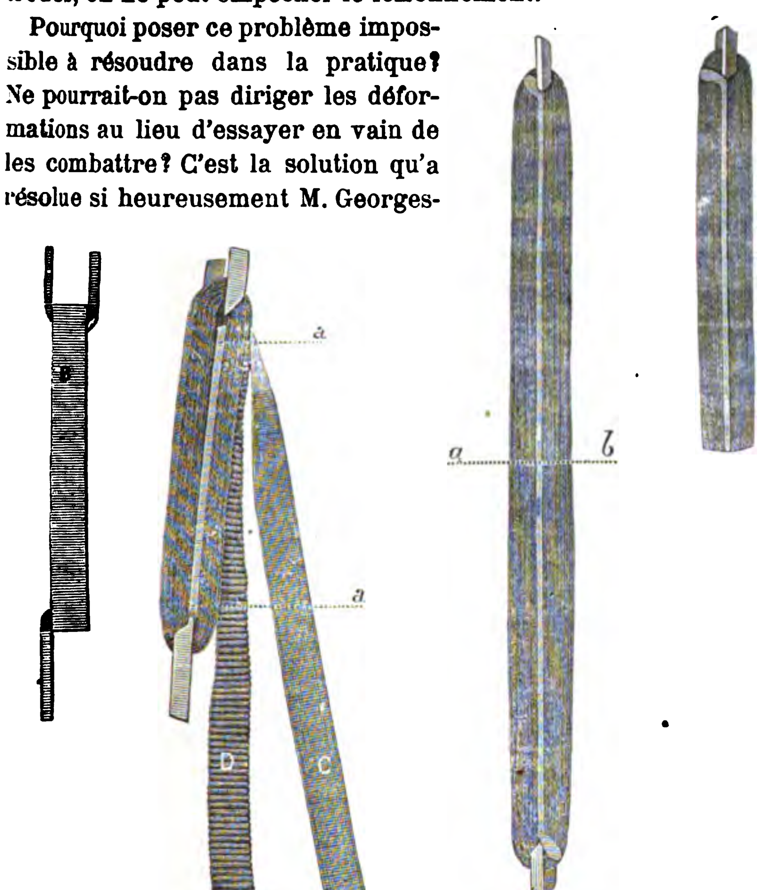


Fig. 1. — Construction de la navette. Fig. 2. — Coupure de la navette en deux parties.

René Blot, ingénieur civil, dans son *Accumulateur à navettes*. Il joint à une solidité parfaite, aux régimes essentiellement variables de charge et de décharge, une capacité et un rendement égaux aux meilleurs des types exploités actuellement. Les deux conditions essentielles réalisées dans cet accumulateur et qui constituent ses qualités spéciales sont :

1° L'homogénéité électrique du système donnant à celui-ci une bonne conductibilité permanente ;

2° La faible densité du courant réalisée par la grande surface que présentent les navettes à l'action chimique.

Les plaques sont formées par une série de « navettes » portant, comme le montre la figure 1, enroulées autour de leur âme *a*, *a*, deux rubans D et C de 5 millimètres d'épaisseur, l'un D en plomb pur gaufré et strié, l'autre C en métal moins oxydable ou en plomb pur gaufré seulement. Les âmes des navettes sont en métal non formable et soudées au cadre, constitué également par du plomb non attaquable *(fig. 2)*. Cette ingénieuse disposition, qui permet une grande surface active avec un faible poids de plomb ($0^{m2},333$ par kilogramme de plaque), donne une porosité conductrice, grâce à l'extrême division de la matière.

Les *navettes*, constituées comme le montre la figure 2, sont sciées en deux parties égales suivant la droite *ab*, et chaque partie forme la navette élémentaire qui permet le montage d'un type quelconque de plaque. La figure 3 indique le montage d'une plaque composée de quatre navettes élémentaires qui constitue le type demi-plaque unitaire. Les soudures S (en métal non formable) maintiennent l'âme des navettes sur le cadre MNOP; les soudures S', également en métal inoxydable, assurent la conductibilité électrique de tous les rubans de plomb. Ces soudures, en métal inoxydable, ne subissent aucune altération après une marche prolongée de l'élément. La disposition de navettes indiquée figure 3, dans le cadre de métal inoxydable MNOP, nous fait voir la plaque libre de se dilater de haut en bas et latéralement, les rubans peuvent foisonner entre eux, ils augmentent librement d'épaisseur et de longueur, mais le cadre conserve toujours sa forme géométrique initiale. Nos expériences ont démontré ce fait que l'élément déchargé à un régime quelconque, jusqu'au court-circuit, n'accuse pas la moindre déformation.

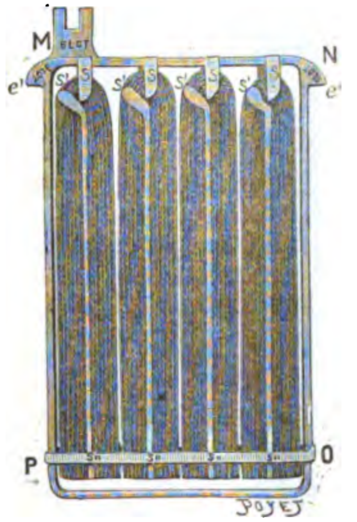


Fig. 3. — Plaque demi-unitaire.

Suspension des plaques. — Un des points importants du système est l'ingénieux dispositif qu'emploie M. Blot pour suspendre les plaques dans les vases. Les plaques constituées comme l'indique la figure 3 sont soutenues par leur partie supérieure à l'intérieur du liquide à l'aide d'un double cadre en plomb dur CC *(fig. 5)*, maintenu à l'écartement voulu par deux tiges de plomb filetées *t*, fixées par

des boulons *b*. Les deux cadres CC portent à leurs extrémités inférieures des encoches *e* qui permettent d'y placer deux lames de

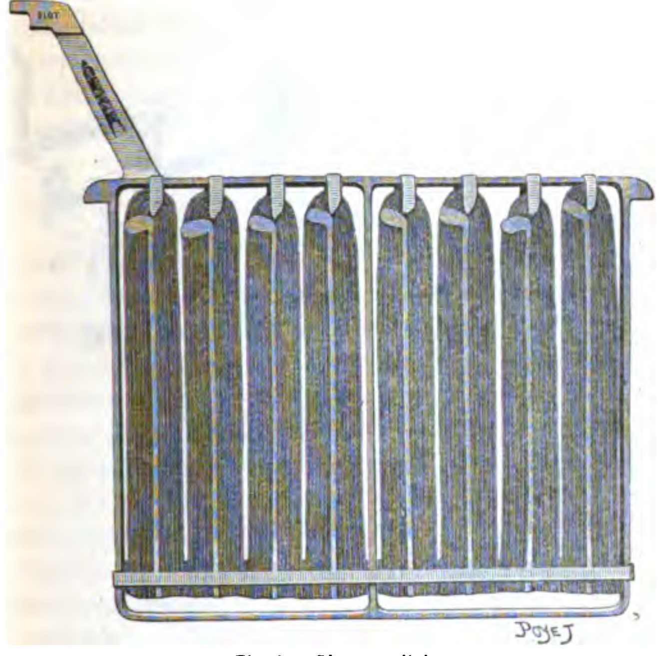


Fig. 4. — Plaque unitaire.

verre *v*, sur les bords desquelles viendront se poser les cadres à l'aide des encoches *e'*, comme le montre la figure 5. Les plaques sont séparées les unes des autres par des tubes de verre maintenus

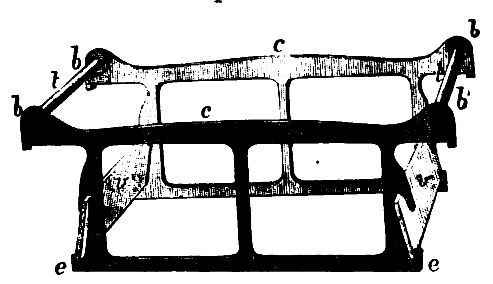


Fig. 5. — Suspension des plaques.

verticaux entre deux lames de verre ou de porcelaine reposant sur les cadres des navettes; ces lames sont toujours plongées dans l'électrolyte.

Capacité. — La capacité spécifique de l'accumulateur à navettes, que nous n'avons jamais trouvée inférieure à 10 A-h par kilogramme de plaques au régime normal de décharge de 1 A par kilogramme,

augmente avec le temps de fonctionnement; nous avons expérimenté des éléments à « navettes » ayant beaucoup travaillé dont la capacité atteignait 19 A-h par kilogramme de plaque.

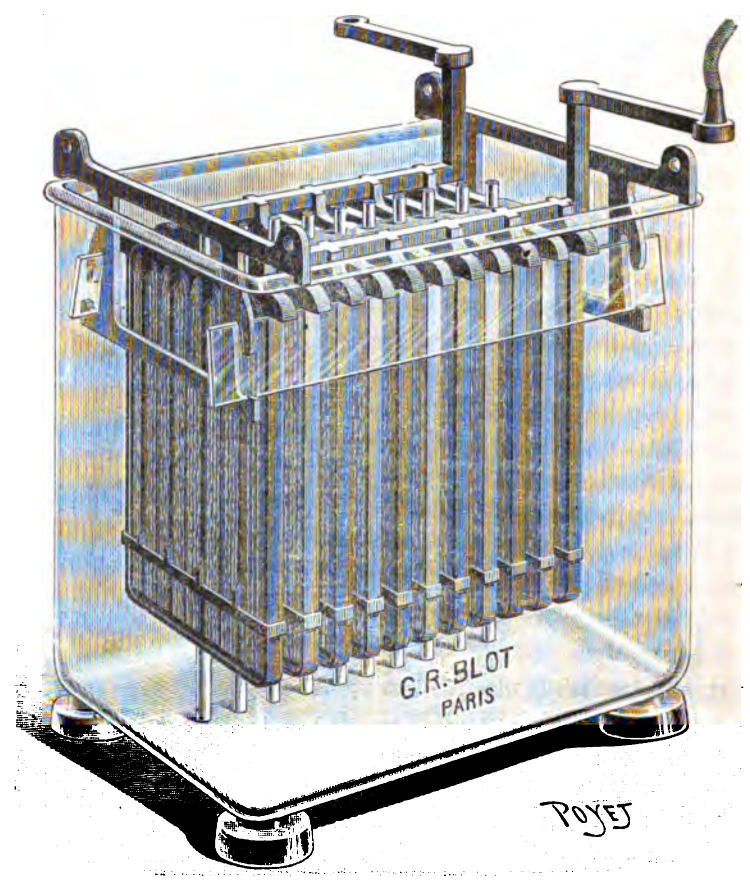


Fig. 6. — Accumulateur monté.

Grâce à la division extrême de la matière, M. Blot réalise sous de faibles poids des surfaces utiles considérables. Deux plaques demi-unitaires n° 2, du poids total de 3 kilogrammes, présentent une surface utilisable de 1 mètre carré et il obtient facilement au régime de décharge normal 10 A-h par kilogramme, qui, augmentant avec le temps, peuvent atteindre 19 A-h. Les essais effectués au Laboratoire central d'électricité sur l'élément quart de plaque (du poids de 1,515 gr.) sont résumées dans le tableau suivant :

	I	II
Régime de décharge en ampères rapporté au kilogramme d'électrodes (+ et —)...........	0,86	1,33
Capacité en ampères-heures rapportée au kilogramme d'électrodes (+ et —).............	19,0	15,8

Après ces déterminations, l'élément a été mis en court-circuit, puis rechargé au régime de 1 A par kilogramme. Il a montré, au régime normal de décharge, une capacité de 15 A-h par kilogramme.

L'augmentation de la capacité de l'accumulateur à « navettes » avec le temps de fonctionnement, nous est signalée par les certificats du Laboratoire central d'électricité. La capacité de l'élément plaque unitaire, qui était de 72 A-h (soit 12 A-h par kilogramme) au 12 mars 1895, s'est élevée à 81,5 A-h (soit 13,8 A-h par kilogramme) le 25 mai 1895.

Élasticité des régimes de charge et de décharge. — Dans les accumulateurs actuels, et cela du fait des différences de conductibilité du milieu, chacun sait qu'on ne peut obtenir des régimes de charge et de décharge en dehors de limites très restreintes, sous peine de hâter la déformation des plaques et la chute de la matière active. Dans de nombreuses expériences faites sur les différents types de ses accumulateurs, nous avons pu faire varier les régimes de 0,5 A à 5 A par kilogramme de plaque et donner des surcharges exagérées (3 à 4 fois la capacité), sans aucun préjudice pour l'élément. Nous avons effectué un très grand nombre de décharges dans les mêmes conditions et poussé ces essais jusqu'au court-circuit sans avoir à signaler de déformation ou de chute de matière active.

Les capacités se tiennent dans des limites rapprochées avec ces régimes différents.

Nous signalons l'expérience suivante, qui met en évidence certaines qualités de l'élément, en particulier l'élasticité de régime sur laquelle nous insistons :

Le 25 novembre 1894, nous avons monté à l'usine de M. Blot une batterie de quatre éléments du type demi-plaque unitaire constitués chacun par trois plaques négatives et deux positives d'un poids total de 7 kilogrammes 5 par élément. Cette batterie était destinée à un travail de soudure journalier. L'intensité du débit auquel cette batterie était soumise variait, d'après nos mesures, pendant le travail de soudure, de 80 à 200 A, soit de 11 à 25 A par kilogramme.

Le 3 mai 1895, c'est-à-dire après cinq mois et demi de fonctionnement dans ces conditions essentiellement anormales, nous démontions la batterie, afin d'examiner les plaques. Nous n'avons constaté aucune déformation des cadres; les navettes avaient travaillé librement, verticalement et latéralement; leur longueur s'était légèrement accrue, sans qu'elles touchent en aucun point à la partie inférieure du cadre, qui laissait plus de 6 millimètres d'espace entre les rubans et son bord. Nous avons sectionné de nombreux rubans qui nous ont montré une coupure métallique homogène accusant une âme de plomb très notable, ce qui nous permet d'affirmer que les éléments pouvaient continuer le travail excessif auquel ils étaient

soumis. Ajoutons que nous avons recueilli au fond des vases un *léger* dépôt de poussières, constitué en grande partie par du peroxyde de plomb pulvérulent mélangé de traces de sulfate de plomb; enfin un dépôt de poussières étrangères provenant de l'usine. Aucune des soudures n'avait subi d'altération.

Depuis le 8 mai 1895, les éléments fournissent toujours le débit excessif qui leur est demandé, et nous n'avons pu constater aucune déformation de plaque, ni chute de matière active.

Il y a actuellement onze mois que cette batterie fonctionne dans ces conditions anormales.

Enfin, nous signalons la très intéressante installation réalisée par M. Blot dans les usines de MM. Lobnitz and C° à Renfrew (près Glasgow) que nous avons été appelé à visiter.

La batterie de 44 éléments installée à Renfrew est du type demi-plaque unitaire; chaque élément comprend 15 plaques (dont 8 positives et 7 négatives) du poids total de 20 kilogrammes environ.

La charge se fait à des régimes variant de 40 à 80 A, soit 2 à 4 A par kilogramme d'électrode. La décharge qui doit satisfaire à l'éclairage des bureaux de dessin et de l'administration s'effectue chaque jour au régime de 90 à 100 A, soit un régime de 4,5 à 5 A par kilogramme d'électrode. Nous avons constaté que les accumulateurs se comportaient bien à ce régime forcé de 5 A par kilogramme et que MM. Lobnitz avaient toute satisfaction.

Cette élasticité de régime, dont l'importance n'échappera à aucun électricien, tient :

1° A la faible densité du courant, densité fonction de la surface active qui est très grande. En effet, la densité du courant (au régime normal de 1 A par kilogramme d'électrode) est de 0,033 A par décimètre carré de surface;

2° A la conductibilité constante du milieu;

3° Enfin, à ce que le peroxyde de plomb ne peut se détacher.

Durée. — La durée de l'accumulateur à « navettes » sera limitée à la formation de la dernière couche possible de peroxyde de plomb sur l'électrode positive. Nous pouvons déterminer par un calcul simple combien de fois le renouvellement de la couche de peroxyde de plomb pourra se produire.

Prenons le type d'élément dit demi-plaque unitaire (présentant une surface utilisable de 1 mètre carré), le poids des plaques (positives, négatives et cadre compris) est de 3 kilogrammes. Supposons que le poids de plomb utile, hormis les cadres et les âmes des navettes, ne soit que de 2 kilogrammes.

Au débit normal de 1 A par kilogramme correspond une capacité

de (3 . 10 = 30 A-h). La masse de plomb intéressée par 1 A-h est de 3^{gr}8578, 30 A-h intéressent (30 × 3^{gr}8578), soit 115^{gr}73. Lorsque, après un long fonctionnement, cette couche du poids de 115^{gr}73 aura disparu, elle fera place à une seconde couche et ainsi de suite, jusqu'à ce que les 2,000 grammes de plomb utile soient transformés. En tenant compte de la couche initiale et de la couche finale, qui devra conserver une âme de plomb conductrice, la formule suivante donne le nombre de couches de proxyde de plomb susceptibles de se renouveler à la surface de l'électrode positive :

$$\frac{2000 - 2 \cdot 115{,}73}{115{,}73} = 15.$$

Soit 15 fois.

Ce chiffre, qui se passe de commentaires, montre donc que la plaque peut renouveler 15 fois sa matière active.

Comme dans aucun cas cette matière active ne peut tomber d'un seul coup, il s'ensuit que les fractions qui se détacheront dans le service courant des éléments se trouveront remplacées au fur et à mesure par la transformation du plomb pur en réserve sous la matière active. Cette réserve peut être plus ou moins grande, suivant l'épaisseur donnée aux rubans.

Constance de la force électromotrice. — Les très intéressants travaux de MM. Preece, Ayrton, Frankland, etc., ont montré que la différence de potentiel des accumulateurs était fonction du degré d'acidité de l'électrolyte; ils ont indiqué qu'il était nécessaire, pour diminuer les variations de la différence de potentiel pendant la décharge, d'augmenter le plus possible la porosité de la matière active.

Grâce à l'extrême division de la matière active, à sa *porosité conductrice,* grâce au bon contact de cette matière avec son support de plomb, l'accumulateur à « navettes » réalise les conditions indiquées par ces savants électriciens.

Construction des éléments à navettes. — La construction mécanique des accumulateurs à « navettes » est simple, rationnelle et homogène. Les types d'éléments, quels qu'ils soient, seront toujours constitués par l'assemblage des demi-navettes élémentaires dont on a vu la description plus haut *(fig. 2).* La dimension moyenne adoptée pour la navette est de 40 centimètres.

Cette fabrication a pour conséquence la suppression totale dans l'usine des poussières d'oxydes de plomb, si pernicieuses à la santé des ouvriers.

Avantages. — Les avantages présentés par cet accumulateur sont, en résumé, les suivants :

Charge rapide sans crainte de surcharges. — Élasticité du régime de charge et de décharge sans grande variation de capacité. — Grande utilisation spécifique de l'élément. — Solidité. — Longue durée. — Entretien nul. — Augmentation de la capacité avec le temps de fonctionnement. — Absence complète de déformation et de chute de matière active.

Des expériences techniques sont en cours tant en France qu'à l'étranger; nous nous réservons d'indiquer ultérieurement les résultats qu'elles auront fournis.

RENDEMENTS OBTENUS AU LABORATOIRE CENTRAL D'ÉLECTRICITÉ SUR L'ACCUMULATEUR A NAVETTES.

1° Les charges et les décharges ont été effectuées au régime normal de 1 ampère au kilogramme d'électrode.

Différence de potentiel fin charge.	Différence de potentiel fin décharge.	Rendements en quantité.	Rendements en énergie.
2v50	1,80	0,91	0,74
2,45	1,80	0,93	0,76
2,50	1,80	0,91	0,75
2,43	1,80	0,92	0,75
2,42	1,80	0,93	0,76
2,40	1,80	0,93	0,76

2° Les charges et les décharges ont été effectuées au régime de 0A5 au kilogramme d'électrodes.

Différence de potentiel fin charge.	Différence de potentiel fin décharge.	Rendements en quantité.	Rendements en énergie.
2v40	1,80	0,94	0,80
2,30	1,80	0,96	0,84

M. NEYRENEUF

Professeur à la Faculté des sciences de Caen.

VIBRATIONS CIRCULAIRES DES CORDES. EXPÉRIENCES DIVERSES [534 5]

— *Séance du 5 août 1895* —

Une corde faiblement tendue, soumise à l'action d'un courant d'air, peut être animée d'un mouvement circulaire uniforme. La vitesse du mouvement varie avec la force du courant et la tension de la corde. A l'air on peut substituer de l'eau agissant par filet en chute verticale.

Si on attaque la corde vers le milieu, il se produit un mouvement d'ensemble qui peut se changer en mouvements fractionnés de parties égales, quand l'ouverture du courant d'air se rapproche d'une extrémité. On obtient, dans le premier cas, le *son fondamental* et dans les autres, les *harmoniques*. L'expérience peut se faire facilement avec le courant d'air d'une soufflerie à gaz, agissant sur un fil de lin de plusieurs mètres de longueur. Un très petit cylindre de liège, que l'on peut déplacer le long du fil, augmente la surface d'action du courant sans amener une dissymétrie bien importante.

Le mouvement animant les différents éléments de la corde est bien représentatif du régime vibratoire caractérisant la lumière polarisée circulaire et, jusqu'à un certain point, la lumière naturelle; les transformations connues peuvent être réalisées au moyen des *nicols* de l'appareil Macé de Lepinay. Voici trois séries d'expériences faciles à réaliser :

1. Soient a, b, b_1, b_2, etc., les subdivisions d'un fil sous l'action d'un courant d'air transversal; les subdivisions b, b_1, b_2, etc., sont de même longueur; la première a, qui porte le cylindre de liège, est plus petite.

Disposons le *nicol* entre a et b, et nous verrons le mouvement circulaire de a devenir rectiligne pour b, b_1, etc., et se limiter dans le plan de la *section principale*.

2. Laissant tout en état, plaçons le second *nicol* entre b_1 et b_2 par exemple : rien ne sera changé si les *sections principales* sont parallèles; tandis que, si elles sont perpendiculaires, tout mouvement cesse au delà de b.

On voit que l'expérience suggestive de M. Macé de Lepinay peut être reproduite avec des dispositions simples et peu dispendieuses.

3. On peut enfin réaliser la composition de deux mouvements vibratoires rectangulaires de périodes quelconques.

1° Soit, pour fixer les idées, le fil partagé en cinq parties a, b, b_1, b_2 et a_1, en appelant a_1 la dernière subdivision que nous munirons aussi d'un petit cylindre de liège. Le courant d'air d'une trompe divisé en deux circuits égaux permet d'agir soit sur a, soit sur a_1, soit sur a et a_1 à la fois.

Plaçons les nicols croisés, l'un entre a et b et l'autre entre b_2 et a_1.

Si a_1 tourne, b, b_1 et b_2 vibrent dans le plan de la section principale du premier *nicol.*

Si a tourne, b, b_1 et b_2 vibrent dans un plan perpendiculaire au premier.

Si a et a_1 tournent en même temps, les différents éléments de b, b_1 et b_2 sont animés de deux mouvements rectangulaires, vibratoires et de même période; ils devront donc parcourir des trajectoires du genre ellipse. On peut le vérifier facilement au moyen de nœuds de coton blanc fixés en différentes régions du fil.

Si les courants d'air qui agissent sur a et a_1 ne sont pas égaux, on aura oscillation des figures acoustiques. Il suffira, à cet effet, de rendre inégales les distances au fil des deux orifices.

En faisant varier l'angle des sections principales on amènera les variations de phase des mouvements composants.

Il est bon pour parfaite réussite, que le fil ne soit pas trop tendu, afin de rendre bien indépendants les systèmes a et a_1 dans leurs mouvements.

2° Disposons les *nicols* croisés l'un entre a et b, l'autre entre b_1 et b_2.

Les portions sur lesquelles agissent les courants d'air égaux sont d'un côté a et de l'autre $a_1 + b_2$. La vibration de $a_1 + b_2$ est synchrone de celle de $b + b_1$, tandis que la vibration de a donnera toujours les subdivisions b et b_1. La composition des deux mouvements vibratoires correspondra donc à la courbe représentative du rapport $\frac{n}{n_1} = 2$.

Le 8 bien connu, ou ses modifications, en relation avec les diffé-

rences de phase sera surtout visible aux ventres des subdivisions provenant du mouvement de a, c'est-à-dire au milieu de b et de b_1. Aux nœuds correspondants, la trajectoire est rectiligne et parallèle à la section principale du *nicol* placé entre b_1 et b_2.

Il est facile d'imaginer d'autres combinaisons en partant d'une division initiale différente. J'ai obtenu facilement les courbes relatives à $\frac{n}{n_1} = \frac{1}{3}$, $\frac{n}{n_1} = \frac{2}{3}$; au delà, l'amplitude du mouvement devient trop petite pour que les trajectoires soient commodes à observer.

Un même mode de division initiale pourrait convenir à tous les cas, si on pouvait faire varier dans des limites assez étendues la pression des deux courants d'air sur a et a_1; mais on ne pourrait opérer qu'en sacrifiant dans de trop fortes proportions la force motrice, sans certitude suffisante pour l'établissement d'un rapport déterminé.

M. MORISOT

Professeur à la Faculté des sciences de Bordeaux.

SUR UNE NOUVELLE PILE [536.7,

— *Séance du 6 août 1895* —

Cette pile est constituée de la manière suivante :

1° Le liquide dépolarisant, composé, pour un quart en volume, d'acide sulfurique, et pour trois quarts d'eau saturée de bichromate de potasse, reçoit la lame de charbon servant de pôle positif, et un entonnoir court, dans lequel on a placé des cristaux de bichromate de potasse, destinés à maintenir la saturation.

2° Un premier diaphragme en terre poreuse contient une dissolution faible de soude caustique (densité : 1,05 environ).

3° Un second diaphragme en terre poreuse, concentrique au premier, contient une solution concentrée de soude caustique (densité : 1,25 environ), avec la lame de zinc amalgamé, qui sert de pôle négatif.

La force électromotrice de ce couple est de 2^{volts},5 au début, et se maintient à 2^{volts},4 pendant une douzaine d'heures.

La résistance intérieure de la pile est d'environ 0^{ohm},8. Elle dépend, du reste, de l'épaisseur et de la structure des diaphragmes.

Avec une résistance interposée, valant de 5 à 10 ohms, l'intensité se maintient sensiblement constante pendant une douzaine d'heures, surtout si on a soin de renouveler et d'entretenir le liquide intermédiaire (soude faible).

Pour obtenir dès le début l'intensité normale, il est bon de monter la pile une heure à peu près avant la fermeture du circuit, pour laisser aux diaphragmes le temps de s'imprégner convenablement.

Si on ne veut employer la pile que pendant deux ou trois heures, on peut se dispenser d'amalgamer le zinc.

M. E. Reynier, en 1880, avait déjà substitué à l'eau acidulée dans laquelle plonge le zinc dans les piles les plus employées, une dissolution de soude caustique, et proposé l'emploi de plusieurs diaphragmes.

Il avait effectué ces modifications dans la pile de Daniell; la force électromotrice a été ainsi portée de 1^v,1 environ à 1^v,6.

M. Morisot, en introduisant les mêmes modifications dans la pile de Poggendorff (au lieu de la pile de Daniell), a élevé la force électromotrice de 2^v,1 environ à 2^v,5.

Cette grande force électromotrice, et surtout la constance de l'intensité, permet d'espérer que ce nouvel élément pourra rendre des services sérieux dans la pratique.

La dépense de zinc est moindre que dans les piles de Poggendorff, de Bunsen et de Daniell : l'économie de zinc est, il est vrai, compensée par la dépense de soude.

La potasse, employée au lieu de soude, ne donne aucun avantage; non plus que le bichromate de soude au lieu de bichromate de potasse.

M. Pierre LESAGE

à Rennes.

FORMATION LENTE, DISTRIBUTION ET PROPRIÉTÉS DE LA VAPEUR D'EAU DANS UNE ENCEINTE FERMÉE [536.44]

— *Séance du 6 août 1895* —

Les études de physiologie végétale que je poursuis, m'ont amené à rechercher les conditions dans lesquelles germent les spores du *Penicillium glaucum*. Ayant besoin de préciser le rôle de l'humidité pour rendre comparables les cultures de ce champignon, j'ai institué un certain nombre d'expériences parmi lesquelles il en est qui, je crois, peuvent intéresser les physiciens. Ce sont ces dernières que je vais décrire brièvement :

1° J'ai préparé une série de six flacons de même forme et de même capacité, en mettant au fond de chacun d'eux la même quantité d'une des liqueurs suivantes : eau pure, solution de chlorure de sodium à 21,5 p. 100, 23,5 p. 100, 26,5 p. 100, 30 p. 100, 33,5 p. 100, en fermant hermétiquement et laissant en l'état pendant quelque temps, pour que l'air intérieur prenne bien la tension de vapeur d'eau correspondante à la concentration de la liqueur. Ensuite j'ai suspendu au bouchon une lame de verre avec spores semées sur une goutte de gélatine, et j'ai refermé avec soin.

Ces spores, provenant de la même culture pure, se trouvaient dans les mêmes conditions d'air et de température, mais dans des conditions différentes d'humidité, puisque, comme nous le savons, la tension de la vapeur d'eau diminue sur une solution saline quand la concentration augmente.

En observant les lames de temps en temps au microscope, j'ai suivi la germination et j'ai noté, pour la caractériser, l'apparition du tube mycélien présentant une longueur inférieure à une fois le diamètre des spores. Celles-ci ont commencé à germer pendant la première journée dans le flacon à eau pure, dans la sixième journée sur la solution à 21,5 p. 100, dans la neuvième journée sur la solution à 23,5 p. 100 et dans la onzième journée sur la solution à 26,5 p. 100. Quant aux deux autres cultures, la germination n'était pas encore commencée après 171 jours, et cependant les spores étaient aptes à germer, puisque, placées au-dessus de l'eau pure, elles ont germé assez rapidement.

Comme conclusion de cette expérience, on peut dire que la germination des spores retarde d'autant plus que la concentration de la solution augmente, c'est-à-dire que la tension de la vapeur d'eau diminue dans l'atmo-

sphère du flacon; elle est même arrêtée complètement dans les cultures placées sur les solutions à 30 p. 100 et 33,5 p. 100.

2° Dans une série parallèle et comparable avec des solutions de chlorure de potassium, la germination s'est effectuée :

Sur eau pure	dans la 1re journée.
Sur 21,5 p. 100 de KCl	2e —
Sur 23,5 —	3e —
Sur 26,5 —	4e —
Sur 30 —	6e —
Sur 33,5 —	8e —

La marche générale est la même que celle des cultures sur solutions de NaCl, mais il y a des différences pour les mêmes concentrations. Cela ne peut tenir qu'à la tension de la vapeur d'eau. Nous savons que, à égalité de concentration, la tension de la vapeur d'eau est plus grande sur une solution de KCl que sur une solution de NaCl (1), et nous voyons, en effet, que la germination retarde sur les solutions de NaCl.

Les deux expériences concordent donc bien; elles montrent entre les différences de germination des spores et la tension de la vapeur d'eau un rapport réel et très appréciable.

3° Concevons maintenant une colonne d'air dont les couches successives présentent des tensions de vapeur d'eau différentes et des spores mises à germer dans ces couches. D'après les expériences précédentes, la germination se fera d'abord dans les couches où la tension de la vapeur d'eau est la plus grande et successivement des tensions les plus fortes aux tensions les plus faibles. Considérons en particulier une éprouvette longue, au fond de laquelle il y a un peu d'eau, ouverte et placée dans une chambre dont l'air est sec. La vapeur d'eau qui se forme à la surface du liquide s'élève dans l'éprouvette, arrive à l'ouverture, se répand à l'extérieur, de telle sorte que tant que l'air de la chambre ne sera pas saturé, il y aura dans l'éprouvette une succession de couches d'air où la tension de la vapeur d'eau ira en diminuant de bas en haut. C'est ce qu'indique encore l'expérience.

En effet, avec des spores mises à des hauteurs différentes dans une semblable éprouvette, la germination commence d'abord en bas, puis se propage de bas en haut avec des différences de temps qui peuvent se compter par jours.

Ainsi, dans une expérience avec une éprouvette ouverte, haute de 50 centimètres et contenant un peu d'eau, j'ai noté la germination :

Vers le bas, le deuxième jour;

Vers le milieu, le septième jour;

Vers le haut, le vingt-quatrième jour.

Dans une éprouvette semblable, contenant une solution de sel marin et traitée de la même manière, la germination ne commençait :

Vers le bas, que le troisième jour;

Vers le milieu, que le quatorzième jour,

et ne s'annonçait pas encore vers le haut après vingt-quatre jours. A part le retard déterminé par la solution, la marche est la même.

(1) Wülner, *Versuche ueber die Spannkrafft des Wasserdampfes aus wässerigen Salzlösungen* (*Ann. de Poggendorff*, t. CIII et t. CV).

Ce que nous concevons théoriquement se confirme donc par l'expérience en considérant comme bien établi que la germination des spores du *Penicillium glaucum* nous permet de juger des différences de tension de la vapeur d'eau, et de trouver, dans des cas comparables, où cette tension est la plus forte.

J'ai utilisé cette donnée pour obtenir quelques notions sur la rapidité avec laquelle la vapeur d'eau prend le maximum de tension dans une enceinte fermée et contenant de l'air.

Ces notions m'étaient nécessaires pour savoir si, dans une expérience dont la durée ne dépasse pas deux heures, on peut considérer comme saturé l'air d'une cloche étroite, fermée, après y avoir déposé un peu d'eau dans un vase placé à la partie inférieure.

4° Dans une nouvelle expérience, j'ai employé une boîte métallique rectangulaire de 40 centimètres sur 4 centimètres et 2 centimètres, présentant des fenêtres garnies de lames de verre pour permettre à la fois le semis des spores à l'intérieur et l'observation directe de la germination à l'aide d'un microscope placé horizontalement.

La boîte bien desséchée, quatre fenêtres placées de 10 en 10 centimètres étaient garnies de lamelles de verre ensemencées de spores sur goutte de gélatine et lutées à la paraffine; après avoir mis 10 centimètres cubes d'eau en bas, le tout était hermétiquement fermé.

J'ai suivi attentivement la germination sur les quatre points sans déplacer quoi que ce soit dans l'appareil. En désignant par 1, 2, 3 et 4 les lamelles ensemencées à partir du bas, j'ai constaté que la germination a commencé :

En 2, vingt heures après le n° 1.
En 3, quarante —
En 4, soixante —

Ceci fait entre les deux points extrêmes une différence de plus de deux jours et demi.

5° Comme l'appareil ci-dessus demandait une suite assez longue de manipulations au début de l'expérience, je l'ai remplacé par une éprouvette de 50 centimètres de haut sur 38 millimètres de diamètre intérieur, et dont il m'était possible d'examiner la paroi interne au microscope, à un assez fort grossissement.

Les spores étaient semées sur des points équidistants de cette paroi interne; l'éprouvette était fermée par un bouchon luté à la paraffine et portant deux tubes de verre, l'un long, l'autre court,

destinés à faire passer un courant d'air sec. Après avoir fait passer ce courant, j'ai versé par le long tube de l'eau au fond de l'éprouvette et j'ai achevé la fermeture hermétique de tout l'ensemble. En observant, à de courts intervalles de temps les semis au grossissement de 330 diamètres, j'ai reconnu que la germination a commencé à la fin du premier jour en bas et à la fin du second jour en haut. Entre les deux points extrêmes, il y avait une différence de temps de quinze à vingt heures.

En employant une solution de chlorure de sodium à 10 p. 100 au lieu d'eau pure, dans une expérience comparable et faite parallèlement à la précédente, j'ai vu la germination commencer en bas vers la quarantième heure, et en haut seulement après plus de trois jours. La différence des temps dépassait quarante heures.

Résultats. — I. Ces expériences dans une enceinte fermée indiquent que la vapeur d'eau n'a pu y atteindre la tension maxima après plusieurs heures; elle ne s'est formée que lentement en se distribuant pendant la période assez longue de l'établissement du maximum, de manière à avoir une tension décroissante de bas en haut, comme le montrent les germinations.

Ce résultat n'est pas sans importance en physiologie végétale pour discuter certaines expériences dont la durée n'est que de quelques heures et où la vapeur d'eau joue un rôle.

II. Il est un autre point qu'il me paraît intéressant de faire ressortir. Dans la première expérience avec les solutions de chlorure de sodium, nous avons suivi la germination des spores au-dessus de ces solutions pendant un temps suffisamment long pour que la température des cultures ait varié entre des limites assez éloignées. Je dis que, malgré cela, les cultures restaient comparables quant à l'action de l'humidité.

En effet, pour chaque culture, l'état hygrométrique est resté constant comme on peut s'en rendre compte de la manière suivante :

Nous savons que, au-dessous des solutions salines, la tension de la vapeur d'eau subit une diminution qui va grandissant avec la température et la concentration. Pour le chlorure de sodium, d'après Wülner, cette diminution peut se calculer par la formule

$$D = naT$$

pour n grammes de sel dissous dans 100 grammes d'eau, c'est-à-dire pour une solution à n p. 100, T étant la force élastique maxima de la vapeur d'eau à la température du moment, a un facteur constant propre à chaque sel et égal à 0,00601 pour le chlorure de sodium.

A une température donnée, la tension de la vapeur d'eau dans

chaque flacon est $T - na\,T$, ce qui correspond à un état hygrométrique égal à $\frac{T - na\,T}{T}$ ou, en faisant les simplifications, à $1 - na$ qui représente un état hygrométrique constant pour chaque solution à n p. 100.

Donc, quelle qu'ait été la température, les spores sont restées toujours à un même état hygrométrique dans un même flacon. C'est cette constance qui rend comparables les diverses cultures faites pour rechercher l'action de l'humidité, et qui m'a permis de calculer l'état hygrométrique limite au-dessous duquel les spores du *Penicillium glaucum* ne germent plus.

J'espère utiliser cette donnée précise pour comparer les états hygrométriques limites nécessaires à la germination des spores de différents champignons.

III. Enfin, le fait de la non-germination, après cent soixante et onze jours, des spores aptes à germer et placées au-dessus des solutions à 30 p. 100 et 33,5 p. 100 de chlorure de sodium, est encore digne d'intérêt parce qu'il me fournit un précieux renseignement sur les propriétés de la vapeur d'eau en présence de la cellule et d'une solution saline. Cette vapeur est attirée par la force osmotique de la cellule et, en sens opposé, par la force osmotique de la solution. C'est la résultante de ces deux forces antagonistes qui règle l'absorption de la vapeur d'eau et, en même temps, la germination des spores.

M. JUNIUS-POGNEAUX

à Bordeaux.

LA PILE JUNIUS [537.86]

— *Séance du 6 août 1895* —

La pile Junius est construite en cinq numéros différents, pouvant servir aux usages les plus divers; les éléments qui la constituent sont renfermés dans un vase en verre ou en porcelaine ayant le

fond percé d'un trou central *(fig. 1)*, destiné, au moyen d'une tige métallique, à rappeler le couvercle qui ferme la pile et à fixer le positif. Ce dernier est ainsi construit : un axe en charbon *(fig. 2)* autour duquel vient converger une série de lames, dont la quantité varie suivant les dimensions de la pile; entre ces dernières est placé du bioxyde de baryum ou du bioxyde de manganèse comme dépolarisant, il est maintenu entre elles par un vase poreux en amiante et aux extrémités par des fermetures en porcelaine; ainsi monté, le charbon Junius possède une surface qui varie de 35,000 à 300,000 millimètres carrés, suivant le numéro de l'élément auquel il est destiné.

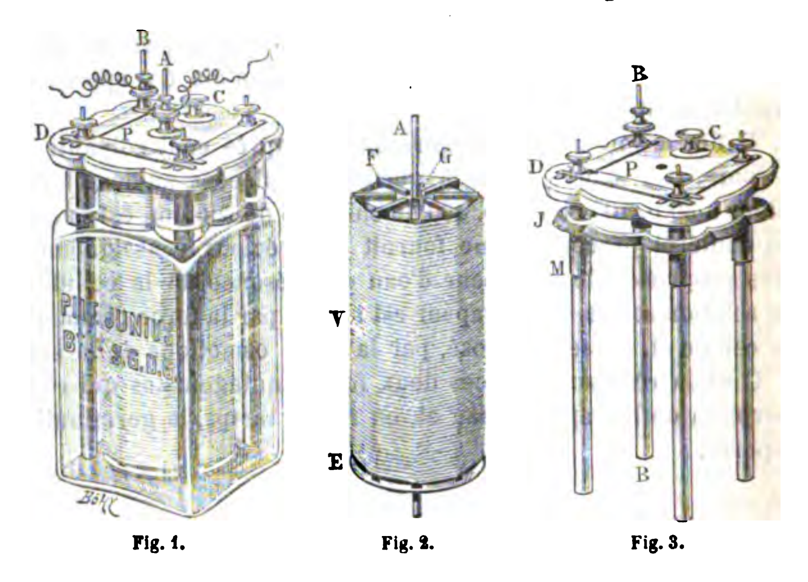


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

Le négatif *(fig. 3)* est formé de plusieurs zincs fixés sur le couvercle en porcelaine qui ferme la pile, ils sont reliés entre eux par des lames cintrées en cuivre nickelé, et leur oxydation à la surface du liquide ne peut exister, la partie émergente de chaque zinc étant complètement isolée du contact de l'air.

Le liquide excitateur est composé d'une solution de 250 grammes de lessive de soude dans 750 grammes d'eau, c'est-à-dire dilué à 25 0/0; par son extrême déliquescence, il ne peut se former de cristaux sur les électrodes et aucune polarisation des zincs n'est à craindre.

La constance remarquable de la pile Junius est due à la résistance presque nulle de son vase poreux en amiante absolument inusable, ainsi qu'à la construction du charbon Junius, qui, à l'inverse de tout ce qui a été fait jusqu'à ce jour, contient extérieurement le dépolarisant sur une très grande surface. Il en résulte que les deux gaz :

...e se combinent pour former de l'eau avant que
...indre l'électrode réceptrice et la polariser.
...nius peut débiter au régime d'un ampère
...'est-à-dire trois heures par jour pen-
...in d'y toucher; après ce laps de
...mmes, le coût de la recharge
... plus complète de son débit,
... au fur et à mesure de
...lumière pourra s'éten-

... pile Junius possède
...anchéité absolue qui la
...doit être transportée; de
...t facile, d'un prix peu élevé
... entièrement montée à vis et
...e changer les matières actives
...ement pour lui rendre sa force

...e tout dégagement de gaz, ce qui en
...ges où les piles sont peu éloignées de
...es, notamment les pendules électriques si
...; des expériences ont été faites dans ce sens
...e de l'Exposition de Bordeaux 1895 sur les
...son Lepaute, de Paris (ce qui valut la médaille
...ius): six éléments ont été placés dans le socle du
...ur exposé dans le Palais de l'Électricité et l'ont fait
...dant six mois sans interruption, fournissant ainsi
...tacts sans que leur affaiblissement fût bien sensible.

...e part, il résulte des essais qui ont été faits officiellement ... l'Ingénieur du service téléphonique de la Gironde, que deux ... Junius n° 3, placées sur le microphone le plus chargé du ser...ce, ont fonctionné pendant deux mois et demi sans être touchées, ...orsque trois piles du système Leclanché en usage à l'administration ne fonctionnent normalement que de dix à quinze jours au maximum sur le même poste et sont complètement hors d'usage après ce travail, tandis qu'une dépense de 0 fr. 50 suffit pour remettre les deux piles Junius à neuf.

En résumé, les principales qualités de la pile Junius, qui proviennent des avantages ci-dessus énumérés, consistent surtout dans sa très faible résistance intérieure ($0^{ohm},09$ pour le n° 5) et dans la constance de son voltage, comme l'indique le tableau annexé.

ÉLÉMENT JUNIUS N° 5 A 4 ZINCS

Dimensions { hauteur.............. $0^{m}28$
côtés................ $0^{m}15$

Force électromotrice au début.............. $1^{volt}, 63$
Résistance intérieure...................... $0^{ohm}, 15$

Cet élément a été fermé en court circuit sur une résistance extérieure de 5 ohms et a marché pendant 50 jours, soit 1,200 heures, en fournissant les données numériques ci-dessous :

DATES	HEURES (1)	DIFFÉRENCE DE POTENTIEL	DATES	HEURES	DIFFÉRENCE DE POTENTIEL
Mars 1er	1h40 *	1.52	Mars 26	10h	1.06
— 2	9	1.36	— 27	10	1.05
— 3	3 *	1.30	— 28	10	1.04
— 4	9	1.26	— 29	10	1.03
— 5	9 30	1.26	— 30	10	1.01
— 6	9 30	1.26	— 31	10	1
— 7	10	1.26	Avril 1	10	0.98
— 8	10	1.25	— 2	10	0.96
— 9	10	1.24	— 3	10	0.94
— 10	10	1.24	— 4	10	0.92
— 11	10 3/4	1.23	— 5	10	0.90
— 12	9 30	1.22	— 6	10	0.88
— 13	10	1.20	— 7	10	0.83
— 14	10	1.18	— 8	10	0.78
— 15	10	1.17	— 9	10	0.73
— 16	8	1.16	— 10	10	0.68
— 17	8	1.15	— 11	10	0.65
— 18	10	1.13	— 12	10	0.62
— 19	10	1.12	— 13	10	0.60
— 20	10	1.11	— 14	7	0.58
— 21	10	1.40	— 15	10	0.56
— 22	10	1.08	— 16	10	0.54
— 23	10	1.08	— 17	10	0.52
— 24	10	1.07	— 18	10	0.51
— 25	10	1.07	— 19	10	0.51

Quantité d'électricité totale débitée... 237 ampèresheures.
Poids total de zinc consommé....... 265 grammes.

Nota. — Par suite des perfectionnements apportés à la pile Junius depuis le Congrès de 1895, les données du tableau ci-dessus ne sont plus celles fournies par la pile actuelle. Ces dernières se trouvent

(1) Toutes les mesures ont été prises le matin, à l'exception des deux marquées d'un *.

résumées par les données numériques suivantes prises sur le même élément modifié et en marche continue sur la même résistance :

Force électro-motrice......................	$1^{\text{volt}},63$
Résistance intérieure......................	$0^{\text{ohm}},09$
Quantité d'électricité totale débitée pendant 50 jours, soit 1,200 heures................	$272^{\text{amp}},216$
Poids total de zinc consommé...............	$299^{\text{gr}},43$

Le débit en court circuit varie de 8 à 10 ampères.

M. le Dr André BROCA

Ancien élève de l'École polytechnique, à Paris.

SUR LA POLARITÉ DE LA BOBINE DE RUHMKORFF [537.51]

— *Séance du 6 août 1895* —

Quand une perturbation brusque se produit dans un champ électrique, la théorie établie par Thomson pour un condensateur se déchargeant dans une self-induction sans capacité nous montre que l'équilibre ne doit se rétablir qu'à la suite d'une série d'oscillations de potentiel amorties. Bien des raisons actuellement tendent à prouver que la formule de Thomson est incomplète, et ne rend compte que partiellement des faits. Cependant, sa conséquence la plus importante, l'existence d'oscillations amorties, a été vérifiée expérimentalement dans tous les cas où elle les indique.

M. Mouton, entre autres, a montré que, lorsqu'on envoie une excitation dans une bobine par l'ouverture ou la fermeture de son primaire, celle-ci était le siège d'oscillations amorties qui s'éteignent dans les conditions ordinaires au bout de 15 ou 20 périodes. Ce fait si important semble *a priori* en contradiction avec l'idée bien généralement admise que la bobine de Ruhmkorff présente un pôle positif et un pôle négatif. Nous savons, en effet, que les tubes à vide ne présentent pas les mêmes phénomènes aux deux électrodes

quand ils sont illuminés par le secondaire d'une bobine d'induction. Ces faits sont cependant extrêmement simples à coordonner.

Prenons un œuf de Crookes, dans lequel prennent naissance des rayons cathodiques. Il est facile de voir qu'il ne présente ce genre de phénomènes que quand il est en communication avec un point chargé négativement. Il suffit pour cela de le mettre en communication unipolairement avec une machine statique. On voit dans ce cas la croix de Crookes, par exemple, se produire sur le fond de l'œuf quand le tube est mis en communication avec le pôle négatif. Avec le pôle positif, on voit seulement se produire une lueur cendrée qui s'arrête à la croix conductrice placée dans l'axe de l'œuf. Les phénomènes sont donc entièrement changés, et nous pouvons être assurés, toutes les fois que nous verrons se produire les phénomènes cathodiques véritables, que le potentiel de l'électrode a pris une valeur négative.

Si nous plaçons alors l'œuf de Crookes unipolairement en communication avec un pôle quelconque de la bobine, nous voyons les phénomènes se produire; mais nous remarquons qu'à l'un des pôles ils sont plus marqués qu'à l'autre. C'est le pôle auquel ils prendront naissance quand le circuit de la bobine sera fermé bipolairement sur l'œuf de Crookes.

Nous voyons donc que, quand le circuit est ouvert, le phénomène de Crookes se passe aux deux pôles, et à un seul quand il est fermé.

Cette expérience, facile à répéter dans un cours, permet de mettre en évidence aux yeux des élèves l'existence des oscillations électriques. En effet, le phénomène qui se passe à circuit fermé nous montre que la rupture de l'inducteur produit une impulsion dirigée vers les bornes où ne se passent pas les phénomènes cathodiques, pour employer l'idée surannée de quantité d'électricité. Le flux d'énergie, rencontrant le tube de Crookes, s'y consomme en produisant les phénomènes brillants d'illumination que Crookes a découverts. Si maintenant nous plaçons le tube unipolairement au pôle positif de tout à l'heure, nous voyons que la borne qui, primitivement, était positive, devient aussi négative, puisque le phénomène de Crookes s'y produit. Cela montre qu'à circuit ouvert, cette borne est le siège d'un phénomène oscillatoire, puisqu'après avoir été positive elle devient négative.

D'ailleurs, l'illumination, moindre à la borne positive qu'à la négative, montre bien que la perturbation, qui s'est propagée d'abord dans un sens, s'est affaiblie après une oscillation, et que par conséquent la bobine de Ruhmkorff est le siège d'oscillations amorties.

Ce procédé permettra probablement, en employant un miroir tournant et deux tubes de Crookes unipolaires, de mesurer rapidement la période propre d'une bobine de Ruhmkorff. Je me propose de reprendre bientôt cette étude, que je n'ai pas encore pu faire, et qui rendra probablement pratique la mesure des oscillations propres des bobines.

M. E. HARDY

Ingénieur ès sciences physiques, à Dreux.

SUR L'APPLICATION DES VIBRATIONS SONORES ET DES BATTEMENTS QU'ELLES PRODUISENT A L'ANALYSE DES MÉLANGES D'AIR ET D'UN GAZ DE DENSITÉ DIFFÉRENTE ET, EN GÉNÉRAL, DE DEUX GAZ DE DENSITÉS DIFFÉRENTES

[534. 5/622. 41]

— *Séance du 8 août 1895* —

La méthode d'analyse acoustique des gaz qui va être exposée ci-dessous ne remplace en rien l'analyse chimique, et il est indispensable de savoir à l'avance, à l'aide de l'analyse chimique, quels sont les gaz qui se trouvent réunis dans le mélange gazeux.

Mais, cette première constatation faite, l'analyse acoustique présente dans certains cas de précieux avantages, par exemple pour doser exactement en quelques secondes la quantité de formène existant à un moment donné dans une galerie de mine, ou bien pour connaître à tout instant quelle est la proportion d'acide carbonique évacuée par une cheminée d'usine.

ANALYSE ACOUSTIQUE

La hauteur du son dans un tuyau sonore à embouchure de flûte dépend, toutes choses égales d'ailleurs, de la densité du gaz lancé dans ce tuyau.

Si on fait parler en même temps deux tuyaux d'orgue réglés à l'unisson dans l'air pur, à l'aide de deux souffleries distinctes capables de produire un écoulement gazeux constant et alimentées

… es souffleries font rendre le même son à … orgue : on n'entend qu'un son pur; il ne se … ements.

… es souffleries vient à être alimentée avec de l'air … quantité, même très minime d'un gaz de densité … ormène par exemple, le son s'élève un peu dans le … correspondant; les deux tuyaux ne donnent plus … et s'ils parlent en même temps, il se produit des batte-

… il y a de formène, plus le son s'élève et plus les battements … ennent fréquents.

Toutes choses égales d'ailleurs, le nombre des battements est proportionnel à la quantité de formène. Si donc on compte le nombre des battements pendant un temps donné, dix secondes par exemple, on sera renseigné sur la proportion de formène mélangé à l'air.

L'expression du nombre n de battements par seconde en fonction de la proportion x du gaz de densité d et du nombre N de vibrations doubles, ou périodes du son initial, est la moitié du produit des trois facteurs x, $(1 - d)$ et N.

$$n = \frac{N}{2}(1 - d)\,x.$$

Tel est le principe sur lequel reposent l'analyse acoustique des gaz et le forménophone, ou appareil destiné à faire ces analyses.

FORMÉNOPHONE

Cet appareil se compose donc de deux souffleries distinctes et de deux tuyaux d'orgue réglés à l'unisson dans l'air pur.

L'une des souffleries et son tuyau sonore sont enfermés dans une enveloppe étanche contenant de l'air pur. Cet air ne sort jamais de cette enveloppe; on n'a donc jamais à le renouveler. La soufflerie lui imprime seulement un mouvement de circulation pour le faire passer avec une vitesse constante dans le tuyau d'orgue, qui parle ainsi avec de l'air pur, même quand tout l'appareil est plongé dans une atmosphère d'air impur.

L'autre soufflerie s'alimente au contraire avec l'air de l'atmosphère dans laquelle l'appareil est plongé.

Si l'on fait fonctionner en même temps les deux souffleries de cet appareil dans une atmosphère d'air pur, les deux tuyaux d'orgue rendront le même son, puisque l'air puisé dans l'atmosphère par la deuxième soufflerie est de même composition que l'air pur enfermé

dans l'enveloppe étanche de la première soufflerie. Les deux tuyaux sonores parlent donc à l'unisson; il ne se produit pas de battements.

Mais si on transporte l'appareil dans une galerie de mine dont l'atmosphère contienne du grisou, les deux tuyaux d'orgue ne donneront plus l'unisson, puisque l'un parlera avec l'air pur de son enveloppe étanche et l'autre avec l'air grisouteux de la galerie de mine. Il se produira des battements dont le nombre dépendra de la proportion de formène contenue dans l'atmosphère de la galerie.

S'il y a deux millièmes de formène, il se produit environ quatre battements en dix secondes.

S'il y a cinq millièmes de formène, il y a environ neuf battements en dix secondes.

S'il y a dix millièmes de formène, on entend environ dix-huit battements en dix secondes.

A vingt millièmes de formène, le nombre des battements est d'environ trente-cinq à trente-six en dix secondes, les tuyaux sonores donnant environ 768 vibrations doubles par seconde à l'air libre, soit à peu près la note sol_4.

A 25 0/00 de gaz, les battements deviennent extrêmement fréquents, mais sont toujours très nets et très distincts.

Si l'on voulait déterminer des teneurs assez élevées, comme 5 0/0 et même davantage, de formène dans l'air, il suffirait, pour que les battements ne soient pas trop fréquents et que l'on puisse facilement les compter, d'employer des tuyaux sonores donnant un moins grand nombre de vibrations, la note ut_3 par exemple.

L'aspiration de l'air de la galerie de mine se fait par un tube articulé, par un tube de caoutchouc; de sorte que l'on peut porter l'orifice d'aspiration au raz du plafond de la galerie, dans les poches et dans tous les endroits où le grisou se rassemble.

De plus, cette aspiration se fait au travers d'un laveur contenant une solution concentrée de potasse qui débarrasse complètement l'air de la mine des poussières et de l'acide carbonique qu'il pouvait contenir.

Comme l'air pur enfermé dans l'enveloppe étanche de l'appareil et l'air puisé dans la galerie de mine peuvent ne pas être exactement à la même température, au sortir des deux souffleries et avant d'arriver aux tuyaux sonores, ces deux gaz passent par des tubes métalliques cloisonnés d'un grand nombre de cloisons en toile métallique fine. Ces tubes sont plongés à côté l'un de l'autre dans un récipient rempli d'eau. Les tubes et leurs cloisons de toile métallique prennent la température de l'eau du récipient, et les gaz, en traversant ces toiles métalliques, en prennent instantanément la

température. Ce sont donc deux gaz ramenés exactement à la même température qui font parler les deux tuyaux sonores.

Pour vérifier l'efficacité de ce dispositif, on met un tube de caoutchouc à l'une des extrémités de l'un des tubes cloisonnés. Un thermomètre divisé en dixièmes de degré et très sensible est introduit dans ce tube de caoutchouc; l'on fait ensuite arriver par les cloisons un courant d'air chaud à 40 degrés par exemple. Le thermomètre n'accuse aucune élévation de température, parce que toute la chaleur a été absorbée par les cloisons de toile métallique et est passée dans l'eau du récipient.

Si l'expérience se prolongeait, l'eau du récipient s'échaufferait petit à petit, mais les deux gaz traversant les toiles métalliques sortiraient toujours tous deux à la même température, quelle que soit du reste cette température.

Le degré hygrométrique de l'air pur enfermé dans l'enveloppe étanche est constant, et l'air puisé dans l'atmosphère de la mine se sature d'humidité en barbotant dans les laveurs. Les deux gaz sont donc à un degré hygrométrique constant pour chacun d'eux lorsqu'ils font parler les tuyaux sonores. Du reste, rien ne serait plus facile que de dessécher ces gaz.

L'une des souffleries et son tuyau sonore sont enfermés dans une enveloppe étanche. L'autre tuyau sonore est également enfermé dans une enveloppe, mais non étanche et seulement destinée à protéger le tuyau sonore. Pour bien entendre les battements produits malgré ces enveloppes, deux tubes acoustiques partent chacun de l'une des enveloppes et viennent aboutir dans un récepteur que l'on met à l'oreille, et qui peut être double pour actionner les deux oreilles à la fois. Dans ce récepteur, les tubes acoustiques s'épanouissent, et leurs extrémités sont fermées par des membranes qui peuvent être métalliques.

A l'aide de ce récepteur, l'observateur perçoit avec une grande intensité et une très grande netteté soit le son pur, soit les battements produits par les tuyaux sonores. Cette disposition est très importante, en ce qu'elle permet d'entendre avec la plus grande facilité les battements produits par le grisou, même malgré les coups de pics, le roulement des wagons et tous les bruits d'un atelier en activité.

Le tuyau sonore parlant avec l'air pur est seulement destiné à produire toujours le même nombre de vibrations. Il serait donc très naturel de le remplacer par une source sonore plus simple, un diapason par exemple. Mais alors les causes d'erreur ne seraient plus éliminées, et il faudrait faire des corrections pour la pression

atmosphérique et une autre pour la température et d'autres encore. Ces corrections seraient fort difficiles et toujours incertaines; de sorte que, malgré un peu plus de complication, il est de beaucoup préférable d'employer les deux tuyaux d'orgue qui éliminent toutes les corrections.

TRANSPORT DES INDICATIONS A DISTANCE

Un microphone est installé sur chacun des deux tuyaux sonores de l'appareil; le courant électrique les traverse successivement et passe ensuite dans un récepteur téléphonique ordinaire, placé à une distance quelconque, en dehors de la mine, dans le bureau d'un préposé spécial.

D'après cette disposition, on voit que le récepteur téléphonique répétera soit le son pur si les tuyaux d'orgue donnent l'unisson, soit les battements si ces tuyaux en produisent par suite de la présence du grisou. En les répétant, le récepteur téléphonique les accentue considérablement.

On peut donc installer un appareil fixe dans une galerie de retour d'air, faire marcher continuellement ou à des époques fixes les souffleries de l'appareil au moyen d'un petit moteur quelconque, et obtenir ainsi le contrôle absolu de ce qui se passe dans cette galerie de retour d'air, le préposé mettant le récepteur téléphonique à l'oreille tous les quarts d'heure, par exemple, pendant quelques secondes, et notant sur un registre d'observation le nombre de battements qu'il aura entendus en dix secondes.

M. le Dr G. DARIN

à Paris.

DE LA MORT PAR L'ÉLECTRICITÉ [612.743]

— Séance du 8 août 1895 —

On se rappelle l'émotion soulevée aux États-Unis, et ici-même, par les premières applications de la loi qui prescrivait l'exécution des condamnés à mort par l'électricité, dans l'État de New-York. Nous

avons entre les mains le rapport officiel des sept premières *électrocutions;* il en ressort que tous les racontars des journaux étaient faux et que l'intention des législateurs qui, dans un but humanitaire et progressif, voulaient frapper les criminels d'une mort soudaine, absolue et sans douleur, a été parfaitement accomplie. Il est certaines faces de la question que nous laissons aux jurisconsultes et aux philanthropes, nous bornant à rechercher si les courants sont réellement léthifères ou si, comme on l'a dit, l'autopsie est nécessaire pour achever l'œuvre du bourreau.

Cette dernière assertion, émise à l'Académie de Médecine et à la Société de Biologie, a provoqué, on le comprend, une grande agitation parmi les nombreux médecins qui ont assisté aux vingt-quatre électrocutions qui ont eu lieu jusqu'ici dans l'État de New-York.

(Une vingt-cinquième a été faite, à Auburn, le 4 avril dernier. Une vingt-sixième a eu lieu, à Sing-Sing, le 1er juillet.)

Ce n'est pas ce que j'ai vu, comme médecin, qui m'a conduit à m'occuper de ce côté de la question, car l'électrothérapeute se sert d'appareils bien inoffensifs et je ne crois pas qu'il ait jamais, avec eux, exposé directement la vie de ses malades. Mais, invité à faire une deuxième fois une conférence à l'École de physique de la ville de Paris, j'avais choisi comme sujet : *Du danger comparatif des courants employés dans l'industrie.* J'apportais à l'appui le résultat d'expériences précises, faites sur des animaux au laboratoire d'Édison, à l'École des mines de Colombie et ailleurs encore, sous les auspices du Comité de santé de New-York, et qui prouvaient que les courants alternatifs sont bien plus dangereux que les courants continus; c'est aux premiers que l'on devait les accidents fatals, dont on comptait déjà plus de deux cents aux États-Unis.

De là, l'intérêt bien naturel que j'ai pris au débat que je vous demande la permission de vous exposer.

Brown-Séquard s'était déjà demandé, il y a une quarantaine d'années : Comment tue la foudre? Et il avait répondu : En dehors des cas de carbonisation, elle tue par *sidération* et par asphyxie.

Son préparateur, aujourd'hui son successeur au Collège de France, M. d'Arsonval, a dit à son tour : « L'électricité industrielle a des effets qui rappellent ceux de la foudre. Elle provoque la mort de deux façons différentes : 1° par destruction de tissu; 2° par excitation des centres nerveux produisant l'arrêt de la respiration et la syncope. Dans le premier cas, la mort est définitive; dans le deuxième, au contraire, elle n'est qu'apparente et la victime peut être rappelée à la vie en pratiquant la respiration artificielle, le foudroyé devant être traité comme un noyé. » Puis, comme observation confirmative, il cite

l'accident de Saint-Denis, où un ouvrier fut ranimé trois quarts d'heure après avoir reçu la décharge d'un courant de 4,500 volts. (Acad. des Sc., 21 mai 1894.)

M. d'Arsonval a donc bien mérité de l'humanité en insistant sur les soins à donner aux victimes de pareils accidents.

Cependant, six mois plus tard, dans une communication à la Société de Biologie, 24 septembre 1894, M. d'Arsonval va plus loin et avance que *généralement* les foudroyés ne sont qu'étourdis et en syncope, et il lit, d'après une dépêche qu'il venait de recevoir d'Amérique, le récit d'une électrocution récente, qui confirme ses assertions à propos de ce genre d'exécution. Il avait avancé que les courants alternatifs employés entre 2,000 et 2,500 volts étaient insuffisants à amener la mort et qu'on pouvait ranimer les suppliciés par la respiration artificielle. Or, dans l'exécution dont les détails lui ont été transmis, le courant alternatif employé était de 4,500 volts; on avait donc doublé la force des courants habituellement utilisés, et pourtant le supplicié put être rappelé transitoirement à la vie. A la suite de cette expérience, l'autorité aurait interdit les électrocutions. Les courants continus seraient plus dangereux, etc. D'où cette conclusion monstrueuse (qui a été tirée de ce qui précède), c'est que l'électrocution n'est efficace qu'à la condition d'être suivie d'autopsie, c'est-à-dire que les médecins achèvent l'œuvre du bourreau. (Près de cent médecins, dont beaucoup sont des membres éminents de la profession, ont assisté officiellement aux sept premières électrocutions. On conçoit l'émotion qui s'est emparée d'eux, sans parler des autres, en se voyant accusés de quasi-assassinats!)

Eh bien! il n'y a qu'un malheur, c'est que la dépêche reçue par M. d'Arsonval est complètement erronée.

Jamais on n'a employé, sur les criminels, de courants de 4,500 volts; jamais on n'a songé à interdire ce mode d'exécution. Le même jour (21 novembre), le *New York Herald* recevait aussi une dépêche annonçant un accident analogue à celui de Saint-Denis, où un ouvrier put être ranimé après avoir reçu un courant de 4,000 volts [1].

Je dis *malheur* au point de vue scientifique. En effet, il importe de bien distinguer entre les faits dus au hasard et ceux où la science intervient. C'est une question de déterminisme. On peut se jeter d'un sixième étage sans se faire de mal (témoin le fait récent du passage Tivoli), on peut résister à la submersion, à la pendaison, à l'écartellement (quatre chevaux, puis six ne suffirent pas à

[1] Cette dépêche, reçue le même jour, doit se rapporter au fait communiqué à M. d'Arsonval, et on voit qu'il s'agit, non d'une électrocution, mais d'un accident.

démembrer Damiens, et le bourreau dut lui couper les ligaments). Les coups de foudre atmosphérique ou industrielle ne sont pas toujours mortels. Mais, en est-il de même quand on prend les précautions voulues pour faire passer à travers le corps un courant d'énergie et de formes déterminées, pour réduire la résistance au minimum, pour assurer le contact intime des électrodes en des points choisis et fixer la durée du contact, etc., etc? Placé dans un système donné de circonstances extérieures, un organisme défini doit toujours agir d'une manière nécessairement déterminée. C'est là le principe de la méthode expérimentale en biologie. Or, dans les accidents, les circonstances extérieures varient à l'infini, et il n'est pas étonnant que le jeu de l'organisme varie également dans des conditions aussi différentes.

La question est donc maintenant de savoir si nous possédons des expériences méthodiques sur la mort par l'électricité et d'en connaître les résultats.

Eh bien! nous en avons de deux sortes, les unes faites sur des animaux, les autres sur l'homme.

Un ingénieur américain, convaincu que les courants alternatifs de haute tension sont infiniment plus dangereux que les courants continus, entreprit de le démontrer en soumettant des chiens, des veaux, des chevaux à des décharges produites par ces deux sortes de courants. Les savants, convoqués à ces expériences, signèrent un rapport constatant que les animaux supportèrent sans inconvénient des courants continus de plus de 1,000 volts, tandis qu'à moins de 300 volts le courant alternatif les tua instantanément.

Sur ces entrefaites, l'État de New-York votait la loi dont nous parlions en commençant. Il s'agissait alors de déterminer le meilleur mode d'application du courant léthifère. Cette mission fut confiée à un comité choisi parmi les membres de la Société de Médecine légale et présidé par le Dr Peterson. Voici un extrait des rapports officiels :

« En vertu de la loi nouvelle, tous les condamnés à la peine capitale seront dorénavant exécutés par l'électricité. Mais comme ce moyen est complètement nouveau, le mode d'application du courant fatal exige une étude attentive et scrupuleuse.

» La commission désignée à cet effet par le Gouverneur a fait faire sur des chiens de nombreuses expériences (le détail en est donné dans un appendice) qui ont prouvé que l'électricité peut amener une mort certaine, instantanée et sans douleur; toutes ont eu pour nous une valeur particulière en ce qu'elles nous ont suggéré la méthode convenable d'exécuter les criminels par l'électricité.

» La seule objection faite à ces essais était que le plus lourd de ces animaux ne pesant que 90 livres, on admit qu'il faudrait peut-être un courant plus énergique pour tuer sûrement et instantanément un être humain. La commission fut donc invitée, avec M. E.-T. Gerry, l'auteur du projet de loi, à assister à de nouvelles expériences propres à fixer la question. Ces épreuves eurent lieu le 5 décembre au Laboratoire Édison, à Orange.

» 1er Animal. *Veau* pesant 124 livres et demie. — Un disque métallique recouvert d'éponge, de 5 centimètres de diamètre, fut appliqué entre les yeux, sur le front préalablement rasé. La deuxième électrode, réseau de fil de fer de 10 centimètres de long sur 5 de large, également garnie d'éponge, portait à gauche de la colonne vertébrale, en arrière des épaules. Les éponges furent imbibées d'une solution de sulfate de zinc. La résistance entre les électrodes était de 3,200 ohms. On fit usage d'une dynamo courant alternatif Siemens, dont le champ était chargé par une dynamo à courant direct ordinaire, et l'on en régla la FEM en interposant des résistances variables dans le circuit de champ.

» Le courant principal à 770 volts, appliqué pendant huit secondes, amena une mort instantanée. Dissection immédiate par les Drs Peterson, Ingram et Bleyer : cerveau gorgé de sang, mais pas d'hémorragie, etc.

» 2e Animal. *Veau* de 145 livres. — Résistance 1,300 ohms entre les électrodes, appliquées comme ci-dessus. Courant alternatif de 750 volts pendant cinq secondes. Mort instantanée. Arrêt immédiat du cœur. *Abolition des mouvements réflexes par excitation, au bout d'une minute et demie.*

» 3e Animal. *Cheval* de 1,230 livres. — Les contacts furent établis sur les deux membres antérieurs, au-dessus du genou, à l'aide de coton saturé d'eau et maintenu par des fils de cuivre à nu. Un courant de 700 volts, appliqué pendant vingt-cinq secondes, détermina, comme dans les cas précédents, une mort instantanée et sans douleur. *Pour ne laisser aucun prétexte permettant à certaines personnes de dire que les animaux tués de la sorte étaient* IN A DYING CONDITION, *c'est-à-dire seulement étourdis, on les fit soigneusement examiner par les médecins présents.* Assistants : MM. Édison, Gerry, les professeurs Ogden et Ch. Doremus, les Drs Peterson, Ingram, Bleyer, ainsi que MM. Galvin, Bourgonon, Mitchell, Kennelly, chargés des mensurations.

» Après mûre délibération, conclut le rapporteur, nous recommandons d'administrer aux criminels le courant léthifère de la manière suivante : On aura un fauteuil massif, muni de courroies pour y bien assujettir le prisonnier. Les électrodes seront appliquées l'une sur le vertex, l'autre sur l'épine dorsale ; elles auront de un à quatre pouces de diamètre et seront garnies d'éponge imbibée d'eau saline tiède. Les cheveux seront rasés et l'on empêchera l'eau de relier un pôle à l'autre.

» On emploiera un courant alternatif d'au moins 300 cycles par seconde et de 1,000 à 1,500 volts, selon la résistance du criminel.

» Un semblable courant, passant de quinze à trente secondes, assurera la mort. »

Voyons maintenant comment on s'est servi de ces données pour

procéder à l'exécution des condamnés à mort (qui sont jusqu'ici au nombre de 25) et dont la première a eu lieu, à la prison d'Auburn, le 6 août 1890. Nous possédons le rapport officiel du Dr Mc Donald pour les sept premières électrocutions. Ce même Dr Mc Donald écrivait ce qui suit dans une lettre récente : «En face des expériences qui ont eu lieu ici, il est difficile de comprendre l'attitude illogique et peu scientifique de M. d'Arsonval sur la question de l'application de la peine de mort par l'électricité. Je regrette de ne pouvoir vous envoyer de nouveaux rapports d'autopsies, en dehors de celles contenues dans mon rapport officiel; la raison en est que, depuis l'adoption de l'électrocution et son acceptation générale dans l'État de New-York, ce procédé attire fort peu l'intérêt public et que les autopsies minutieuses et les procès-verbaux ne sont plus considérés comme nécessaires. En réalité, l'exécution électrique des condamnés est maintenant regardée ici comme un événement banal.

»La récente tentative pour exciter la méfiance sur le succès de ce mode d'exécuter les criminels peut, selon moi, s'expliquer assez bien par le désir de se mettre en évidence et de faire de la réclame à bon marché de la part d'un obscur médecin (qui dans ses communications à la presse indiquait son adresse, sa spécialité, etc.). Prétendre que, dans ce procédé d'exécution, la mort ne résulte pas du courant électrique, mais de l'autopsie subséquente, est une opinion trop absurde pour mériter une sérieuse discussion, et elle indique simplement chez ceux qui la soutiennent une ignorance de la question. Ces personnes ne savent sans doute pas que, avant la première électrocution, on avait fait des expériences rigoureuses sur les animaux, *en vue de s'assurer de la possibilité de résurrection après l'application d'un courant fatal. Dans plusieurs cas, la respiration artificielle fut continuée, en vain, pendant deux heures, avec un appareil semblable à celui qu'on a récemment proposé dans ce but.* Ce n'est pas tout, un fait qui semble avoir été complètement négligé par les derniers agitateurs, c'est qu'à l'occasion de quatre criminels, exécutés dans la même heure, à la prison de Sing-Sing, les autopsies de deux au moins des suppliciés ne furent commencées que plusieurs heures après l'exécution, l'intervalle de temps écoulé entre la première électrocution de ce jour et l'autopsie étant de plus de six heures. Le corps, dans cet exemple, présentait une rigidité cadavérique très marquée et, au témoignage de plusieurs médecins distingués qui assistaient à l'exécution, toutes les apparences étaient celles de la mort absolue. Les récents appels au Gouverneur de l'État de New-York pour obtenir l'autorisation de tenter de ressusciter un criminel exécuté par l'électricité, ont été considérés

par cette autorité comme indignes de sérieuse considération, et je doute que la permission eût été accordée, alors même que la demande aurait été faite légalement.

» Il n'y a pas de doute possible, aucun être humain ne saurait survivre au choc du courant électrique tel qu'il est appliqué ici pour l'exécution des criminels, c'est-à-dire avec les précautions qui s'imposent quand il s'agit d'infliger la mort. »

Depuis cette lettre, une nouvelle exécution a eu lieu, à la prison de Sing-Sing, le 28 janvier 1895. Voici ce qu'en dit le journal *Electrical World:*

Certaines observations du Dr d'Arsonval l'ayant conduit à la conclusion non autorisée que, dans les électrocutions, telles qu'elles se pratiquent dans l'État de New-York, la mort n'était pas produite par le passage du courant, mais par le couteau du chirurgien, au cours de l'autopsie subséquente, cette opinion a soulevé dernièrement une discussion considérable.

Le 28 septembre dernier, dans le désir de fixer cette question d'une façon précise, nous avons prié le Gouverneur de désigner, pour la prochaine exécution, des hommes compétents, dont le devoir serait de faire les observations capables de jeter de la lumière sur ce point. La demande fut accueillie favorablement et les soussignés (Dr Goelet et ingénieur Kennelly) furent chargés d'accomplir cette pénible mission, à l'occasion de la vingt-quatrième électrocution dans l'État de New-York. Voici leurs observations : Un courant alternatif servit à l'exécution. Il était généré par un alternateur ayant une fréquence de 102 cycles 3, soit 204 renversements 6 par seconde, avec une armature spécialement enroulée pour un maximum de 2,500 volts effectifs. Un rhéostat intercalé dans le circuit excitateur et placé dans la chambre d'exécution contrôlait l'excitation de champ de l'alternateur.

Les électrodes consistaient en gaze de laiton flexible solidement assujettie à des éponges, qui étaient saturées d'eau salée. L'électrode supérieure s'adaptait à l'intérieur d'une coiffe répondant par sa forme à la tête du criminel et pourvue d'une mentonnière qui la maintenait bien en position. L'inférieure, aussi en métal flexible, d'environ 20 centimètres sur 8 et garnie d'éponge mouillée, se fixait par une courroie au mollet droit. Avant de commencer, comme moyen d'épreuve, on intercala dans le circuit, sur le fauteuil, une série de vingt lampes à incandescence, et l'on constata une pression de 1,740 volts effectifs aux voltmètres Weston et Cardew. On maintint dès lors cette pression.

Le criminel fut assis dans un fauteuil en chêne massif et solidement ligaturé. C'était un nègre, court, mais jeune et d'apparence robuste. Voici le détail des faits observés :

A 11 h. 18 m. 45 s., entrée du prisonnier dans la chambre.

A 11 h. 18 m. 50 s., on l'assied dans le fauteuil et on l'attache.

A 11 h. 19 m. 58 s., les électrodes sont ajustées et les connexions établies.

A 11 h. 20 m. 13 s., courant appliqué à 1,740 volts. L'ampèremètre indiquant 8 ampères fixes à travers le corps du criminel.

A 11 h. 20 m. 17 s., on réduit la pression intentionnellement et avec lenteur; l'intensité tombe lentement à $1^{amp},8$.

A 11 h. 20 m. 42 s., on augmente peu à peu la pression, l'intensité remontant à 4 ampères.

A 11 h. 20 m. 50 s., on la réduit de nouveau à 150 volts, l'intensité tombant à 1^{amp},3.

A 11 h. 21 m. 10 s., circuit rompu, courant interrompu. Durée de l'application, 57 secondes en tout.

A 11 h. 21 m. 20 s., l'examen du thorax ne fait percevoir aucun mouvement du cœur. A ce moment, on observe une hyperémie ou rougeur prononcée de la peau recouvrant le thorax, spécialement à la partie supérieure. Celle-ci pâlit sous la pression, la couleur revenant lentement. Pâleur marquée de la face, légère écume à la bouche. Pupilles dilatées.

A 11 h. 25 m., la mort est déclarée officiellement.

Au moment où on lança le courant, tout le corps prit une rigidité tétanique intense, les mains contractées ou fermées étroitement, et les extrémités redressées autant que le permettaient les courroies. Pendant le passage du courant, il apparut de l'écume à la bouche, mais aucun son perceptible émis par le sujet, et nulle manifestation de sensation ou de souffrance. La mort fut évidemment instantanée et sans douleur.

A 11 h. 33 m., *autopsie*. Température rectale, 38°5. Sphincter relâché. Les veines superficielles des extrémités, surtout celles des bras, vides et affaissées. L'incision du cuir chevelu et de la peau du thorax montra que presque tout le sang du corps avait été refoulé dans la tête et la partie supérieure de la poitrine et du cou; la rupture des vaisseaux surdistendus avait produit des extravasations sanguines dans le tissu cellulaire de ces régions. Du côté du cou, le sang apparaît coagulé.

En contraste marqué avec l'état de choses ordinaire en cette région, une incision à travers la paroi abdominale montra les tissus presque exsangues. L'incision des tissus sous-jacents à l'électrode de la jambe montra la même condition exsangue. Après l'enlèvement de la calotte crânienne, une ponction de la dure-mère laissa écouler une grande quantité de sang foncé, preuve qu'il s'était fait un épanchement intra-crânien; on constata qu'il était dû à la rupture de vaisseaux sanguins. Ce sang se coagula, mais non fermement; un échantillon conservé resta fluide et sans altération pendant quelques jours, sinon que sa couleur devint plus claire. On estima à deux litres un quart au moins ce qui s'écoula du scalp et du cerveau en enlevant le cerveau. La dure-mère enlevée, on vit les vaisseaux de la surface cérébrale distendus et rompus en maints endroits. Même état dans toute l'étendue de la masse encéphalique, et sang coagulé à la base, condition incompatible soit avec la conscience, soit avec la vie. Extravasation sanguine aux sommets des poumons. Les autres organes internes congestionnés, etc., etc.

Des observations faites au moment du passage du courant et qui furent largement corroborées par le résultat de l'autopsie, nous concluons que la mort a été instantanée et sans douleur.

L'évidence est donc qu'un courant alternatif de 8 ampères, traversant le corps à la pression de 1,740 volts, et représentant une énergie de (1740 × 8) 13,920 watts, soit environ 18 $^2/_3$ chevaux électriques, déterminera une mort soudaine, sans douleur et absolue, et que les altérations constatées dans le cerveau seul suffisent à démontrer la complète impossibilité de la résurrection.

Les auteurs ajoutent : Bien qu'à notre avis il n'y ait aucun espoir de ranimer des sujets qui, comme dans cette exécution électrique, ont reçu un courant alternatif de suffisant voltage lancé *délibérément* à travers le corps du criminel, cependant, dans tous les cas de contact accidentel avec des circuits de haute pression, il faut, selon nous, tenter la ranimation, parce que dans la plupart des accidents par l'électricité, soit en raison de l'imperfection du contact, soit de la courte durée, la force du courant qui traverse l'organisme et l'énergie déployée peuvent n'aboutir qu'à la perte temporaire de la conscience.

Signé : Dr Goelet et Kennelly, *ingénieur élect.*

J'ai reproduit tous les détails importants de cette exécution, parce qu'ils sont comme une réponse directe aux assertions de M. d'Arsonval. Je me suis donné la peine de traduire en entier le rapport officiel du Dr Mc Donald sur les sept premières électrocutions. Les autopsies, suivies d'examens histologiques, ont été faites avec un soin minutieux; mais je dois me borner à en résumer ici les points les plus intéressants.

Avant tout, il faut reconnaître que l'on ne constata que dans un seul cas des lésions intra-crâniennes analogues à celles du fait précédent.

Chez Kemmler, le premier électrocuté, les vaisseaux méningiens de la zone correspondante à la surface d'application de l'électrode céphalique étaient brûlés et extrêmement fragiles, et leur contenu était noir et carbonisé. Taches pétéchiales dans l'épaisseur du cœur et les poumons, etc.

Dans les six autres cas, on n'a constaté aucune lésion des organes internes, ni dilacérations, ni changements de volume, point de modifications chimiques ou histologiques; les petites pétéchies observées en divers organes (plancher du quatrième ventricule, cœur et poumons) n'avaient rien de caractéristique, etc.

Toutefois, comme la mort était indubitable pour tous les médecins présents (il y en avait quatorze à l'exécution de Kemmler), il fau bien admettre que les électrocutés peuvent succomber, sans lésions matérielles, à la *sidération,* que Brown Séquard expliquait de la manière suivante à propos de l'action de la foudre : « Toute cause, dit-il, d'excitation des forces nerveuse, musculaire, etc., agit de manière à diminuer d'autant plus la quantité de ces forces, qui se trouvent à un moment donné chez un individu, que cette excitation est plus énergique. Tous les faits connus démontrent l'exactitude de cette loi; il en ressort que la foudre, en tant que cause d'excitation extrêmement puissante, déterminera la dépense de toute la quantité des forces nerveuse, musculaire, etc., chez les individus qu'elle

frappera. Ces forces anéanties, on comprend parfaitement bien que la vie doive céder aussitôt, parce qu'aucun des actes vitaux de quelque importance ne saurait s'accomplir en l'absence de ces forces. »

Ainsi donc, un courant suffisamment énergique peut tuer en épuisant la totalité des forces dynamiques que possède l'économie animale. On s'explique ainsi bien facilement l'absence de toute lésion visible des organes.

Un fait à l'appui, c'est la disparition presque immédiate de l'action réflexe de la moelle épinière (qui persiste, au contraire, pendant longtemps chez les décapités par ex.) après le passage du courant léthifère. Nous avons déjà vu que l'on avait constaté cette disparition, au bout d'une minute et demie, chez le deuxième animal tué par l'électricité devant le Comité officiel. Pareille recherche a été aussi faite chez un électrocuté, deux ou trois minutes après la rupture du dernier contact. L'activité des muscles involontaires ou lisses était seule conservée (on put déterminer le mouvement péristaltique des intestins et le réflexe crémastérien), mais on constata l'abolition du réflexe rotulien, des paupières, etc.; la torsion des masses musculaires avec une pince ne provoqua pas le moindre tressaillement fibrillaire, etc.

« Ce fait démontre, dit le rapporteur, avec quelle souveraine puissance et jusqu'à quelle profondeur les courants agissent pour abolir la vie, non seulement sous la forme concrète, mais aussi dans les activités intégrales de l'organisme, qui, dans les autres genres de mort soudaine et violente, tendent à persister encore quelque temps après la disparition de la vie consciente. D'après nos observations, le choc électrique paraît tout d'abord détruire la vie, au sens ordinaire du mot, en tant qu'il s'agisse de la conscience, du sentiment et de la volition, avec une soudaineté écrasante, mais porte plus loin pour abolir les énergies partielles, de telle sorte qu'elles ne peuvent plus être remises en activité par les stimulations mécaniques artificielles. »

Pour tous les médecins qui ont assisté aux électrocutions (et je répète qu'il y en a eu près de cent rien que pour les sept premières), la vie consciente disparaît au premier choc; or, si l'on tient compte de l'énorme vitesse de la circulation électrique, comparativement à la lenteur de la transmission des impressions sensitives au cerveau, il est évident que le choc fatal ne peut être perçu par le sujet. Voici une expérience très frappante sur ce point. Le professeur Maybridge fait des photographies instantanées, en se servant du courant électrique pour exposer et pour masquer la plaque. Dans l'expérience

en question, il emploie deux femmes, l'une dans un tub, l'autre assise sur un siège élevé, pour verser un seau d'eau sur la tête et les épaules de la première. Afin de rendre le choc plus intense, l'eau qui doit être versée est glacée à l'insu de la victime. Dans la première photographie, on voit l'eau s'écouler du seau sans toucher encore la tête de la femme. Dans la deuxième, elle atteint la tête et les épaules sans que la femme accuse encore le moindre signe de sensation. Dans la troisième, elle commence juste à manifester son impression, et les suivantes montrent les diverses phases de la réaction de l'organisme. Mais le point d'intérêt spécial se trouve dans le deuxième cliché. Ici, le courant électrique avait exposé la plaque; puis, après un très court intervalle, l'avait masquée de nouveau, c'est-à-dire qu'il avait agi deux fois, avec un espace de temps suffisant pour que la lumière pût impressionner la plaque sensible, et cela après que l'eau glacée eut touché les épaules et avant que la femme en eût conscience.

Parmi les personnes qui ont pu être ranimées après des foudroiements accidentels, quelques-unes ont raconté leurs impressions, et il en résulte que le choc n'est pas senti ou est indolore.

Ainsi, M. G. Greenwood, assistant du Dr Gibbons, dit avoir reçu un courant de 1,700 volts, la sensation n'ayant été rien moins que désagréable *(anything but disagreeable)*. Ce qu'il a éprouvé était tout à fait *pleasant,* comparativement à l'idée que l'on s'en fait d'après certains auteurs.

M. Cutler, la victime de l'accident de Pittsfield (choc d'un courant de 4,000 volts), rapporte ce qui s'est passé de la manière suivante : « Pendant un instant, dit-il, j'éprouvai la sensation d'être tiré en bas (il tenait les fils à la main), puis tout devint noir, et cela dura sept minutes environ, au cours desquelles on s'efforçait de rétablir ma respiration. Ceux qui m'entouraient disent que je poussai deux gémissements profonds en tombant; mais *je n'ai aucun souvenir* de ce fait. Il fallut, paraît-il, tirer de force un des fils de ma main, et avant qu'on en vînt à bout, je reçus une autre secousse dans les hanches pendant que j'étais couché à terre. A mesure que la conscience revint lentement, je répétai à plusieurs reprises des paroles incohérentes relatives à l'accident... Une demi-heure après, je pouvais me rappeler tous les incidents qui avaient précédé et suivi quelques moments d'inconscience totale, pendant lesquels je n'avais aucune pensée et n'avais éprouvé d'ailleurs *aucune douleur...* »

On peut donc dire que, dans l'électrocution, le courant rend la victime inconsciente en une fraction presque infinitésimale de

seconde, tout en abolissant la vie animale et la vie organique avec une rapidité foudroyante.

Ce sont les courants alternatifs qui déterminent cette mort soudaine et absolue, et nous avons vu qu'ils ont été choisis à la suite d'expériences comparatives sur les animaux. M. d'Arsonval prétend que les courants continus sont plus redoutables, parce qu'ils décomposent les électrolytes du corps en beaucoup de points à la fois, d'où une destruction chimique diffuse qui amène très rapidement la mort.

Or, les lésions que l'on constate à l'autopsie des personnes foudroyées ne sont pas de cette nature; elles sont purement mécaniques ou thermiques.

En outre, les courants alternatifs produisent des décompositions chimiques tout aussi facilement que le font les courants continus. Quand on relie les pôles d'une dynamo pour courants alternatifs avec un voltamètre, on remarque une décomposition extrêmement vive de l'eau acidulée, produisant, bien entendu, les gaz en un mélange détonant d'O et d'H à chaque pôle [1]. Mais il ne faut pas oublier que, en une seconde, une intensité de 8 ampères ne décompose pas même 1 milligramme d'eau. Pauvre action en vérité!

Cependant, les courants continus peuvent tuer, personne ne le conteste, mais à la condition d'avoir une force EM bien supérieure et d'agir en produisant un effet de choc. C'est ce qui a lieu quand on les interrompt brusquement, l'intra-courant de rupture ajoutant alors nécessairement son effet à celui qui résulte de la chute instantanée de la force électromotrice à zéro.

Maintenant, si au lieu d'interrompre brusquement un courant continu qui traverse le corps humain, on renverse ce courant, ce changement de direction entraîne aussi un renversement des effets des deux pôles, et, par suite, son action est deux fois aussi puissante, son choc deux fois aussi grand que dans la simple interruption du courant.

C'est précisément ce qui a lieu avec les courants alternatifs; mais comme les changements de direction se font plusieurs centaines de fois par seconde, il en résulte des chocs multipliés qui deviennent formidables.

(Il y a, bien entendu, une limite à la fréquence des inversions pour que l'effet de choc se fasse sentir; ainsi, avec un million d'alternances, le courant qui a servi à la dernière exécution et qui a été foudroyant, cesserait d'être dangereux. C'est ce que l'on voit avec les courants sinusoïdaux.)

[1] J'ai vu ce *fait* de mes yeux à l'Usine électrique de la ville de Paris, où le directeur a bien voulu, sur ma prière, instituer l'expérience.

En résumé, il nous paraît ressortir de tout ce qui précède :

1° Que la mort par l'électricité résulte tantôt de lésions matérielles, tantôt et plus fréquemment d'une sidération des énergies vitales;

2° Qu'il importe de bien distinguer entre les foudroiements accidentels, où, pour des raisons diverses, la victime peut être seulement étourdie, et ceux qui sont réglés méthodiquement, en vue de les rendre mortels;

3° Que des expériences décisives sur les animaux et sur l'homme (électrocutions) ont démontré qu'aucun être vivant ne peut résister à des courants alternatifs de 1,700 volts avec deux cents renversements par seconde;

4° Que les objections adressées à l'exécution des criminels par l'électricité ne reposent sur aucun fait probant, et que, au contraire, d'après les témoignages unanimes des nombreux médecins qui ont assisté aux électrocutions, la mort est instantanée, absolue et sans douleur;

5° Qu'on ne parviendra jamais à convaincre tout le monde (il y a encore des gens qui croient que la conscience subsiste dans la tête du guillotiné); mais qu'il n'en est peut-être pas moins regrettable que la loi, dans l'État de New-York, s'oppose aux tentatives de résurrection, car celles-ci auraient sans doute réduits à néant les arguments des adversaires de l'électrocution;

6° Enfin, que si les courants continus peuvent être mortels *instantanément,* ce n'est pas par leur action électrolytique, mais par des chocs brusques, dus à une chute de potentiel supérieur à celui des courants alternatifs léthifères.

M. le Dr André BROCA

Ancien élève de l'École polytechnique, à Paris.

SUR LA SENSIBILITÉ DE LA PLAQUE PHOTOGRAPHIQUE [535. 2]

— *Séance du 9 août 1895* —

Le sujet de cette communication a une double portée, à la fois théorique et pratique. Beaucoup d'efforts tendent, en effet, en ce

moment, à instituer des méthodes photométriques basées sur la photographie. Cela serait, surtout pour l'astronomie, un sérieux progrès. Mais la difficulté est grande, et provient surtout du mode d'action de la lumière sur les substances sensibles. M. Lemoine vient de montrer dernièrement la raison physique de la possibilité de pareilles mesures et en même temps de leur difficulté. Ces considérations montrent bien la complexité que doit présenter la fonction qui relie la quantité d'impression à l'intensité lumineuse et au temps de pose, et cependant M. Lemoine a pris un problème bien mieux défini que celui avec lequel sont aux prises les photographes qui se servent de plaques aux sels d'argent. Je veux rappeler ici les considérations sur lesquelles M. Lemoine a basé sa théorie, et en rapprocher quelques faits pratiques, qui montrent que les numéros du sensitomètre actuellement marqués sur les boîtes de plaques photographiques sont absolument insuffisants pour en définir les propriétés.

Les substances sensibles sont toutes telles que, sous l'action de la lumière, elles donnent des réactions exothermiques. Il semble donc *a priori* qu'il n'y a aucune relation entre l'énergie lumineuse et le poids de substance transformée. Mais ces réactions sont peu exothermiques, et la conductibilité du milieu suffit pour établir un régime permanent dans lequel l'énergie de la radiation incidente joue un rôle, ainsi que sa longueur d'onde. L'action de ce dernier facteur est d'ailleurs encore extrêmement mystérieuse.

On comprend, d'après ce qui précède, combien doit être complexe la relation entre l'impression de la plaque et l'énergie qui la produit.

Le premier fait remarquable dans la sensibilité de la plaque est l'existence d'un minimum au-dessous duquel il n'y a pas d'impression quel que soit le temps de pose. M. Lemoine a signalé un fait analogue dans l'action de la chaleur sur les mélanges d'acide oxalique et de chlorure ferrique. Au-dessous de 50 degrés, l'action de la chaleur est nulle, mais elle prend tout de suite une valeur notable au delà de cette température.

L'existence de ce minimum est d'ailleurs bien prouvée pour la lumière rouge en particulier, puisque c'est grâce à lui que l'on peut développer les plaques en lumière rouge. Cette dernière propriété ne préjuge d'ailleurs rien sur l'action d'une radiation rouge de grande énergie, car tous les photographes savent qu'il est dangereux d'employer une lumière rouge trop intense. J'ai même obtenu sous un verre rouge et à bonne lumière diffuse le phénomène de l'inversion photographique, avec une pose d'une minute environ. Si donc la lumière rouge n'impressionne pas la plaque pour une inten-

pour permettre à notre œil de percevoir les
vons l'impression se produire très vivement
ısante.

m'a encore frappé. J'ai eu à repro-
x, avec des poses très longues. Les
s plaques Guilleminot. Voulant
ulsion, j'ai essayé d'employer
-ci passent pour être deux
ur l'obtention des contre-
de pose et je n'obtins
en du diaphragme la
percevoir un commence-

vaise, j'essayai les plaques en
noncés. Nous voyons donc que
un minimum d'impression infini-
au gélatino-bromure, et que cepen-
analogue pour les fortes lumières. La
sion à l'intensité lumineuse croît donc
es plaques au collodion sec que pour les
mure.

caractériser les plaques, on se sert du sensito-
scence de Warnecke. Cet instrument est bien
crirai pas. On note le dernier chiffre visible sur la
ionnée; il est évident que ceci mesure le minimum
de la plaque.

nous croire qu'il n'existe pas entre les plaques au gélatino-
e de différence sensible, que toutes les plaques analogues de
osition ont la même fonction d'impression, et que par consé-
ent la valeur du minimum suffit pour la caractériser? Deux faits
expérimentaux montrent qu'il n'en est rien.

Les deux m'ont été fournis par M. Guilleminot. Le premier est le suivant : Deux plaques présentant une différence notable au sensitomètre ont été soumises ensemble à une impression rapide à forte lumière et développées ensemble dans le même bain. La plaque la moins sensible à basse lumière a été la plus sensible à haute lumière.

Enfin, j'ai entre les mains deux plaques d'essai exposées au même sensitomètre, pendant le même temps. On voit très nettement que le carré n° 25 est plus intense pour l'une que pour l'autre, et que pour le carré 16, les intensités sont inversées. Ces deux plaques sont peu différentes, puisqu'elles sortent toutes deux de la fabrique

Guilleminot, que l'une est la plaque d'essai du n° 3350, et l'autre celle du n° 3353, et que les conditions de fabrication ont été rendues aussi identiques que possible.

Ceci nous montre que toute mesure photométrique sur plaque est impossible, et que la seule méthode rationnelle est celle de M. Lemoine, qui peut définir chimiquement les corps en présence. Enfin, on peut tirer de là une autre conséquence pratique, c'est qu'à côté du numéro de la plaque qui indique son minimum d'impression, il serait indispensable, pour définir avec quelque exactitude ses propriétés pratiques, de faire une autre mesure indiquant par une comparaison d'intensité, faite d'une manière analogue à celles qu'ont indiquées le général Sebert et le capitaine Houdaille, la valeur de l'impression donnée par un éclairement déterminé, agissant pendant un temps déterminé. L'étalon de lumière convenable n'est d'ailleurs plus à discuter depuis les expériences de M. Violle sur l'acétylène du carbure de calcium.

M. le Dr Th. GUILLOZ

Agrégé à la Faculté de médecine de Nancy.

NOUVEAU FOCOMÈTRE [535. 81]

— *Séance du 9 août 1895* —

J'ai réalisé un focomètre permettant la détermination directe de la puissance des lentilles de toute espèce. L'instrument se compose d'une règle bien droite au milieu de laquelle se trouve fixé un support à lentille. Le verre y est placé entre deux mors qui se rapprochent à volonté en déplaçant la manette *m*. On peut élever ou abaisser le support, lui communiquer des mouvements autour de trois axes perpendiculaires, et cela par des dispositions qu'il est facile de concevoir. En avant de la lentille, se trouve un porte-diaphragme dans lequel on introduira un diaphragme à ouverture exactement circulaire. Un œilleton percé d'un trou sténopéique P et un écran E porteur d'une série de cercles concentriques équidis-

tants, sont mobiles sur la règle respectivement de part et d'autre du support. La règle porte une division en millimètres. L'une BA (*fig. 1 et 2*) donne la distance du sténopé au milieu du verre, l'autre CH a son origine C symétrique de B par rapport à l'écran E quand celui-ci est poussé jusqu'au contact du support à lentille. Sur le côté opposé de la règle, se trouvent deux graduations inverses correspondant aux divisions BA et CH, et qui permettent de faire rapidement les évaluations en dioptries.

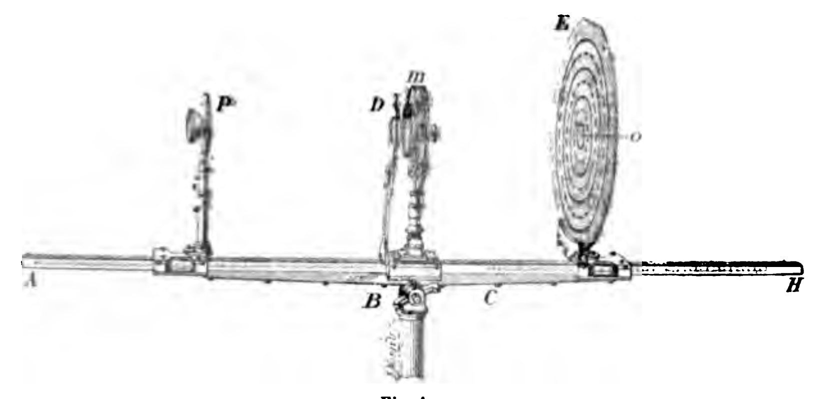


Fig. 1.

L'appareil est réglé une fois pour toutes, de telle sorte que le sténopé P, le centre du diaphragme et le centre des cercles concentriques soient en ligne droite, quelles que soient les positions des pièces mobiles P et E sur la règle divisée. Ceci revient à dire qu'en regardant par l'écran quand il n'y a pas de lentille, le champ d'observation est exactement circulaire autour de O comme centre.

Pour centrer le verre, il suffit, après l'avoir placé dans le support, de déplacer celui-ci jusqu'à ce que le champ soit homocentrique avec les cercles tracés sur l'écran. Il est à peine besoin de faire remarquer que l'action de la lentille n'empêchera pas les cercles d'être vus nettement parce qu'ils sont regardés par un petit trou.

Divers cas peuvent se présenter dans la détermination de la lentille que nous supposerons centrée.

Verre sphérique convexe fort. — Je suppose que la distance focale du verre soit plus petite que la longueur BA (25 centimètres dans l'instrument).

Si le sténopé P est entre la lentille et son foyer, le faisceau ayant P comme sommet et l'ouverture du diaphragme comme base, sera divergent après réfraction à travers la lentille. C'est ce faisceau qui délimite le champ. En d'autres termes, le champ mesuré par le

nombre de cercles vus sur E croîtra quand on éloignera E de la lentille.

Si P est au foyer, le faisceau se réfracte sous forme d'un cylindre, et le champ est le même que l'écran soit près de la lentille ou à l'extrémité de la règle.

Enfin, lorsque P est au delà du foyer, le champ, c'est-à-dire le nombre de cercles vus, diminuera quand on éloignera l'écran de la lentille.

Pour avoir la position du foyer, il suffit donc de déplacer P *jusqu'à ce que le champ mesuré sur l'écran soit indépendant de la position de l'écran.*

VERRE SPHÉRIQUE CONVEXE FAIBLE. — *On pousse l'écran* E *contre le support à lentille* et on déplace le sténopé P de telle sorte que le champ soit limité par un des cercles tracés. Ceci fait, sans toucher à P, on éloigne E jusqu'à vision du nombre double de cercles : soit E' cette position *(fig. 2)*.

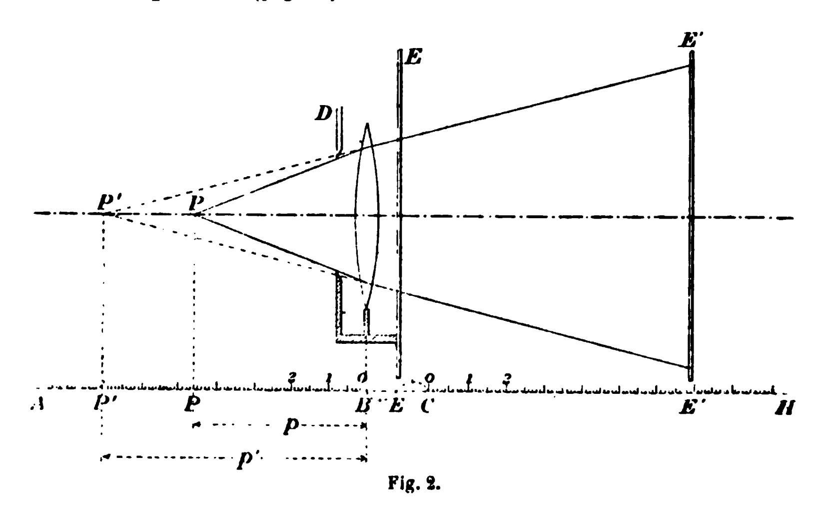


Fig. 2.

On a évidemment

$$P'E = EE',$$

et par suite de l'établissement de la graduation

$$EB = EC;$$

donc,

$$CE' = P'B = p'.$$

Or,

$$D = \frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{p'}.$$

Donc, *pour avoir avec son signe la puissance dioptrique de la lentille, on retranche de la graduation inverse donnant la posi-*

tion du sténopé, le chiffre de la graduation inverse correspon-
·nt à la position de l'écran pour laquelle le champ est doublé.

SPHÉRIQUE CONCAVE. — Une figure et un raisonnement sem- précédent conduisent à la règle qui vient d'être énoncée.

INDRIQUES ET SPHÉRO-CYLINDRIQUES. — On détermine …s cas précédents la puissance des méridiens princi- … sont donnés par la direction des grands et petits axes des …pses sous forme desquelles apparaissent les cercles.

RECONNAISSANCE DE LA RÉGULARITÉ DE TAILLE ET DES DÉFAUTS DU VERRE. — On remarquera que la vision de chacun des points de l'écran est obtenue par le faisceau très mince de rayons qui passe par le trou sténopéique. Si donc deux régions voisines diffèrent

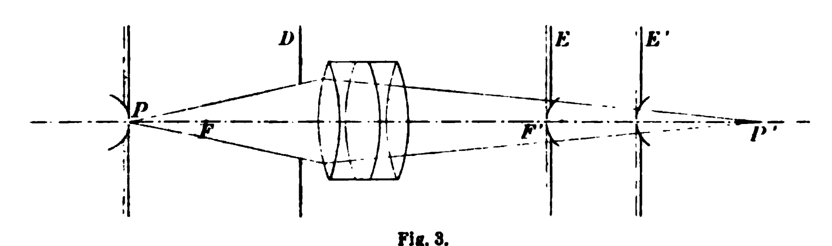


Fig. 3.

par leur réfringence, la réfraction différente des rayons qui y cheminent et qui proviennent de points différents de l'écran, s'accusera par une irrégularité dans la forme et la distance des cercles observés. En s'approchant beaucoup de la lentille, on pourra faire apparaître sous un grand angle de très petits défauts.

Ces considérations s'appliquent à l'œil lui-même regardant par un sténopé une série de cercles concentriques. Les opacités, les irrégularités de courbure de ses différents dioptres, les lacunes dans la sensibilité de l'écran rétinien se traduiront immédiatement. J'ai pu déceler ainsi chez des sujets bien peu accoutumés à raisonner de leurs sensations, les taies de la cornée, l'astigmatisme irrégulier, la cataracte tout au début, etc. Dans plusieurs cas, ces affections étaient si peu prononcées que leur reconnaissance objective était assez délicate.

Ce focomètre, légèrement modifié, permet la détermination des systèmes épais. On emploie alors deux écrans percés chacun au centre d'un trou sténopéique. L'appareil est réglé comme précédemment. Après centrage, on détermine aisément, en se basant sur les variations du champ, les deux foyers principaux F et F' *(fig. 3)*. Cela fait, on éloigne l'un des écrans P jusqu'à ce que, regardant

nombre de cercles vus sur E croîtra qu: lentille.

Si P est au foyer, le faisceau se réfract et le champ est le même que l'écran l'extrémité de la règle.

Enfin, lorsque P est au delà du fo nombre de cercles vus, diminuera qu lentille.

Pour avoir la position du foy jusqu'à ce que le champ mesuré la position de l'écran.

VERRE SPHÉRIQUE CONVEXE FAIT *le support à lentille* et on dép le champ soit limité par un d cher à P, on éloigne E jusqu'à soit E' cette position *(fig. 2).*

la ne et du trouve un t l'ouverture e faisceau ayant e cette ouverture et sommet P découpe sur ile un cercle de diamè- E = d. Pour avoir la gran- eur x = MN de la portion de regardant par le sténopé P, il P' de P aux points c et E, et de rencontre avec l'écran. et que P soit au delà du foyer *(fig. 4)*, de la lentille et le champ sur l'écran

On a évidem triangles semblables P'MN et P'CE donne

et par suite d

$$\frac{p'}{d} = \frac{p' - a}{x};$$

donc,

$$p'x = p'd - ad$$

$$p' = \frac{ad}{d - x}.$$

Or,

$$D = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{p} + \frac{1}{a} - \frac{x}{ad}.$$

Donc lentil

...almologie, mai 1895.

'e soit convergente et que P soit entre elle et son . 5), ou que la lentille soit divergente (*fig. 6*), on ...me formule

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{a} - \frac{x}{ad},$$

...ique + ou — de la lentille.

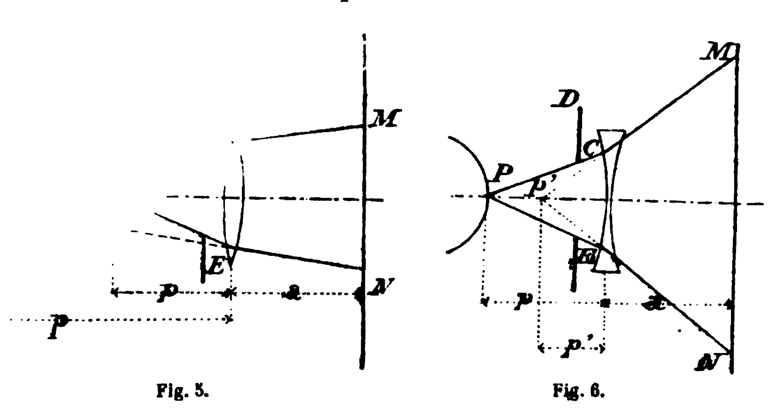


Fig. 5. Fig. 6.

Supposons $p = a = 10$ centimètres et $d = 2$ centimètres; il vient

$$D = 20 - \frac{x}{0,002}$$

ou, en convenant d'exprimer x en millimètres,

$$D = 20 - \frac{x}{2}.$$

Si l'écran porte des cercles concentriques distants de 1 millimètre et que le centre de ces cercles, le sténopé, le centre du diaphragme et celui de la lentille soient en ligne droite, on verra, en regardant par le sténopé, un nombre de cercles $n = \frac{x}{2}$, et la formule précédente devient

$$D = 20 - n.$$

Il suffit donc, en réalisant l'expérience dans les conditions précitées, *de compter le nombre de cercles vus en regardant par le sténopé et de retrancher ce nombre de 20 pour avoir, avec son signe, la puissance dioptrique de la lentille.*

Remarquons que cette formule $D = 20 - n$ ne s'applique qu'aux verres convergents inférieurs à + 20D. Si la lentille était supérieure à + 20D (*fig. 7*), la relation obtenue par des calculs identiques

deviendrait D = 20 + *n*. Comme les verres de lunettes supérieurs à + 20D sont bien rarement employés, je n'insiste pas sur ce cas.

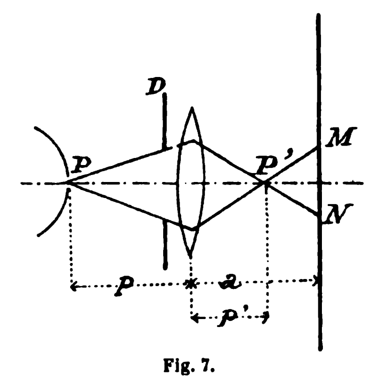


Fig. 7.

Sur les indications précédentes, M. Pellin a réalisé un instrument (*fig. 8*), composé d'un trou sténopéique P, d'un écran E, sur lequel sont tracés des cercles concentriques équidistants d'un millimètre, d'un diaphragme circulaire D portant deux fils réticulaires suivant deux diamètres perpendiculaires et d'un support à lentilles. Le support est formé d'un ressort recourbé portant deux mors verticaux cintrés entre lesquels prend place le verre de lunettes qui peut rester inséré dans sa monture. La base du ressort est soudée à une tige qui entre à frottement dur dans une autre tige pouvant tourner autour de H dans un plan perpendiculaire à l'axe de l'instrument. L'écran E et le trou sténopéique P sont fixes. Éloignés l'un de l'autre de 20 centimètres, ils sont à égale distance du milieu des mors M et M'. Le cône ayant P pour sommet et le diaphragme pour base, découpe sur la lentille un cercle de 2 centimètres de diamètre.

Après avoir centré le verre, il suffit de viser les cercles périphériques et d'en déterminer le numéro d'ordre, ce qui est facile, car ils sont colorés de cinq en cinq, afin d'en évaluer aisément le nombre.

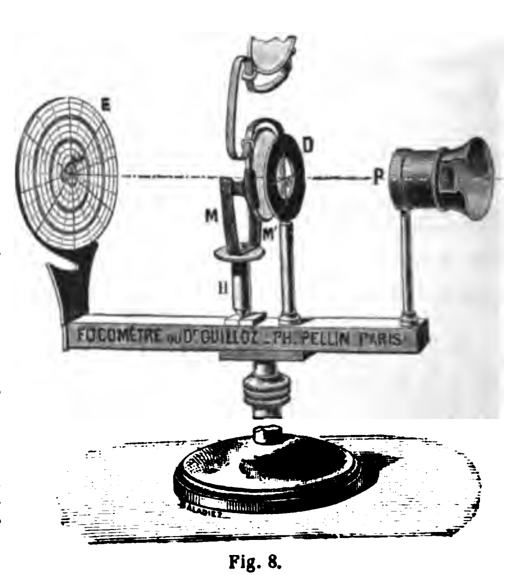


Fig. 8.

1° *Le verre est sphérique.* — On aperçoit un nombre *n* de cercles. Retranchant ce nombre de 20, on obtient le pouvoir dioptrique du verre. Si le nombre des cercles vus n'est pas entier, on évalue le champ à un demi ou même à un quart près.

Si le verre est plan, on voit vingt cercles; un plus grand nombre s'il est concave, un plus petit s'il est convexe.

2° *Le verre est cylindrique.* — Il y a un diamètre du champ suivant lequel apparaissent vingt cercles : c'est celui qui détermine l'axe du cylindre. Suivant le diamètre perpendiculaire à celui-là, on compte le nombre de cercles aperçus. La puissance dioptrique du verre est

$$D = 20 - n.$$

3° *Le verre est sphéro-cylindrique.* — Dans un diamètre, on aperçoit le nombre minimum de cercles, soit n, et dans le diamètre perpendiculaire le nombre maximum de cercles, soit n'. Ces deux diamètres déterminent la direction des méridiens principaux, qui ont respectivement pour puissance dioptrique

$$D = 20 - n,$$
$$D' = 20 - n'.$$

M. M.-P. JANNETTAZ et M. GOLDBERG

Ingénieurs des arts et manufactures.

DURETÉ DES MATIÈRES VITREUSES ET CRISTALLISÉES, DÉTERMINÉE AU MOYEN DE L'USOMÈTRE [539. 53]

— *Séance du 9 août 1895* —

L'un de nous a entrepris, depuis un certain temps, des recherches sur la dureté, en adoptant comme définition de celle-ci la résistance à la rayure, et en déterminant au microscope les dimensions des rayures produites dans des conditions déterminées (1). Les premiers résultats de ces recherches, poursuivies d'abord sur les métaux, ont été sommairement exposés au Congrès de Besançon (2). De nombreuses expériences ont été ensuite réalisées sur des corps, non plus plastiques comme les métaux, mais fragiles, les uns amorphes, les autres à structure cristalline; ces expériences ont été exposées

(1) *Note sur un nouveau scléromètre*, par P. Jannettaz (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, séance du 3 avril 1893).

(2) *Compte rendu de la 22e session de l'A. F. A. S.*, séance du 27 août 1893, et *Bulletin de la Société des Ingénieurs civils de France*, juin 1893.

devant la Société française de Minéralogie. Nous n'y reviendrons pas ici, et nous signalerons les résultats que nous avons obtenus au moyen d'une autre méthode, fondée sur l'usure.

Comparaison entre les méthodes fondées sur la rayure et sur l'usure. — La méthode fondée sur la résistance à la rayure a les caractères suivants :

1° Elle est rapide, puisqu'il suffit de tracer des raies sur des surfaces primitivement polies ;

2° Par le fait même qu'elle oblige de recourir à l'emploi du microscope, elle exige des observations très précises et qui amènent à se rendre compte des phénomènes de désagrégation qu'a produits la rayure ;

3° Pour les corps cristallisés, où les propriétés physiques ne sont pas les mêmes dans les différentes directions, elle permet d'étudier l'influence de ces directions, et c'est là justement le point qui intéresse les cristallographes.

Mais elle présente des difficultés, surtout quand il s'agit de comparer des déterminations faites sur des corps autres que les métaux.

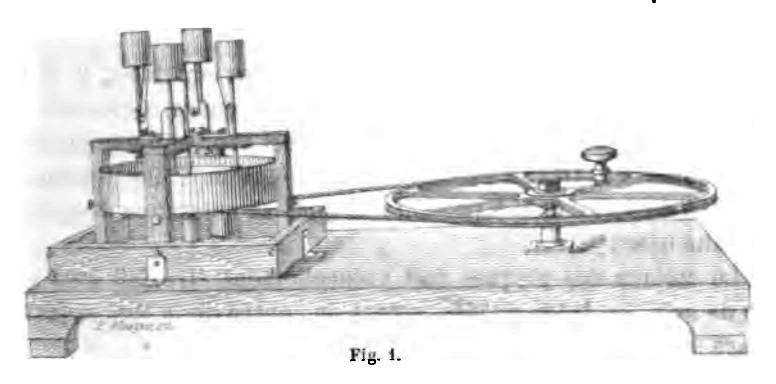
Au contraire, il nous a été relativement facile d'obtenir des résultats présentant une certitude et une précision qui n'avaient pas été atteintes jusqu'ici en prenant comme mesure de la dureté la résistance à l'usure. Cette méthode donne la dureté d'une surface et non plus d'une direction ; elle est donc incomplète au point de vue de l'étude des substances cristallisées. Néanmoins, elle peut fournir à leur sujet des indications utiles, ainsi qu'on le verra plus loin. Quant à son application aux matières amorphes, telles que les verres ou les émaux, elle est tout à fait légitime ; de plus, elle correspond à une propriété qui est bien définie et importante au point de vue pratique.

Usomètre. — L'appareil *(fig. 1)* employé dans ces recherches consiste essentiellement en un petit tour d'opticien, entouré par un bâti en bois qui supporte, à égale distance de son centre, quatre glissières où coulissent des tiges verticales. Celles-ci sont munies à leur partie supérieure de coupelles, que l'on peut charger de poids ; elles sont terminées à leur partie inférieure par de petits disques auxquels on colle les échantillons à essayer.

Avant et pendant la rotation du plan du tour, on ajoute de l'émeri additionné d'eau, de façon à produire l'usure.

Principe de la méthode adoptée. — Pour conserver à l'appareil son caractère de simplicité, on s'est attaché à éviter toute mesure

nécessitant des appareils accessoires, telles que des mesures de temps, de vitesse ou de nombre de tours. On a employé la méthode par témoin : c'est-à-dire que parmi les quatre plaques soumises à l'usure, il en est toujours au moins une qui a été précédemment étudiée et qui sert de terme de comparaison.


Fig. 1.

L'usure se détermine soit d'après la diminution d'épaisseur évaluée au sphéromètre, soit, ce qui a été adopté couramment, d'après la perte de poids, avec une balance de précision.

On a constaté que la proportionnalité subsiste bien entre les nombres qui mesurent l'usure des divers échantillons dans les différentes séries d'expériences; il suffit d'observer certaines conditions expérimentales que déterminent des essais préliminaires de réglage.

Mode opératoire. — Les conditions expérimentales à réaliser sont les suivantes pour l'appareil dont le dessin est donné ci-joint :

1° La vitesse de rotation du disque doit être moyenne; celle qu'on obtient en tournant à la main et sans fatigue la manivelle dont l'arbre agit par poulies et courroies sans fin sur le disque et qui fait faire à celui-ci environ huit cents tours à la minute, convient bien;

2° Il est nécessaire que les plaques aient une petite surface par rapport à celle du disque; les plaques de verre de 8 millimètres de côté, c'est-à-dire de 64 millimètres carrés de surface, donnent de bons résultats pour un écart des tiges diamétralement opposées supérieur à dix centimètres;

3° Les poids dont sont chargées les tiges doivent être réglés de façon que celles-ci ne tournent pas autour de leur axe vertical par suite de l'adhérence entre les plaques à user et le disque usant; mais ces poids ne doivent pas non plus être trop forts. Ceux qui conviennent le mieux sont compris entre 3 et 5 grammes par millimètre carré. On pourrait être porté à croire que la rotation des tiges devrait donner d'excellents résultats en régularisant l'action de

l'usure, de façon à éviter que certaines directions ne s'attaquent plus que d'autres, ce qui est particulièrement à craindre pour les corps à structure cristalline. La rotation des tiges conviendrait, en effet, s'il s'agissait d'user le disque tournant et non pas les plaques fixées aux tiges verticales, et alors celles-ci devraient recevoir un mouvement d'une source spéciale, mais non pas emprunter leur énergie à l'appareil lui-même;

4° Comme poudre usante, l'émeri n° 3 convient bien; il ne faut pas qu'il soit trop sec; l'excès contraire n'est guère à craindre, car une grande masse d'eau entraînerait l'émeri avec elle par suite de la force centrifuge. Quand l'émeri a servi longtemps, il est mélangé à la poudre de verre qu'il a produite; il perd sa puissance d'attaque et polit sans user;

5° Le collage des plaques doit naturellement être fait avec beaucoup de soin, de façon qu'elles soient au centre de la tige et que leur surface soit horizontale.

Causes d'erreur. — Malgré la précision qu'avec son habileté ordinaire M. I. Werlein a sû donner à l'appareil, et malgré les précautions prises pendant les expériences, il subsiste des causes d'erreur; d'ailleurs, elles sont faibles et on peut encore beaucoup les diminuer par quelques artifices en observant qu'elles proviennent principalement de ce que :

1° Les tiges verticales peuvent frotter dans leurs glissières;

2° Les plaques à user ne sont pas, après leur collage au-dessous de la tige, placées d'une façon parfaitement symétrique par rapport à l'axe de celle-ci;

3° Le plateau usant ne tourne pas dans un plan géométriquement horizontal, mais a des mouvements de balancement qui lui font décrire une surface gauche, par suite de ce qu'il n'est pas parfaitement équilibré et de ce que la poulie motrice reçoit les oscillations de la manivelle qu'actionne la main de l'opérateur.

Pour remédier aux deux premiers inconvénients, on peut diviser chaque expérience en quatre périodes de durée égale et assez courte, soit de deux à cinq minutes; après chacune des périodes on décolle l'échantillon et on le fixe sous la tige voisine en suivant une permutation circulaire, de telle sorte qu'il se trouve successivement sous les quatre tiges pendant un même temps et dans des conditions sensiblement identiques, et qu'un défaut de collage n'a d'action que pendant un quart de l'expérience.

Les mouvements de balancement du plateau font qu'à certains moments les tiges tendent à se soulever avec une force d'ascension

qui diminue l'action verticale des poids. Si les mouvements étaient réguliers, chaque tige les subirait à son tour et les mesures relatives de l'usure ne seraient pas faussées; mais ils ne sont pas réguliers. On peut cependant éliminer presque complètement cette cause d'erreur. Pour cela, on fixe à deux tiges diamétralement opposées deux échantillons de la même substance, on détermine l'usure totale des deux échantillons identiques entre eux, fixés aux tiges n° 1 et n° 3, et n° 2 et n° 4.

Précision obtenue. — Les essais suivants relevés parmi un grand nombre d'autres effectués pour obtenir le réglage de l'appareil, montrent quelle est la précision qu'on peut atteindre. Quatre échantillons identiques taillés dans une glace de Saint-Gobain (choisie à cause de son homogénéité) ont été usés pendant deux périodes de six minutes, avec permutation après la première de ces périodes. Ils ont fourni les résultats suivants :

ÉCHANTILLONS	PERTE DE POIDS EN GRAMMES
N° I.....	0.1715
N° II....	0.1705
N° III...	0.1720
N° IV...	0.1740

Ce qui donne pour différence maxima :

0.0035

Si nous additionnons les résultats des échantillons I et III, et II et IV, nous avons :

N° I et III.......	0gr1715 + 0.1720 =	0gr3435
N° II et IV........	0 1705 + 0.1740 =	0 3445
Différence.............		0gr0010

On voit donc que l'on diminue sensiblement l'erreur absolue; il va sans dire, d'ailleurs, que l'erreur relative est réduite de moitié, puisque le poids total est deux fois plus grand.

Cette erreur est égale ou inférieure à $\frac{10}{3435} = 0{,}00291$, c'est-à-dire inférieure à 0,3 0/0.

Conclusion. — Cette dernière méthode donne donc des résultats très précis; elle a pour défaut qu'à chaque essai on ne peut observer qu'une matière nouvelle dont les échantillons occupent deux tiges, tandis que les deux autres tiges sont réservées aux deux échantillons de la matière qui sert d'étalon. Mais il n'est plus nécessaire de déplacer qu'une fois chaque échantillon, au lieu de trois, c'est-

à-dire d'avoir deux périodes d'usure au lieu de quatre et par suite chaque expérience dure moitié moins de temps. Aussi est-ce cette méthode qui a été définitivement adoptée et a servi à établir les résultats qui suivent.

Résultats. — Nous allons résumer successivement les résultats obtenus sur différentes matières : verres, émaux et minéraux, en commençant par le verre puisque nous l'avons adopté pour le réglage de l'appareil.

Verres. — Les verres que nous avons étudiés, sauf la glace de Saint-Gobain, le crown et le flint, nous ont été remis par M. Léon Appert. Sans chercher s'il y a une relation entre la composition chimique et la dureté, et nous bornant ici au côté purement physique de la question, nous nous contenterons de donner les noms des verres avec l'indication de leur origine et de leur époque de fabrication.

Il y a un point intéressant à noter. Parmi les verres modernes que nous avons étudiés, deux nous ont présenté des résultats tout à fait irréguliers. Nous avons pu établir que ces verres qui ont été fabriqués par coulage et ont subi un recuit insuffisant n'étaient pas homogènes ; et, en effet, en lumière polarisée nous avons constaté nettement les phénomènes optiques qui sont dus à la trempe. Les essais de dureté à la rayure ont également accusé cette irrégularité de la dureté. Nous avons cherché, par l'usure, s'il y avait une relation entre la dureté d'une couche et sa situation dans l'épaisseur du verre, et à la suite d'une longue série d'expériences, il nous a semblé que la dureté ne variait pas d'une façon continue dans la masse. Si nous ne pouvons rien affirmer à ce sujet, nous pouvons du moins donner les écarts extrêmes que nous avons relevés et qui sont considérables, puisqu'ils atteignent pour l'un 9 0/0 et pour l'autre 10 0/0.

Pour les autres verres, la dureté n'est pas en général absolument constante non plus, mais les différences sont minimes, et en prenant les moyennes obtenues dans un très grand nombre d'essais, on peut être sûr d'atteindre une sérieuse approximation. D'ailleurs, un des verres (verre d'optique Appert) nous a donné des résultats dont les différences étaient de l'ordre des erreurs d'expérience — dont on a vu plus haut la faible valeur ; — nous avons donc pu prendre ce verre pour unité.

En prenant pour dureté l'inverse des nombres qui mesurent les pertes de poids, nous avons obtenu les résultats suivants :

Verre coulé n° 1, dureté maxima........................	1.064
Verre coulé n° 2, dureté maxima........................	1.058

Verre à vitres du Nord, dureté	1.016
Verre d'optique (Appert), dureté	1.000
Verre coulé nº 1, dureté minima	0.977
Verre blanc (Appert), dureté	0.971
Verre vert clair, dureté	0.965
Verre coulé nº 2, dureté minima	0.956
Verre bleu du XVIe siècle, nº 1, dureté	0.919
Verre bleu du XVIe siècle, nº 2, dureté	0.915
Verre vert (vitrail de Saint-Étienne), dureté	0.878
Verre blanc et rouge doublé (côté du verre blanc), dureté	0.813
Crown, dureté	0.757
Verre bleu du XIVe siècle, dureté	0.703
Verre du XIIIe siècle, dureté	0.696
Flint glass, dureté	0.301

Émaux. — Nous avons également examiné une série d'émaux employés pour recouvrir la faïence. On comprend l'intérêt que présente la dureté de ces émaux qui protègent la pâte céramique et qui, lorsqu'ils sont appliqués sur des objets d'un usage courant, sont soumis à des frottements répétés avec des corps durs. Le tableau suivant montre combien leur dureté varie avec leur nature :

Verre d'optique Appert		1.000
Émail stannifère		0.886
Émail de haute température	nº 1	0.811
—	nº 2	0.801
—	nº 3	0.785
—	nº 4	0.778
Émail pour majolique	nº 1	0.772
—	nº 2	0.767
Émail spécial de haute température		0.682
Émail tendre		0.488

Corps cristallisés. — Nous avons déjà indiqué que les avantages de cette méthode n'étaient pas aussi grands dans l'étude des corps cristallisés que dans celle des corps amorphes. Elle donne la dureté d'une surface et non pas la dureté d'une direction. Mais il faut remarquer que cette dureté moyenne d'une face d'un cristal a aussi son intérêt, et que c'est elle qui intervient lorsqu'on veut comparer les duretés des diverses faces d'un même cristal ou de cristaux d'espèces différentes. Il est préférable de la mesurer directement plutôt que de faire une moyenne des résultats obtenus en déterminant la dureté d'un certain nombre de directions, moyenne qui ne sera jamais que plus ou moins approchée. Il est vrai qu'on peut craindre que la méthode de l'usure ne donne aussi qu'un résultat approximatif pour les faces cristallines, puisque sur celles-ci les différentes directions n'ont pas la même dureté, et que, par suite de

la marche même de l'appareil, on ne tient pas compte des directions suivant lesquelles se produit l'attaque des grains d'émeri. L'expérience prouve, en effet, que la précision est moins grande qu'avec les verres; mais, néanmoins, si l'on a soin de changer l'orientation des plaques pendant l'expérience, on arrive à des résultats assez concordants. Tels sont ceux que nous avons obtenus pour le quartz et qui sont résumés dans les cinq colonnes du tableau suivant par les nombres représentant les usures en poids dans cinq séries d'expériences de durées différentes :

FACES	USURES				
Perpendiculaire à l'axe (a_1)	137	165	227	1510	2145
Parallèle à l'axe (e^2)	155	197	266	1660	2410
Face de la pyramide (p)	180	208	284	»	»
Face adjacente à celle-ci ($e^{1/2}$)	184	216	291	»	»

Remarquons de suite que l'on avait pris deux faces adjacentes de la pyramide pour essayer de constater s'il y a une différence entre leurs duretés. On en a obtenu une, mais elle est de l'ordre des erreurs d'expériences; de plus, il faut observer que les faces cristallines présentaient des stries provenant de groupements, et que là encore il y avait une cause perturbatrice. Aussi prendrons-nous comme dureté de la face de la pyramide la moyenne des duretés des deux faces adjacentes. Nous aurons, en adoptant pour unité d'usure celle de la face perpendiculaire à l'axe, le tableau ci-dessous :

FACES	USURES				
Perpendiculaire à l'axe	1 »	1 »	1 »	1 »	1 »
Parallèle à l'axe	1.13	1.19	1.17	1.09	1.12
Face de la pyramide	1.32	1.29	1.26	»	»

Les rapports extrêmes sont donc d'une part 1.09 et 1.19, et d'autre part 1.26 et 1.32. Si ces chiffres sont loin d'avoir la précision de ceux indiqués pour les verres, du moins ils présentent une concordance qui n'est pas sans intérêt dans cette question, car les résultats obtenus par les divers minéralogistes qui se sont occupés de la dureté présentent souvent des divergences considérables.

Dureté du quartz par rapport à celle du verre. — Dans l'une des expériences, deux des plaques usées étaient constituées par du verre à vitres; les résultats ont été les suivants :

	USURE
Plaque de quartz perpendiculaire à l'axe	1510
Plaque de quartz parallèle à l'axe	1660
Plaque de verre à vitres	4710
— —	4720

En prenant pour l'usure du verre à vitres le nombre moyen 4715, et le rapportant au verre d'optique Appert pris pour unité, on trouve que la dureté du quartz est 3.12 fois plus grande que celle de ce verre pour une plaque perpendiculaire à l'axe et 2.84 pour une plaque parallèle à l'axe.

Barytine. — Le sulfate de baryte cristallisé ou barytine a donné, comme bien d'autres corps d'ailleurs, des résultats contraires aux expérimentateurs qui ont étudié la dureté de ses diverses directions. C'est pour contrôler les résultats que nous avait fournis la rayure que nous avons dans le principe songé à employer la méthode de l'usure. Nous ne pouvons accorder aux premiers essais ainsi faits la même confiance qu'à ceux qui viennent d'être exposés; d'ailleurs, il faut remarquer que la cause d'erreur provenant des différences d'orientation de la plaque, qui a trois directions inégales, peut avoir ici une influence assez importante; néanmoins, nous croyons qu'il n'est pas inutile de donner, sous réserves, la moyenne des nombres obtenus.

Usures sur les différentes faces :

Plaque h_1 taillée suivant la grande diagonale de la base. . .	1 »
Plaque g_1 taillée suivant la petite diagonale de la base. . . .	1.06
Face du prisme m	1.30
Base p.	2.00

Ces résultats donnent une évaluation numérique des différences de résistance à l'usure que présentent les faces d'un cristal, suivant qu'elles correspondent à des clivages plus ou moins faciles. De plus, ils établissent que la face h_1 est plus dure que la face g_1, point sur lequel nous insistons dans nos recherches sur la rayure.

Roches schisteuses. — L'influence de la schistosité dans les roches se traduit par des différences encore plus considérables que celles des clivages dans les cristaux. C'est ainsi qu'une plaque d'ardoise a donné, sur le plan de schistosité, une usure cinq fois plus grande que dans un plan perpendiculaire.

Autres applications. — L'usomètre peut s'appliquer pour déterminer l'usure de tous les corps, et en particulier des matériaux de construction et des métaux.

Nous poursuivons en ce moment cette étude.

M. E. MUSSAT

Professeur aux Écoles nationales de Grignon et de Versailles.

NOUVEAU PROCÉDÉ DE DÉCOLLEMENT DES GÉLATINES PHOTOGRAPHIQUES [535.85]

— *Séance du 9 août 1895* —

La séparation de la membrane gélatineuse photographique du verre qui la supporte constitue un problème qui a dès longtemps attiré l'attention des photographes. Mais les procédés jusqu'ici indiqués repósant à peu près tous sur l'emploi d'acides plus ou moins énergiques, n'ont donné que de piètres résultats, parce que ces composés réagissent, à un moment donné, d'une façon décisive sur la gélatine dont ils amènent une irrémédiable altération.

Cependant, l'opération dont il s'agit, déjà très intéressante par elle-même, a pris une importance toute nouvelle avec les progrès des tirages photographiques aux encres grasses, lesquels exigent, comme on sait, le retournement des clichés, circonstance tout à fait impossible à réaliser avec les clichés sur verre. Parmi beaucoup d'autres motifs, cette nécessité a certainement eu une influence marquée sur l'amélioration des procédés dits *pelliculaires*, lesquels. malgré de très remarquables travaux, ne répondent pas encore à tous les desiderata. Il y a lieu d'observer, en outre, que beaucoup d'images plus ou moins précieuses ont été obtenues antérieurement à l'invention des pellicules, qu'il y aurait grand avantage à pouvoir séparer sans danger de leur fragile support.

Telles sont les considérations, brièvement exposées, qui m'ont conduit à chercher un procédé échappant aux reproches justement opposés aux anciennes pratiques.

Chacun sait aujourd'hui que l'aldéhyde formique possède la très précieuse propriété d'insolubiliser complètement la gélatine et la gélose en présence de l'eau, tout en leur conservant une transparence parfaite. Il était tout naturel de songer à mettre à profit cette propriété utilisée depuis longtemps déjà par les micrographes, pour assurer la conservation des clichés photographiques. C'est là une opération maintenant bien connue et dont les résultats sont de beaucoup supérieurs à ceux que donne l'emploi des aluns. L'insolu-

bilisation de la gélatine par ces sels est en effet loin d'être complète; la couche est, il est vrai, un peu durcie, mais elle n'en reste pas moins très altérable par l'eau, surtout quand la température est relativement élevée. Avec la formaline, au contraire, l'action est parfaite et le cliché peut être lavé à l'eau bouillante (1).

Tous ceux qui ont appliqué l'aldéhyde formique au traitement des clichés ont sans doute remarqué que si ces clichés, une fois secs, sont plongés brusquement dans l'eau chaude, il arrive assez souvent que la pellicule montre une tendance à quitter le verre; mais la séparation se fait mal; il n'est pas rare de voir la gélatine se fendre irrégulièrement en sens divers, et tout est perdu.

Il s'agissait de régulariser le phénomène qui donnerait alors, selon toute probabilité, un résultat excellent. Après plusieurs tentatives infructueuses, je fus heureux de constater que tout inconvénient disparaissait si, au lieu d'employer l'eau préalablement chauffée, on élevait graduellement sa température après y avoir placé le cliché. Dans ces conditions, le craquelé ne se produisait jamais et le décollement devenait à un moment donné facile à exécuter.

J'observai en outre que cette mince pellicule montrait la curieuse propriété de se contracter en raison directe de l'élévation de la température pour reprendre peu à peu ses dimensions premières pendant le refroidissement.

Telles sont les observations qui ont servi de point de départ à l'établissement du mode opératoire que je crois pouvoir recommander en toute confiance, et dont je vais donner la marche détaillée, afin d'éviter tout tâtonnement inutile à ceux qui voudraient l'expérimenter. Je supposerai, pour plus de clarté, l'opération faite dans son entier, depuis la prise de l'image à la chambre noire.

Le cliché ayant été développé (2) et fixé à la manière ordinaire, on le lave pendant le temps voulu, après quoi on le plonge pendant quatre à six minutes dans un bain d'eau contenant le dixième de son volume de la solution commerciale de formol à 40 p. 100. Rincer ensuite jusqu'à disparition de l'odeur piquante propre à l'aldéhyde et laisser sécher. La dessiccation une fois complète, on coupe la gélatine à 1 ou 2 millimètres des bords, ce qui annihilera au moment utile l'adhérence souvent très forte qui existe aux bords mêmes du verre, et qui pourrait occasionner des déchirures.

On place alors le cliché dans une cuvette en tôle émaillée à moitié

(1) J'ai pu maintenir un cliché pendant quarante-cinq minutes dans de l'eau bouillante sans y constater la moindre détérioration.

(2) La nature du réducteur employé n'importe ici en aucune façon; chacun peut se servir de celui qui lui est familier.

pleine d'eau, que l'on dispose sur une flamme légère (1). On laisse la température monter lentement vers 55° ou 60°, en agitant de temps en temps pour uniformiser l'échauffement. L'emploi du thermomètre n'est point ici de rigueur, car on reconnaît facilement que le résultat cherché est atteint à la formation d'innombrables bulles minuscules au fond du vase et sur le cliché lui-même, lesquels prennent de ce fait une apparence chagrinée. Les bandelettes marginales de gélatine séparées par le canif se détachent alors dès qu'on les sollicite vers une extrémité, et on les enlève avec une pince pour n'en être pas gêné ultérieurement (2); après quoi on retire le feu.

Le cliché montre à ce moment une tendance au soulèvement, surtout vers les angles (dans le cas contraire, le plus léger attouchement avec une pointe mousse, un crayon, par exemple, détermine le phénomène). On continue alors le décollement à l'aide d'un pinceau de martre un peu ferme, en procédant par petites poussées successives et sans brusquerie. On voit bientôt la pellicule flotter dans le liquide parfaitement intacte; seulement, on remarque, comme je l'ai dit plus haut, qu'elle est devenue notablement plus petite que le verre qu'elle vient de quitter. Si on laisse le tout refroidir spontanément, on constate que la pellicule s'étend peu à peu au fur et à mesure que la température s'abaisse, et le verre resté au fond de la cuvette permet par comparaison de voir arriver l'instant où elle aura repris exactement ses dimensions primitives (3). On la rassemble alors vers une des extrémités du vase, en détachant chemin faisant les bulles gazeuses qui ont pu rester adhérentes, et l'on y plonge avec précaution un verre préalablement talqué et choisi un peu plus grand que le cliché à transporter. Rien n'est plus simple que d'étendre maintenant la gélatine sur ce verre, de l'y bien juxtaposer par de légères passes du pinceau (ou avec un petit rouleau) et de retirer le tout du liquide. Convenablement égouttée, la lame de verre est dressée le long d'un appui quelconque pour sécher.

Ce résultat obtenu, et il est nécessaire qu'il soit complet, on verse sur la pellicule une couche de la solution de caoutchouc à 1 p. 100, bien connue de tous, et, quelques minutes plus tard, une couche de collodion riciné à 2 p. 100 de coton. Après dessiccation, on délimite l'image par quatre traits de canif et le cliché se sépare presque tout seul de son support provisoire. Il ne reste plus qu'à doubler l'autre

(1) Un réchaud à couronne de gaz est excellent pour cet usage. Il est prudent de ne pas laisser le verre reposer directement sur le fond de la cuvette ; deux fragments de baguette de verre donneront ce résultat.

(2) La facilité avec laquelle se fait l'enlèvement de ces bandelettes est un excellent indice que la température est suffisante.

(3) Ce résultat coïncide avec une température de 25 à 30 degrés.

face, comme on a fait pour la première. A cet effet, on le retourne sur l'autre côté du même verre convenablement talqué et mouillé; on assure la juxtaposition en chassant toute bulle d'air au moyen du rouleau et on laisse sécher. On recouvre alors de caoutchouc et de collodion, comme ci-dessus. Après séchage, quatre traits de canif permettent d'enlever le cliché entièrement terminé.

On obtient par ces manipulations, beaucoup plus longues à décrire qu'à exécuter, un cliché doublé de part et d'autre, et assez mince cependant pour qu'on puisse le tirer à l'endroit ou à l'envers, selon le but proposé, car son épaisseur totale est notablement inférieure à 1/10e de millimètre.

Bien que la pellicule, préparée comme il vient d'être dit, possède une fermeté relative qui permet de la manier sans danger sérieux, il peut paraître avantageux de lui donner plus de corps. On y arrive le plus facilement du monde en remplaçant le dernier collodionnage par l'application d'une feuille de gélatine du commerce choisie d'épaisseur convenable (1). Pour ce faire, pendant que le cliché déjà collodionné et retourné est en train de sécher, on taille un morceau de gélatine de grandeur un peu supérieure et on le met à tremper dans la solution d'aldéhyde, afin de l'insolubiliser. Le séjour dans ce liquide doit durer de quinze à vingt-cinq minutes, suivant l'épaisseur de la feuille. Quand on juge le résultat obtenu, on remplace le formol par de l'eau glycérinée à 5 p. 100, qui sert de bain de lavage et assouplira la gélatine (2).

Au bout de quelques instants, on glisse sous celle-ci le verre porteur du cliché, on chasse avec soin toute bulle d'air, et on retire de l'eau; on égoutte et l'on abandonne au séchage définitif. Il est prudent, mais non pas indispensable, d'assujettir les bords de la gélatine au moyen de bandelettes de papier gommé que l'on retourne au besoin en dessous du verre. Ce sont là d'ailleurs des manipulations familières à tous les habitués de la photographie. Quant tout est sec, on délimite la gélatine par des traits de canif tracés un peu en dehors de l'image, et la séparation d'avec le verre se fait sans encombre.

Si le cliché est destiné au tirage de positifs ordinaires sur papier (albuminé ou autre), il faut s'arranger de manière à ce que la face qui était primitivement au contact du verre se trouve appliquée sur le nouveau support souple. Ce devra être le contraire quand on

(1) La gélatine ayant environ 15 centièmes de millimètre d'épaisseur m'a paru la meilleure pour cet usage. Elle doit être, autant que possible, sans défaut.

(2) Cette insolubilisation de la gélatine-support n'est pas obligatoire; on peut se contenter de la ramollir dans l'eau glycérinée.

désirera s'en servir pour les encres grasses ou pour le tirage dit *au charbon.*

Tel est le procédé qui, essayé depuis un temps assez long, a constamment donné de bons résultats, et qui me paraît présenter certains avantages positifs qui militent en sa faveur : la séparation du cliché se fait sans peine, sans déformation aucune ; on supprime l'intervention de tout agent capable d'altérer plus ou moins la gélatine ou l'image, et notamment celle des acides toujours dangereux ; l'exécution ne présente aucune difficulté sérieuse pour toute main un peu exercée aux travaux photographiques, ne demandant qu'un peu de soin et de douceur dans les mouvements.

Il ne me paraît pas téméraire d'espérer que ce mode de transformation des clichés sur verre pourra rendre des services à l'industrie maintenant si florissante de la photocollographie, et propager chez l'amateur le tirage des épreuves dites au charbon, tirage bien supérieur à la plupart des modes de reproduction actuellement à sa disposition.

Le procédé que je préconise ne s'applique pas seulement aux clichés qui viennent d'être préparés ; il est également bon pour les clichés déjà anciens. Dans ce cas, il convient de faire macérer dans l'eau pendant trente minutes environ, pour ramollir la gélatine, puis d'immerger dans le formol. Cette immersion doit durer un peu plus longtemps que pour les clichés récents (de 6 à 10 minutes), parce que la couche alunée est moins facilement perméable. Le reste se continue comme il a été dit. L'opération pratiquée sur des types datant de plus de cinq ans a parfaitement réussi (1).

Il est sans doute inutile d'insister pour montrer que la méthode dont il s'agit peut s'appliquer de la même façon et avec le même succès aux positifs sur verre et à toutes les opérations de transport des couches gélatineuses, quelles qu'elles soient.

(1) Il va sans dire que les clichés vernis doivent avant tout être débarrassés de leur enduit par les procédés usuels.

M. R. DEMERLIAC

Professeur de physique au Lycée de Caen.

VARIATION DE VOLUME DE LA BENZINE ET DE LA NAPHTALINE PENDANT LA FUSION

[536.42]

— *Séance du 9 août 1895* —

Dans les comptes rendus du Congrès que l'Association a tenu l'an dernier à Caen, j'ai donné le résumé des expériences que j'avais faites en vue de déterminer de nouveau les constantes physiques de la benzine. Le produit que j'avais employé, fourni par la maison Poulenc comme pur, avait été privé d'eau, après plusieurs cristallisations fractionnées, au moyen du sodium. Mais j'ai dû reconnaître depuis que ce corps, ayant été préparé au moyen de l'acide benzoïque obtenu artificiellement avec le toluène, renfermait des traces d'impuretés que toutes les cristallisations ne pouvaient éliminer. J'ai donc repris toutes les déterminations précédentes avec un produit nouveau spécialement préparé par la maison Kahlbaum, de Berlin. D'ailleurs, ayant constaté déjà que la benzine dissolvait des quantités énormes d'air, je me suis attaché à opérer toujours avec un corps absolument privé de ce gaz. Ce résultat est très difficile à atteindre, et pour y arriver j'ai dû faire cristalliser le liquide dans le vide très lentement, puis, après fusion dans le vide, recommencer les cristallisations une cinquantaine de fois environ, c'est-à-dire jusqu'à ce que, pendant la solidification, il ne se formât plus dans la masse liquide de bulle de vapeur; la vaporisation très rapide avait lieu uniquement par la surface libre.

J'obtenais de cette façon un bloc solide homogène, et les cristaux étaient incolores.

Sans revenir sur les procédés employés, que j'ai d'ailleurs perfectionnés, j'ai obtenu les résultats suivants :

Température de fusion sous la pression normale .... $+ 5^{\circ}43$

Coefficient de dilatation .... $0{,}0011997 + 0{,}000000728 \times 2$

(formule applicable entre 0° et 40°)

Chaleur spécifique à l'état liquide $\frac{dQ}{dt} = 0{,}40788 + 0{,}0004156 \times 2t$

(formule où t = température centigrade — 6° et applicable entre 0° et 40°)

Chaleur spécifique moyenne à l'état solide entre — 10 et + 5°43 0,3243
Chaleur de fusion.................................. L = 30,3783

Ces résultats sont un peu différents de ceux donnés par Von J. Ferche (*Wiedemann's Annalen der Physik und Chemie,* 1891), qui différaient eux-mêmes de ceux de Fischer. Il donne en effet :

$$C = 0{,}31705 + 0{,}002989\,t$$
$$c = 0{,}2032$$
$$L = 30{,}182$$

La différence porte surtout sur les chaleurs spécifiques.

Ces résultats préliminaires obtenus, avant de rechercher quelle est la variation de volume qui accompagne le changement d'état, il me fallait m'assurer que ce changement avait lieu brusquement, c'est-à-dire qu'il y avait identité entre les températures de fusion et de solidification. Diverses déterminations faites à la pression atmosphérique donnent une différence insignifiante, qui atteignait à peine 0°03 en faveur du point de fusion. La fusion a donc lieu sans passage par l'état pâteux.

Je pouvais donc chercher indirectement le changement de volume en déterminant les poids spécifiques à l'état solide et à l'état liquide à la température de fusion.

Pour cette détermination, j'ai opéré de la manière suivante :

1° *Poids spécifique de la benzine liquide.* — Le corps pur et sec était introduit dans un flacon de Regnault bien sec et purgé d'air par le procédé décrit précédemment, la dernière fusion ayant lieu dans un bain à température constante bien connue. Les nombres obtenus permettent de construire une courbe qui, entre + 5°85 et + 23°8, est une ligne droite ; on peut donc déduire en prolongeant la courbe jusqu'à + 5°43 température de fusion :

Poids spécifique de C^6H^6 liquide......... 0,8946

2° *Poids spécifique de la benzine solide.* — Étant donnée la difficulté d'éliminer l'air dissous, et la benzine n'étant pas insoluble dans l'eau, j'ai employé un appareil composé d'un long réservoir de 20 centimètres cubes environ de capacité, surmonté d'un tube étroit de 15 centimètres de longueur environ et terminé par un entonnoir de 10 centimètres cubes environ, rodé et bouché à l'émeri. Un jaugeage permettait de connaître exactement le volume du réservoir à 0° jusqu'à un repère marqué vers la base du tube, et le volume du tube entre ce repère et un autre situé vers la base de l'entonnoir.

Le tube bien sec était taré une fois pour toutes. La benzine sèche était introduite dans le tube et purgée d'air, puis on faisait cristalliser une dernière fois, très lentement et dans le vide, en commençant par la partie inférieure du réservoir, la température du bain étant maintenue constante. On entourait alors le tube, à partir du repère inférieur, d'un manchon de verre dans lequel un courant d'eau de la ville entretenait une température constante et bien connue et on terminait la cristallisation jusqu'à ce repère. La durée moyenne de la solidification totale était de cinq heures et le vide maintenu de 5 millimètres de mercure.

La solidification obtenue, on laissait rentrer l'air sec et au moyen de papier buvard on amenait le niveau de la benzine restée liquide dans le tube au repère supérieur. On séchait avec le papier buvard le tube et l'entonnoir, on fermait avec le bouchon et on laissait peu à peu reprendre la température ambiante, pour faire la pesée.

Cette méthode est pénible, longue, mais on peut être assuré que le bloc solidifié est parfaitement homogène, sans bulle. Je la préfère aux méthodes directes où l'on détermine la variation de volume à la température de fusion au moyen du mercure. On ne peut, en effet, être assuré de l'élimination totale de l'air et de la non-existence de bulles entre les lamelles des cristaux. D'ailleurs, on peut contrôler les résultats en multipliant les observations aux mêmes températures et à des températures différentes.

J'ai fait, de cette manière, huit déterminations entre — 4° + 4° et construit la courbe.

C'était encore sensiblement une ligne droite, ce qui fait qu'on peut déduire à 5° 43 :

Poids spécifique de C^6H^6 solide................. 1,01475

On peut déduire de là :

Coefficient de dilatation moyen entre — 4 et + 5. 0,000487

Von Ferche, sans donner d'explications sur la méthode employée, a donné les résultats suivants :

Poids spécifique C^6H^6 liquide au point de fusion. 0,88752
Poids spécifique C^6H^6 solide au point de fusion. 1,004875

d'où il déduit comme coefficient moyen de dilatation entre 0° et + 5° : 0,000875, nombre vraisemblablement trop élevé.

Nous pouvons donc déduire des résultats précédents :

Volume de l'unité de poids de C^6H^6 liquide $u' = 1,1178$
Volume de l'unité de poids de C^6H^6 solide $u = 0,9854$

d'où l'on tire :

Variation de volume au moment de la fusion sous pression normale $u' - u = 0{,}1324$,

c'est-à-dire, en exprimant cette variation par kilogramme en mètres cubes,

$$0^{mc}0001324.$$

Appliquons maintenant la formule de Clapeyron, elle nous donne, en prenant pour l'équivalent mécanique de la chaleur 426,6,

$$\frac{dT}{dp} = 0^{\circ}02936.$$

Je me propose de vérifier prochainement ce résultat.

Le même travail a été fait pour la naphtaline avec les mêmes appareils, et en prenant les mêmes précautions, car ce corps comme la benzine dissout d'énormes quantités d'air. Ce fait avait été signalé déjà par M. Alluard (*Annales de Physique*, t. LVII, série 3) et Vohl. J'ai fait usage de naphtaline pure bisublimée, purifiée par cristallisation dans l'alcool et sublimée une dernière fois. Ainsi préparée, la naphtaline privée d'air donne des cristaux incolores transparents.

J'ai obtenu les résultats suivants :

Chaleur spécifique moyenne à l'état solide entre + 15 et + 75	$c = 0{,}3943$
Chaleur spécifique moyenne à l'état liquide entre + 80 et + 97	$C = 0{,}4170$
Chaleur de fusion sous la pression normale..............	$L = 35{,}6416$
Température de fusion sous la pression normale..........	$79^{\circ}9$

M. Alluard avait déjà trouvé :

Entre 20° et 66°............	$c = 0{,}3249$
Entre 80° et 120°............	$C = 0{,}4176$
	$L = 35{,}6792$
Température de fusion........	$79^{\circ}91$

J'ai vérifié ensuite le fait également annoncé par M. Alluard que la naphtaline passe brusquement de l'état solide à l'état liquide, ce qui m'a permis de rechercher la variation de volume comme je l'avais fait pour la benzine. L'enveloppe de verre du tube était traversée par un courant de vapeur d'eau pour maintenir la substance fondue au dessus du repère inférieur. Un thermomètre donnait la température atteinte; elle ne variait pas de 1/10 de degré pendant la durée d'une expérience.

Le même appareil peut servir à déterminer le poids spécifique de la naphtaline sous les deux états, il suffit naturellement de choisir

convenablement et de maintenir constante la température du bain où plonge le réservoir jusqu'au repère inférieur.

J'ai obtenu les résultats suivants :

1° Poids spécifiques à l'état solide :

50°2	1,1656
60°4	1,1605
70°2	1,1548
75°5	1,1521

2° Poids spécifiques à l'état liquide :

81°9	0,9771
96°02	0,9653

Avec un flacon de Regnault j'ai trouvé en outre avec la naphtaline liquide :

86°56	0,9730
90°46	0,9701

Ces derniers nombres concordent absolument avec les précédents et la courbe obtenue est une ligne droite. On peut donc, en la prolongeant, trouver :

Poids spécifique de $C^{10}H^8$ liquide à 79°9.......... 0,9787

De même en construisant la courbe de variation des poids spécifiques de la naphtaline solide au moyen des résultats précédents on trouve :

Poids spécifique de $C^{10}H^8$ solide à 79°9.......... 1,1497

Afin de contrôler dans une certaine mesure les résultats précédents, et ayant vérifié que la naphtaline pure est à peu près complètement insoluble dans l'eau, jusqu'à 50°, j'ai cherché le poids spécifique de ce corps bien privé d'air, dans un appareil du même modèle, où l'eau servait de liquide dilatométrique; j'ai obtenu :

à + 16°5..........	1,1793
+ 30°...........	1,1743
+ 43°5..........	1,1687

En prolongeant la courbe obtenue avec les résultats précédents on trouverait

à + 43°5.......... 1,1689

Les résultats sont donc concordants et acceptables.

Nous pouvons donc calculer à + 79°9 et à 760 millimètres :

1° Volume de l'unité de poids de $C^{10}H^8$ liquide $u' = 1,0217$
2° Volume de l'unité de poids de $C^{10}H^8$ solide $u = 0,8698$

d'où l'on déduit :

$$u' - u = 0{,}1519$$

c'est-à-dire que la variation de volume qu'éprouve la naphtaline en fondant à la pression normale exprimée en mètres cubes par kilogramme du corps est :

$$0{,}0001519$$

donc en appliquant la formule de Clapeyron on a :

$$\frac{dT}{dp} = 0^{\circ}0364$$

nombre que je me propose de vérifier prochainement.

Avec les nombres ainsi obtenus on peut calculer les coefficients de dilatation ; on trouve :

1° Coefficient de dilatation moyen de la naphtaline solide entre + 40 et + 79°9	0,000459
2° Coefficient de dilatation moyen de la naphtaline liquide entre + 79°9 et + 96	0,000862

Toutes les températures indiquées dans ce mémoire ont été obtenues avec des thermomètres étalons Baudin en verre dur, récemment vérifiés. Les lectures étant faites au viseur on pouvait apprécier aisément le 1/4 de division, c'est-à-dire le 1/20 de degré. D'ailleurs, les lectures étaient corrigées par les procédés habituels lorsqu'une partie du thermomètre était en dehors du bain.

Les pesées faites au 1/10 de milligramme ont toujours été corrigées de la poussée.

Les mesures calorimétriques ont été faites avec un calorimètre de Berthelot, dans lequel le vase de platine avait une capacité de 900 centimètres cubes environ, le thermomètre employé était un Baudin au 1/50, construit depuis longtemps, dont on connaissait exactement le déplacement du 0.

Enfin, les agitateurs du calorimètre et des étuves employées dans les diverses opérations étaient mus d'une façon très régulière par un moteur à eau.

Ce travail a été fait tout entier au laboratoire de la Faculté des sciences de Caen.

M. C. FÉRY

Chef des travaux pratiques à l'École municipale de physique et de chimie, à Paris.

APPLICATION DE L'AUTO-COLLIMATION A LA MESURE DES INDICES DE RÉFRACTION [535.3]

— Séance du 9 août 1895 —

Deux méthodes principales sont employées pour mesurer les indices des solides et des liquides :

(a) Dans la première, où le corps est mis sous la forme d'un prisme, on applique la formule de Descartes : $n = \frac{\sin i}{\sin r}$ pour des valeurs déterminées de i et r. Ces angles n'étant pas directement accessibles à la mesure, on place en général le prisme dans une position particulière : rayon normal à une des faces ou égalité des angles d'incidence et d'émergence.

Dans ce dernier cas, le prisme étant au minimum de déviation, la formule de Descartes devient

$$n = \frac{\sin \frac{A + \delta}{2}}{\sin \frac{A}{2}}.$$

(b) Dans la seconde méthode, dite de réflexion totale, on mesure simplement la valeur de l'angle de réfraction correspondant à un angle d'incidence de 90°; on a alors

$$\frac{1}{\sin R} = n.$$

Généralement, l'indice est pris non par rapport à l'air, mais par rapport à une substance connue d'indice N.

Afin de pouvoir par cette méthode mesurer des corps peu transparents, on prend le plus souvent l'indice du verre N par rapport à la substance inconnue, qui n'est pas alors traversée par la lumière. Dans ce cas, la formule devient

$$n = N \sin R.$$

Nous allons voir que l'emploi d'une lunette auto-collimatrice permet d'effectuer les mesures d'indice par ces deux méthodes dans d'excellentes conditions et avec une grande simplicité.

II

MESURE DE L'INDICE D'UN CORPS TAILLÉ EN PRISME

Supposons, pour simplifier l'exposition, un prisme immobile sur la platine d'un goniomètre muni seulement d'une lunette autocollimatrice à vernier.

Si l'arête du prisme est normale au plan du limbe, nous pourrons recueillir dans cette lunette quatre rayons : deux réfléchis directement sur les faces du prisme N et N' *(fig. 1)*, et deux autres R et R' qui, après réflexion à l'intérieur du prisme, se réfractent aux points D et O.

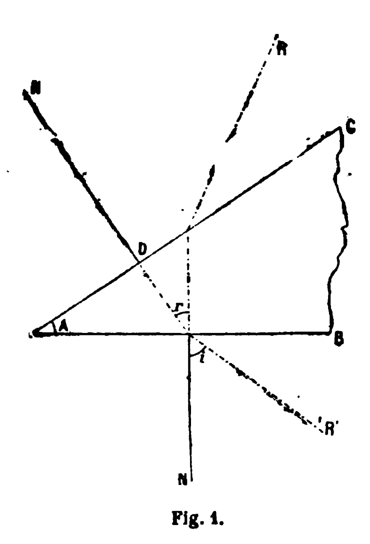


Fig. 1.

Remarquons en passant que si l'une des faces AB par exemple contient le centre du limbe, les points O et D sont communs aux deux normales DN et ON', ainsi qu'au rayon DOR' réfracté par la face AB.

Ne nous occupons que des trois rayons N, N' et R'. L'angle R'ON' constitue l'angle d'incidence i; quant à N'ON, il est égal à ($180^{\circ} - r$).

Le prisme étant réglé, il suffira, sans y toucher, de faire trois lectures au vernier pour avoir l'indice.

Les avantages de ce procédé sur la méthode du minimum de déviation sont les suivants :

1° Mesure de l'angle du prisme et de la déviation aux mêmes points des surfaces, ce qui supprime les erreurs pouvant provenir d'un défaut de planéité des faces;

2° Suppression de la mise du prisme au minimum de déviation, opération toujours un peu incertaine;

3° Réglages de l'appareil et du prisme, plus faciles que celui du goniomètre de Babinet.

Pour satisfaire aux conditions d'émergence, on ne peut guère mesurer par cette méthode des prismes d'un angle supérieur à 30°. La précision n'est cependant pas diminuée; le rayon traversant deux fois la surface réfringente, se trouve dans les mêmes condi-

tions que celui qui émerge d'un prisme de 60° généralement employé dans la méthode de Newton.

III

EMPLOI DE LA RÉFLEXION TOTALE

Un faisceau de rayons parallèles tombant sur deux plans réfléchissants perpendiculaires revient exactement sur lui-même, *quel que soit l'angle d'incidence.*

Si l'une des surfaces est argentée, et si la réflexion totale peut se produire sur l'autre, le faisceau réfléchi subira une brusque variation d'intensité dès que l'angle-limite sera atteint.

Disposition expérimentale. — L'une des grandes faces AB d'un parallélipipède de flint est argentée *(fig. 2);* le corps dont on veut déterminer l'indice est appliqué sur la face BC (avec interposition d'un liquide d'indice élevé dans le cas des solides).

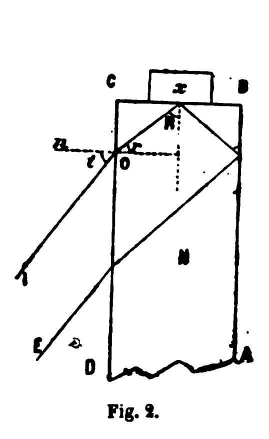


Fig. 2.

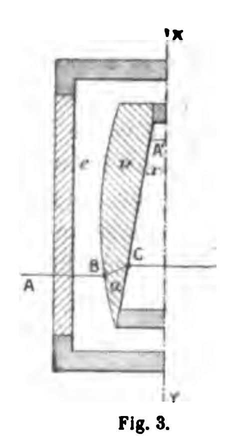


Fig. 3.

La connaissance du seul angle i que fait le faisceau incident avec les grandes faces du parallélipipède au moment où commence la réflexion conduit à la formule

$$x^2 = N^2 - \sin^2 i,$$

donnant l'indice si on connaît la valeur de N du bloc de flint.

Pour les liquides, la face sur laquelle a lieu la réflexion totale peut constituer la paroi d'une petite cuve.

On peut aussi, dans ce dernier cas, creuser dans la lame argentée une cavité cylindrique pouvant contenir le liquide; la réflexion totale aura lieu alors sur les génératrices a et b, où passeraient les

plans tangents perpendiculaires aux grandes faces (*fig. 3*). La symétrie permet ici de déterminer le double de l'angle *i* en recevant successivement les rayons réfléchis par *a* et *b*.

De plus, si les deux grandes faces ne sont pas rigoureusement parallèles, l'angle mesuré n'en est pas moins exact, car on prend la demi-somme de deux angles dont les erreurs sont de signes contraires et très sensiblement égales.

IV

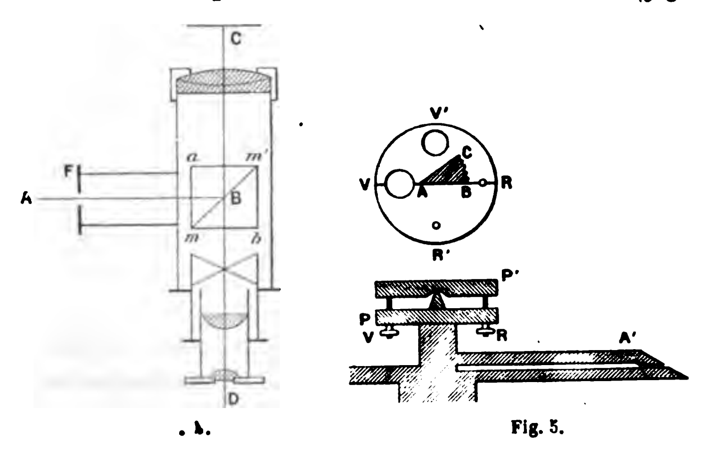
Pour réaliser les conditions théoriques précédemment exposées, j'ai fait construire un goniomètre spécial dont je vais décrire rapidement les particularités.

Sur un cercle divisé est fixée invariablement une lunette. Au centre du limbe se trouve une platine mobile au moyen d'une alidade munie d'un vernier donnant les 20'.

Afin d'obtenir une précision de pointé en rapport avec le vernier, le grossissement de la lunette doit être assez fort. J'ai été obligé d'abandonner la disposition de la glace à faces parallèles indiquée par M. Fizeau pour obtenir l'auto-collimation.

Étant placée entre le réticule et l'oculaire, la glace inclinée ne permet pas, dans le cas particulier, de donner à l'oculaire un foyer assez court pour obtenir le grossissement nécessaire; je me suis arrêté à la disposition suivante :

Sur le côté d'une lunette de grossissement convenable est soudé normalement un tube portant une fente de collimateur F (*fig. 4*).



. 4.   Fig. 5.

Les rayons émanant de cette fente tombent sur la face hypoténuse, faiblement argentée ou dorée, d'un prisme *a m m'*.

L'épaisseur du métal est telle qu'elle ne réfléchit que la moitié de la lumière incidente, ce qui donne au rayon de retour le maximum d'intensité.

A ce prisme en est accolé un autre identique bmm' non argenté.

Le rayon AB est donc réfléchi en BC et revient à l'oculaire en traversant la faible couche d'argent, après avoir frappé normalement en c la face plane du prisme en étude. Cette disposition ne donne qu'une image de la fente, la surface réfléchissante étant unique.

La platine de l'appareil, qui porte seulement deux vis de réglage V et V' qui sont à angle droit avec le centre du plateau, est constituée comme il suit (*fig.* 5).

Sur la plate-forme P, entraînée par l'alidade A', repose sur une pointe la plate-forme P' qui supporte le prisme; elle est appuyée sur la pointe par les ressorts à boudin R et R'.

La vis V permettra donc de la faire osciller autour de l'axe V'R', et la vis V' autour de VR, qui lui est perpendiculaire.

La face AB du prisme passant par le centre du plateau, on l'amène à être normale à l'axe de la lunette par l'alidade et la vis de réglage V'; puis on amènera la seconde face devant l'appareil, et on réglera par la vis V l'image qu'elle donne de la fente. Il est à remarquer que ce réglage *ne détruit pas le précédent,* comme cela a lieu avec trois vis à 120°, car ici le déplacement se fait suivant le plan de la première surface.

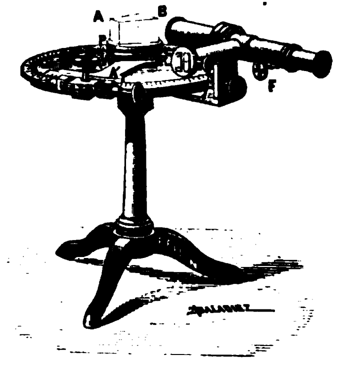


Fig. 6.

Si l'axe de la lunette est bien parallèle au plan du limbe, ce qu'on règle une fois pour toutes, le rayon réfracté occupera aussi la même hauteur dans le champ. L'appareil est alors réglé.

Pour la méthode de réflexion totale, il faut mettre au point non la fente, mais la surface réfléchissante où se produit la réflexion totale.

Ceci est obtenu très simplement et sans rien changer au réglage de l'appareil, par l'interposition d'un objectif à court foyer entre le prisme réfléchissant et l'oculaire.

Dans ces conditions, si on a soin de ne pas recouvrir entièrement par le corps à mesurer la surface où se produit la réflexion totale, on saisit très nettement par contraste avec la plage avoisinante, dont l'intensité reste constante, le moment précis où le corps commence à s'assombrir.

La figure 6 est une vue d'ensemble du goniomètre, que M. Pellin, avec son habileté habituelle, construit exactement sur mes indications.

M. Eug. TRUTAT

Docteur ès sciences, à Toulouse.

DE LA PHOTOGRAPHIE SUR PAPIER NEGATIF [535.85]

— *Séance du 9 août 1895* —

Dans les premiers temps de la photographie, le papier était employé comme support des couches sensibles; et malgré l'imperfection des appareils, malgré la lenteur des procédés alors connus, certaines épreuves de Legray, de Baldus, de Civiale, n'ont jamais été dépassées. Elles avaient une harmonie, un effet artistique qui semblait avoir disparu dans les œuvres modernes.

Au point de vue des voyages d'exploration, les avantages du procédé sur papier sont des plus importants : plus de fragilité, moins de poids, enfin plus grandes facilités d'emballage, et avec cela certitude telle que le voyageur peut se permettre de rapporter une moisson abondante et non une série de verres sales, ce qui n'arrive que trop souvent.

J'ai déjà cherché à diverses reprises à mettre en honneur cette méthode des papiers négatifs, mais je me suis toujours buté contre cette objection : comment se procurer de telles préparations? Il fallait en effet renoncer aux anciennes formules trop lentes et faire usage de papier couvert d'émulsion au bromure d'argent.

Peu d'amateurs ont osé tenter cette fabrication, que nous avons décrite avec soin dans une publication qui date déjà de plusieurs années.

Il fallait donc demander aux fabricants de couches sensibles des papiers préparés. Tout d'abord la maison Morgan, puis la compagnie Eastman, livrèrent des papiers couchés de la sorte, et l'on obtenait avec eux d'excellents négatifs, surtout avec les papiers Eastman.

Malheureusement, cette fabrication ne s'est pas continuée et le papier a été abandonné pour la pellicule transparente de celluloïd; c'était là un progrès pour les petits formats, mais il est inapplicable aux grandes dimensions; enfin, il est encore incertain, irrégulier et coûteux.

Il existait bien un papier négatif excellent, celui de M. Balagny; mais il est à couche réversible et demande des manipulations très délicates, et que bien peu d'amateurs se décident à entreprendre.

Il y avait donc obligation de s'adresser aux fabricants de plaques sensibles et obtenir d'eux des papiers couverts de la même émulsion que celle qu'ils étendaient sur verre. Presque tous répondaient à nos instances : Nous n'avons pas le matériel nécessaire à cette fabrication; il faut renoncer à tout étendage à la main, l'étendage mécanique sur feuille continue est le seul possible industriellement.

Fort heureusement, MM. Lumière ont installé à côté de leur fabrique de plaques tout l'outillage voulu pour les papiers émulsionnés positifs; et ici nous trouvions admirablement installé tout le matériel nécessaire.

Nous leur avons donc exposé notre programme, nous avons mis sous leurs yeux les résultats déjà obtenus, et ils se sont mis à l'œuvre. Tout d'abord, nous avons rencontré des difficultés complètement inattendues; mais après une série d'essais, de recherches des plus complètes, ces messieurs m'ont livré des papiers négatifs qui ne laissent rien à désirer.

Les épreuves que j'ai déjà obtenues n'ont pas de grain sensible, elles n'ont jamais de halo, ce qui augmente la finesse de détails qui s'enlèvent sur les fonds vivement éclairés; enfin, elles n'ont demandé que des manipulations simples et qui diffèrent très peu de celles auxquelles tous les photographes sont habitués.

De plus, en couchant sur le papier des émulsions orthochromatiques et en introduisant un verre jaune dans l'objectif, on augmente la finesse des détails, et par là est rendue possible la photographie en montagne avec les papiers négatifs.

Je me contenterai, pour le moment, de donner quelques indications sur les manipulations de ces papiers négatifs; j'ai encore des expériences à terminer avant de formuler d'une manière complète la méthode que je préconise.

Les châssis ordinaires peuvent recevoir les feuilles sensibles; mais il est nécessaire avant tout de tendre celles-ci de façon à ce qu'elles ne gondolent pas dans le châssis. La manière la plus simple consiste à coller par les bords la feuille émulsionnée sur un carton du format voulu. Pour cela faire, je prépare à l'avance des bandes de papier

larges de 2 centimètres et de longueur voulue, en les recouvrant de gomme épaisse. J'applique d'abord la feuille de papier sur le carton face en haut, et je la maintiens en place en déposant sur elle une plaque de verre très propre de format un peu plus petit. Avec une éponge mouillée, j'humecte une bande de papier gommé et je la place aussitôt sur le bord de la feuille sensible en la faisant mordre de 5 millimètres environ: les quatre bords étant ainsi préparés, j'enlève le verre, je retourne papier et carton et j'applique au dos de celui-ci la bande gommée. J'empile ainsi les cartons préparés les uns sur les autres et je laisse sécher.

La pose est la même que dans le procédé sur verre; mais ici je recommanderai de dépasser plutôt le temps de pose que de rester au-dessous; car il est de toute importance d'éviter les développements lents que nécessitent les poses courtes.

Le développement demande quelques précautions; mal conduit, il donnerait des épreuves grises et longues au tirage.

Avec un couteau à papier on sépare la feuille sensible du carton-support, sans s'inquiéter du papier gommé qui adhère sur ses bords. On plonge alors la feuille dans une cuvette d'eau pure et l'on attend, pour la plonger dans le bain de développement, qu'elle soit bien distendue; le plus ordinairement, le papier gommé se détache alors et on l'enlève; s'il adhérait encore, il ne faudrait pas s'en inquiéter, dans le bain de développement il se détachera de lui-même; il est important alors de l'enlever.

Le développement à l'oxalate de fer donne de très bons résultats, mais il nécessite des poses exactes, et, chose importante, il doit être renouvelé à chaque épreuve.

Je préfère le bain avec hydroquinone et métol préparé ainsi:

L'on fait dissoudre dans l'eau bouillante 150 grammes de sulfite de soude anhydre pour deux litres, et on ajoute 4 ou 5 gouttes d'acide sulfurique. La solution étant faite, on la complète avec 200 grammes de carbonate de soude et 1 gramme de bromure de potassium.

Cette solution se conserve fort bien; elle ne doit pas être filtrée au papier, mais décantée lorsque toutes les impuretés se seront déposées au fond; ce qui nécessite environ vingt-quatre heures.

Sous aucun prétexte, il ne faut négliger d'employer de l'eau bouillie, autrement dit privée de tous les microbes qu'elle peut contenir et qui provoquent l'altération du bain.

Lorsqu'on veut faire usage de ce bain, on le complète en ajoutant 15 grammes d'hydroquinone et 5 grammes de métol.

Dans le cas où on aurait besoin d'augmenter les oppositions, il faudrait supprimer le métol et employer 20 grammes d'hydroquinone.

Je recommande expressément l'adjonction du bromure, car l'on a toujours affaire à des clichés posés et il permet d'obtenir des épreuves brillantes.

Le développement se conduit à la manière ordinaire, ajoutant du bromure si le cliché tend à se griser. Il faut pousser assez loin le développement, car l'épaisseur du papier trompe facilement sur l'intensité du cliché : quelques essais mettront vite au courant.

Le développement terminé, on lave abondamment, et on passe dans l'eau acidulée légèrement par l'acide citrique (2 p. 1000), on lave de nouveau et on fixe à l'hyposulfite acide par le bisulfite de soude. Enfin, on termine par des lavages abondants.

On fait sécher les clichés par simple suspension, mais on gagne en finesse en les appliquant sur une surface polie. Pour cela, je prépare à l'avance des verres de format un peu plus grand que les négatifs à sécher : un premier nettoyage à l'eau acidulée est suivi d'un polissage rapide au tripoli ou à la terre pourrie : enfin, j'étends au pinceau une couche de talc que je polis avec un tampon de coton. Sur cette surface préparée, j'étends le cliché en faisant adhérer la couche de gélatine au verre talqué, en évitant de laisser des bulles d'air entre le verre et le papier. Au bout de douze heures le tout est sec et l'épreuve s'enlève facilement, donnant un cliché à surface brillante. On le place alors dans un cahier de papier buvard enserré entre deux feuilles de carton épais; deux larges rubans de fil entourent le paquet et oblige les clichés à rester plats.

Ces clichés se tirent moins rapidement que ceux faits sur verre, mais ils peuvent être obtenus au soleil, l'épaisseur du papier diffusant la lumière, et, somme toute, l'opération n'est pas d'une longueur trop exagérée.

Du reste, il est facile d'éviter une trop longue exposition, en employant le papier positif mat de Lumière et en achevant le développement de l'image amorcée au soleil, par les formules à l'acide pyrogallique données par les fabricants.

Les grandes épreuves de sujets archéologiques sont encore plus belles si on les tire sur papier à gros grain, virées au platine.

M. G. DENIGÈS

Agrégé à la Faculté de médecine de Bordeaux.

COMBINAISONS MERCURIQUES OBTENUES AVEC LES ALCOOLS TERTIAIRES ET LES CARBURES ÉTHÉNIQUES CORRESPONDANTS [547.]

— *Séance du 5 août 1895* —

I.

Tandis que les réactions de V. Meyer (formation de nitrols et d'acides nitroliques), de Chancel (acides alkylnitreux), de Cahours et Demarçay (traitement par l'acide oxalique), enfin de Mentschutkine (action de la baryte), permettent de reconnaître les alcools primaires et secondaires, la fonction alcoolique tertiaire ne se manifeste guère que par des caractères négatifs, à l'exception toutefois de la réaction que C. Hell et Urech ont fait connaître [1] et qui consiste, comme on sait, à mélanger l'alcool à essayer avec du brome et du sulfure de carbone. Alors que les alcools primaires et secondaires sont transformés en aldéhydes ou acétones bromées, sans mise en liberté d'oxygène, les alcools tertiaires agissent suivant l'équation ci-dessous :

$$\begin{matrix} R' \diagdown \\ R' - \\ R' \diagup \end{matrix} C\text{-}OH + Br^2 = \begin{matrix} R' \diagdown \\ R' - \\ R' \diagup \end{matrix} C\text{-}Br + BrH + O$$

Par l'oxygène ainsi libéré, le sulfure de carbone est oxydé et transformé partiellement en acide sulfurique.

Pour mettre le procédé en pratique, on mélange l'alcool *absolument anhydre* avec le sulfure de carbone et le brome bien exempts d'humidité, on abandonne le tout pendant quelques heures ; au bout de ce temps, on ajoute de l'eau et on recherche l'acide sulfurique dans la couche aqueuse.

Ainsi qu'on le voit, cette méthode est indirecte ; de plus, elle exige d'opérer sur le corps pur et complètement anhydre, enfin elle est

(1) *Berichte der deutsch. chem. Gesellsch.*, juin 1882, p. 1240.

d'assez longue durée et ne réussit bien qu'avec les premiers termes de la série.

Les réactions que je vais indiquer sont, au contraire, rapides, directes et aptes à être effectuées avec de très faibles quantités d'alcools tertiaires, même fortement dilués dans un liquide inerte. En outre, tout en étant générales pour la fonction, elles se manifestent d'une manière un peu spéciale pour chacun de ces alcools en particulier.

L'étude d'une réaction des azotites, fondée sur l'action du réactif de Millon sur les phénols, a appelé mon attention sur les combinaisons mercurico-phénoliques, et je me suis demandé si les alcools tertiaires, qui par tant de points se rattachent aux phénols, ne fourniraient pas de composés du même ordre.

A la suite d'expériences variées, j'ai pu isoler une combinaison obtenue avec l'azotate mercurique et le triméthylcarbinol, mais je n'ai pu préparer de composés du même ordre avec les autres alcools tertiaires que j'ai étudiés. Par contre, le sulfate mercurique en solution fortement acide s'est montré un réactif beaucoup plus général et est entré en combinaison avec ces divers alcools.

Je m'occuperai d'abord des dérivés se rattachant à l'alcool butylique tertiaire.

II. — Azotate de mercure et de diméthyléthylène.

Ce corps prend naissance dans les conditions suivantes : On dissout 20 grammes d'oxyde de mercure dans 40 centimètres cubes d'acide azotique et on ajoute un demi-litre d'eau; on filtre, s'il y a lieu, on verse dans le liquide clair 2 centimètres cubes de triméthylcarbinol et on porte à l'ébullition qu'on maintient pendant cinq ou six minutes. Vers 60°, il commence à se faire dans la masse un trouble jaunâtre qui fait place, à l'ébullition, à un précipité cohérent de couleur orangé. On projette le mélange dans deux à trois litres d'eau bouillante, on laisse reposer, on décante, on lave par décantation, on recueille sur un filtre, on lave encore et, après égouttage, on étale la substance sur des plaques poreuses. On achève la dessiccation sur l'acide sulfurique et on conserve dans un flacon placé dans un étui métallique le produit obtenu qui, sans cette précaution, noircirait sous l'action de la lumière, même dans des flacons en verre jaune.

Cette substance a fourni à l'analyse :

Volume de bioxyde d'azote recueilli avec 0gr60 de matière à la température de 22° et à la pression de 768 millimètres....... 34cc20

Volume du même gaz recueilli dans les mêmes conditions de température et de pression avec 5 centimètres cubes d'une solution d'azotate de potasse à 3,21 p. 100, correspondant pour 5 centimètres cubes à 0gr10 d'acide azotique.............................. 35cc25

D'où :

	Trouvé	Calculé pour $(AzO^3)^2 Hg^3, C^4H^8$
Azote nitrique (en AzO^3H) p. 100...	16,17	16,15
d'autre part, Mercure p. 100...	77,38	76,92

La combustion de ce corps, fortement explosif, est difficile à conduire :

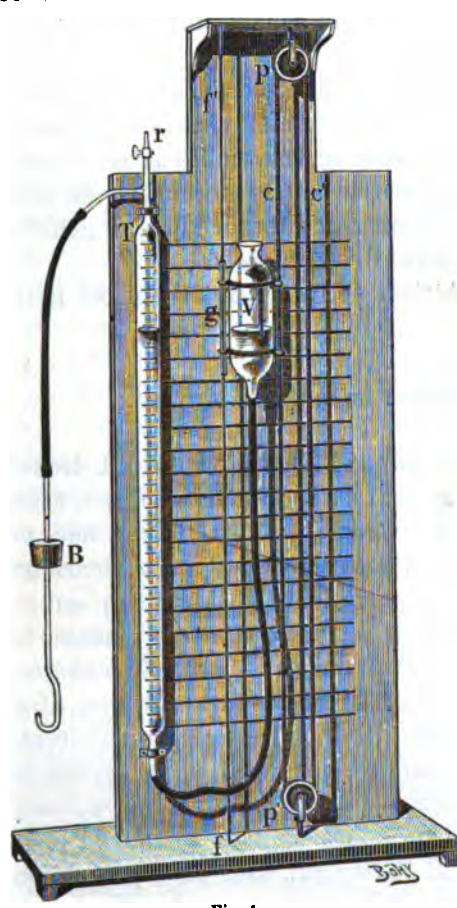


Fig. 1.

J'ai pu réaliser aisément le dosage de la matière organique qu'il renferme en utilisant la propriété qu'il possède de donner un dégagement de butylène par l'action de l'acide chlorhydrique.

Je me suis servi pour cela de l'appareil pour la détermination de l'azote total que j'ai fait connaître [1] (*fig. 1*) et dont l'éprouvette génératrice du gaz a été remplacée par un tube à essai de fort calibre, mais à parois assez minces. Dans ce tube G j'ai versé 10 centimètres cubes d'acide chlorhydrique pur, j'y ai introduit un petit tube *t* renfermant 0gr50 de produit, et enfin je l'ai réuni au tube mesureur T, gradué en dixièmes de centimètre cube, tout en le laissant aussi en communication avec l'atmosphère par le robinet *r*. J'ai porté G dans un bain d'eau à 70° ; après l'équilibre de température, le niveau du liquide dans T étant ramené au zéro de la graduation et toute communication avec

(1) *Bulletin de la Soc. de Pharm. de Bordeaux*, décembre 1894, et *Revue de chimie analytique*, 7 février 1895.

l'atmosphère étant interceptée, j'ai renversé G pour mettre le produit en contact avec l'acide ; il s'est aussitôt dégagé du butylène et le niveau dans T a baissé de 14cc7, la température étant 22°, la pression 768mm5 et la force élastique maxima de la vapeur d'eau 18mm5. Le volume de butylène correspondant était donc à 0° et 760 millimètres :

$$V = \frac{14,7 \times (768,5 - 18,5)}{760 + (1 + 0,003665 \times 22)}.$$

La densité de vapeur de ce corps étant 1,94, le poids de butylène fourni par 100 grammes du produit est, par suite :

$$\frac{14,7 \times (768,5\text{-}185) \times 100 \times 1^{mg}293 \times 1,94}{760 \times (1 + 0,003665 \times 22) \times 0,50} = 6^{gr}73.$$

La formule $(AzO^3)^4Hg^3,C^4H^8$ exige 7,18 p. 100 de butylène ; elle répond donc aux résultats donnés par l'analyse.

Le corps obtenu détone par le choc et par élévation de température (vers 80°). Traité par l'acide chlorhydrique, il fait effervescence en dégageant du diméthylène dissymétrique $CH^2 = C\begin{matrix}\diagup CH^3 \\ \diagdown CH^3\end{matrix}$, qu'on peut caractériser en le faisant passer dans une solution chaude de sulfate acide de mercure, avec laquelle il donne un précipité jaune de formule $\left(SO^4\begin{matrix}\diagup Hg \diagdown \\ \diagdown Hg \diagup\end{matrix}O\right)^3, C^4H^8$ et qui sera étudié plus loin.

Dans ce traitement par ClH, il se forme à froid un mélange de chlorures mercureux et mercurique ; le premier disparaît à chaud par suite de la présence de l'acide azotique.

Ce composé n'est pas attaqué à froid par la soude ou la potasse ; après quelques instants d'ébullition, il donne avec ces alcalis un précipité brun, mélange d'oxydes mercureux et mercurique.

Les eaux mères de sa préparation précipitent abondamment par ClH, par suite de la présence d'un sel mercureux ayant pris naissance par réduction de l'azotate mercurique, sous l'influence d'une partie du triméthylcarbinol qui s'est oxydé.

La formule :

$$\begin{matrix} O = Az\begin{matrix}\diagup O \diagdown \\ — O \diagup\end{matrix}Hg^2 \\ \quad\quad\quad\quad \rangle C^4H^8 \\ O = Az\begin{matrix}— O \diagdown \\ \diagdown O \diagup\end{matrix}Hg \end{matrix}$$

qui fait de ce corps une sorte de pyro-azotate mercuroso-mercurique,

dont 1 atome d'oxygène serait remplacé par C^4H^8, répond à la composition et aux caractères ci-dessus, en même temps qu'elle explique les propriétés explosives de ce produit qui serait une sorte de dérivé nitré organique.

III. — Sulfate de mercure et de diméthyléthylène.

Le réactif que j'ai employé pour la préparation de ce corps et en général pour la recherche des alcools tertiaires, est le même que celui que j'ai fait connaître pour le dosage du thiophène [1] dans les benzènes du commerce :

Oxyde mercurique................	5 grammes.
Acide sulfurique..................	20 cent. cubes.
Eau distillée......................	100 —

On met dans un ballon 200 centimètres cubes du liquide précédent, 200 centimètres cubes d'eau et 1 centimètre cube de triméthylcarbinol. On porte à l'ébullition, qu'on maintient deux ou trois minutes au plus, de façon à ce que le précipité abondant qui se forme devienne cohérent.

On laisse déposer, on décante, on verse sur le résidu jaune, très lourd, 300 à 400 centimètres cubes d'eau bouillante, on décante encore; on fait trois ou quatre fois cette opération, on filtre et on lave à l'eau chaude. On étale le produit sur des plaques poreuses, puis on fait dessécher sur l'acide sulfurique, entre des doubles de papier.

Le composé obtenu est jaune, il a donné à l'analyse :

	Trouvé	Calculé pour $(SO^4Hg, HgO)^3, C^4H^8$
Hg p. 100......................	75,55	75,38
SO^4H^2............................	18,47	18,48
C.............................	2,92	3,01
H.............................	0,59	0,50

Il répond donc à la formule

$$\left(SO^4\,Hg, HgO\right)^3, C^4H^8 = \left(SO^4 \begin{matrix} \diagup Hg \diagdown \\ \diagdown Hg \diagup \end{matrix} O\right)^3, C^4H^8,$$

ou encore

$$SO^4 \begin{matrix} \diagup Hg - O - Hg - SO^4 - Hg - O \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad | \\ \diagdown Hg - O - Hg - SO^4 - Hg - C^4H^8 \end{matrix}.$$

[1] *Comptes rendus de l'Acad. des Sciences,* 18 mars et 18 avril 1895, et *Bull. de la Soc. Chim.*, t. XIII, p. 537, 1895.

Il se dissout avec effervescence dans l'acide chlorhydrique en excès en donnant du diméthyléthylène qui se dégage et du chlorure mercurique.

Maintenu à l'ébullition dans son eau-mère pendant plus de dix minutes, il change de teinte, devient de plus en plus blanc et se transforme finalement en sulfate mercureux ayant donné à l'analyse

	Trouvé	Calculé pour SO^4Hg^2
Hg p. 100	80,52	80,65
SO^4H^2	19,63	19,75

La réaction du triméthylcarbinol avec le sulfate acide de mercure est encore nette à l'ébullition avec 0gr0001 de cet alcool. Il suffit, en effet, de faire bouillir 2 centimètres cubes du réactif avec 1 centimètre cube d'alcool éthylique ou méthylique, tenant en dissolution 1/10.000 d'alcool butylique tertiaire, pour avoir un trouble jaune bien marqué.

L'acétone en excès empêche le précipité de se former, comme elle empêche la réaction similaire avec les autres alcools tertiaires.

Ainsi qu'on l'a vu plus haut, le corps obtenu ne renferme plus les éléments du triméthylcarbinol, mais ceux du butylène qui en dérive par déshydratation, le diméthyléthylène dissymétrique :

$$\underbrace{\begin{array}{c} H^3C \quad CH^3 \\ \diagdown\diagup \\ C—OH \\ | \\ C—H \\ \diagup\diagdown \\ H \quad H \end{array}}_{\text{Triméthylcarbinol}} - H^2O = \underbrace{\begin{array}{c} H^3C \quad CH^3 \\ \diagdown\diagup \\ C \\ \| \\ C \\ \diagup\diagdown \\ H \quad H \end{array}}_{\text{Diméthyléthylène}}$$

On peut donc prévoir qu'on obtiendra le même composé avec ce carbure ; c'est ce que l'expérience confirme : du diméthyléthylène préparé par le procédé de Puchot, avec l'alcool isobutylique, l'acide sulfurique et le sulfate acide de potassium, donne avec le réactif mercurique une substance jaune répondant à la formule

$$\left(SO^4 \begin{array}{c} \diagup Hg \diagdown \\ \\ \diagdown Hg \diagup \end{array} O\right)^2, C^4H^8$$

et identique par suite à celle que donne l'alcool butylique tertiaire.

IV. — Combinaisons obtenues avec l'alcool amylique tertiaire, le pental et le sulfate mercurique.

Si l'on mélange à froid une goutte d'alcool amylique tertiaire avec 1 ou 2 centimètres cubes de réactif mercurique et qu'on chauffe sans atteindre l'ébullition, il se forme un précipité jaune, de composition analogue au sulfate de mercure-butylène, mais qui, beaucoup plus instable que ce dernier, disparaît brusquement à l'ébullition en donnant un précipité cristallin blanc de sulfate mercureux, lequel brunit bientôt par réduction de mercure métallique. Les trois phases de la réaction se voient très bien en portant d'abord le réactif à l'ébullition et ajoutant, *immédiatement* après, une goutte d'alcool amylique tertiaire.

Le composé jaune s'obtient plus facilement avec le triméthyléthylène, l'un des cinq pentènes isomériques, connu dans le commerce sous le nom de pental et employé comme anesthésique depuis les recherches de Von Mering.

Il suffit, en effet, de mêler le réactif avec le pental; en moins d'une minute, à froid, il se forme déjà un précipité jaune qu'on rend plus cohérent en chauffant légèrement; ce n'est que par une ébullition prolongée que ce composé se détruit en donnant SO^4Hg^2.

La façon différente dont se comportent l'alcool amylique tertiaire et le pental vis-à-vis du sulfate mercurique permet de distinguer aisément ces deux corps.

1° *A froid.* — On met dans un tube 2 centimètres cubes de réactif mercurique et on ajoute une goutte de pental ou d'alcool amylique tertiaire; avec le premier, il se produit en moins d'une minute un trouble jaune allant en augmentant et faisant place à un dépôt abondant après dix minutes, temps au bout duquel le réactif additionné d'alcool amylique commence à peine à louchir, mais donne à chaud la réaction en trois phases, indiquée précédemment.

2° *A chaud.* — On porte à l'ébullition, dans un tube, 2 centimètres cubes de réactif mercurique, et on ajoute une goutte du liquide à essayer. Avec le pental, il se forme un précipité jaune ne changeant pas d'aspect; avec l'alcool amylique tertiaire, le précipité devient rapidement blanc et cristallin, puis finalement prend une teinte grisâtre, par mise en liberté du mercure.

Les autres alcools tertiaires donnent, avec le même réactif, des composés du même ordre que ceux que fournissent le triméthyl et le diméthyléthylcarbinol, et sur lesquels je me propose de revenir.

M. MAUMENÉ

à Paris.

...PHOSPHURES ET SÉLÉNIOPHOSPHURES [541.8

— *Séance du 5 août 1895* —

Les sulfophosphures, dont Berzelius avait indiqué plusieurs espèces, ont été récemment étudiés par les chimistes Friedel et Ferrand.

Les séléniophosphures, par Friedel et Chabrié.

Je trouve dans les expériences de ces chimistes une série de preuves on ne peut plus frappantes de la vérité de ma loi des actions de mélange. Le contraste des rôles du soufre et du sélénium est si grand, que mes confrères eux-mêmes n'ont pu le méconnaître et ont dû songer à l'explication que ma loi seule peut leur donner.

On va voir la nécessité de recourir à cette loi si générale, et de renoncer aux hypothèses toujours trompeuses de la chimie classique.

Friedel « ayant cherché à faire réagir à une température élevée le pentasulfure de phosphore sur le fer », a obtenu « un sulfophosphure d'un type nouveau ».

Il faut remarquer de suite que le soufre et le phosphore ont changé de proportion. Le pentasulfure devient hexasulfure, ce que Friedel n'essaie même pas d'expliquer. Ayant constaté le fait par l'analyse, il a fait toutes les préparations dont nous allons parler en employant

1 partie de phosphore...	soit.	31
3 parties de soufre............		93

tout en admettant l'union de 96 ou 16 × 6 par une élimination d'un peu de phosphore.

Ma loi commande rigoureusement 93 ou 31 × 3. On va voir, en effet, toutes les analyses plus concordantes avec ces nombres et aussi avec les quantités de métal unies au *presque hexasulfure* de phosphore.

Pour le montrer avec une incontestable évidence, nous allons

donner pour chaque espèce les nombres des analyses, et, en regard, les nombres calculés par les auteurs d'après l'hypothèse classique

$$PhS^{6}M^{2}.$$

A côté, nous présenterons les nombres commandés par la loi des mélanges, et d'un coup d'œil il sera facile de voir que ces nombres sont, comme toujours, ceux qui s'accordent le mieux avec les analyses.

Voici d'abord le tableau des composés prévus par la loi.

Le sulfure de phosphore étant formé de $Ph = 31 + S^{5,8125} = 31 \times 3$ dont la somme est 124 : les sulfophosphures se composent nécessairement de ce poids 124, uni non pas à M^{2} mais aux poids des métaux dérivés de 124 par les facteurs suivants :

124 × 5/3 = 206.7		124 × 7/9 = 96.44	
× 19/13 = 181.2		× 13/19 = 84.84	
× 9/7 = 159.4		× 11/21 = 64.95	
× 17/15 = 140.5		× 5/11 = 56.36	
× 1 = 124		× 1/3 = 41.33	
× 15/17 = 109.4		× 1/7 = 17.71	

Ces facteurs sont des plus simples; la somme de leurs termes est 2, 4, 8, 16, 32, les cinq premières puissances de 2. On les trouve dans toutes les actions chimiques.

Mais entrons de suite dans l'étude comparative des sulfophosphures.

I. — Sulfophosphure de fer.

	CALCUL				ANALYSES			
	d'après la loi.		d'après l'hypothèse.					
Ph........	31 »	17.19	31	16.94	16.71	16.44	16.41	16.40
S.........	93 »	51.56	96	52.46	....		53.07	53.31
Fe (5/11)..	56.36	31.25	56	30.60	....		30.06	30.20
	180.36	100.00	183	100.00			99.54	100.00

La détermination du soufre qui est de beaucoup la plus sûre, parait ici peu favorable; 53.31 — 51.56 = 1.75 est une différence très grande. Mais on a employé le fer *en excès*. On admettra sans peine une légère élimination de phosphore, d'autant plus que l'analyse ne s'accorde pas avec l'hypothèse 53.31 — 52.46 = 0.85; c'est assez pour ne pas s'en tenir à l'hypothèse avec intransigeance.

II. — Sulfophosphure d'aluminium.

	CALCUL				ANALYSE	
	d'après la loi.		d'après une autre hypothèse spéciale.			
Ph.......	31 »	21.87	31 »	21.33		
S.........	93 »	65.63	96 »	66.05	65.57	
Al (1/7)...	17.71	12.50	18.34	12.62	12.99	Pourquoi 27.5 × 2/3 ?
	141.71	100.00	145.31	100.00		

Cette fois l'analyse s'accorde avec la loi.

III. — Sulfophosphure de zinc.

	CALCUL				ANALYSE (FERRAND)		
	d'après la loi.		d'après l'hypothèse.				
Ph.......	31 »	16.40	31 »	16.06	.....	16.90	16.94
S........	93 »	49.21	96 »	49.74	.....	49.30	49.40
Zn (11/21).	64.95	34.39	66 »	34.20	.....	33.60	33.66
	188.95	100.00	193 »	100.00		99.80	100.00

L'analyse s'accorde mieux avec la loi.

IV. — Sulfophosphure de cadmium.

	CALCUL				ANALYSE (FERRAND)		
	d'après la loi.		d'après l'hypothèse.				
Ph.......	31 »	13.28	31 »	12.97	.....	12.10	12.85
S........	93 »	39.84	96 »	40.17	.....	40.20	40.44
Cd (15/17).	109.40	46.88	112 »	46.86	.....	47.10	47.71
	233.40	100.00	239 »	100.00		99.40	100.00

Nous ne pouvons que faire observer la différence 47.71 — 46.86 = 0.85 pour le cadmium; elle me paraît expliquer l'excès de soufre.

V. — Sulfophosphure de nickel.

	CALCUL				ANALYSE (FERRAND)		
	d'après la loi.		d'après l'hypothèse.				
Ph.......	31 »	17.19	31 »	16.67	.....	16.90	»
S........	93 »	51.56	96 »	51.61	.....	51.80	51.54
Ni (5/11)..	56.36	31.25	59 »	31.72	.....	31.80	»
	180.36	100.00	186 »	100.00		100.50	100.00

L'accord est plus grand avec la loi.

VI. — **Sulfophosphure de cuivre.**

	CALCUL				ANALYSES (FRIEDEL)		
	d'après la loi.		d'après l'hypothèse.				
Ph.......	31 »	12.50	31 »	12.20	.....	10.99	10.89
S........	93 »	37.50	96 »	37.80	37.44	37.37	37.02
Cu (1/1) ..	124 »	50.00	127 »	50.00	52.2	52.58	52.09
	248 »	100.00	254 »	100.00		100.94	100.00

Le soufre, dont l'évaluation est la plus sûre, s'accorde beaucoup mieux avec la loi. Le phosphore a été séparé « en très petite quantité », ce qui explique le manque; et, en même temps, l'excès de cuivre du moins en partie, car le métal tendait à dépasser 1/1 et à produire 17/15, etc.

17/15 COMMANDENT :
11.72
35.16
53.12
100.00

VII. — **Sulfophosphure de plomb.**

	CALCUL				ANALYSES (FRIEDEL)			
	d'après la loi.		d'après l'hypothèse.					
Ph.......	31 »	9.37	31 »	9.28	9.35	9.47	8.84	8.96
S........	93 »	28.12	96 »	28.74	30.01	30.40	28.42	28.82
Pb (5/3) ..	206.70	62.51	207 »	61.98	59.35	60.13	61.37	62.22
	330.70	100.00	334 »	100.00	98.71	100.00	98.63	100.00

Les deux analyses varient pour le soufre de 30,40 à 28.82 ou de 1.58/28.82 = 1/18.24. C'est beaucoup trop pour admettre l'homogénéité des cristaux. La première partie retenait du sulfure de phosphore qu'on a enlevé par l'eau (?).

VIII. — **Sulfophosphure d'argent.**

	CALCUL				ANALYSES (FRIEDEL)			
	d'après la loi.		d'après l'hypothèse.					
Ph.......	31 »	9.37	31 »	9.04	9.56	.....	9.15	9.19
S........	93 »	28.12	96 »	27.99	28.37	.....	28.66	28.81
Ag (5/3) ..	206.70	62.51	216 »	62.97	.....	63.05	61.68	62.00
	330.70	100.00	343 »	100.00			99.49	100.00

Les analyses laissent encore à désirer; cependant, elles sont plus d'accord avec la loi pour le soufre et pour l'argent.

La composition des sulfophosphures de plomb et d'argent est *la même.*

IX. — Sulfophosphure de mercure.

	CALCUL				ANALYSES (FRIEDEL)		
	d'après la loi.		d'après l'hypothèse.				
Ph.......	31 »	9.37	31 »	9.48	9.01	8.83	8.90
S........	93 »	28.12	96 »	29.36	....	29.11	29.36
Hg (5/3)..	206.70	62.51	200 »	61.16	....	61.22	61.74
	330.70	100.00	327 »	100.00		99.16	100.00

Ici, l'accord semble parfait pour le soufre avec l'hypothèse, et très peu satisfaisant pour la loi; mais le produit a été sublimé dans le vide avec un excès de sulfure de phosphore, ce qui explique l'excès de soufre. D'un autre côté, le mercure (6 grammes pour 3 de soufre) était insuffisant, c'était 186 pour 93 de soufre au lieu de 206.7.

X. — Sulfophosphure d'étain.

Friedel a varié les proportions d'étain et obtenu deux composés :

1° Avec Sn^1 :

	CALCUL				ANALYSES (FRIEDEL)		Les deux réunies.
	d'après la loi.		d'après l'hypothèse.				
Ph.......	31 »	17.19	31 »	16.67	16.83	.....	17.23
S........	93 »	51.56	96 »	51.61	.....	49.21	50.39
Sn (5/11)..	56.36	31.25	59 »	31.72	31.62	.....	32.38
	180.36	100.00	186 »	100.00			100.00

En réunissant les deux analyses, leur total est 97.66, et l'on est conduit aux nombres de la dernière colonne. Le nombre du soufre est encore mieux représenté par la loi; mais le grand excès d'étain laisse la solution nuageuse.

2° Avec Sn^2 :

	CALCUL				ANALYSES (FRIEDEL)		Les deux réunies : total, 98,87
	d'après la loi.		d'après l'hypothèse.				
Ph.......	31 »	13.28	31 »	12.653	12.01	.....	12.14
S........	93 »	39.84	96 »	39.184	.....	38.99	39.44
Sn (15/17).	109.4	46.88	118 »	48.163	48.45	47.3	48.42
	233.4	100.00	245 »	100.00			

Le soufre est un peu plus d'accord avec l'hypothèse (différences 0.26 et 0.40), mais on reconnaîtra que les analyses laissent trop à désirer pour trancher la question.

En résumé, de onze sulfophosphures, sept présentent un accord des analyses plus grand avec la loi qu'avec l'hypothèse; pour les quatre autres on peut voir le désaccord à bien peu près aussi grand avec l'une qu'avec l'autre; il est d'autant plus grand, que les analyses (très difficiles) laissent plus à désirer.

On peut, néanmoins, déduire de cet ensemble une preuve de plus de la certitude absolue de la loi générale des actions de mélange. Le soufre est uni au phosphore non dans la proportion de 6 équivalents à 1 (96 à 31); mais dans le rapport

$$S^{31\times8}\ Ph^{16} \text{ ou } S^{5,8125} \text{ à } Ph^{1}, \text{ en poids } 3 \text{ à } 1.$$

De même le sulfure de phosphore (*presque* hexasulfure) s'unit aux métaux dans les rapports dérivés des poids égaux et non par 1 équivalent ($S^{5,8125}$ Ph) avec 2 de métal.

Cette grande erreur classique saute aux yeux dans la revue que nous venons de passer, comme dans celle des phosphates, des tartrates (des émétiques), que je recommande de nouveau à tous mes confrères.

Elle va devenir d'une éblouissante clarté dans l'examen des séléniophosphures étudiés plus récemment par Friedel et Chabrié.

Si l'analogie du soufre et du sélénium avait la valeur qui lui a été attribuée, les séléniophosphures correspondraient, équivalent pour équivalent, aux sulfophosphures; on aurait :

$$PhS^{6} \text{ unis avec } M^{2}$$
$$PhSe^{6} \text{ unis avec } M^{2}$$

Mais d'après une première étude, Friedel et Chabrié ont trouvé pour les séléniophosphures une composition absolument différente; au lieu de 6 équivalents de sélénium, 3 seulement à peu près sont unis au phosphore. Et d'ailleurs, malgré cette différence capitale, le séléniure de phosphore $PhSe^{3}$ s'unirait avec M^{2} comme le sulfure de phosphore, qui ne lui correspond pas.

Si nous passons en revue les séléniophosphures, comme nous venons de faire pour les sulfophosphures, nous trouvons les premières indications des auteurs: ils ont fait agir Ag, Fe, Pb, Cu, Sn « dans les proportions $PhSe_3Ag_2$ $PhSe_3Fe_2$ $PhSe_3Pb$ $PhSe_3Cu_2$ $PhSe_3Sn$ 1/2. Ils ont obtenu des produits cristallins; ceux d'Ag et de Cu en aiguilles visibles à l'œil nu. » Ils donnent ce résultat : l'analyse du composé de cuivre correspond à la formule.

Ainsi, l'on a bien Se_3 au lieu de Se_6; c'est le point essentiel. Pour le cuivre, $PhSe_3 = 159$ demanderaient $Cu_2 = 63.5$. J'affirme d'avance que ces Messieurs ont parfaitement $Se = 93$ ou $Se \times 2.34$, au lieu de $39.75 \times 3 = 119.25$, et ensuite pour le cuivre $124 \times 11/21 = 64.95$ ou Cu_{2046}. Je n'insiste pas!

D. BECKER et G. HALPHEN

L'ESSAI DES ÉPROUVETTES EN MÉTALLURGIE [621.1]

— *Séance du 6 août 1895* —

Dans une étude faite par l'un de nous en 1893 ([1]), huit formules furent établies pour résoudre les différents problèmes que l'on peut se poser relativement à l'allongement proportionnel, à l'allongement de striction et à l'allongement total des éprouvettes.

Les recherches poursuivies depuis, en commun, nous ont amenés à reconnaître un phénomène intéressant qui accompagne la rupture des éprouvettes d'acier, et dont la connaissance constitue un caractère différentiel du fer et de l'acier doux. Son étude plus complète paraît en outre susceptible de fournir un certain nombre de données relatives à la qualité des aciers, mais nous n'avons pu, jusqu'à présent, réaliser suffisamment d'expériences pour aborder ce dernier point.

Si l'on met de côté l'aspect physique du métal, qui ne donne d'utiles indications qu'aux personnes très exercées, on peut dire que l'acier se distingue du fer par sa plus grande résistance à la traction et par sa teneur élevée en manganèse. Ainsi, tandis que le fer ne supporte guère plus de 40 kilogrammes par millimètre carré, l'acier puddlé résiste à 45 kilogrammes et les aciers à outils ne se rompent guère que sous un effort de 80 kilogrammes. La teneur en manganèse atteint toujours au moins 0.2 dans les aciers, tandis qu'elle est beaucoup moindre dans les fers.

Cependant, certains aciers doux ne supportent guère plus de 40 kilogr., et leur caractérisation est souvent un problème malaisé.

([1]) BECKER, *Revue scientifique*, 15 avril 1893, p. 476.

Les observations que nous allons rapporter permettent de différencier rapidement et simplement ces aciers doux du fer proprement dit.

Lorsque l'on soumet à l'épreuve de traction une éprouvette d'acier, on remarque qu'après rupture les deux tronçons sont aimantés; la partie tirée qui, dans notre machine d'essai, représente le morceau supérieur, présente toujours dans la partie brisée un pôle nord, tandis que la partie correspondante de la portion tirante présente, au contraire, un pôle sud. Ces phénomènes d'aimantation sont infiniment moins marqués lorsque, au lieu d'employer des éprouvettes en acier, on opère avec des éprouvettes en fer.

Pour nous rendre aisément compte des variations des puissances magnétiques ainsi développées, nous avons imaginé de déterminer expérimentalement quels poids de fil de clavecin pouvaient supporter les extrémités libres des parties rompues.

Nous avons choisi à cet effet un fil de clavecin dont 1 centimètre pesait 1 centigramme, et nous en avons découpé des longueurs de 1, 2, 3, 4... 20 centimètres, et nous avons de suite examiné des aciers doux se rompant sous un effort moyen de 40 kilogrammes. Le tableau suivant résume nos observations :

	ÉPROUVETTE PRIMITIVE			ÉPROUVETTE BRISÉE (1)						
				PARTIE TIRÉE			PARTIE TIRANTE			
Nature de l'échantillon	Section en millim. carrés	Longueur totale en centimètres	Résistance en kil. par millim. carrés	Longueur	Poids supporté par la partie brisée	Poids supporté par la partie extrême	Longueur	Poids supporté par la partie brisée	Poids supporté par la partie extrême	Total des poids supportés par les 4 parties
					centigr.					
Acier	»	42.5	»	31.7	12	3	10.8	3	Σ	18
—	»	42.4	»	29.5	17	4	12.9	3	Σ	24
—	282	42.9	40	28.3	11	2	13.6	2	Σ	15
—	244	42.6	39.1	23.8	11	Σ	18.8	6	Σ	17
—	232	42.5	40.5	22.1	4	Σ	20.4	14	2	20
—	174	42.6	40.1	17.1	8	Σ	25.5	10	1	19
—	168	43.2	40.7	24.2	11	2	19	13	6	32
—	128	42.6	40.1	22.3	19	2	20.3	15	2	38
—	168	42.2	39.7	18.4	9	2	23.4	17	6	34
—	166	44.6	42.1	15.2	5	Σ	29.4	14	5	24
—	»	35.3	»	18.3	6	Σ	15	3	Σ	9
Fer	182	»	34.5	»	3	0	»	0.5	0	3.5
—	203	»	36.2	»	1	0	»	Σ	0	1
—	198	»	33.5	»	4	0	»	Σ	0	4
—	184	»	32	»	1	0	»	1	0	2
Métal Métis (2)	81	»	38.2	»	13	7	»	3	Σ	23
—	83	»	37.6	»	6	2	»	6	Σ	14
—	109	»	39.3	»	7	Σ	»	9	Σ	16

(1) Σ signifie aimantation très faible qu'on ne peut évaluer par le moyen mis en œuvre.

(2) Mélange de mises de fer et d'acier.

En examinant le tableau précédent, on remarque :

1° Que les extrémités primitives de l'éprouvette sont dépourvues d'aimantation après la rupture lorsque l'on a agi sur du fer, tandis qu'elles présentent un champ magnétique d'intensité variable, toujours appréciable à l'aiguille aimantée, lorsque le métal est de l'acier;

2° Que la somme des puissances magnétiques des 4 extrémités est très faible pour le fer, puisqu'elle n'a pas atteint 5 unités, tandis qu'elle paraît être au moins égale à 9 et généralement supérieure à 10 dans la majorité des cas.

Il en résulte que l'évaluation du magnétisme créé par la rupture peut, entre autres applications, servir à caractériser le fer.

M. J. DUPONT

Attaché au Laboratoire de chimie organique de la Faculté des sciences, à Paris.

ANALYSES D'ÉCHANTILLONS AUTHENTIQUES DE SAINDOUX AMÉRICAINS

[543.1]

— *Séance du 6 août 1895* —

La question de la recherche de l'huile de coton dans les saindoux américains a été, en ces derniers temps, fréquemment posée aux analystes. Les intérêts mis en jeu par les contestations dans lesquelles les chimistes ont eu à se prononcer étant considérables, nous espérons que le Congrès ne trouvera pas indigne de lui de s'occuper de ces questions si délicates d'analyses de matières grasses. On a proposé d'innombrables méthodes d'essai; chaque jour, pourrait-on dire, en voit éclore de nouvelles; bien peu peuvent prétendre conduire sûrement à des résultats certains.

On désigne sous le nom de saindoux le produit résultant de la fonte de la graisse de porc. On conçoit aisément que les caractères d'un saindoux peuvent varier dans de vastes limites. Ils dépendront de plusieurs facteurs: la race des porcs, la nourriture qui leur a été donnée, et surtout la partie de l'animal sur laquelle aura été prélevée la graisse. Les analyses suivantes en donneront la preuve. Elles ont été faites sur des produits d'une authenticité incontestable, attestée

par les documents officiels qui les accompagnaient. Les uns ont été prélevés au hasard des chaudières dans différentes usines des États-Unis; les autres ont été obtenus dans les établissements Wilcox en fondant séparément des graisses provenant des différentes parties d'un même porc.

L'examen de ces échantillons à l'oléo-réfractomètre de MM. Amagat et Ferdinand Jean, et la détermination des glycérides non saturés par la méthode de Hübl (indice d'iode) ont donné les résultats suivants :

	OLÉO-RÉFRACTOMÈTRE	HÜBL
1. Saindoux de la panne *(leaf lard)*...	—11°5	60
2. — du dos *(back lard)*.......	— 5°	65
3. — du ventre *(belly lard)*....	— 7°	63
4. — de la tête *(head lard)*....	— 7°	63
5. — du pied *(foot lard)*.......	— 4°	66
6. — des intestins *(gut lard)*...	—11°	60
7. — rance *(rancid lard)*......	— 7°	63
8. — sûr *(sour lard)*..........	— 6°	64
9. — marchand...............	— 7°	63
10. Huile de lard, extraite par pression du saindoux brut *(Wilcox)*.......	—10°	80
11. Huile de lard, extraite par pression du saindoux brut *(John Morrell)*..	0°	85

Ces résultats étaient faciles à prévoir. La graisse de chaque partie du corps de l'animal possède une composition différente; celle de la tête ou du pied renferme plus d'oléine que celle de la panne (épiploon) ou celle des intestins. Le mélange de ces graisses donne, lorsqu'on le fond, un produit semi-liquide. En le pressant, on en extrait la partie la plus riche en oléine, qui constitue l'huile de lard. C'est le produit ainsi pressé qui est importé en Europe sous le nom de saindoux. Selon que la pression aura été plus ou moins énergique, on obtiendra une matière plus ou moins riche en oléine, partant plus ou moins solide. Plus la graisse contiendra d'oléine, plus le chiffre d'iode trouvé sera élevé, plus le degré de l'oléo-réfractomètre sera faible. La moyenne d'un grand nombre d'échantillons commerciaux a fourni à l'oléo-réfractomètre de — 7° à — 8°; comme chiffre de Hübl, de 61 à 63.

Si l'on adopte comme critérium de pureté les chiffres adoptés généralement, chiffres déterminés sur des saindoux français, on sera, dans tous les cas, amené à conclure à la présence d'huile végétale dans les produits soumis à l'analyse. On adopte, en effet, pour un saindoux pur les chiffres suivants :

Degré à l'oléo-réfractomètre : — 12°5; chiffre d'iode : 59.

Les chiffres trouvés avec les saindoux américains s'écartent toujours de ceux-là.

Une autre cause d'erreur réside encore dans l'emploi du procédé au nitrate d'argent. Cette méthode, imaginée par Bechi, consiste à chauffer la graisse en présence d'une solution alcoolique de nitrate d'argent. Dans le cas où la graisse renferme de l'huile de coton, même en faible proportion, on observe une coloration noire, plus ou moins intense suivant la teneur en huile. Cette réaction peut se produire sans que la présence d'huile de coton soit nécessaire. J'ai constaté que des échantillons de saindoux pur qui étaient demeurés plusieurs mois dans le laboratoire, et avaient acquis une forte odeur rance, agissaient fortement sur la solution de nitrate d'argent, évidemment à la faveur des produits d'oxydation formés. Il faut donc encore ici opérer en s'entourant des précautions les plus minutieuses : agir sur les acides libres et non sur la graisse, comme le recommande M. Milliau, et au besoin épurer préalablement la graisse par des lavages à l'alcool chaud.

J'ai cherché à savoir de quelle nature étaient les produits existant dans l'huile de coton qui noircissent la solution de nitrate d'argent. En soumettant des huiles de coton de diverses provenances à l'entraînement par un rapide courant de vapeur d'eau, j'ai isolé, dans tous les cas, de petites quantités d'une matière douée d'une odeur désagréable dans laquelle j'ai constaté la présence du soufre. De quelle nature est cette matière? C'est ce qu'il m'a été impossible de savoir jusqu'ici, étant données les faibles quantités que j'ai pu isoler. J'estime cependant qu'elle est différente de celles qui existent dans les huiles de crucifères. En effet, les réactions de ces dernières sont différentes de celles de l'huile de coton. Elles n'agissent pas sur la solution alcoolique de nitrate d'argent.

Quoi qu'il en soit, il y aurait là, sans doute, un moyen certain de déceler l'huile de coton dans les graisses animales. Il suffirait de les soumettre à l'entraînement par la vapeur, et de chercher le soufre dans les produits entraînés. Mais il est à craindre que cette matière ne puisse être facilement enlevée à l'huile, ce qui diminue bien la valeur de ce caractère (1).

(1) Des expériences entreprises depuis cette communication ont montré que les huiles d'olive et d'œillette contiennent également une matière sulfurée et volatile avec la vapeur d'eau.

M. E. BURCKER

à Paris.

ACTION DE L'ANHYDRIDE CAMPHORIQUE SUR LE BENZÈNE EN PRÉSENCE DU CHLORURE D'ALUMINIUM FORMATION D'UN NOUVEL ACIDE CÉTONIQUE [547.7]

— *Séance du 6 août 1895* —

J'ai déjà fait connaître (1) un certain nombre de corps qui prennent naissance lorsqu'on fait réagir l'anhydride camphorique sur le benzène en présence du chlorure d'aluminium. Dans ces derniers temps, j'ai réussi à isoler un nouveau composé qui semble se former principalement vers la fin de la réaction, alors que l'on chauffe un peu le mélange : on observe à ce moment un dégagement très énergique de gaz, et si l'on a soin de les faire passer dans l'eau, afin d'absorber l'acide chlorhydrique, on peut recueillir une proportion notable d'un autre gaz qui présente tous les caractères de l'oxyde de carbone. Le produit de cette réaction, traité ensuite suivant la méthode ordinaire (par l'eau, la potasse et l'acide chlorhydrique), donne finalement un corps résineux, légèrement jaunâtre, qui, à la suite d'un certain nombre de purifications obtenues par son passage dans des combinaisons salines, sa précipitation par les acides et sa cristallisation dans l'alcool, se présente sous la forme de petits cristaux blancs dont la composition répond à la formule $C^{15}H^{20}O^{2}$.

Sa formation peut être exprimée par l'équation suivante :

$$C^{10}H^{14}O^{3} + C^{6}H^{6} = CO + C^{15}H^{20}O^{2}.$$

L'analyse de ce produit, effectuée un très grand nombre de fois, a toujours donné des chiffres de carbone et d'hydrogène qui répondent exactement à ceux que la théorie lui assigne.

	Trouvé (moyenne d'un grand nombre d'analyses).	Théorie pour $C^{15}H^{20}O^{2}$.
C.........	77,17	77,58
H.........	8,58	8,62

(1) *Bulletin de la Société Chimique*, 3e série, t. IV, p. 112; — *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXIX, p. 426.

Ce corps possède les propriétés d'un acide faible; il agit sur le tournesol et sur la phtaléine du phénol, mais n'influence pas l'orangé III Poirier; avec les bases alcalines, il forme des sels cristallisés qui sont facilement décomposés par les acides, même par l'acide carbonique. C'est en utilisant cette dernière propriété que j'ai pu isoler le produit parfaitement pur et bien cristallisé.

Le *sel ammoniacal* a été préparé en faisant passer un courant d'ammoniaque dans la solution alcoolique de l'acide; ce sel se décompose très rapidement au contact de l'air, en perdant son ammoniaque.

Le *sel de baryum*, obtenu soit par double décomposition à l'aide du sel de potassium et de l'azotate de baryum, soit par combinaison directe de l'acide avec la baryte, se présente sous la forme de petits cristaux blancs, d'aspect nacré, contenant neuf molécules d'H^2O. L'analyse de ce sel desséché à 100° a donné :

		Théorie pour $(C^{15}H^{19}O^2)^2$ Ba. —
Ba p. 100.......	22,66	22,87

Le *sel d'argent* constitue un précipité blanc qui se forme par double décomposition. Après dessiccation à 100°, il laisse à la calcination :

		Théorie pour $C^{15}H^{19}O^2$, Ag. —
Ag p. 100.......	31,3	31,85

On peut former de même, par double décomposition et très facilement, les sels de cuivre (vert), de cobalt (rose), de nickel (blanc verdâtre), de zinc (blanc), de plomb (blanc).

L'acide préparé comme il est dit plus haut est à peu près complètement insoluble dans l'eau; il se dissout difficilement dans la ligroïne, un peu mieux dans le benzène, et très facilement dans l'acide acétique, l'alcool, l'éther et le chloroforme; il fond à 135°-137° et bout à 320° sous la pression de 760 millimètres, à 250° dans le vide.

Son poids moléculaire, déterminé par la méthode cryoscopique de M. Raoult, a été trouvé égal à 224 (théorie 232). Il possède un pouvoir rotatoire dextrogyre.

Éther éthylique. — En faisant passer un courant d'acide chlorhydrique à travers une solution alcoolique de l'acide, on obtient, par évaporation, un composé cristallisé, très facilement soluble dans la ligroïne, d'où il se dépose en très beaux cristaux fusibles à 48°-50°.

Les éléments de ces cristaux, dont je dois la détermination à l'obligeance de M. Dufet, sont les suivants : « Cristaux clinorhombiques formés des faces *p* (001), *m* (110), *e'* (011), *h'* (100), *o'* (101); clivage parfait suivant *p*. Hémièdres; les faces *e'* se montrent seulement sur la partie positive de l'axe *b*; la partie gauche des cristaux est formée de faces arrondies et indéterminables :

$$a : b : c = 1,3715 : 1 : 2,4290.$$

Propriétés optiques. — Plan des axes parallèle à *g'* (010) : un des axes se voit dans *p* et fait dans l'air, avec la normale à *p*, un angle d'environ 50° dans l'angle aigu des axes; l'angle intérieur, avec la normale à *p*, a été estimé, par suite des mesures par réflexion totale, à 28°51'. L'autre axe est presque parallèle à *p* et se trouve dans l'angle obtus des axes cristallographiques. Le centre des anneaux est trop près de la limite de réflexion totale pour se voir, même dans un liquide très réfringent; les indices évalués par réflexion totale sur une face *p*, dans l'iodomercurate de sodium, ont été trouvés égaux à

$$n_g\ 1,612, \quad n_m\ 1,578, \quad n_p\ 1,517.$$

Cet éther a donné à l'analyse des chiffres de carbone et d'hydrogène qui correspondent exactement à la formule

$$C^{15}H^{19}(C^2H^5)O^2.$$

	Trouvé	Théorie
C.......	78,4	78,46
H.......	9,3	9,23

L'*éther méthylique* $C^{15}H^{19}(CH^3)O^2$ se forme aussi facilement que le précédent si l'on traite par l'acide chlorhydrique gazeux une solution de l'acide dans l'alcool méthylique; il se dissout moins facilement que le premier dans l'éther de pétrole, d'où on l'obtient sous la forme de longues aiguilles qui semblent appartenir aussi au système clinorhombique. Il fond à 85°-87°.

Ces deux éthers ne sont saponifiés que difficilement par les alcalis; l'acide sulfurique les décompose instantanément.

Constitution. — La constitution du composé ainsi obtenu par action de l'anhydride camphorique sur le benzène se déduit nettement et facilement de celle qui a été assignée par M. Friedel à l'acide camphorique, à l'exactitude de laquelle sa formation vient

apporter une nouvelle preuve; elle devra donc être représentée de la manière suivante :

C^6H^5
COH
CO

C'est du reste la seule formule de constitution qui soit en concordance avec son mode de formation et avec ses propriétés, qui sont celles d'un composé à double fonction alcoolique et cétonique, dont la faible acidité est due au voisinage du carboxyle et de l'hydroxyle alcoolique.

On remarquera l'analogie que présente cette constitution avec celle qui est attribuée à l'acide campholique si bien étudié dans ces derniers temps par M. Guerbet.

CH^3
COH
CO

Les propriétés des deux acides sont également très voisines les unes des autres, avec cette différence pourtant que l'acide que je viens de former produit très facilement des éthers, ce qui, sans doute, doit être attribué à la présence du radical C^6H^5, au voisinage de l'oxhydryle alcoolique. Ces éthers, pourtant, comme ceux de l'acide campholique, ne sont saponifiés que difficilement par les alcalis.

M. J.-H. GLADSTONE

Membre de la Société Royale de Londres.

SUR LA REFRACTION MOLÉCULAIRE DES SELS ET DE LEURS SOLUTIONS

[541.3]

— *Séance du 6 août 1895* —

Sous ce titre, j'ai fait une communication à la séance de l'Association française à Besançon, il y a deux ans.

Je démontrai qu'en comparant la réfraction moléculaire des sels solides à la réfraction du sel déduite de celle de sa solution dans l'eau, il y avait généralement un changement léger mais distinct.

Dans quelques cas, le sel dissous était plus réfringent que le solide, et, dans d'autres cas, il l'était moins. Ce fait a formé le point de départ d'un travail étendu que j'ai poursuivi en collaboration avec M. Hibbert.

Nous avons non seulement confirmé le fait dans des cas ultérieurs, mais nous nous sommes aussi assurés que les rayons les plus réfrangibles sont proportionnellement plus affectés par la dissolution que les rayons moins réfrangibles, soit que le changement se produise dans le sens de l'accroissement ou du décroissement.

Nous trouvons aussi que lorsque les liquides acides anhydres sont dissous dans l'eau, la réfraction est aussi changée.

Dans le cas des acides halogènes, HCl, HBr, HI, l'accroissement est très considérable; dans le cas des acides nitrique et sulfurique, il n'est pas aussi grand, tandis que dans le cas des acides formique, acétique et propionique, il l'est encore moins.

Nous trouvons aussi que si la solution saturée d'un sel ou d'un acide indique un changement, l'addition de plus en plus grandes quantités d'eau produit encore un changement dans le même sens, mais relativement plus petit, jusqu'à ce qu'il devienne inappréciable. De cette manière, nous avons obtenu de bonnes courbes du changement de la réfraction moléculaire du solide ou liquide anhydre à la solution la plus étendue. Les acides inorganiques montrent le plus grand accroissement dans la réfraction, pour les sels de lithium, ensuite les sels de sodium, tandis que les sels de potassium et rubidium montrent peu de changement, ou même aucun. Les sels des

métaux bivalents : magnésium, calcium, strontium et baryum montrent aussi cet accroissement; mais le chlorure ferrique et les chlorures du platine et de l'or, qui ont une plus grande valence, font preuve d'un changement marqué dans la direction opposée. Les chlorures, les bromures et les iodures montrent presque toujours un changement dans la direction de l'accroissement; les nitrates des métaux d'un grand poids atomique montrent un décroissement, tandis que les sulfates montrent peu ou aucun changement appréciable.

Nous avons remarqué que là où l'énergie réfringente spécifique d'un élément métallique est très grande, le changement réfringent, en dissolvant ses sels, est aussi comparativement grand.

Nous trouvons aussi qu'il existe une analogie rapprochée entre ce changement de réfraction moléculaire et le changement de rotation du plan de polarisation de la lumière polarisée, comme il a été déterminé par le Dr Perkin : de toute manière concernant les acides halogènes, les acides organiques et les sels de lithium et de sodium. On doit se rappeler que ces changements de la réfraction moléculaire sont ordinairement très petits, sinon au-dessous des limites des erreurs expérimentales. Celles-ci sont responsables de quelques-unes des irrégularités que l'on rencontrait précédemment, en déterminent la réfraction moléculaire des éléments et indiquent le chemin à suivre pour arriver à une plus grande exactitude dans les déterminations futures.

L'origine du changement de réfraction est pour le moment obscure, mais elle dérive probablement du changement graduel d'arrangement dans les parties constituantes du sel ou de l'acide sous l'influence de l'eau. Pour le présent, nous n'avons aperçu aucune indication d'hydrate ni trouvé aucun soutien à l'opinion, qu'un sel dissous dans une grande quantité du dissolvant prend les propriétés d'un gaz; mais nous trouvons de claires indications que ces phénomènes ont quelques rapports à la conductibilité électrique et à l'affinité chimique. Dans cette recherche, nous sommes bien redevables aux observations de savants français et d'autres du continent.

M. G. DENIGÈS

Agrégé de la Faculté de médecine de Bordeaux.

TROIS NOUVEAUX RÉACTIFS DES AZOTITES [544.1]

— Séance du 8 août 1895 —

Les réactifs de Griess pour la recherche de l'acide azoteux, grâce à leur spécificité ont, dans ces dernières années, presque totalement remplacé, en analyse, les indicateurs ioduro-amidonnés si facilement impressionnés par tant de substances diverses et auxquels ils ne le cèdent pas en sensibilité.

Les sels de métaphénylène diamine, notamment, sont de plus en plus employés dans ce but.

Cependant, ces réactifs si précieux ne sont pas exempts d'inconvénients, parmi lesquels leur attaque par les halogènes, par les hypochlorites et hypobromites, et surtout l'action décomposante rapide de l'air sur leurs solutions, sont les principaux.

Il n'est donc pas inutile de rechercher d'autres substances ne présentant pas ces défauts : le but du présent travail est de faire connaître trois nouveaux réactifs qui, à des titres divers, peuvent, en analyse, offrir des avantages sur ceux dont on se sert couramment aujourd'hui.

I. On sait, depuis déjà longtemps (1), que les phénols traités à l'ébullition par la liqueur de Millon donnent un précipité soluble en rouge dans l'acide acétique, et produit par des dérivés diazoïques. Cette réaction permet de déceler 1/2,000,000 de phénol ordinaire.

Or, le réactif de Millon est un mélange d'azotite et d'azotate de mercure. Je me suis assuré directement que les azotates mercureux et mercurique ne donnaient pas de coloration avec les phénols, et que la substance vraiment efficace dans le cas qui nous occupe était l'azotite mercurique, ou, ce qui revient au même, l'acide azoteux en présence d'un sel mercurique. J'ai constaté, en outre, que la dose d'acide azoteux, nécessaire pour obtenir une coloration marquée,

(1) Plügge, *Zeitschrift für analyt. Chemie,* t. XIV, et Almen, *Jahresb. d. Chem.*, 1878, p. 1079.

pouvait être fort minime, à condition que la proportion de mercure fût assez notable.

En utilisant ces données, j'ai préparé un réactif des azotites, d'une grande sensibilité, *absolument spécifique,* et qui a l'avantage, sur la plupart de ceux qui sont employés, d'être incolore, tout à fait inaltérable à la lumière, à l'air et aux autres oxydants, notamment aux azotates, chlorates, hypochlorites, hypobromites, chlore, brome, etc.

Il se compose de deux liquides séparés :

1° LIQUIDE A.

Phénol pur bien blanc.........	1	gramme.
Acide sulfurique..............	4	cent. cubes.
Eau distillée.................	100	—

Mêler et agiter.

2° LIQUIDE B (1).

Acétate mercurique en poudre..	5	grammes.
Acide acétique cristallisable	20	cent. cubes.
Eau distillée.................	100	—

Mêler, agiter quelques minutes, ajouter un demi-centimètre cube d'acide sulfurique et filtrer.

Ou, mieux encore :

Oxyde mercurique............	3gr50	
Acide acétique cristallisable	20	cent. cubes.
Eau distillée.................	100	—

Mêler, agiter quelques instants jusqu'à dissolution, ajouter un demi-centimètre cube d'acide sulfurique et filtrer.

Pour l'emploi, on mélange volumes égaux (2cc) de chacune de ces liqueurs, on porte à l'ébullition et on ajoute I ou II gouttes du liquide à analyser ; avec les solutions nitreuses renfermant au moins 0gr50 d'azotite par litre, on a aussitôt une coloration rose ou rouge. Pour les solutions plus étendues, on ajoute au réactif de 1 à 10 centimètres cubes de ces solutions et on fait de nouveau bouillir si la coloration rose ne se manifeste pas spontanément au bout de quelques secondes. On a ainsi une teinte rosée manifeste avec 4 centimètres cubes de réactif et 10 centimètres cubes d'une eau renfermant 2 milligrammes d'azotite de sodium par litre, à condition de maintenir l'ébullition du mélange pendant au moins une minute.

(1) Le liquide B peut, à la rigueur, être remplacé par la solution de sulfate acide de mercure que j'ai employée pour la recherche du thiophène. (*Comptes rendus de l'Acad. des Sciences*, 18 mars 1895.)

En employant 100 centimètres cubes d'eau et 10 centimètres cubes de chacune des liqueurs A et B, et faisant bouillir deux ou trois minutes, on peut déceler encore une coloration de la masse avec 0mg2 d'acide azoteux par litre.

La teinte obtenue est, pour de faibles quantités, proportionnelle à la dose d'azotite, ce qui permet une détermination quantitative au colorimètre.

Il semblerait qu'on pût simplifier le mode d'emploi du réactif en mélangeant à l'avance les deux solutions, de façon à en faire un liquide unique; mais on constate que le mélange, d'abord limpide, s'altère bientôt en laissant déposer une combinaison phénolique de mercure. Le léger inconvénient d'avoir deux solutions séparées est, d'ailleurs, plus que compensé par leur inaltérabilité absolue.

II. Le second réactif se prépare en mettant dans un matras jaugé de 100 centimètres cubes :

Aniline pure.................	2	cent. cubes.
Acide acétique cristallisable....	40	—
Eau distillée q. s. pour........	100	—

Dans cette préparation, il arrive fréquemment que l'acide acétique du commerce, même cristallisable, qui est le plus souvent d'origine pyrogénée, renferme encore des traces de furfurol et donne, avec l'aniline, une solution colorée en rose plus ou moins intense.

Pour décolorer le réactif dans ces conditions, il suffit, après l'addition d'eau distillée, de le porter à l'ébullition. Par refroidissement, il reste incolore et demeure tel pendant un temps fort long, si on a soin de le conserver dans un flacon de verre jaune ou noir.

Lorsqu'on veut rechercher les azotites, on met dans un tube 5 centimètres cubes de réactif et une quantité du liquide à examiner variant de I goutte pour les solutions concentrées, à 10 centimètres cubes pour les eaux potables qui ne renferment habituellement que de très faibles proportions d'azotites, puis on porte à l'ébullition. On obtient ainsi une coloration qui varie du jaune paille à l'orangé foncé, selon la dose de nitrite et qui est produite par un dérivé du benzène-azo-amido-benzène, $C^6A^5 — Az = Az — C^6H^4AzH^2$.

Cette coloration passe au rouge par addition de quelques gouttes d'un acide minéral (ClH ou SO^4H^2), redevient jaune par addition d'une quantité suffisante de soude ou même d'acétate de soude et vire de nouveau au rouge par un excès d'acide minéral (1).

(1) La substance qui prend naissance dans cette réaction, peut remplacer avantageusement l'hélianthine ou la cochenille pour le titrage des acides forts en présence des acides faibles.

La teinte rouge produite par les acides forts est notablement plus intense que sa correspondante jaune; elle permet de caractériser l'acide azoteux dans une solution ne renfermant que 2 milligrammes d'azotite de sodium par litre et même d'en retrouver une quantité bien plus faible ($0^{mg}2$ d'acide azoteux par litre) dans les eaux potables, en employant 100 centimètres cubes de ces eaux, 50 centimètres cubes de réactif, faisant bouillir trois ou quatre minutes et acidulant à l'acide sulfurique.

Les chlorates et les azotates n'impressionnent pas le réactif. Seuls, les hypochlorites et hypobromites, le chlore et le brome libres, le colorent à froid, comme ils colorent d'ailleurs les réactifs de Griess.

De plus, comme les acides minéraux en excès peuvent perturber la réaction, il sera bon, lorsqu'on voudra rechercher par ce procédé l'acide azoteux dans les solutions salines très acides, de neutraliser au préalable ces dernières par les alcalis caustiques ou carbonatés avant de les ajouter à l'acétate d'aniline.

Enfin, ajoutons que ce réactif se prête fort bien à la recherche des nitrites en présence des iodures et permet un dosage colorimétrique facile de l'acide azoteux.

III. La solution de résorcine :

Résorcine pure, blanche.......	1 gramme.
Eau distillée.................	100 cent. cubes.
Acide sulfurique..............	X gouttes.

dont j'ai donné la formule (1) pour la recherche de l'acide tartrique, peut être employée pour déceler les nitrites en opérant ainsi :

On met dans un tube IV gouttes de la solution à examiner, 2 centimètres cubes d'acide sulfurique pur, on verse V gouttes du réactif résorcinique et on agite; dans le cas de la présence des azotites, on a sans chauffer une coloration rouge carmin ou bleu violacé très intense, se produisant déjà avec $0^{mg}01$ d'acide azoteux, dissous dans la quantité de liquide employé.

Le même réactif est coloré en vert par les chlorates; je montrerai prochainement comment on peut l'utiliser pour la recherche de ces sels.

(1) *Journal de Pharm. et de Chim.*, 15 juin 1895.

M. G. DENIGÈS

Agrégé de la Faculté de médecine de Bordeaux.

SUR UNE RÉACTION COLORÉE SPÉCIFIQUE DES CHLORATES

— *Séance du 8 août 1895* —

Le même réactif à la résorcine dont j'ai donné la formule (1) pour la recherche de l'acide tartrique à chaud et des azotites à la température ordinaire, permet de caractériser les chlorates, même dans un mélange.

Pour cela, on met dans un tube à essai I ou II gouttes *au plus* de la solution chloratée et on ajoute *2 centimètres cubes* d'acide sulfurique pur. On fait refroidir le mélange en portant le tube dans de l'eau et agitant; on verse ensuite, *sans agiter*, V gouttes de solution résorcinique, on porte de nouveau le tube dans l'eau froide et on agite peu à peu. Dans le cas de la présence des chlorates, et si le titre de leur solution ne dépasse pas 2 p. 100 au maximum, on obtient ainsi une coloration verte encore très sensible avec 0mg01 de ces sels.

Dans les mêmes conditions, les azotates ne donnent qu'une faible coloration jaunâtre, passant au rouge violacé par l'action de la chaleur.

La présence simultanée d'azotites masquerait complètement la réaction, par suite de la teinte bleu violacé intense que prendrait alors le liquide.

Si donc, en opérant comme il a été dit plus haut, on obtenait cette teinte bleue, on conclurait d'abord à la présence d'un azotite et l'on modifierait comme suit le manuel opératoire pour la recherche des chlorates. On additionnerait 2 ou 3 centimètres cubes de la solution saline de la moitié de son volume d'ammoniaque, on filtrerait s'il y avait lieu et on sursaturerait par l'acide acétique; on réduirait, par évaporation à IV ou V gouttes, 1 à 2 centimètres cubes du liquide acidulé, en faisant bouillir dans un tube et agitant constamment, on ajouterait au résidu X à XV gouttes d'eau, dont I ou II gouttes

(1) Résorcine, 1 gramme; eau, 100 centimètres cubes; acide sulfurique, X gouttes.

seraient traitées comme précédemment, à froid, par l'acide sulfurique et la résorcine, et on aurait la coloration verte cherchée.

En opérant ainsi, j'ai pu très facilement obtenir la teinte verte indiquée, avec une solution renfermant par litre : 10 grammes d'azotite de sodium, 10 grammes d'azotate de potassium et 1 gramme seulement de chlorate potassique.

Si la solution saline était colorée par des chromates, permanganates, etc., on effectuerait la recherche des chlorates sur le liquide résultant du traitement de cette solution par le sulfhydrate d'ammoniaque, après avoir filtré, sursaturé avec l'acide acétique, fait bouillir et filtré de nouveau.

Enfin, si la liqueur renferme des iodures, il est utile de les éliminer au préalable par l'acétate de plomb, le bichlorure de mercure ou le sulfate d'argent.

La réaction qui vient d'être indiquée est spécifique pour les chlorates et présente sur celle du sulfate d'aniline l'avantage de ne pas être commune aux bromates ; elle est, en outre, d'une très grande sensibilité, à tel point qu'il est quelquefois préférable de diluer les solutions analysées si l'on veut avoir avec plus de netteté la coloration caractéristique. La dilution est nécessaire quand le liquide examiné renferme plus de 20 grammes par litre, de chlorate ou d'azotate ; on étend alors la solution à un dixième.

Remarque. — La liqueur débarrassée d'azotite par l'action successive de l'ammoniaque et de l'acide acétique à chaud, se prête aussi à la recherche des azotates : il suffit pour cela de mettre dans un tube I ou II gouttes de cette liqueur, d'ajouter 2 centimètres cubes d'acide sulfurique pur et IV à V gouttes d'une solution saturée de sulfate ferreux. Dans le cas de la présence d'un azotate, il se produit la teinte bien connue, variant du rose au brun, selon la dose de sel nitrique.

Ainsi un même réactif, la solution sulfurique de résorcine, aidée du sulfate ferreux, permet de rechercher très rapidement et très sûrement quatre catégories de sels : les tartrates, azotites, azotates et chlorates, dont la présence simultanée dans un même liquide complique habituellement beaucoup l'analyse par les méthodes ordinaires.

M. E. CHARON

à Paris.

DÉRIVÉS DE L'ALDÉHYDE CROTONIQUE [547.5]

— *Séance du 9 août 1895* —

L'aldéhyde crotonique, préparée soit par la méthode de Lieben, soit par celle de Newbury et Orndorff, est un produit bouillant mal. Si on la sèche soigneusement à chaud sur du chlorure de calcium, on peut obtenir un point d'ébullition passable, mais c'est aux dépens d'une partie du produit qui se polymérise. Il était intéressant de voir si ce corps est bien un produit unique ou un mélange des deux stéréo-isomères possibles. Dans ce but, et étant donné que l'on connaît les acides correspondants, l'un solide fondant à 71° et l'autre liquide, il est tout indiqué de recourir à l'oxydation pour parvenir au résultat cherché. Il faut opérer bien entendu dans des conditions telles que l'acide liquide qui se transforme facilement en son isomère solide ne soit pas modifié. Pour cela, on réalise l'oxydation à l'aide de l'oxyde d'argent humide par le procédé de Kékulé. L'aldéhyde avait d'abord été séparée en deux portions: une partie passant de 100° à 104°, et une partie de 104° à 108°. Ces deux portions oxydées séparément ont donné des résultats identiques.

A une solution aqueuse saturée d'aldéhyde crotonique (solution à 1 p. 10 environ), on ajoute un excès d'oxyde d'argent bien lavé. On abandonne vingt-quatre heures à la température ordinaire en agitant de temps en temps, puis on porte quelques heures au bain-marie à 50°. Lorsque toute odeur crotonique est disparue, on ajoute du carbonate de soude en léger excès pour décomposer le crotonate d'argent formé. On suppose que toute l'aldéhyde s'est transformée en acide. On filtre à la trompe; on obtient une solution presque incolore.

Le résidu recueilli sur le filtre, composé d'oxyde d'argent et d'argent réduit, le tout souillé par un peu de matières résineuses, est lavé à l'alcool éthéré et dissous dans un excès d'acide azotique pur. De cette solution, la soude précipite de l'oxyde d'argent pou-

vant servir à de nouvelles opérations. Avec une quantité limitée d'argent, on peut ainsi oxyder de grandes quantités d'aldéhyde sans passer par la régénération à l'état d'argent métallique.

Quant à la solution renfermant les produits de l'oxydation, on l'évapore presque à sec dans le vide ou à 60°; on additionne le résidu d'un léger excès d'acide sulfurique étendu et on épuise le mélange par le chloroforme ou l'éther. Ces solvants évaporés n'abandonnent qu'un seul produit en cristaux jaunâtres. D'ailleurs, déjà après l'évaporation, on pouvait constater que l'on n'avait entre les mains qu'un seul crotonate. Les cristaux précédents peuvent être purifiés soit par distillation dans le vide, conditions dans lesquelles la transformation de l'acide liquide en son isomère n'a pas lieu, soit de préférence par une ou deux cristallisations dans la ligroïne.

On obtient un produit unique, l'acide crotonique solide fondant à 71°, et cela avec des rendements pouvant atteindre 90 p. 100. Le reste est constitué par des matières résineuses.

L'aldéhyde abandonnée à l'air ne tarde pas à s'oxyder en donnant des cristaux et une résine. Ces cristaux, séparés mécaniquement, purifiés et recristallisés fondent à 71°; quant à la partie liquide, elle est constituée par le mélange d'une résine et d'acide que l'on peut séparer soit par le carbonate de soude, soit par la ligroïne. Dans ce cas encore, l'acide isolé est de l'acide crotonique solide. Cette oxydation spontanée à l'air doit jouer un grand rôle dans la polymérisation de l'aldéhyde. On peut en effet isoler de l'acide crotonique des produits de la polymérisation de cette aldéhyde. Dans ces conditions encore je n'ai réussi à obtenir que de l'acide solide. Cette oxydation spontanée explique l'obtention de meilleurs résultats, en rectifiant l'aldéhyde dans un courant d'acide carbonique.

Hydrogénation de l'aldéhyde crotonique.

J'ai hydrogéné l'aldéhyde crotonique par la méthode du couple zinc-cuivre en solution acétique. M. Griner a déjà appliqué cette méthode à l'acroléine.

Dans ces conditions, on obtient environ 1 p. 100 d'aldéhyde butylique normale, 25 p. 100 d'alcool crotonylique et 50 à 60 p. 100 d'un glycol en C^8 :

$$CH^3 - CH = CH - CHOH - CHOH - CH = CH - CH^3.$$

C'est, à ma connaissance, le plus fort rendement obtenu dans la formation d'une pinacone pour la série grasse.

Il se forme toujours dans cette hydrogénation un peu de résines;

d'autre part, l'aldéhyde crotonique employée est aqueuse. Ceci explique qu'on ne retrouve que 85 p. 100 de l'aldéhyde mise en œuvre.

Aldéhyde butylique. — Les rendements en aldéhyde butylique normale sont très faibles. On isole cette aldéhyde des produits inférieurs de l'épuisement à l'éther des solutions dans lesquelles a été effectuée l'hydrogénation. Ces solutions, après sept à huit épuisements, ne renferment plus de produits intéressants, ainsi que je m'en suis assuré. Il se forme donc très peu d'aldéhyde saturée dans les conditions où j'ai opéré. Une petite partie de cette aldéhyde peut, il est vrai, être entraînée au cours de l'hydrogénation.

Alcool crotonylique. — Les rendements en alcool, que l'on refroidisse soigneusement le ballon où se fait la réduction ou qu'on le laisse s'échauffer, varient peu. Ils paraissent cependant un peu plus élevés lorsque l'on ne refroidit pas.

L'alcool obtenu fixe environ 89 p. 100 de la quantité théorique de brome. Je n'ai pu dépasser ce chiffre, d'abord parce que la vitesse de cette fixation va en diminuant au fur et à mesure de la saturation, et parce que l'alcool crotonylique sur lequel j'ai opéré tout d'abord était un produit encore aqueux.

Cet alcool crotonylique, séché sur la baryte, s'y combine et on obtient en distillant, mais avec perte de beaucoup de substance, un produit bouillant à 122°-123°, très nettement. C'est l'alcool crotonylique pur. J'en poursuis l'étude.

Le dérivé bibromé formé par addition de brome

$$CH^3 - CHBr - CHBr - CH^2OH$$

distille très bien dans un bon vide sans se décomposer, et cristallise par refroidissement.

Traité par l'acide chlorhydrique fumant en excès, l'alcool crotonylique s'y dissout et on ne tarde pas à voir surnager un liquide d'odeur piquante bouillant à 80°-82°, c'est le chlorure de crotonyle :

$$CH^3 - CH = CH - CH^2Cl.$$

Le rendement est très bon. J'étudie en ce moment les produits secondaires de cette réaction.

Par l'acide bromhydrique fumant en excès à froid, l'éthérification est immédiate et on voit, aussitôt après dissolution de l'alcool, venir surnager une couche d'odeur piquante particulière. Neutralisé par le carbonate de potasse et bien séché, ce produit bout à 100°-102°.

C'est le bromure $CH^3 - CH = CH - CH^2Br$. Le rendement est théorique.

Une solution aqueuse fumante d'acide iodhydrique donne aussi par éthérification un très fort rendement en iodure correspondant $CH^3 - CH = CH - CH^2I$, bouillant à 133°-135° et à 53°-55° sous 2 centimètres. C'est un liquide incolore, d'odeur très piquante; il se colore rapidement à la lumière et se combine au mercure métallique. La plupart de ses propriétés rappellent celles de l'iodure d'allyle. Il est préférable de le distiller sous pression réduite.

En partant du chlorure, j'ai pu, par fixation de chlore, obtenir le trichlorure $CH^3 - CHCl - CHCl - CH^2Cl$, liquide incolore, d'odeur agréable, bouillant à 101° sous 6 centimètres; le dibromochlorure $CH^3 - CHBr - CHBr - CH^2Cl$, liquide d'odeur camphrée piquante, incolore, bouillant à 108° sous 4 centimètres.

En partant du bromure, j'ai également préparé le dichlorobromure $CH^3 - CHCl - CHCl - CH^2Br$ et le tribromure $CH^3 - CHBr - CHBr - CH^2Br$, bouillant à 120° sous 4 centimètres. Ce dernier est un liquide incolore d'odeur piquante, fortement camphrée.

Je poursuis cette étude en l'étendant à l'iodure de crotonyle, et je me réserve aussi l'action des hydracides sur ces dérivés non saturés.

Je signalerai aussi quelques faits nouveaux que j'ai observés dans l'étude du bromure $CH^3 - CH = CH - CH^2Br$. Traité par le formiate de potasse en tubes scellés en solution éthérée à 150°, je n'ai pas réussi à obtenir la formine correspondante. Il y a enlèvement d'acide bromhydrique et formation de crotonylène $CH^3 - C \equiv C - CH^3$. On peut caractériser ce dernier par son point d'ébullition et par son tétrabromure solide cristallisé. Dans ces conditions, le rendement en carbure est très bon.

Si on traite le tribromure $CH^3 - CHBr - CHBr - CH^2Br$ par le zinc et l'alcool aqueux, il y a échauffement, la réaction s'emballe, et il distille un carbure différent du précédent, passant plus bas. Ce produit donne un dérivé tétrabromé liquide ne cristallisant pas au contact d'une trace de tétrabromure de crotonylène. Ce nouveau carbure serait le méthylallène $CH^3 - CH = C = CH^2$. On voit que dans ces conditions, le zinc non seulement enlèverait deux bromes voisins, mais aussi une molécule d'acide bromhydrique.

Il y a peut-être là un procédé général d'obtention des carbures alléniques en partant des tribromhydrines.

La formation de crotonylène dans le cas précédent aurait lieu par transformation du méthylallène à 150°.

L'iodure de crotonyle traité par le stannsodium, d'après la méthode

de Würtz, m'a donné un nouveau carbure fixant quatre bromes, en donnant des dérivés cristallisés. J'aurais ainsi obtenu le composé

$$CH^3 - CH = CH - CH^2 - CH^2 - CH = CH - CH^3.$$

Je poursuis actuellement son étude.

On peut préparer facilement les éthers d'acide de l'alcool crotonylique. L'éther formique s'obtient par éthérification directe en traitant à froid l'alcool par trois à quatre fois son volume d'acide formique fumant. C'est un liquide à odeur de formine, plutôt désagréable, bouillant à 110°-112° sous la pression normale.

L'acétine s'obtient avec un rendement théorique par l'anhydride acétique réagissant sur l'alcool à la température ordinaire.

J'étudie les homologues supérieurs de ces composés.

J'ai préparé aussi le sulfure de crotyle $(CH^3 - CH = CH - CH^2)^2S$. On l'obtient en faisant réagir le bromure correspondant sur le sulfure de sodium dissous dans l'alcool méthylique. C'est un liquide incolore bouillant à 93° sous 3 centimètres, et à odeur d'ail repoussante.

J'ai également préparé le sulfocyanate, l'isosulfocyanate, produit huileux à odeur de raifort. Je donnerai prochainement une étude plus détaillée de cette partie de mes recherches.

En traitant le chlorure ou le bromure de crotonyle à froid par le méthylate ou par l'éthylate de potasse en excès, on peut aussi obtenir les éthers oxydes correspondants. Il faut refroidir après chaque addition de bromure à la liqueur alcaline, si l'on veut obtenir de très bons rendements.

L'éther méthylique est un produit très volatil, de formule $CH^3 - CH = CH - CH^2OCH^3$, d'odeur agréable, dont je n'ai pas encore poussé plus loin l'étude.

L'éther éthylique $CH^3 - CH = CH - CH^2OC^2H^5$ est un produit bouillant à 106°-108° sous la pression normale; il fixe la quantité théorique de brome en donnant une dibrométhyline de formule

$$CH^3 - CHBr - CHBr - CH^2OC^2H^5,$$

liqueur incolore, d'odeur camphrée, bouillant à 120° sous 4cm5.

Ce composé, traité par la soude aqueuse, perd facilement HBr en donnant un oxyde d'éthylcrotyle monobromé. Ce nouveau composé perd à son tour une molécule d'acide bromhydrique par la potasse alcoolique en donnant l'éthyline de l'alcool tétrolique de formule :

$$CH^3 - C \equiv C - CH^2OC^2H^5,$$

liqueur d'odeur acétylénique bouillant vers 120°, saponifiable par l'acide sulfurique étendu.

Je poursuis l'étude de ce nouvel alcool acétylénique et me réserve notamment d'essayer la condensation de l'eau et de ce nouveau composé.

Glycol crotonylique. — Le glycol obtenu dans l'hydrogénation, point de départ de ces recherches, est un liquide incolore, épais, distillant très bien sous pression réduite (12^{mm}) entre 123°-125°. On ne peut le faire cristalliser par refroidissement.

Il répond bien à la formule :

$$CH^3 - CH = CH - CHOH - CHOH - CH = CH - CH^3;$$

car, par fixation de brome à froid en solution chloroformique, on obtient, outre une substance visqueuse que je n'ai encore pu faire cristalliser, de beaux cristaux correspondant au tétrabromure :

$$CH^3 - CHBr - CHBr - CHOH - CHOH - CHBr - CHBr - CH^3.$$

Par l'action de l'anhydride acétique en tubes scellés à 140°, ce glycol donne une diacétine :

$$CH^3 - CH = CH - CH(OCOCH^3) - CH(OCOCH^3) - CH = CH - CH^3,$$

liquide incolore, bouillant à 133°-135° sous 16 millimètres. Ce nouveau produit est encore non saturé et fixe le brome à froid.

J'ai arrêté là mes recherches sur ce nouveau glycol, me réservant de les reprendre lorsque j'aurai terminé celles que j'ai entreprises sur l'alcool crotonylique.

M. J. PRAT

Chimiste, à Bordeaux.

PROPRIÉTÉS FILTRANTES ET CLARIFIANTES DE LA SILICE APPLICATIONS DIVERSES [546.26]

— Séance du 9 août 1895 —

Le pouvoir filtrant de la silice pure tétrahydratée atteint le maximum de débit sous ces deux conditions précises : il faut d'abord que les liquides puissent filtrer de dehors en dedans ; il faut ensuite que la filtration s'effectue sur une surface perméable à plan incliné sous des angles compris entre 20° et 40°.

C'est pour remplir ces importantes conditions que j'ai conçu les dispositifs spéciaux des nouveaux appareils que j'ai l'honneur de présenter à la Section.

Par l'inspection de ces appareils, on comprendra qu'étant donnée une manche de toile, soit un cône droit dont l'arête est de 20° à 40°, que de la silice pure tétrahydratée, préalablement délayée dans une petite portion de la masse du liquide à filtrer, puisse s'appliquer, s'épandre sur toute la surface de la toile pour former sur elle automatiquement, uniformément, sans solution de continuité, une couche lisse, compacte, adhérente et dont l'épaisseur varie de 1 à 3 millimètres suivant l'inclinaison du plan de 20° à 40°.

Dès que cette couche est bien formée, les liquides troubles coulent brillants, absolument limpides.

Grâce à cette inclinaison du plan de la surface filtrante, l'excès de gelée qui n'a pas participé à la formation de la couche filtrante reste en suspension, tendant à se précipiter au fond de l'appareil.

L'examen microscopique de la couche de limon siliceux, prélevée dans sa partie sous-jacente, ne révèle aucune structure ni contexture, mais bien une couche continue, transparente, parsemée de granulations brillantes et amorphes, d'où l'on peut inférer qu'ici la filtration s'opère par endosmose, sans toutefois considérer la silice tétrahydratée comme un tissu cellulaire végétal et encore moins comme une membrane animale.

La gelée tétrahydratée est inodore, insipide, inerte, complètement insoluble et incapable d'emprunter ni de céder absolument rien aux liquides neutres ou acidulés.

Par cet ensemble de propriétés physiques, la gelée tétrahydratée devient un agent hygiénique des plus précieux pour bien filtrer les boissons fermentées, vins, eaux-de-vie, etc.

Les filtrations étant réalisées de dehors en dedans en vase hermétique, complètement plein, c'est-à-dire à l'abri de tout contact de l'air, il se comprend que les liquides soient préservés des altérations microbiennes déterminées par l'action de l'air et que toute déperdition alcoolique soit entièrement évitée.

L'emploi tout indiqué de ma gelée minérale dans la clarification des boissons fermentées en général s'impose et l'emporte à tous les points de vue sur tous les colloïdes employés jusqu'ici dans le même but.

Ici, son rôle est encore purement physique, et grâce à la densité de son anhydride qui est de 2,22 par rapport à celle de l'albumine anhydre qui n'est que de 1,27, on conçoit que la gelée minérale se précipite beaucoup plus rapidement que les magmas chimiques formés par l'albumine, la gélatine, etc.

Une fort curieuse propriété physique, encore inexpliquée de la gelée tétrahydratée est de s'associer mécaniquement à la gélatine dissoute, si bien que les vins faibles collés avec cette substance, restant louches par la présence d'un reste de gélatine, sont clarifiés par un fouettage à la gelée de silice.

On a pu entrevoir par tout ce qui précède l'heureuse application que j'ai réalisée pour la stérilisation des eaux potables, toujours au moyen de la silice tétrahydratée dont la couche compacte et adhérente, formée automatiquement sur une toile d'amiante, est susceptible d'arrêter les impuretés les plus ténues et partant les colonies microbiennes.

L'appareil que j'ai dû inventer spécialement pour cet important objet, d'ailleurs construit sur les mêmes principes que les appareils métalliques, est simplement composé de pièces toutes minérales, savoir : porcelaine, amiante et silice tétrahydratée.

Cet appareil, dans son fonctionnement régulier, atteint un débit déjà plus que suffisant pour les grands ménages, en attendant la construction d'appareils plus importants pour l'industrie.

M. Alexandre HÉBERT

Préparateur de chimie à la Faculté de médecine de Paris.

CONTRIBUTION A L'ANALYSE DES CORPS GRAS [664.3]

— *Séance du 9 août 1895* —

Parmi les caractères qui permettent de distinguer entre eux les différents corps gras, l'un des plus importants est la capacité d'absorption que possèdent leurs acides gras pour le brome ou pour l'iode. Cette détermination peut être mise en pratique par diverses méthodes dont l'une des plus suivies est celle de Hübl.

Ayant été amené à étudier, au point de vue chimique, les huiles ou graisses contenues dans plusieurs sortes de graines oléagineuses (1), nous avons cherché à obtenir ces mêmes renseignements sur la capacité d'absorption de brome par des moyens plus simples ou plus expéditifs que ceux employés jusqu'ici.

En principe, on traite par une quantité de brome donnée un certain volume d'une solution connue du mélange d'acides gras à titrer, et on dose l'excès de brome existant dans la liqueur.

En pratique, nous trouvons commode de comparer le poids de brome fixé à celui qu'absorbe une quantité connue d'acide oléique pur. On peut même ainsi, dans certains mélanges d'acides, obtenir approximativement la proportion d'acide oléique qu'ils renferment.

Le dosage du brome en excès peut être effectué par traitement à l'iodure de potassium et dosage de l'iode mis en liberté par l'hyposulfite de sodium en présence d'amidon. Voici le mode opératoire auquel nous nous sommes arrêté.

On prépare :

Une solution aqueuse d'iodure de potassium amidonné à 100 grammes par litre;

Une solution chloroformique contenant environ 20 grammes de brome par litre;

Enfin, une solution aqueuse d'hyposulfite de sodium à 25 grammes par litre.

(1) H. Lecomte et A. Hébert :
Sur les graines de coula du Congo français (*Comptes rendus*, t. CXX, p. 200);
Sur les graines de moâbi (*Comptes rendus*, t. CXX, p. 374).
A. Hébert, *Étude de quelques graines oléagineuses du Congo français* (*Bull. Soc. Chim.*, 5 avril 1895).

On titre d'abord la solution de brome relativement à l'hyposulfite; 10 centimètres cubes sont additionnés d'un excès d'iodure de potassium amidonné (5 centimètres cubes); on ajoute peu à peu en agitant, et jusqu'à décoloration complète, l'hyposulfite de sodium placé dans une burette graduée.

Pour faire un essai, on met en contact pendant cinq minutes 10 centimètres cubes de solution bromée avec 5 centimètres cubes d'une dissolution chloroformique des acides gras à 5 p. 100 très xactement; le brome doit être en excès, ce qu'on reconnaît à la persistance de la coloration rouge du mélange. Si ce dernier se décolorait, il faudrait alors recommencer l'essai en prenant moins d'acides gras ou en doublant le volume de solution bromée ajouté. Quand les cinq minutes de contact sont écoulées, on additionne le mélange de 5 centimètres cubes de la solution d'iodure de potassium et on titre à l'hyposulfite.

On opère ainsi, d'abord avec une solution d'acide oléique pur, puis avec les acides gras à titrer, et l'on rapporte la quantité de brome fixée par ces derniers à celle absorbée par l'acide oléique.

La fixation du brome par les acides gras incomplets n'étant pas instantanée, il faut laisser une certaine durée de contact entre la solution bromée et celle des acides gras. En opérant toujours pendant un même temps, que nous avons fixé à cinq minutes, on obtient des résultats comparatifs.

Il est également important, pour obtenir des dosages exacts, d'effectuer tous les essais dans des flacons bouchés à l'émeri, de façon à éviter toute déperdition de brome; nous employons dans ce but de petits flacons d'une contenance de 60 centim. cubes environ.

Enfin, à chaque série de dosages que l'on exécute, il est bon de reprendre le titre de la solution de brome relativement à l'hyposulfite, titre qui peut diminuer dans une certaine proportion.

Il était intéressant de constater comment se comportaient les divers types d'acides gras complets ou incomplets pendant ces déterminations; c'est ce que résume le tableau ci-dessous :

		Brome fixé exprimé en hyposulfite.
5cc » solution acide oléique à...	5 p. 100	14cc,9
2 ,5 —	—	7 ,5
5 » solution acide élaïdique à.	5 p. 100	14 ,8
2 ,5 —	—	7 ,6
5 » solution acide linoléique à.	5 p. 100	28 ,8
2 ,5 —	—	14 ,5
5 » solution acide stéarique à.	5 p. 100	0 ,4
2 ,5 —	—	0 ,2
5 » solution acide palmitique à.	5 p. 100	0 ,4
2 ,5 —	—	0 ,2

On peut ainsi constater que l'acide élaïdique, isomère de l'acide oléique $C^{18}H^{34}O^{2}$, fixe autant de brome que ce dernier, tandis que l'acide linoléique $C^{16}H^{28}O^{2}$ en fixe environ le double, et que les acides gras solides privés d'acide oléique se combinent peu au brome dans ces conditions.

Ces déterminations de brome fixé peuvent aussi, presque toujours, s'appliquer directement aux huiles et aux graisses; le mode opératoire est le même que celui indiqué pour les acides gras.

Nous indiquons dans le tableau ci-dessous le rapport du brome fixé par une certaine quantité de diverses huiles ou acides gras (5 centimètres cubes d'une solution à 5 p. 100) et par une égale quantité d'acide oléique pur. Pour les huiles, nous mettons en regard les indices d'iode déterminés par la méthode de Hübl, pour qu'on puisse juger de la proportionnalité.

NATURE DES HUILES OU DES ACIDES	ACIDES GRAS		HUILES OU GRAISSES		
	Brome fixé exprimé en hyposulfite de sodium.	Rapport du brome fixé par les acides gras au brome fixé par l'acide oléique.	Brome fixé exprimé en hyposulfite de sodium.	Rapport du brome fixé par les huiles au brome fixé par l'acide oléique.	Chiffres de Hübl.
Acide oléique	14cc,9	100cc,0	»	»	90cc,07
Acide élaïdique	14,8	100,0	»	»	»
Acide linoléique	28,8	193,2	»	»	181,43
Acide stéarique	0,4	2,6	»	»	»
Acide palmitique	0,4	2,6	»	»	»
Acide oléique	13,8	100,0	»	»	90,07
Bougie	1,0	7,3	»	»	»
Acides du savon de Marseille	14,8	108,0	»	»	»
Suif	6,7	48,9	7,0	51,1	»
Huile de lin	24,4	178,1	24,8	181,0	156,0
Huile de lin cuite	22,6	164,9	18,0	131,4	»
Huile de palme	8,3	60,5	8,0	58,4	51,0
Acide oléique	15,0	100,0	»	»	90,07
Oléine	15,0	100,0	»	»	»
Huile de colza	13,6	90,6	13,6	90,6	100,0
Huile d'olive	12,3	82,0	12,5	83,3	83,0
Huile de ricin	12,0	80,0	13,0	86,6	83,0
Huile d'amandes douces	14,4	96,0	13,9	92,6	99,0
Huile de foie de morue	19,0	126,0	21,0	140,0	125,0
Huile de pieds de bœuf	12,1	80,6	12,0	80,0	»
Acide oléique	14,9	100,0	»	»	90,07
Huile de panza	»	»	14,2	98,6	»
Huile de moâbi	10,7	71,8	10,4	69,8	»
Huile de coula	»	»	15,0	100,7	»

Les procédés employés, modifiés de la façon que nous indiquons, nous paraissent donc susceptibles de donner sur les divers corps gras d'utiles renseignements avec plus de rapidité ou de simplicité que les modes opératoires suivis jusqu'ici.

M. l'abbé RACLOT

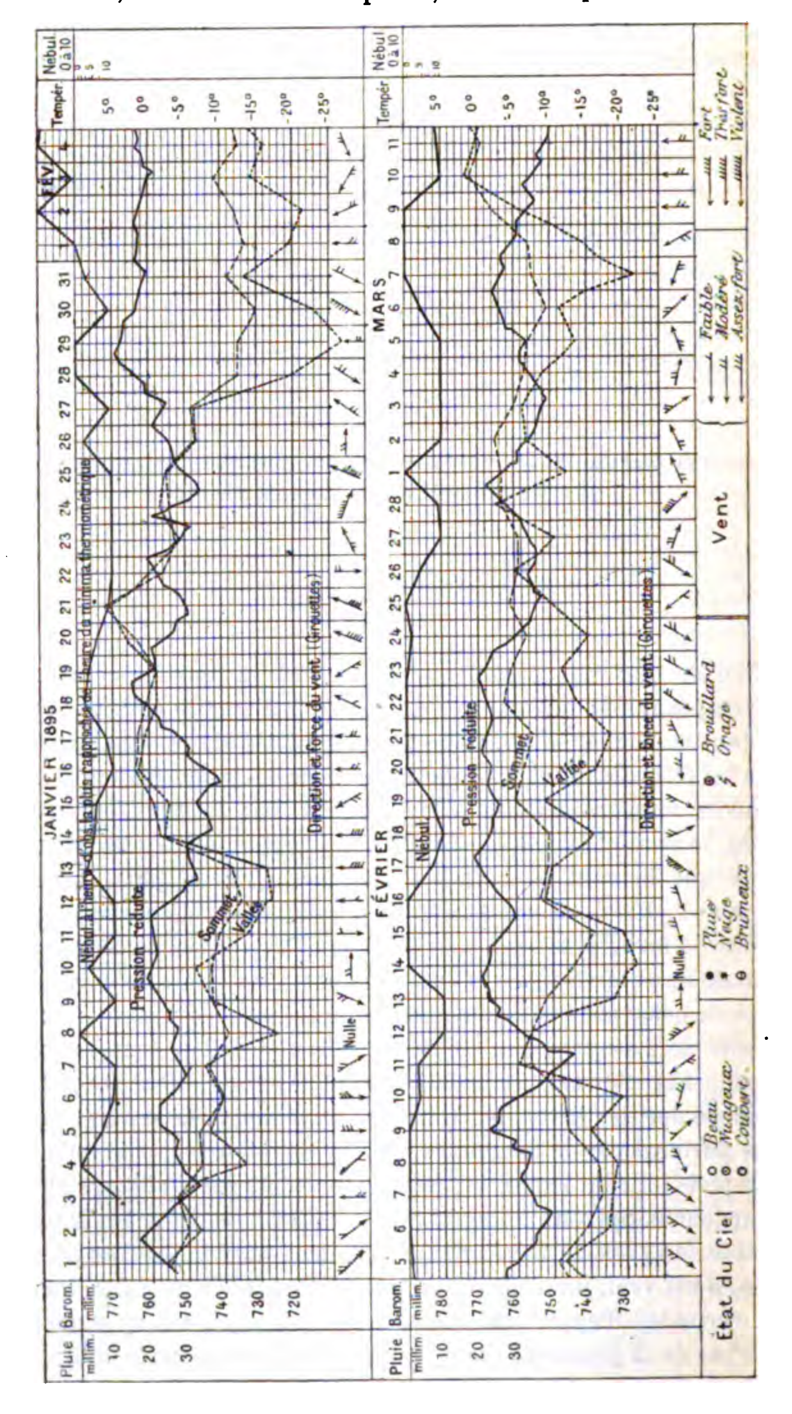
Directeur de l'Observatoire météorologique du plateau de Langres.

LES INVERSIONS DE TEMPÉRATURE SUR LE PLATEAU DE LANGRES DURANT L'HIVER DE 1895 (JANVIER A MARS) [551.52]

— *Séance du 5 août 1895* —

Rien de plus intéressant que d'observer la marche comparative des températures au sommet du plateau de Langres et dans la vallée pendant le dernier hiver. Cette marche révèle clairement l'existence de la loi d'inversion et les conditions requises pour son action. Trois éléments météorologiques interviennent ici : la pression barométrique, le vent et la nébulosité. Plus la pression est élevée en même temps que le vent et la nébulosité sont faibles, plus l'inversion s'accentue. Plus, au contraire, la pression est faible avec vent et nébulosité forts, plus tend à se rétablir et à s'accuser la décroissance normale dans la verticale. Pour ne nous occuper que de la première partie de cette proposition, considérons l'allure des minima aux deux stations de Langres-ville (altitude 466 mètres) et Langres-vallée (altitude 344 mètres), en relation avec les trois éléments précités, durant le dernier hiver, les jours où l'inversion a été le plus sensible. Je ne parlerai pas de décembre, l'hiver ne s'étant installé qu'à la fin de ce mois, durant lequel les inversions n'offrent d'ailleurs rien de remarquable. Suivons le diagramme ci-annexé. La première inversion sensible (de plus de 6°) s'offre à nous le 4 janvier, jour de pression basse, il est vrai, mais de vent faible et de nébulosité nulle. Passons à la seconde, d'égale amplitude, le 8; nous constatons également l'absence de la première cause, puisque la pression reste faible, mais

le concours absolu des deux autres, nébulosité et vent nuls. Une seule cause, le calme de l'atmosphère, intervient pour la troisième,



le 12; aussi est-elle de moins de 5°. Du 14 au 27, rétablissement de l'équilibre, grâce au vent et à la forte nébulosité; mais les inversions remarquables des 28 et 29 vont ensuite attirer toute notre attention. La pression se relève sensiblement au-dessus de la normale, le vent est faible, la nébulosité devient nulle; les trois causes vont donc concourir pour produire une inversion de 7° le 28 et de 14° le lendemain. Le 30, la nébulosité devient presque totale et le vent très fort, le baromètre baisse, alors le minimum se relève de plus de 4° dans la vallée, tandis qu'il s'abaisse de 2° au sommet.

Le 2 février, une inversion de près de 10° coïncide avec ciel clair, vent faible et baromètre un peu supérieur à la normale. Le 10, une autre inversion de plus de 8° avait été précédée d'une surpression et était accompagnée d'une nébulosité et d'un vent également faibles. Le 13 et le 14, une surpression plus accentuée, en éclaircissant le ciel et en rétablissant le calme de l'atmosphère, ramène une nouvelle inversion de 7° à 8°, qui disparaît le 16 à la suite d'une forte baisse barométrique, en dépit de la limpidité du ciel. Du 20 au 24, inversion constante de 8° à 10° sous la triple influence des fortes pressions, de la sérénité du ciel et du calme relatif de l'air.

En mars, l'inversion la plus sensible (de plus de 13°) se produit le 7 à la faveur d'une atmosphère sereine et peu agitée, à la suite d'une hausse barométrique de 12 millimètres en deux jours. A part celle du lendemain (de 8°), due à la persistance des mêmes causes, le reste du mois n'offre plus qu'un intérêt secondaire.

Ainsi, parmi les 12 inversions signalées, les 9 plus importantes se sont produites par régime de surpression ainsi que de vent et de nébulosité faibles, c'est-à-dire apparemment sous l'influence simultanée des trois causes dont j'ai parlé plus haut. Sur les 3 autres, 2 ne sont attribuables qu'au calme atmosphérique et à la sérénité du ciel, et elles sont moins sensibles; la dernière ne semble avoir qu'une seule cause, l'accalmie de l'air, et c'est la plus faible.

Ne suis-je donc point autorisé à conclure de ces exemples que dans les inversions de température il ne faut pas seulement tenir compte du vent et de la nébulosité, mais encore de la pression barométrique? On sait déjà suffisamment que la clarté du ciel et le calme de l'air sont les conditions les plus favorables au refroidissement des vallées; mais j'incline à croire qu'on a trop négligé l'influence de la pression barométrique sur ce refroidissement. L'expérience m'a démontré que, toutes choses égales d'ailleurs, le refroidissement et l'échauffement des sommets relativement aux vallées est proportionnel à la baisse et à la hausse barométriques, bien qu'il n'y ait pas toujours simultanéité entre la cause et l'effet comme s'il s'agit

du vent et de la nébulosité, la dépression ou la surpression précédant même ordinairement de plusieurs heures, sinon d'une journée entière, la modification thermique qu'elles sont appelées à produire. Ce qui trompe en pareille matière l'observateur inattentif, c'est que l'action du baromètre sur la température des sommets est souvent masquée par celles du vent et de la nébulosité, auxquels on a le tort d'imputer exclusivement les effets observés.

M. P. SIEUR

Professeur au Lycée de Niort.

CHUTE DE FOUDRE DANS UN BUREAU TÉLÉGRAPHIQUE [537.4]

— *Séance du 5 août 1895* —

L'an dernier, j'ai eu l'honneur de présenter une photographie de la trace laissée par la foudre sur la façade d'une maison de Niort pendant l'orage du 22 juillet 1894. Aujourd'hui, je présente à la section, non pas une photographie, mais l'*empreinte même* du passage de la foudre sur le parafoudre du bureau télégraphique de Champdeniers (Deux-Sèvres) pendant l'orage du 30 mai dernier.

Vers cinq heures du soir, un violent orage s'est manifesté sur la ville de Niort et ses environs; plusieurs chutes de foudre ont été signalées à la Commission météorologique. Une d'elles m'a paru assez curieuse pour faire l'objet de la présente communication.

Notre collègue M. Barrillier-Beaupré, correspondant de la Commission à Champdeniers, nous écrit à ce sujet:

« Je signalerai à la Commission une décharge électrique produite » vers cinq heures du soir, pendant l'orage du 30 mai, dans le bureau » télégraphique de Champdeniers. Elle a été caractérisée par un » bruit analogue à la décharge d'un pistolet Flobert. En outre, la » feuille de papier placée entre les deux plaques de cuivre du para- » foudre a été percée d'un petit trou autour duquel on croit voir des

» traces de cuivre. Je vous envoie cette feuille que la Commission » pourra examiner. »

Dès que j'ai eu entre les mains la feuille de notre honorable correspondant, j'ai pris une loupe, et immédiatement j'ai constaté, comme vous pourrez le constater vous-mêmes, Messieurs, qu'il existe des traces de poussières jaunes sur les bords du trou laissé par la foudre. Chose importante à remarquer : le dépôt métallique n'est pas réparti également sur les deux faces du papier ; il est beaucoup plus abondant d'un côté et constitué par de petits granules de laiton ; sur la face opposée, ce dépôt affecte la forme de petits bâtonnets. Le trou lui-même n'est point régulièrement circulaire : on croirait que le papier a été perforé par un stylet chauffé au rouge. A l'œil nu, les bords paraissent noirâtres, sur tout le pourtour sont dessinées des lignes analogues à celles qu'on observe sur un carreau de vitre frappé par un caillou.

Je n'insisterai pas davantage sur cette description de la trace laissée par la foudre sur la feuille que vous avez sous les yeux. Il s'est produit ici le phénomène que nous reproduisons dans nos cabinets de physique sous les noms d'expériences du *perce-carte* et du portrait de Franklin. L'étincelle électrique jaillissant entre les deux plaques conductrices du parafoudre a perforé le papier mauvais conducteur et volatilisé en même temps les parcelles de laiton qu'on retrouve sur les bords du trou dont le diamètre est de deux millimètres. La décharge d'une forte batterie aurait pu donner le même résultat, mais je ne crois pas qu'elle eût produit une ouverture aussi grande dans le papier. D'ordinaire, on n'observe qu'un trou à peine comparable à celui d'une pointe d'épingle.

M. Paul GARRIGOU-LAGRANGE

Secrétaire général de la Société Gay-Lussac et de la Commission météorologique de la Haute-Vienne.

L'ACTION LUNI-SOLAIRE ET LES GRANDS MOUVEMENTS ATMOSPHÉRIQUES
(Étude générale du gradient barométrique sur l'hémisphère Nord)

[551.54]

— *Séance du 9 août 1895* —

Nous avons donné dans une série d'études qui ont été communiquées successivement aux précédents Congrès de l'Association et à la Société Météorologique de France, les principaux résultats de nos recherches sur les grands mouvements barométriques et sur l'enchaînement des situations atmosphériques dans leurs rapports avec les positions du soleil et de la lune. Au commencement de 1895 notamment, nous avons présenté à l'Académie des Sciences une note résumant l'étude de l'année 1882-83 embrassant l'hémisphère boréal entier. La netteté des résultats ainsi obtenus et leur parfaite harmonie avec ceux fournis par l'étude des moyennes générales d'une période de quinze années, nous a permis de mettre en évidence un certain nombre de relations simples et de définir la forme de certaines actions qui exercent une influence manifeste sur les mouvements atmosphériques.

L'année 1882-83 nous a clairement montré que l'inclinaison de la pente atmosphérique du 30e degré vers le pôle était l'élément le plus important à considérer. C'est par lui que nous allons commencer, en donnant les résultats généraux de l'étude du gradient barométrique entre le 30e et le 70e parallèle Nord. Ces résultats s'appliquent principalement à la saison froide, du solstice d'hiver à l'équinoxe du printemps.

En 1883, nos recherches embrassent l'hémisphère entier; pour la période de quinze ans (1876-1890), elles ne portent que sur le tiers de l'hémisphère, entre le 30e degré de longitude Est et le 90e degré de longitude Ouest de Paris. Mais, dans tous les cas, nous ne nous sommes point borné à considérer simplement dans leur ensemble soit l'hémisphère entier en 1882-83, soit de 1876 à 1890 le secteur

de 120° précédemment défini; nous avons en même temps étudié les variations du gradient sur un certain nombre de méridiens choisis : 9 en 1882-83, 5 dans les autres années. L'un de ces méridiens est précisément celui de Paris, et il se trouve que son étude, qui est pour nous la plus intéressante, est en même temps celle qui fournit, dans la saison froide au moins, les résultats les plus nets.

Nous regrettons de ne pouvoir publier *in extenso* tous les tableaux numériques que nous avons dû dresser et les nombreuses cartes et diagrammes que nous en avons extraits; nous nous bornerons à donner les principaux résultats.

ÉTUDE DE L'ANNÉE 1882-83.

L'étude complète de l'année 1882-83 est des plus instructives (1); elle montre à elle seule que, lorsqu'on embrasse l'hémisphère entier, les phénomènes se présentent sous une forme simple, et que les situations sortent logiquement l'une de l'autre. L'étude des gradients entre le 30e et le 70e parallèle confirme et précise ces notions générales.

Sur l'hémisphère entier, le gradient moyen éprouve, dans tout le cours de l'année, des oscillations qui sont manifestement en relation avec les mouvements du soleil et de la lune. Je parle ici des révolutions tropiques, car c'est leur influence qui a pu être mise en relief par la façon même dont nous avons conduit ce travail, en divisant l'année entière en 13 révolutions tropiques lunaires, et chacune de ces révolutions en deux périodes, l'une pendant laquelle la lune est boréale, l'autre où elle est australe.

La relation est très simple et peut s'exprimer ainsi : *En toute saison, sur l'hémisphère entier, le gradient est plus faible en lune boréale qu'en lune australe, soit absolument, soit relativement.* Cette conclusion est conforme à celles que nous avons développées dans nos études antérieures. Nous n'y insisterons pas et nous nous bornerons à donner les nombres qui expriment ces gradients pour les mois de décembre, janvier, février et mars.

Gradients (30°-70°) sur l'hémisphère entier en 1882-83.

	Décembre.	Janvier.	Février.	Mars.
En lune boréale...	2mm,1	4mm,8	5mm,7	— 2mm,4
En lune australe..	9 ,3	7 ,6	3 ,6	3 ,2

Étudiée sur les différents méridiens, l'action se complique évi-

(1) Voir *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 11 février 1895.

demment; mais ce qui est le plus intéressant, c'est qu'elle est extrêmement nette sur le méridien de Paris. On en jugera par les diagrammes ci-joints et par le tableau suivant.

Gradients (30°-70°) sur le méridien de Paris en 1882-83.

		Décembre.	Janvier.	Février.	Mars.
En lune	boréale...	1mm,1	5mm,0	9mm,4	— 2mm,6
	australe..	14 ,2	15 ,6	17 ,2	10 ,1

ÉTUDE DE LA PÉRIODE 1876-1890.

La période de quinze ans (1876-1890) a été étudiée d'après la même méthode, c'est-à-dire en divisant chacune de ces années en 13 périodes correspondant aux 13 révolutions tropiques qui y sont contenues et en distinguant dans chacune d'elles la période de la lune boréale et celle de la lune australe. Notre étude ne porte ici que sur les méridiens 30° Est, 0°, 30°, 60° et 90° Ouest de Paris, et sur le secteur qui les comprend. Par contre, nous avons pu calculer les moyennes générales relatives aux 16 révolutions tropiques de chacun des mois de l'année.

Voici les résultats fournis par ces moyennes pour le secteur entier et pour le méridien de Paris, en hiver :

Gradients moyens de quinze années (1876-1890) :

Sur le secteur entier.

		Décembre.	Janvier.	Février.	Mars.
En lune	boréale...	7mm,2	7mm,1	7mm,8	7mm,0
	australe..	8 ,3	9 ,7	7 ,0	4 ,2

Sur le méridien de Paris.

		Décembre.	Janvier.	Février.	Mars.
En lune	boréale...	9mm,5	5mm,5	7mm,5	5mm,0
	australe..	10 ,0	10 ,0	8 ,1	7 ,2

La marche est de tous points semblable à celle de l'année 1882-83; les diagrammes ci-joints le montrent avec évidence.

COMBINAISON DES ACTIONS SOLAIRE ET LUNAIRE.

L'action lunaire, dont nous venons de déterminer la forme générale moyenne, présente évidemment, dans le détail de chaque année isolée, des différences d'intensité et même des inversions, qui sont dues à ce que cette action ne fait que se superposer à des actions plus générales, notamment à l'influence solaire. On le voit

déjà par les diagrammes relatifs à l'année 1882-83 et aux moyennes de la période 1876-1890. Le gradient, du solstice d'hiver à l'équinoxe

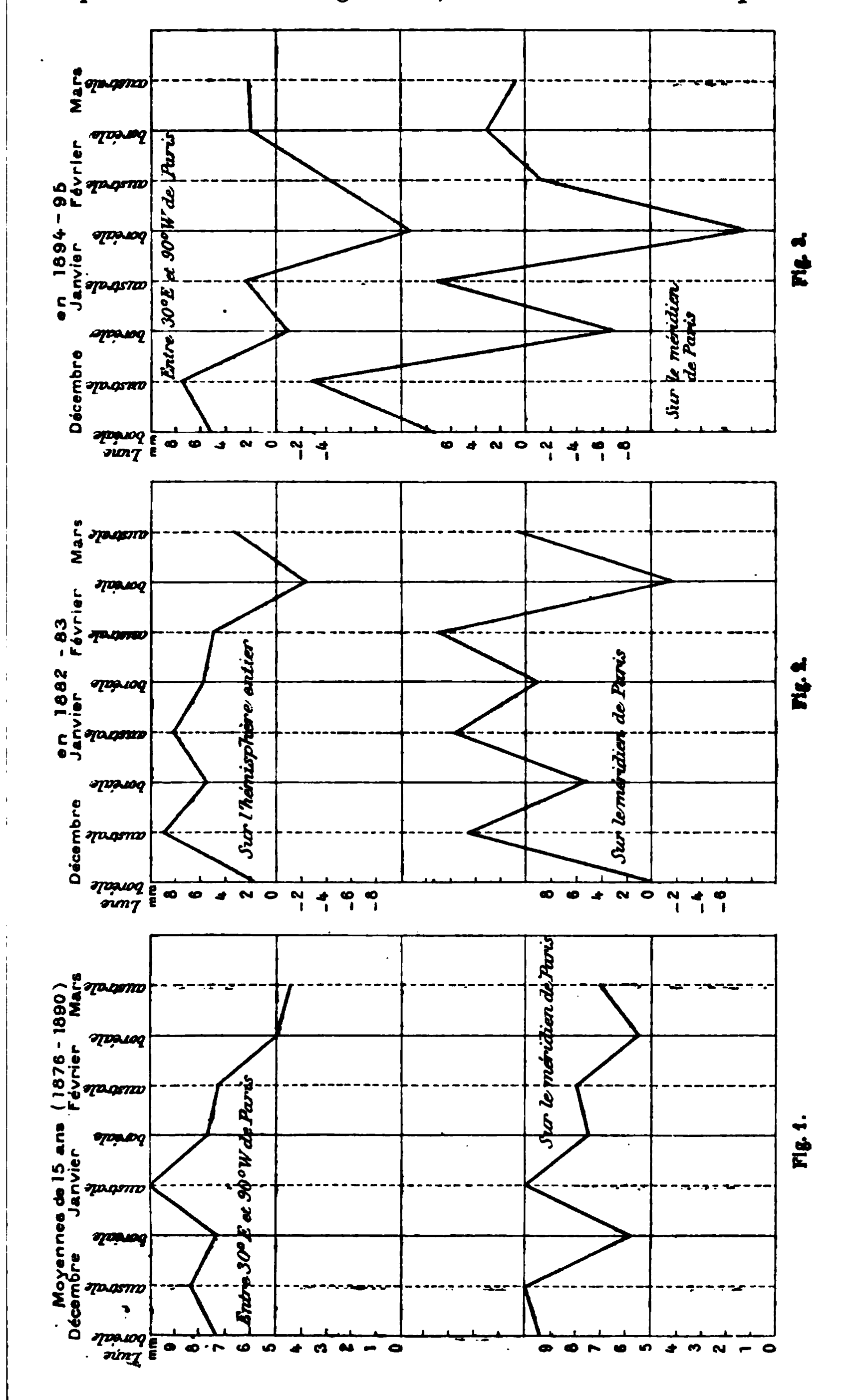


Fig. 3.

Fig. 2.

Fig. 1.

du printemps, suit une marche progressive que vient simplement modifier l'influence lunaire.

Ainsi, sur notre secteur de 120°, le gradient moyen, qui est de $7^{mm},7$ en décembre, est de $8^{mm},4$ en janvier, de $7^{mm},9$ en février et de $4^{mm},6$ en mars; il passe par un maximum en janvier, pour baisser ensuite, lentement d'abord, puis brusquement. C'est à la courbe générale ainsi déterminée que se superposent les ondes de l'action lunaire, qui sont d'autant plus marquées ou d'autant plus faibles qu'elles coïncident avec un mouvement de même sens ou de sens contraire.

Ce qu'on observe dans les moyennes générales est encore bien plus sensible dans chaque année isolée; en sorte qu'il importe d'abord de déterminer la forme des actions générales, afin de pouvoir déterminer les modifications, qui sont une suite de l'action lunaire. Nous serons guidés dans cette recherche par quelques relations très importantes. La première peut s'énoncer ainsi: *Lorsque, dans un mois d'hiver, le gradient moyen sur notre secteur de 120° est faible, il tend à augmenter le mois suivant; lorsqu'il est fort, il tend à rester stationnaire ou à diminuer.*

Si nous divisons, en effet, les 16 révolutions tropiques de décembre en deux séries, l'une pendant laquelle le gradient est faible, l'autre au contraire où il est fort; si nous calculons séparément la moyenne de chacune de ces séries et si nous cherchons ce que devient pour chacune le gradient du mois suivant, c'est-à-dire de janvier, et si enfin nous faisons de même pour les mois de janvier et de février, nous obtenons les résultats suivants :

Variations des gradients de mois en mois.

Gradients initiaux faibles.

Déc. à janv.	Janv. à fév.	Fév. à mars.
$5^{mm},0$	$5^{mm},2$	$4^{mm},1$
7 ,9	6 ,8	2 ,5

Gradients initiaux forts.

Déc. à janv.	Janv. à fév.	Fév. à mars.
$11^{mm},1$	$12^{mm},8$	$12^{mm},3$
9 ,2	11 ,6	4 ,6

Une relation analogue se vérifie dans les révolutions tropiques de chaque mois, de lune boréale à lune australe.

Lorsque le gradient est faible en lune boréale, il tend à augmenter en lune australe, et inversement.

Variations des gradients de lune boréale à lune australe.

Gradients faibles en lune boréale.

	Décembre.	Janvier.	Février.	Mars.
En lune boréale...	2mm,9	2mm,6	4mm,6	0mm,2
En lune australe..	6 ,6	9 ,1	5 ,9	3 ,7

Gradients forts en lune boréale.

	Décembre.	Janvier.	Février.	Mars.
En lune boréale...	11mm,4	12mm,2	13mm,7	9mm,2
En lune australe..	11 ,4	12 ,9	6 ,4	4 ,2

Ces relations très générales sont encore confirmées par une autre voie. Au lieu, en effet, de procéder par moyennes, on peut chercher combien de fois les phénomènes se sont suivis dans un ordre déterminé. On arrive ainsi par des tableaux de statistique, que nous ne pouvons malheureusement publier ici, à corroborer, en les précisant, les vues précédentes.

En janvier notamment on trouve que, sur 16 révolutions tropiques étudiées, 13 fois le gradient en lune boréale a été plus faible qu'en lune australe, et que, sur ces 13 fois, le phénomène a été constaté 10 fois comme coïncidant avec un mouvement général ascendant et 3 fois seulement avec un mouvement descendant, de telle sorte que, étant donné le gradient en lune boréale de janvier, on eût pu prévoir, avec une probabilité atteignant 81,3 0/0, ce que devait devenir ce gradient en lune australe et, avec une probabilité de 77 0/0, dans quel mouvement général solaire se trouvait englobé le mouvement lunaire étudié.

Mais ce qui, à notre avis, jettera encore plus de jour sur ces questions, c'est l'étude d'un hiver présentant au premier abord une physionomie très anormale.

ÉTUDE DE L'HIVER 1894-95.

Il est, en effet, très intéressant de constater que les résultats s'appliquent non seulement dans les moyennes d'une longue série ou dans les années qui, comme 1882-83, n'ont rien présenté d'extraordinaire, mais aussi et dans une large mesure, dans les années qui, par leur caractère exceptionnel, semblent le moins se prêter à l'analyse.

L'hiver 1894-95 est, à ce point de vue, le meilleur exemple que nous puissions donner. Nous en avons abordé l'étude aussitôt que

nous avons eu réuni les documents qui nous permettaient d'embrasser le même secteur de 120° que dans les années antérieures. Ces documents, extraits des publications françaises, russes et américaines, nous ont permis de tracer avec assurance les courbes isobares jour par jour sur le secteur considéré. Quelques incertitudes peuvent seules exister encore pour le méridien 60° ouest, qui passe par le Groënland, mais elles ne sont pas de nature à modifier les résultats.

Voici quelle a été la marche des gradients en 1894-95 :

Gradients sur le secteur entier.

		Décembre.	Janvier.	Février.
En lune	boréale	5mm,3	— 0mm,6	— 11mm,0
	australe	7 ,4	2 ,7	— 3 ,9

Gradients sur le méridien de Paris.

		Décembre.	Janvier.	Février.
En lune	boréale	7mm,0	— 6mm,5	— 19mm,0
	australe	17 ,0	6 ,5	— 1 ,5

Ces nombres et mieux encore les diagrammes que nous avons tracés à leur aide, montrent d'un premier coup d'œil que la marche générale des phénomènes dans l'hiver 1894-95 est absolument la même que dans les années antérieures, au point de vue des grandes ondes qui coïncident avec les phases de la révolution tropique de la lune; elles se présentent même ici avec une amplitude beaucoup plus grande, dont nous donnerons bientôt la raison.

Mais si l'hiver 1894-95 rentre à ce point de vue dans la règle, il n'en est pas de même de l'allure générale de la courbe des gradients, qui, depuis décembre, va s'affaissant d'une façon extraordinaire, tant sur le secteur entier que sur le méridien de Paris.

On a, en effet :

Marche comparée des gradients :

Sur le secteur entier.

	Décembre.	Janvier.	Février.
Moyennes 1876-90	7mm,7	8mm,4	7mm,9
Hiver 1894-95	6 ,4	1 ,0	— 6 ,8

Sur le méridien de Paris.

	Décembre.	Janvier.	Février.
Moyennes 1876-90	9mm,7	7mm,7	7mm,7
Hiver 1894-95	12 ,2	0 ,0	— 10 ,1

Il s'agit donc bien ici d'un mouvement général d'affaissement du gradient, sur lequel la lune n'a fait que superposer ses ondes particulières.

Ce mouvement, tout anormal qu'il soit, n'est pas absolument sans précédents dans la période 1876-90, et nous pouvons comparer à l'hiver 1895 les hivers de 1881, de 1886 et de 1888, qui ont offert le même caractère, bien qu'avec une intensité moindre.

Comparaison des années 1881, 86, 88 et 95.

Gradients sur le secteur.

Années.	Décembre.	Janvier.	Février.
1880-81	5mm,6	1mm,4	1mm,8
1885-86	10 ,8	3 ,2	— 0 ,2
1887-88	8 ,0	4 ,6	1 ,0
Moyenne	8mm,1	3mm,1	0mm,9
1894-95	6 ,4	1 ,0	— 6 ,8

Écarts à la moyenne de quinze ans.

Années.	Décembre.	Janvier.	Février.
1881-86-88	0mm,4	— 5mm,2	— 7mm,1
1895	1 ,3	— 7 ,3	—14 ,8

Ce tableau montre que le grand abaissement du gradient en février (écart à la moyenne — 14mm,8 en 1895 et — 7mm,1 dans les trois autres années) est précédé en janvier d'une situation analogue (écart à la moyenne — 7mm,3 en 1895 et — 5mm,2 dans les autres). Quant à ce premier abaissement en janvier, les quatre années comparées montrent sur les divers méridiens du secteur la même anomalie, savoir un abaissement du gradient sur l'Atlantique et un relèvement sur l'Europe.

Lors donc qu'en décembre le gradient est faible sur l'Atlantique et fort sur l'Europe, il y a probabilité qu'il s'abaissera en janvier sur tout le secteur.

Lorsque le gradient est faible en janvier sur le secteur entier, il y a probabilité qu'il s'abaissera encore en février.

Mais il est possible d'aller au delà de ces constatations immédiates et de montrer que cet abaissement du gradient dépend d'un mouvement solaire. Les moyennes générales (1876-90) nous ont montré que sur notre secteur de 120°, le gradient passe en janvier par un maximum, après quoi il baisse lentement en février et rapidement en mars. Mais sur l'hémisphère entier, la marche n'est pas tout à fait la même, et nous voyons par l'année 1882-83 que le maximum

de janvier s'y montre à peine et que la courbe semble s'affaisser continûment depuis décembre.

C'est qu'en effet il y a dans cette année des méridiens sur lesquels se produit un phénomène absolument semblable à celui que nous venons de constater en 1895 pour notre secteur de 120°. Ce sont les méridiens qui coupent le Pacifique par 130° et 180° Est et 130° Ouest de Paris.

Marche comparée des gradients.

	Méridiens.	Décembre.	Janvier.	Février.	Mars.
En 1882-88	130° Est...	3mm,2	— 2mm,4	— 3mm,9	— 0mm,3
	180° Est...	7 ,0	— 3 ,3	— 7 ,8	1 ,6
	130° Ouest.	10 ,2	— 0 ,3	— 5 ,3	— 0 ,5
En 1894-95	0°......	12 ,2	0 ,0	—10 ,1	2 ,1

Il en faut conclure que le soleil, remontant en hiver vers l'équateur, abaisse le gradient sur l'hémisphère Nord; que cet abaissement se produit dès le solstice, mais qu'il ne se fait pas sentir uniformément sur tout l'hémisphère. Année moyenne, il se produit d'abord sur les méridiens qui coupent le Pacifique, et ce n'est que plus tard qu'on le constate sur la face opposée. Ce phénomène, considéré au point de vue des mouvements effectifs de la masse atmosphérique, se traduit ainsi :

Les hautes pressions continentales, qui se tiennent en hiver sur la Sibérie et sur l'Amérique du Nord, ont tendance à se rejoindre dès le solstice; cette jonction s'opère d'abord par le nord du Pacifique, puis elle s'étend, et, vers l'équinoxe, elle se produit également sur le nord de l'Atlantique.

Mais si les choses se passent ainsi en moyenne, le phénomène contraire peut également se présenter. C'est ainsi qu'en 1881, en 1886, en 1888 et surtout en 1895, la jonction des maxima continentaux s'est opérée d'abord par le nord de l'Atlantique, et la pente y a été s'affaiblissant dès le solstice.

Nous relevons à ce propos la constatation suivante. Dans une première étude, nous avions calculé les moyennes générales de la période de neuf ans, 1876-84; ayant pu y ajouter postérieurement les six années suivantes, 1885-90, nous avons calculé à nouveau les moyennes de la période complète de quinze ans, 1876-90. Or, il se trouve que les deux séries ainsi obtenues diffèrent l'une de l'autre, en ce sens que dans les moyennes de quinze années les pentes s'atténuent beaucoup plus rapidement à partir du solstice que dans



…ns, tant sur le secteur entier que sur le
…effet :

…des gradients :

…tier.

	Février.	Mars.
	…mm,6	6mm,0
	…9	4 ,6

		Mars.
	…	8mm,7
	,7	6 ,0

…ssement des gradients se
…du Pacifique, tantôt sur le

…les résultats que ne manquera
…plus longue, il est incontestable
…son s'est superposée en 1895 à un
…é une chute continue et considérable
…secteur dès le solstice d'hiver. Le même
… 1881, en 1886 et en 1888, et ce qu'il y a
…arquable, c'est que dans ces quatre années
…ions dues à l'influence lunaire a été précisé-
… à l'amplitude même du mouvement de la lune

… :

…n des gradients avec l'amplitude de la déclinaison de la lune.

Gradient moyen sur le secteur.

Années.	Amplitude de la déclinaison lunaire.	En lune boréale.	En lune australe.	Différence.
1886	18°	6mm,2	3mm,6	— 2mm,6
1888	20°	5 ,4	4 ,4	— 1 ,0
1881	23°	3 ,2	2 ,9	— 0 ,3
1895	28°	— 2 ,1	2 ,1	4 ,2

On voit qu'en 1886 et 1888, où l'amplitude du mouvement de la lune est faible, son action ne se manifeste que par un arrêt dans la chute générale du gradient. En 1881, où l'amplitude augmente, l'arrêt s'accentue et les gradients en lune boréale et en lune aus-

trale deviennent presque égaux; tandis qu'en 1895, alors que l'amplitude atteint à peu près son maximum 28°, il n'y a plus seulement arrêt, mais inversion, et cette inversion se produit, à chaque révolution tropique, par les puissantes oscillations que montre notre diagramme.

CONCLUSIONS

De ce qui précède, de la masse considérable des documents mis en œuvre et des résultats, pour la plupart très nets et très précis, de ces recherches, nous tirerons les conclusions suivantes, qui s'appliquent du solstice d'hiver à l'équinoxe du printemps :

1° L'atmosphère éprouve, sur l'hémisphère nord, entre le 30e et le 70e parallèle, des mouvements d'oscillation correspondant aux révolutions tropiques du soleil et de la lune.

Ces oscillations se manifestent par des mouvements barométriques dont la direction et l'importance sont surtout caractérisées par les variations de la pente atmosphérique, de l'équateur vers le pôle, aux diverses périodes de ces révolutions tropiques. Cette pente est estimée par le gradient entre le 30e et le 70e parallèle, soit sur l'hémisphère entier, soit sur ses divers méridiens.

2° L'action due à la révolution tropique du soleil se manifeste, sur l'hémisphère entier, par un abaissement continu et progressif du gradient à partir du solstice d'hiver. Cet abaissement est dû à la jonction des maxima continentaux, qui s'opère d'abord par le nord du Pacifique, pour se manifester ensuite sur le nord de l'Atlantique.

3° Il en résulte que sur le secteur de 120° compris entre le 30e méridien Est et le 90e méridien Ouest de Paris, la pente atmosphérique passe, année moyenne, par un maximum en janvier, pour s'abaisser ensuite, surtout en mars.

Il arrive cependant en certaines années que, le rattachement des maxima continentaux s'opérant d'abord par le nord de l'Atlantique, le gradient sur notre secteur s'abaisse dès le solstice. Cette situation, qui s'est nettement présentée en 1881, en 1886 et en 1895, semble se rattacher à une période dont il est impossible, en l'état actuel, d'estimer la durée et de déterminer la cause.

4° Les mouvements dus à la révolution tropique de la lune se superposent à ceux qui proviennent de l'action solaire. Ils se présentent sous cette forme générale que, soit que l'on considère dans une année isolée l'hémisphère boréal entier, soit au contraire que l'on considère dans une série d'années les moyennes d'un secteur

de cet hémisphère, les pentes barométriques, alternativement relevées et abaissées par la révolution tropique, sont en moyenne plus faibles en lune boréale et plus fortes en lune australe.

5° Par leur superposition aux mouvements solaires, les mouvements lunaires se manifestent tantôt par un relèvement effectif et absolu en lune australe, tantôt par un relèvement relatif et un arrêt dans la chute générale. Dans ce dernier cas, l'intensité du phénomène observé semble être proportionnel à l'amplitude du mouvement de la lune en déclinaison.

6° Les relations et les statistiques établies plus haut permettent de déterminer, avec un degré de probabilité qui peut atteindre et dépasser 80 0/0, les modifications probables du gradient, entre deux lunistices, en fonction du gradient initial.

7° Les mouvements dus à l'influence lunaire présentent, en hiver au moins, un maximum d'intensité sur le méridien de Paris.

8° Les hivers qui, par leur caractère exceptionnel, semblent le moins se prêter à l'analyse, tel que l'hiver 1894-95, rentrent pourtant, à la suite d'un examen attentif, dans la règle générale.

Nota. — Voir pour le complément de cette étude : *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (11 février 1895, 2 décembre 1895, 16 mars 1896 et 13 avril 1896).

M. HAUTREUX

Lieutenant de vaisseau en retraite.

LES VENTS, LES COURANTS, LES TEMPÉRATURES ET LES DENSITÉS DE LA MER (COTE DES LANDES ET BASSIN D'ARCACHON) [551.56]

— *Séance du 9 août 1895* —

Côte des Landes. — Les vents présentent le caractère alternatif des brises de terre et du large ; vers Biarritz, les vents de la matinée descendent des montagnes Cantabriques et chassent vers le Nord ; le long du rivage des Landes, les vents de l'après-midi, pendant les mois chauds, viennent du N.-W. et chassent à terre. Les corps flot-

trale deviennent presque égaux ; tandis
l'amplitude atteint à peu près son maximum
ment arrêt, mais inversion, et cette inversi
révolution tropique, par les puissantes oscil
diagramme.

CONCLUSION

De ce qui précède, de la masse con
en œuvre et des résultats, pour la plup
ces recherches, nous tirerons les con
quent du solstice d'hiver à l'équinoxe

1° L'atmosphère éprouve, sur l'h
le 70e parallèle, des mouvements
révolutions tropiques du soleil et

Ces oscillations se manifestent
ques dont la direction et l'importa
les variations de la pente atmosp
aux diverses périodes de ces ré
estimée par le gradient entre
l'hémisphère entier, soit sur se

2° L'action due à la révoluti
l'hémisphère entier, par un
gradient à partir du solstice
jonction des maxima contin
du Pacifique, pour se mani

3° Il en résulte que sur l
ridien Est et le 90e méridi
passe, année moyenne, p
ensuite, surtout en mars

Il arrive cependant
des maxima continenta
tique, le gradient sur
situation, qui s'est ne
semble se rattacher
actuel, d'estimer la

4° Les mouveme
superposent à ceu
sentent sous cette
une année isolée
l'on considère d

ssin
squ'au
de 10e,
servations
our chaque
mélanges avec

er et à basse mer
son régime parti-
es eaux de la Leyre,
l'Océan ; les pluies, les
outre, le courant d'eau
enal suivant les heures de
s variations dans la salure.
que celle de basse mer. Mais
il n'en est pas de même, et les
mer sont enchevêtrées. La loca-
cédente.

tions journalières :

um	1014	Maximum	1027
	1024	—	1032

mal d'Eyrac; elle est
les grands courants.
a la basse mer, entre
ent avec quelle rapidité
pour une faible distance,
it aussi la région maritime

ᵒ d'eau marine qui, par son
tuaire et offre, dans toute son
importantes et spéciales à chacun

---

1. BLEICHER

ole supérieure de Pharmacie de Nancy.

QUES MINCES DE ROCHES SÉDIMENTAIRES CALCAIRES

[552.8]

— *Séance du 5 août 1895* —

.écrit, dans une note des *Comptes rendus de l'Aca-* *iences* du 20 mai 1895, deux perfectionnements a préparation des plaques minces de roches sédimen-ires, consistant dans : 1° l'emploi de l'eau acidulée par rhydrique ou tout autre acide énergique, projeté par un ur sur les plaques suffisamment amincies par les procédés es, pour achever de les rendre plus transparentes ; 2° l'em-s colorants, tels que l'hématoxyline alunée ou tout autre ant usité en microchimie, pour permettre de déchiffrer ines coupes de roches calcaires sédimentaires.

La note présente est destinée à compléter ce premier travail et à illustrer de figures et d'exemples nouveaux.

Le traitement par l'eau acidulée vaporisée peut être appliqué à toutes les roches calcaires et même calcaréo-marneuses non colorées par l'oxyde de fer, surtout à celles qui contiennent des fossiles entiers ou en débris, d'origine animale ou végétale.

Il permet de reconnaître dans les coupes transversales de coquilles bivalves ou univalves fossiles à test cristallin (Trigonies du calcaire bajocien de Lorraine p. ex.), sous les clivages de la calcite, des traces de la trame organique de la coquille, sous forme d'un fin entre-croisement de fibrilles.

Cette remarque a été utilisée par nous pour résoudre un problème insoluble jusqu'ici, celui de déterminer la vraie nature des rondelles de 11 millimètres de diamètre sur 3 millimètres de diamètre de perforation (en moyenne), que l'on rencontre dans certaines sépultures préhistoriques, spécialement dans le département de la Marne.

Jusqu'ici, elles étaient considérées comme des grains de collier taillés à même dans la craie de Champagne par les habitants primitifs de ces régions, à l'époque de la pierre polie.

Opérant sur des rondelles de ce genre trouvées dans la station préhistorique dite du Cosaque, près de Châlons, qui nous ont été remises par M. Schmitt, pharmacien dans cette ville, nous avons reconnu, à l'aide de coupes transversales surtout, que la substance de ces rondelles n'est *sûrement* pas de la craie, mais plutôt du test grenu cristallisé d'une coquille fossile.

Les coupes présentent, en effet, des zones assez régulières, et le calcaire cristallisé permet en certains points, comme dans les cas des trigonies du bajocien de Lorraine, d'apercevoir des traces du réseau primitif entre-croisé des fibrilles de conchioline.

Les rondelles de collier des stations préhistoriques de la Marne rentreraient donc dans la catégorie de celles que l'on trouve presque partout ailleurs, composées du test nacré de coquilles fossiles ou actuelles, perforé et plus ou moins poli.

Un second exemple achèvera de démontrer la puissance d'analyse obtenue à l'aide de ce procédé.

On sait que le terme le plus élevé de la série tertiaire des côtes d'Algérie, de Tunisie et du Maroc est le *grès à hélix*, ainsi nommé à cause de l'abondance de coquilles terrestres entières ou à l'état de débris.

Les coupes faites par les procédés ordinaires suffisent pour y reconnaître les éléments suivants : ciment calcaréo-siliceux, débris de coquilles marines, terrestres, de foraminifères, de lithothamnium ou melobésies.

Pour ces derniers, on ne voit bien à l'aide des procédés en usage

que les zones concentriques de cellules, tandis que le traitement à l'acide chlorhydrique étendu vaporisé permet d'y distinguer les parois des cellules du réseau organique et de les mesurer. Or, on sait que leurs dimensions en longueur et en largeur sont devenues, depuis les travaux de MM. Gumbel et Rothpletz, des éléments de détermination de ces espèces d'algues incrustantes fossiles.

Sur d'autres échantillons de lithothamnium roulés, mais néanmoins assez bien conservés, de l'astien (sahélien), pliocène inférieur, d'Oran, il nous a été possible de retrouver ainsi les conceptacles femelles et les cellules à éléments mâles *(Pl. III, fig. 1)*.

L'action des colorants sur les coupes minces de calcaire sédimentaire peut se présenter sous les deux cas suivants : 1° le fond de la préparation reste blanc ou se colore à peine, tandis que le fossile ou débris de fossile, *à peine discernable* sur une coupe non colorée, s'est profondément imprégné.

Le calcaire blanc cristallin silurien de Koniepruz (Bohême) est un excellent exemple du premier cas. Il est pétri de bryozoaires rameux en colonies, qu'il est fort difficile de bien distinguer à la loupe, comme aussi dans une préparation ordinaire, tandis que, colorées par l'hématoxyline alunée, les coupes laissent voir très nettement le groupement des cellules de bryozoaire se détachant en bleu violet sur fond incolore *(fig. 3)*.

Le second cas se présente par exemple dans les coupes de certains calcaires cristallins du rauracien (corallien).

La figure ci-jointe *(fig. 2)*, est celle d'un calcaire de ce genre, pris dans le massif d'Istein (grand-duché de Bade). A la loupe, ou en coupe non colorée, on y devine à peine la présence de débris organiques, tandis que la coloration par l'hématoxyline alunée y fait apercevoir en blanc, sur fond violacé, des coupes très frustes, il est vrai, d'organismes attribuables à des spongiaires plutôt qu'à des polypiers.

Sur d'autres préparations du même calcaire apparaissent des débris également non imprégnés de colorant, de coquilles, de bryozoaires et probablement aussi de crinoïdes au test perforé.

Dans ce cas, si la coloration est impuissante à déterminer avec précision les débris organiques qui forment la pâte de la roche, elle nous renseigne au moins, mieux que tout autre procédé, sur sa nature. Ces roches coralliennes sont bien formées des débris accumulés d'organismes divers ayant vécu dans les récifs avoisinants.

Les colorants peuvent enfin rendre des services dans ce que nous appelons la lecture des coupes de roches sédimentaires. Les fragments de crinoïdes, d'échinides, de brachiopodes, au test perforé, sont facilement décelés par la fixation du colorant dans leurs pores.

En se fixant dans le remplissage de la cavité des foraminifères, celui-ci les rend plus visibles.

Dans le cas des algues incrustantes du type lithothamnium, enfin, le colorant ne se fixant pas dans les conceptacles ou cellules reproductrices les fait trancher nettement sur la trame cellulaire de l'algue fortement colorée (*fig. 1*).

En résumé, ces deux modes opératoires combinés ou isolés permettent de résoudre avec certitude, dans des cas difficiles, la question de savoir si une roche sédimentaire contient des organismes entiers ou en débris.

Ils sont surtout applicables dans le cas le plus fréquent de la présence de débris organiques, reconnaissables seulement par leur structure plus ou moins bien conservée, et mise en évidence par la minceur de la coupe ou, dans des cas plus rares, par la coloration de quelques-uns de ses éléments.

EXPLICATION DE LA PLANCHE III.

FIG. 1. — Coupe de *Lithothamnium pliocenicum* Gumb., à un fort grossissement, colorée par l'hématoxyline alunée, avec cellules mâles disposées en rangées sur le bord de la préparation, qui a été légèrement corrodée par l'action des acides étendus.

FIG. 2. — Coupe du calcaire corallien (rauracien) blanc d'Istein (grand-duché de Bade), pour faire voir une section de spongiaire rameux ressortant en blanc sur le fond bleu violacé de la préparation. Faible grossissement.

FIG. 3. — Coupe du calcaire blanc cristallin du silurien de Koniepruz (Bohême), pour faire voir en section une colonie de bryozoaires, dont les parois se détachent en bleu violacé sur le fond incolore de la préparation.

M. COSSMANN

Ingénieur chef des services techniques à la Compagnie des Chemins de fer du Nord, à Paris.

SUR QUELQUES FORMES NOUVELLES OU PEU CONNUES DES FALUNS DU BORDELAIS (SUITE) [560.3]

— *Séance du 6 août 1895* —

Dans une première communication, faite l'an dernier au Congrès de Caen, j'ai exposé les motifs qui m'ont amené à reprendre quel-

ques formes déjà connues, ou à décrire quelques espèces nouvelles de l'Aquitanien et du Langhien des environs de Bordeaux. Cette petite note préliminaire, exclusivement consacrée à des Gastéropodes, devait, dans ma pensée, être suivie d'une autre communication qui coïncide précisément avec la réunion du Congrès de l'Association à Bordeaux, au centre des gisements d'où proviennent les coquilles dont il s'agit.

Cette seconde note ne contient, sauf une espèce d'*Haliotis*, que des Pélécypodes, et principalement des formes qui m'ont paru présenter une intéressante analogie avec la faune éocénique : je signale particulièrement plusieurs espèces de *Cardium*, de la section *Loxocardium*, très voisines des espèces parisiennes, le genre *Erycina* proprement dit, qui n'avait pas encore été constaté au-dessus de l'Oligocène; un nouveau genre, confondu à tort avec le genre *Lepton;* puis des *Mitylidæ* intéressants; enfin une minuscule *Haliotis*, la plus ancienne de ce genre qui n'est pas représenté jusqu'ici dans les terrains tertiaires inférieurs.

En résumé, il semble qu'il y ait chaque jour de nouvelles preuves que la scission, qu'on prétendait exister entre la faune des terrains tertiaires supérieurs et inférieurs, est comblée par des formes communes, d'une part entre l'Oligocène supérieur et le Miocène inférieur, d'autre part entre ce dernier et les étages qui lui ont succédé. Si ce ne sont pas exactement les mêmes espèces, ce sont au moins des coquilles des mêmes groupes, correspondant à des conditions climatériques qui ne paraissent pas avoir été subitement modifiées.

Nous renouvelons donc, cette année, le vœu déjà exprimé à Caen, que nos confrères de Bordeaux, qui connaissent si bien leur riche région, se décident à en entreprendre l'histoire: nous sommes persuadé qu'il en résulterait des rapprochements morphologiques venant corroborer ceux que nous nous bornons à indiquer.

PANDORA GRANUM, Benoist *(in litt.) (Pl. IV, fig. 1-2).*

1873. *Pandora inæquivalvis,* Ben. *Catal. test. Saucats, p. 23* (*non* Linné).

Valve gauche étroite, allongée, profonde, très inéquilatérale ; côté antérieur ovale; côté postérieur rostré ; bord supérieur presque droit, en arrière du crochet ; bord palléal en arc de cercle, sinueux en deçà du rostre, qui est limité par une carène rayonnante et accompagnée d'une profonde dépression ; surface extérieure lisse et terne ; surface intérieure brillante et nacrée. Crochet situé aux quatre cinquièmes de la longueur, du côté antérieur ; charnière plate, édentée et très épaisse en avant, entaillée sous le crochet par une fossette triangulaire et profonde ; impressions musculaires

très inégalement écartées, peu visibles, l'antérieure assez profonde, la postérieure tout à fait superficielle.

Longueur.	10 mill. 1/2
Hauteur	5 mill.

Rapports et différences. — Cette espèce a été séparée, avec juste raison, de la forme vivante *P. inæquivalvis,* Linné : elle est plus étroite et plus bombée, d'une taille plus petite; son rostre est plus allongé, bordé par une sinuosité plus profonde; enfin, son crochet est situé encore plus en avant. Dans son catalogue des testacés fossiles de Saucats, Benoist a cité, comme synonyme de cette espèce, *Pandora flexuosa,* Mayer, 1853; je n'ai pas trouvé de description correspondant à cette dénomination, qui serait antérieure de cinq années aux articles que M. Mayer-Eymar a commencé à publier sur le bassin de Bordeaux, dans le *Journal de Conchyliologie.* C'est pourquoi j'ai adopté le nom manuscrit que Benoist lui-même donnait aux échantillons de sa collection, et qu'il m'a indiqué dans une de ses lettres, à l'appui de plusieurs déterminations de coquilles. Je n'ai pas recueilli une seule valve droite.

Localités. — Saucats, moulins de Lagus et de l'Église, ma collection; Pont-Pourquey, coll. Pissarro.

Type. — *(Pl. IV, fig. 1-2),* du moulin de l'Église.

CUSPIDARIA BENOISTI, *nov. sp. (Pl. IV, fig. 3-4).*

Taille petite, valve gauche bombée, ovale en avant, rostrée en arrière; crochet situé aux trois septièmes de la longueur, du côté antérieur; bord supérieur rectiligne en arrière du crochet; bord palléal ovale, sinueux en deçà du rostre qui est limité par une dépression peu profonde de la surface dorsale; celle-ci est lisse et ne porte que des stries d'accroissement fibreuses. Surface intérieure brillante; bord cardinal très mince, muni d'un petit cuilleron et d'une fossette minuscule; impressions musculaires profondément gravées dans le test.

Longueur	6 mill. 1/2
Hauteur	4 mill.

Rapports et différences. — Se distingue de *C. cuspidata,* Br. par sa forme moins bombée, par son rostre plus droit, moins recourbé, par son crochet moins cordiforme, par son bord supérieur rectiligne; elle ressemble aussi à une coquille du Pliocène de Cannes, qui n'est pas *C. cuspidata* (1), mais qui n'est pas lisse.

(1) *Cuspidaria Depontaillieri,* nov. sp. *(Pl. IV, fig. 5).* Je saisis cette occasion pour publier cette espèce qui ne peut se confondre avec celle de Brocchi; elle est petite, peu

Localités et type. — Saucats, Lagus, unique *(Pl. IV, fig. 3-4)*, ma collection.

SYNDESMYA DEGRANGEI, *nov. sp. (Pl. IV, fig. 6-7).*

Taille petite; valve droite très oblongue et très inéquilatérale; côté postérieur court, rapidement atténué; côté antérieur ovale; crochet situé au tiers de la longueur, du côté postérieur; bord supéro-antérieur presque parallèle au bord palléal qui est peu courbé; surface dorsale luisante, irrégulièrement striée par les accroissements, marquée en arrière d'un angle rayonnant très obsolète. Bord cardinal mince, muni de deux petites dents obliques en avant de la fossette, qui est subtrigone, peu allongée, et dont le rebord supérieur forme une petite nymphe saillante; dents latérales très étroites, allongées, inéquidistantes; impressions musculaires et palléale indistinctes.

Longueur.	7 mill.
Hauteur	3 mill. 1/2

Rapports et différences. — Cette petite coquille offre une ressemblance intime avec *S. prismatica*, Mont. et notamment avec les individus fossiles du Crag d'Anvers; toutefois elle s'en distingue par sa forme plus étroite, par son extrémité postérieure moins rostrée et plus ovale, par ses dents cardinales moins serrées et plus divergentes, par sa fossette ligamentaire moins développée. Ces caractères un peu fugitifs sont corroborés par l'écart des niveaux stratigraphiques dans lesquels les deux formes ont été recueillies: *S. Degrangei* relie les espèces de l'Éocène (*S. Recluzi* et *suessoniensis*, Desh.) à l'espèce vivante, sans se confondre cependant ni avec les unes, ni avec l'autre.

Localités et type. — Saucats, moulin de l'Église, unique *(Pl. IV, fig. 6-7)*, ma coll.

VENUS AVITENSIS, *nov. sp. (Pl. IV, fig. 8-10).*

Taille assez petite; forme un peu variable, en général allongée, très inéquilatérale, presque ovale, plus atténuée en avant qu'en arrière; valves convexes; crochets situés au quart de la longueur du côté antérieur; surface lisse, brillante, obscurément rayonnée, avec des traces de coloration

cordiforme, munie d'un rostre très allongé, droit, bien limité par une profonde sinuosité du bord palléal; mais elle est surtout caractérisée par sa surface dorsale, couverte de stries subimbriquées, concentriques, irrégulièrement ondulées, quoique équidistantes, se prolongeant en arrière jusque sur le rostre.

Outre que la forme de cette coquille est tout à fait différente de celle de *C. cuspidata*, on n'observe jamais sur cette dernière de trace d'une ornementation semblable: il est donc légitime de l'en séparer, et je propose de lui donner le nom d'un ami, paléontologiste d'avenir, enlevé à la fleur de l'âge, qui avait découvert le gisement de l'Abadie, à Cannes, d'où provient l'unique échantillon que je viens de décrire (ma coll.).

Longueur, 8 mill.; diamètre, 4 mill. 1/2.

brune; lunule et corselet allongés, limités, la première par une strie, le second par un angle obtus. Charnière composée de trois dents sur chaque valve, les deux antérieures bifides; nymphe peu saillante; impressions musculaires profondes, l'antérieure ronde est placée très bas, la postérieure allongée, située sous le bord supérieur; impression palléale voisine du bord qui est simple; sinus assez grand, oblique, tronqué.

Longueur.	10 mill.
Hauteur	7 mill.

Rapports et différences. — Je ne connais dans les terrains tertiaires supérieurs aucune forme qui puisse être comparée à cette petite espèce : elle rappelle, au contraire, certaines espèces du bassin éocénique de Paris, que j'ai classées dans le sous-genre *Mercenaria* (Catal. Éoc. 1886, I, p. 106); mais cette dénomination est synonyme de *Venus (sensu stricto)*, d'après Fischer; en tous cas, la charnière de ce groupe est absolument identique à celle de *V. lævigata*, Sow. de l'Australie du Sud, et bien voisine de celle de *V. mercenaria*, Linn. que Fischer admet comme type du genre *Venus*, après les éliminations successives qui y ont été faites. L'espèce de Saint-Avit se rapproche par sa forme de *V. secunda* et *solida*, Desh. du bassin de Paris; elle est toutefois plus oblongue.

Localité. — Saint-Avit, assez commune dans l'Aquitanien.

Types. — *(Pl. IV, fig. 8-10)*, ma coll.

VENUS SUBSPADICEA, *nov. sp. (Pl. IV, fig. 11-12).*

Taille petite; valve gauche subrhomboïdale, un peu bombée, inéquilatérale; côté antérieur arrondi, court; côté postérieur obliquement tronqué; crochet cordiforme situé au tiers de la largeur; un angle obtus, issu de ce crochet, limite la région anale; surface dorsale lisse au milieu, marquée de quelques sillons rayonnants et écartés du côté postérieur, incomplètement treillissée par des costules rayonnantes et des lamelles d'accroissement, à l'extrémité antérieure. Charnière composée de trois dents divergentes et écartées, celle du milieu très obsolète; bord cardinal finement crénelé de part et d'autre de cette charnière; bord palléal crénelé; impressions musculaires inégales; sinus très court.

Longueur.	4 mill.
Hauteur	3 mill. 1/2

Rapports et différences. — Au premier abord, cette espèce pourrait être prise pour une *V. ovata (V. spadicea)* dont l'ornementation serait à demi effacée; mais en la comparant aux échantillons du même gisement, on s'aperçoit immédiatement qu'elle n'a pas du tout la même forme triangulaire, qu'elle est beaucoup plus courte et plus

arrondie en avant, que son côté postérieur est plus anguleux et tronqué, que ses bords sont moins complètement crénelés, que ses dents cardinales sont moins développées, plus inégales, qu'enfin l'impression de son muscle postérieur est située plus haut. Je n'hésite donc pas à la considérer comme distincte, quoique je n'en connaisse qu'une valve.

Localité et type. — Mérignac, unique *(Pl. IV, fig. 11-12)*, ma coll.

CARDIUM BENOISTI, *nov. sp. (Pl. IV, fig. 13-15).*

Cardium papillosum, Ben. *Catal. test. Saucats, p. 47* (*non* Poli).

Taille petite; forme oblique, subquadrangulaire, très inéquilatérale, courte et arrondie en avant, largement tronquée en arrière; valves peu convexes, avec un angle obtus et décurrent qui limite la région anale: crochets situés au quart de la longueur, du côté antérieur, surface ornée de trente-deux côtes rayonnantes, plates, séparées par d'étroites rainures et munies de granules oblongs et serrés. Charnière composée d'une dent triangulaire assez forte et de deux dents latérales très inégales et inéquidistantes, l'antérieure forte et rapprochée, la postérieure peu visible et écartée; bord palléal fortement et régulièrement lacinié par les côtes.

Longueur.	5 mill. 1/2
Hauteur.	5 mill.

Rapports et différences. — Cette espèce doit être séparée de *C. papillosum*, qui a une forme plus convexe, moins tronquée en arrière, une charnière plus puissante, des côtes beaucoup moins nombreuses, plus saillantes et plus arrondies, séparées par des interstices plus larges et plus profonds, ornées de lamelles plutôt que de granules. Elle a la plus grande analogie avec *C. plagiomorphum* du calcaire grossier parisien, et ne s'en distingue guère que par sa forme moins haute et par quelques côtes rayonnantes en moins, enfin par son bord palléal plus profondément lacinié.

Localités. — Saucats, Mérignac, Saint-Avit; ma coll.

Type. — *(Pl. IV, fig. 13-15)*, Saint-Avit.

CARDIUM SONENSE, *nov. sp. (Pl. IV, fig. 16-17).*

Taille très petite; forme oblique, inéquilatérale, déprimée, subrhomboïdale; côté antérieur arrondi, côté postérieur obliquement tronqué; bord supérieur rectiligne en arrière du crochet qui est situé au quart de la longueur du côté antérieur; vingt-cinq côtes rayonnantes environ, avec de petites granulations très écartées : la côte qui forme l'angle séparatif de la région anale, est plus forte et isolée par des rainures plus larges. Char-

nière munie d'une petite dent cardinale et de deux fortes dents latérales, inéquidistantes, lamelleuses; bord palléal profondément lacinié.

Longueur	4 mill. 1/2
Hauteur	4 mill.

Rapports et différences. — Par sa forme oblique et peu bombée, cette espèce s'écarte absolument de *C. Meriani* de l'Oligocène; ses côtes subarticulées, surtout celle qui marque l'angle dorsal, et ses fortes dents latérales la distinguent des autres petites espèces de l'Aquitanien; il n'existe rien de semblable dans l'Éocène, où les petits *Loxocardium* sont moins obliques et ornés de costules plus serrées, plus régulières.

Localité et type. — Saucats route de Son, dans la couche à *Potamides;* peu rare. *(Pl. IV, fig. 16-17),* ma coll.

CARDIUM DEGRANGEI, *nov. sp. (Pl. IV, fig. 18-19).*

Taille petite; valve gauche oblique, subquadrangulaire, très inéquilatérale; côté antérieur arrondi, côté postérieur obliquement tronqué, crochet situé au cinquième de la longueur, du côté antérieur; surface ornée d'un grand nombre de côtes rayonnantes, séparées par d'étroites rainures au fond desquelles on aperçoit les crénelures transversales des accroissements: les côtes, presque aplaties, portent de petites écailles triangulaires, saillantes et tubulées du côté anal. Charnière mince, comportant une petite dent cardinale sous le crochet, une dent latérale antérieure très voisine, une dent latérale postérieure triangulaire et trois fois plus écartée ; impressions musculaires très enfoncées; bord lacinié et même dentelé à l'arrière par les côtes.

Longueur	5 mill. 1/2
Hauteur	4 mill. 1/2

Rapports et différences. — Cette espèce a une grande analogie avec *C. Bourdoti* de l'Éocène inférieur d'Hérouval, dans le bassin de Paris, mais elle est plus bombée, plus dilatée en arrière du crochet, et ses écailles plus circonflexes sont moins serrées; si on la compare à *C. scobinula* de l'Oligocène, on trouve qu'elle a les côtes plus nombreuses, munies d'écailles au lieu de granules, et que sa forme est plus convexe, plus arrondie.

Localités. — Saint-Avit, Mérignac, peu commune.

Types. — *(Pl. IV, fig. 18-19),* Saint-Avit, ma coll.

CARDIUM FRAGULINUM, *nov. sp. (Pl. IV, fig. 20-21).*

Taille très petite; valves subquadrangulaires, bombées, carénées; côté antérieur arrondi, côté postérieur tronqué transversalement, bord supérieur

parallèle au bord palléal: crochet situé au tiers de la longueur du côté antérieur; carène anale rayonnant du crochet jusqu'à l'angle du bord palléal et de la troncature postérieure; vingt-cinq à vingt-huit côtes plates, séparées par d'étroites rainures, chargées de lamelles transverses qui sont rarement conservées. Charnière de la valve droite composée de deux dents cardinales, encadrant la fossette destinée à la dent de la valve opposée, et de deux dents latérales très rapprochées; impressions musculaires profondément gravées; bord palléal fortement lacinié.

Longueur	2 mill. 1/2
Hauteur	2 mill.

Rapports et différences. — Cette petite coquille rappelle complètement, en miniature, le *C. fragum* des mers de Chine, quoique cependant sa forme soit un peu moins haute et plus transversale; elle est beaucoup plus carénée et plus bombée que *C. Benoisti*, et n'appartient pas au même groupe, ainsi que le prouve l'examen de la charnière. Dans le bassin de Paris, on ne peut guère la comparer qu'à *C. mite*, qui est beaucoup moins caréné et qui doit être un jeune *Goniocardium*, tandis que *C. fragulinum* est vraisemblablement un *Hemicardium*. L'épaisseur du test de mes échantillons me fait croire qu'ils sont adultes.

Localité et type. — Saint-Avit, base de l'Aquitanien; deux valves, ma coll. *(Pl. IV, fig. 20-21)*, grossie cinq fois.

SCINTILLA BURDIGALENSIS, *nov. sp. (Pl. IV, fig. 22-23).*

Taille petite; test mince; valves peu convexes; forme ovale, inéquilatérale, côté antérieur plus allongé et plus arrondi, côté postérieur un peu déclive en arrière du crochet qui est peu saillant et à peine incliné en avant; surface dorsale lisse, irrégulièrement striée par les accroissements, avec une faible dépression du côté anal. Charnière portant, sur chaque valve, une dent cardinale saillante séparée du bord cardinal, du côté postérieur, par une profonde échancrure ligamentaire; la dent de la valve gauche est plus oblique et est accompagnée d'une seconde petite dent perpendiculaire; bord cardinal large et épais du côté antérieur, avec l'indice d'une dent latérale très obsolète; impressions musculaires à peine visibles, allongées.

Longueur.	8 mill.
Hauteur.	5 mill.

Rapports et différences. — Cette espèce appartenant à un genre non encore signalé dans les terrains tertiaires supérieurs, ressemble beaucoup à certaines formes du bassin de Paris : toutefois elle est moins inéquilatérale et plus étroite que *S. ambigua*, Desh.; elle est beaucoup plus ovale que *S. parisiensis* et a le bord palléal moins rectiligne; elle est moins allongée que *S. minuta*, Desh., et moins

convexe que *S. primœva*, Cossm.; enfin, si on la compare à *S. alabamiensis*, Cossm., dit l'Éocène de Claiborne, elle est moins triangulaire et moins haute.

Localités. — Saucats, moulin de l'Église et Peloua, ma coll.; Mérignac, ma coll. Assez rare, une douzaine de valves environ.

Types. — *(Pl. IV, fig. 22-23)*, de Peloua.

LASÆA SAUCATSENSIS, *nov. sp. (Pl. IV, fig. 24-25).*

1873. *Erycina austriaca*, Ben. *Cat. test. Saucats, p. 55* (*non* Hœrnes).

Taille petite; valves assez minces, convexes; forme ovale, subcirculaire, régulière; crochets presque médians, un peu gonflés; côté postérieur à peine plus court que l'autre, également arrondi; surface dorsale lisse, avec des stries d'accroissement fines et irrégulières, et des traces de coloration brune. Charnière composée : sur la valve gauche, d'une dent cardinale antérieure, oblique et saillante, avec un imperceptible contrefort dentiforme en arrière, puis une petite saillie de l'autre côté de la fossette ligamentaire; sur la valve droite, une seule large dent cardinale triangulaire, et une petite saillie de l'autre côté de la fossette; la dent latérale postérieure est à peine indiquée; impressions musculaires allongées, situées assez haut; bord palléal lisse.

Longueur.	5 mill.
Hauteur	4 mill. 1/2

Observations. — Il me paraît peu probable que cette petite coquille, qui n'est pas rare dans les gisements de Saucats, ait échappé aux investigations de Benoist; aussi je présume qu'il a voulu la désigner sous le nom *Erycina austriaca,* Hœrnes; elle a, en effet, une grande analogie avec la figure de l'ouvrage sur les mollusques du bassin de Vienne; mais elle en diffère par sa forme moins arrondie, moins convexe, plus inéquilatérale; Benoist lui attribue des stries rayonnantes qu'on distingue difficilement à l'intérieur des valves. Je ne puis conserver cette espèce dans le genre *Erycina* qui a des dents latérales et dont la forme est plus inéquilatérale et comprimée; au contraire, sa charnière a une réelle analogie avec celle des *Lasæa,* et sa forme arrondie et convexe l'en rapproche complètement.

Localités. — Saucats, aux moulins de l'Église et de Lagus, commune; Pont-Pourquey, assez rare; Peloua, un individu; Mérignac, un individu.

Types. — *(Pl. IV, fig. 24-25),* Pont-Pourquey, ma coll.

LASÆA INÆQUILATERALIS, *nov. sp. (Pl. IV, fig. 28-29).*

Taille petite; test mince, peu convexe; forme ovale, inéquilatérale; côté postérieur plus court et plus atténué; bord supérieur déclive en arrière du

crochet, qui est situé au tiers de la longueur; surface lisse, avec de fines stries d'accroissement. Bord cardinal presque linéaire; charnière composée: sur la valve gauche, de deux petites dents cardinales à angle droit, en avant de la fossette qui est peu développée; sur la valve droite, d'une petite dent antérieure, saillante et pointue, et en arrière de la fossette, d'une imperceptible saillie dentiforme; impressions musculaires allongées; impression palléale écartée du bord.

Longueur.	4 mill.
Hauteur	3 mill.

Rapports et différences. — En triant un grand nombre de *L. saucatsensis*, j'en ai séparé deux valves qui n'appartiennent évidemment pas à la même espèce, quoiqu'elles soient du même genre : leur forme est bien plus inéquilatérale, bien moins orbiculaire, un peu moins convexe, plus atténuée et plus déclive en arrière; en outre, le bord cardinal est plus mince, les deux dents de la valve gauche sont moins inégales, disposées orthogonalement; pour toutes ces raisons, il ne paraît pas possible de les confondre avec l'autre espèce qui est beaucoup moins rare. D'autre part, si on compare ces deux valves à *L. ambigua*, Nyst. du Crag. et du bassin de Vienne, on remarque que notre espèce a une forme bien plus inéquilatérale et un bord cardinal beaucoup plus mince.

Localités. — Saucats, moulins de Lagus et de l'Église, une valve opposée dans chaque gisement, ma coll.

Types. — *(Pl. IV, fig. 28-29),* les deux valves connues.

Pseudolepton, *nov. subgen.*

Petite coquille ovale, convexe, extérieurement ornée de stries divergentes; charnière composée, sur chaque valve, d'une forte dent cardinale en avant de la fossette ligamentaire, et en arrière de cette fossette, d'un renflement dentiforme très écarté et plus obsolète; bord cardinal assez épais; bord palléal non crénelé.

Type : *Lepton insigne*, Mayer (*in* Hœrnes).

Rapports et différences. — Cette nouvelle coupe se distingue des *Lepton* par la forme et la convexité des valves, et surtout par la charnière qui ne comporte pas de dents latérales; elle ressemble, au contraire, aux *Lasæa,* et ne s'en écarte que par l'ornementation de la surface dorsale et par la disparition de la dent médiane, de sorte que ce serait tout au plus un sous-genre à démembrer du genre *Lasæa.* Si on compare les *Pseudolepton* aux *Bornia (sensu stricto),* on trouve qu'ils s'en distinguent par l'absence de dents

latérales et par le nombre moindre de leurs dents cardinales; en outre, ils n'ont ni la forme équilatérale et subtrigone de *B. complanata,* ni les fines crénelures de son bord palléal. Enfin, le genre *Erycinella,* Conrad du Miocène d'Amérique paraît différer du nôtre par sa forme trigone, à côté antérieur plus court, comme dans les *Kellya,* et par sa fossette encadrée de deux fortes dents cardinales.

Distribution. — Les *Pseudolepton* ne sont jusqu'à présent signalés que dans le Miocène du bassin de Vienne et du Bordelais, où ils ne seraient représentés que par l'espèce type : je possède, il est vrai, de l'Astien de Cannes (Alpes-Maritimes) une petite valve gauche, plus arrondie, mais ayant la même ornementation et une charnière semblable; il est probable que c'est une seconde espèce, mais il est prudent d'attendre de meilleurs matériaux pour la décrire.

PSEUDOLEPTON INSIGNE, Mayer *(Pl. V, fig. 1-2).*

1870. *Lepton insignis,* M. Hœrnes. *Wiener Becken, II, p. 250 (Pl. XXXIV, fig. 6).*
1873. *Lepton insignis,* Benoist. *Catal. test. Saucats, p. 55.*

Forme ovale, un peu globuleuse, inéquilatérale, également arrondie à ses extrémités; côté postérieur un peu plus court que l'autre; crochets gonflés, à peine inclinés vers le côté antérieur, situés aux trois septièmes de la longueur; surface guillochée par de très fines costules divergentes, dont l'intersection se fait sur une ligne rayonnante, du côté antérieur. Charnière portant, sur chaque valve, une dent cardinale antérieure, pointue, une fossette médiane, profonde et étroite; enfin, une dent cardinale postérieure, écrasée sur le bord cardinal qui est épais et calleux sur toute sa longueur; impressions musculaires situées très haut à l'intérieur.

Longueur.	4 mill. 1/4
Hauteur	3 mill. 1/4

Rapports et différences. — D'après M. Hœrnes, les échantillons du bassin de Vienne sont identiques à ceux de Saucats, et l'on n'y saurait découvrir la plus petite différence; cependant la figure qu'en donne cet auteur représente une valve dont le crochet est placé à peu près au milieu de la longueur, et dont le bord cardinal semble porter une rainure; il est possible que ce soient là des inexactitudes de reproduction imputables au dessinateur.

Localités. — Mérignac, une valve; Saucats, moulin de l'Église, douze valves, ma coll. Grund, deux valves, collection du Musée de Vienne.

Types. — *(Pl. V, fig. 1-2),* Saucats, ma coll.

LEPTON TRANSVERSARIUM, *nov. sp. (Pl. IV, fig. 34-35).*

Taille très petite; forme déprimée, oblongue dans le sens transversal, ovale, à peu près symétrique, peu courbée sur le contour palléal; crochets à peine saillants, presque médians; surface lisse. Charnière composée d'une petite dent cardinale, à côté d'une étroite fossette, sous le crochet, et de deux dents latérales inégales, l'antérieure courte et triangulaire, la postérieure allongée; plateau cardinal plus large sur la valve droite que sur la valve gauche; impressions musculaires situées très haut; impression palléale écartée du bord.

Longueur	4 mill. 3/4
Hauteur	2 mill. 3/4

Rapports et différences. — Je ne connais pas de *Lepton* aussi oblong que celui-ci: même *L. depressum* du Crag, figuré par Wood, est plus élevé et d'ailleurs plus oblique que notre espèce. Quoique sa surface soit lisse et que ses dents latérales ne soient pas très élargies sur la valve gauche, je ne crois pas qu'on puisse la classer dans le genre *Erycina,* à cause de sa forme symétrique et de la petitesse de sa fossette.

Localité. — Saucats, moulin de Lagus, une valve gauche; moulin de l'Église, une valve droite; ma coll.

Types. — *(Pl. IV, fig. 34-35),* une valve de chaque gisement.

LEPTON LONGIFOSSULA, *nov. sp. (Pl. V, fig. 12-13).*

Taille petite; forme déprimée, un peu oblique, ovale, subtrigone, inéquilatérale; côté antérieur plus atténué, côté postérieur plus largement arrondi; crochet presque médian, à peine saillant; surface extérieure lisse, terne, avec une légère dépression rayonnante, du côté postérieur. Charnière composée, sur la valve droite, de deux fortes dents latérales, l'antérieure peu écartée du crochet, pointues, triangulaires, séparées du bord par un large plateau qui reçoit les dents de la valve opposée; fossette pour l'insertion du ligament formée d'une simple rainure, oblique et allongée, rayonnant du crochet vers le plateau latéral postérieur; impression du muscle antérieur palmiforme, impression du muscle postérieur circulaire, toutes deux situées assez bas; impression palléale écartée du bord et formée d'une bande un peu large.

Longueur.	6 mill.
Hauteur	4 mill. 1/2

Rapports et différences. — Outre que la surface de cette coquille paraît lisse, sa forme oblique et inéquilatérale, sa longue fossette surtout, l'écartent de la plupart des *Lepton* que je connais; l'absence de dent cardinale, la largeur des plateaux latéraux, la position du crochet, ne permettent pas de la classer dans le genre *Erycina.* Si

l'on en connaissait l'autre valve, il est probable qu'on prendrait cette espèce comme type d'une nouvelle coupe sous-générique, se distinguant des *Neolepton* par l'absence des sillons concentriques qui caractérisent ce sous-genre de Monterosato.

Localité et type. — Pont-Pourquey, une valve *(Pl. V, fig. 12-13)*, ma coll.

ERYCINA CARDINTORTA, *nov. sp. (Pl. V, fig. 10-11).*

Taille petite; forme peu convexe, inéquilatérale; côté antérieur plus allongé, largement arrondi; côté postérieur atténué, un peu sinueux sur son contour supérieur; crochet gonflé, situé aux deux cinquièmes de la longueur du côté postérieur; de part et d'autre du crochet, le bord supérieur est convexe; surface lisse, à peine striée par les accroissements. Charnière composée, sur la valve droite, d'une forte dent cardinale en avant d'une large fossette, et de deux dents latérales saillantes, très écartées du crochet; entre elles et la dent médiane, le plateau cardinal assez large forme, surtout en arrière, une surface gauche tout à fait caractéristique; impressions musculaires petites, arrondies, situées assez bas; impression palléale écartée du bord.

Longueur.	4 mill.
Hauteur.	3 mill.

Rapports et différences. — La découverte de cette espèce qui est bien authentiquement une *Erycina*, confirme la longévité de ce genre, qui n'avait été signalé, d'une manière certaine, que dans l'Éocène et l'Oligocène; aussi n'ai-je pas hésité à la décrire, quoique je n'en possède qu'une valve. La disposition tordue de son plateau cardinal et la sinuosité de son contour supérieur, vis-à-vis de la dent latérale postérieure, la distinguent de ses congénères parisiennes.

Localité. — Saucats, moulin de l'Église, une valve, ma coll.

Type. — *(Pl. V, fig. 10-11).*

ERYCINA INCRASSATA, *nov. sp. (Pl. V, fig. 6-7).*

Taille petite; test épais; forme peu convexe, trapézoïdale, inéquilatérale; côté antérieur plus allongé, ovale; côté postérieur obliquement tronqué; bord supérieur presque parallèle au bord palléal; crochet gonflé, situé aux trois septièmes de la longueur, du côté postérieur; surface lisse. Charnière calleuse, composée, sur la valve droite, d'une grosse dent cardinale, large, oblique et peu saillante, placée en avant d'une fossette étroite et peu profonde; dents latérales à peine saillantes sur le plateau cardinal, la postérieure très écartée, l'antérieure rapprochée; impression du muscle antérieur allongée, située en haut; impression du muscle postérieur profondément gravée, ovale, située très bas; impression palléale presque rainurée, écartée du bord.

Longueur.	3 mill. 1/4
Hauteur	2 mill. 1/4

Rapports et différences. — Cette espèce, beaucoup plus calleuse que ne le sont habituellement les *Erycina*, a la fossette ligamentaire beaucoup moins échancrée que la plupart des espèces parisiennes; il est possible que l'exagération de ces caractères soit accidentellement due à la fossilisation. On peut, à la rigueur, la comparer à *E. irregularis*, Recluz., qui a aussi une forme un peu quadrangulaire, mais dont les dents latérales sont plus saillantes, et dont la dent cardinale est moins épaisse.

Localité. — Pont-Pourquey, unique, ma coll.

Type. – *(Pl. V, fig. 6-7).*

KELLYA MIOCÆNICA, *nov. sp. (Pl. V, fig. 3-5).*

1870. *Lepton corbuloïdes,* Hœrn. *Tert. Becken, p. 249, pl. XXXIV, fig. 4* (*non* Phil.).

1873. *Lepton corbuloïdes,* Benoist, *Catal. test. Saucats, p. 54.*

Taille assez petite; forme un peu convexe, subtrigone, presque équilatérale; côté antérieur un peu plus largement ovale; crochets submédians, inclinés vers l'avant, assez saillants; surface lisse et brillante, avec une légère dépression médiane. Charnière composée : sur la valve gauche, de deux petites dents cardinales antérieures divergentes, et d'une dent semi-latérale en arrière de la fossette; sur la valve droite, d'une seule dent antérieure et d'une courte dent semi-latérale, séparées par une large entaille triangulaire; impressions des muscles rondes, petites et situées très haut; impression palléale voisine du bord.

Longueur	7 mill.
Hauteur	5 mill.

Rapports et différences. — Après une minutieuse comparaison des échantillons du Bordelais et de ceux de la Méditerranée (Cannes), il ne me paraît pas possible de conserver pour l'espèce miocénique le nom de l'espèce vivante : il y a certainement une grande ressemblance qui explique l'erreur de M. Hœrnes, mais les différences spécifiques sont réelles et constantes. La coquille fossile est beaucoup moins triangulaire, moins équilatérale, moins haute et plus transverse que *K. corbuloïdes ;* son bord antérieur n'est pas aussi équidéclive; les dents cardinales sont plus divergentes, la dent semi-latérale est plus écartée, la fossette surtout est bien plus ouverte et plus triangulaire; enfin, on observe à l'intérieur des valves vivantes, vers le bord palléal, quelques plis rayonnants, écartés et obsolètes, dont il n'y a pas de trace sur les valves fossiles, qui portent quelquefois des stries burinées dans le test. Elle a de l'analogie avec *K. Laubrierei*, de l'Éocène inférieur, mais elle n'est pas striée comme cette dernière, et s'en distingue par sa dépression dorsale.

l'on en connaissait l'autre valve, il est probable qu'on prendrait cette espèce comme type d'une nouvelle coupe sous-générique, se distinguant des *Neolepton* par l'absence des sillons concentriques qui caractérisent ce sous-genre de Monterosato.

Localité et type. — Pont-Pourquey, une valve *(Pl. V, fig. 12-13)*, ma coll.

ERYCINA CARDINTORTA, *nov. sp. (Pl. V, fig. 10-11)*.

Taille petite; forme peu convexe, inéquilatérale; côté antérieur plus allongé, largement arrondi; côté postérieur atténué, un peu sinueux sur son contour supérieur; crochet gonflé, situé aux deux cinquièmes de la longueur du côté postérieur; de part et d'autre du crochet, le bord supérieur est convexe; surface lisse, à peine striée par les accroissements. Charnière composée, sur la valve droite, d'une forte dent cardinale en avant d'une large fossette, et de deux dents latérales saillantes, très écartées du crochet; entre elles et la dent médiane, le plateau cardinal assez large forme, surtout en arrière, une surface gauche tout à fait caractéristique; impressions musculaires petites, arrondies, situées assez bas; impression palléale écartée du bord.

Longueur.	4 mill.
Hauteur.	3 mill.

Rapports et différences. — La découverte de cette espèce qui est bien authentiquement une *Erycina*, confirme la longévité de ce genre, qui n'avait été signalé, d'une manière certaine, que dans l'Éocène et l'Oligocène; aussi n'ai-je pas hésité à la décrire, quoique je n'en possède qu'une valve. La disposition tordue de son plateau cardinal et la sinuosité de son contour supérieur, vis-à-vis de la dent latérale postérieure, la distinguent de ses congénères parisiennes.

Localité. — Saucats, moulin de l'Église, une valve, ma coll.

Type. — *(Pl. V, fig. 10-11)*.

ERYCINA INCRASSATA, *nov. sp. (Pl. V, fig. 6-7)*.

Taille petite; test épais; forme peu convexe, trapézoïdale, inéquilatérale. côté antérieur plus allongé, ovale; côté postérieur obliquement tronqué bord supérieur presque parallèle au bord palléal; crochet gonflé, situé au trois septièmes de la longueur, du côté postérieur; surface lisse. Charnière calleuse, composée, sur la valve droite, d'une grosse dent cardinale, large oblique et peu saillante, placée en avant d'une fossette étroite et peu profonde; dents latérales à peine saillantes sur le plateau cardinal, la postérieure très écartée, l'antérieure rapprochée; impression du muscle antérieur allongée, située en haut; impression du muscle postérieur profondément gravée, ovale, située très bas; impression palléale presque rainurée, écartée du bord.

Longueur.	3 mill. 1/4
Hauteur	2 mill. 1/4

[illegible]

Localités. — Uzeste, sous-étage Langhien; quatre valves, ma coll.; Pont-Pourquey (*fide* Benoist). Dans le bassin de Vienne, Grund, Pötzleinsdorf (*fide* Hœrnes).

Type. — *(Pl. V, fig. 3-5),* valves d'Uzeste, ma coll.

KELLYA MERIGNACENSIS, *nov. sp. (Pl. V, fig. 8-9).*

Taille assez petite; forme un peu convexe, ovale dans le sens transversal, presque équilatérale; crochet gonflé, incliné, médian; bord palléal peu curviligne; surface extérieure lisse, sans dépression au milieu. Charnière composée, sur la valve gauche, de deux petites dents cardinales divergentes et d'une très petite dent semilatérale, de l'autre côté de la fossette qui est triangulaire et très ouverte.

Longueur	7 mill. 1/2
Hauteur	5 mill.

Rapports et différences. — Cette coquille s'écarte tellement de *K. corbuloïdes* par sa forme transversale, qu'il est impossible de le confondre avec elle; d'autre part, si on la réunit à *K. miocœnica,* malgré les différences qu'elle présente, il n'y a pas de motifs pour séparer *K. miocœnica* de *K. corbuloïdes*, ce qui conduit à confondre sous le même nom, comme on l'avait fait jusqu'ici, des formes très dissemblables. C'est pourquoi, bien que je n'en possède qu'une seule valve, je propose de lui donner un nom distinct : elle est sensiblement plus allongée et moins triangulaire que l'espèce de Langhien, sa charnière est plus petite, ses dents cardinales sont moins divergentes, sa surface dorsale ne porte pas de dépression médiane. Elle a quelque analogie avec *K. catalaunensis*, de l'Éocène inférieur. Mais son crochet est situé plus au milieu, moins en avant.

Localité et type. — Mérignac, dans l'Aquitanien; une valve *(Pl. V, fig. 8-9),* ma coll.

KELLYA FILIOLA, Cossm. *(Pl. IV, fig. 30-31).*

Taille très petite; test mince; forme orbiculaire, oblique et inéquilatérale; côté postérieur un peu plus élargi; crochet situé aux deux cinquièmes de la longueur, du côté antérieur; surface extérieure lisse et brillante. Charnière de la valve droite composée de deux dents semi-latérales, encadrant une échancrure ligamentaire peu profonde et très ouverte; plateau cardinal un peu plus large en arrière de cette fossette; surface interne ornée de deux séries de plis rayonnants, entre lesquelles il existe une région médiane à peu près lisse, à l'aplomb du crochet; bord palléal non festonné.

Longueur	2 mill. 1/4
Hauteur	2 mill. 1/4

Rapports et différences. — Cette petite coquille paraît être, jusqu'à présent, le seul représentant de la section *Divarikellya* dans les terrains qui ont succédé à l'Éocène; elle rappelle, de la manière la plus frappante, le type de cette section *K. nitida;* mais elle s'en écarte par ses plis plus écartés et divisés en deux groupes, avec un espace lisse au milieu; en outre, elle a la fossette cardinale plus ouverte; elle se rapproche aussi de *K. essomiensis*, qui a des plis aussi écartés, mais non interrompus, et dont la forme est d'ailleurs plus quadrangulaire.

Localité et type. — Saucats, moulin de l'Église; une valve *(Pl. IV, fig. 30-31)*, ma coll.

MONTACUTA EXIGUA, *nov. sp. (Pl. IV, fig. 26-27).*

Taille très petite; forme ovale, transverse, très inéquilatérale; crochets situés aux deux septièmes de la longueur, à peine inclinés, du côté antérieur; côté postérieur un peu plus atténué que l'autre; surface luisante, très finement striée par les accroissements. Charnière composée, sur chaque valve, de deux dents encadrant une large fossette triangulaire; l'antérieure, petite, courte, à peine visible sur la valve droite; la postérieure, allongée, saillante, trigone; bord cardinal extrêmement mince; impressions musculaires arrondies; impression palléale écartée du bord.

Longueur	4 mill. 1/2
Hauteur	2 mill. 1/2

Rapports et différences. — Beaucoup plus ovale et moins triangulaire que l'espèce de Pontlevoy qui est rapportée à *M. truncata*, Wood., elle s'en distingue en outre par son test plus mince et par sa charnière beaucoup moins puissante. Par sa forme, elle se rapproche plutôt de *M. ferruginosa*, Montg., figurée dans l'ouvrage de Wood sur le Crag: mais elle a le côté antérieur plus arrondi et la charnière encore plus mince, la dent postérieure plus allongée. Si on la compare à *M tenuissima* de l'Éocène, on trouve qu'elle a une forme plus régulièrement ovale, le bord palléal courbé, tandis que dans l'espèce du bassin de Paris, ce bord est presque rectiligne.

Localité. — Saucats, moulin de l'Église, six valves; ma coll.

Types. — *(Pl. IV, fig. 26-27)*, ma coll.

LIMOPSIS CAPSULA, *nov. sp. (Pl. IV, fig. 32-33).*

Taille très petite; forme convexe, arrondie, oblique, inéquilatérale; crochets gonflés, opposés, situés au tiers de la largeur du côté antérieur; côté postérieur plus dilaté, non tronqué; surface régulièrement ornée de sillons concentriques, ponctués par des rayons équidistants. Charnière composée de trois dents courtes et épaisses en avant de la fossette ligamentaire qui

est très petite, et de trois dents obliques et inégales en arrière de cette fossette; surface interne plissée vers le bord palléal qui est crénelé sur la plus grande partie de son contour.

Largeur	2 mill. 1/2
Hauteur	2 mill. 3/4

Rapports et différences. — Cette petite coquille a beaucoup d'analogie avec *L. chonioïdes* de l'Éocène inférieur, mais s'en distingue par son côté postérieur non tronqué; si on la compare à *L. decisa,* Defr. des faluns de la Touraine, on remarque qu'elle est beaucoup plus arrondie et moins haute; quant à *L. obliqua,* Lea de l'Éocène de l'Alabama, elle a des dents plus nombreuses que celles de notre espèce, une forme moins convexe, des sillons plus profonds.

Localités. — Saucats, moulin de Lagus, une valve droite, ma coll.; Peloua, une valve gauche, ma coll.

Type. — *(Pl. IV, fig. 32-33),* Saucats.

ARCA PAPILLIFERA, Hœrnes. *(Pl. V, fig. 16-18).*

1870. *Arca papillifera,* M. Hœrnes. *Wiener tertiærbecken, p. 338, pl. XLIV, fig. 7.*

Taille assez petite; forme un peu convexe, déprimée au milieu, subrhomboïdale, inéquilatérale; côté antérieur arrondi, côté postérieur obliquement tronqué, bord palléal rectiligne et parallèle au bord cardinal; crochets saillants, obliquement gonflés, situés au tiers de la longueur, du côté antérieur; surface externe élégamment ornée de petites perles, plus allongées du côté postérieur, régulièrement disposées en séries rayonnante et concentrique, disparaissant quand le test est usé. Charnière composée de sept ou huit dents antérieures et de treize à quinze dents postérieures, également inclinées en sens opposé, croissant à partir de la minuscule fossette située sous le crochet; surface interne obscurément rayonnée jusqu'à la ligne palléale; impressions allongées.

Longueur	8 mill. 1/2
Hauteur	4 mill. 1/2

Rapports et différences. — Les exemplaires de Saint-Avit sont un peu plus allongés que ceux du bassin de Vienne, mais leur ornementation est identique, de sorte que je ne crois pas qu'on doive les en séparer: il existe dans le bassin de Paris une espèce très voisine, *A. margaritula,* beaucoup moins transverse, dont le bord palléal est finement crénelé et dont la surface dorsale ne porte pas de dépression médiane. Section *Fossularca.*

Localités. — Saint-Avit, onze valves, ma coll. Dans le bassin de Vienne, Steinabrunn, Pötzleinsdorf, Lapugy (*fide* M. Hœrnes).

Plésiotypes. — *(Pl. V, fig. 16-18),* Saint-Avit.

SEPTIFER OBLITUS, Michti. *(Pl. V, fig. 19-20).*

1847. ***Mytilus oblitus,*** **Michti.** ***Desc. foss. Italie, p. 93, pl. IV, fig. 8.***
1870. ***Septifer oblitus,*** **M. Hœrnes.** ***Foss. Wiener tert., II, p. 359, pl. XLV, fig. 10.***

Taille petite; forme peu convexe, subtrigone, rétrécie à l'extrémité antérieure, dilatée au milieu, à contour postérieur ovale; crochets petits, terminaux; bord supérieur rectiligne et déclive en arrière, anguleux sous la pointe du crochet; surface ornée de costules rayonnantes et divergentes, assez larges en arrière, séparées par des stries qui se bifurquent irrégulièrement à quelque distance du contour palléal. Charnière portant, sur la valve droite, quatre dents ou crénelures en arrière de l'angle antérieur, et cinq ou six beaucoup plus fines du côté opposé; tout le bord supérieur rectiligne est muni d'une série de crénelures dentiformes, tandis que le reste du contour palléal est lacinié par les côtes, et que le bord ventral est simple; septum peu développé, à contour curviligne.

Longueur	**7 mill. 1/2**
Largeur	**5 mill.**

Rapports et différences. — Quoique mes échantillons de Saint-Avit paraissent un peu moins dilatés que ne l'indiquent les figures de l'ouvrage de M. Hœrnes, je n'hésite pas à les rapporter à la même espèce que ceux du bassin de Vienne; mais je n'ai pas les éléments nécessaires pour vérifier si la détermination de cet auteur est exacte, c'est-à-dire s'ils appartiennent réellement à l'espèce de la Haute Italie. C'est une coquille beaucoup moins rétrécie en avant, plus dilatée et moins anguleuse que *S. serratus* du bassin de Paris; elle a le bord supérieur plus rectiligne et le septum plus large, moins haut que *S. depressus* du calcaire grossier, qui est d'ailleurs bien plus anguleux sur le dos.

Localités. — Saint-Avit, deux valves, ma coll. Dans le bassin de Vienne, Steinabrunn, Vöslau, Niedelsdorf, Niederless (*fide* M. Hœrnes).

Type. — *(Pl. V, fig. 19-20),* Saint-Avit.

SEPTIFER CORNUTUS, *nov. sp. (Pl. V, fig. 21-22).*

Taille peu grande; forme convexe, spatuloïde, pointue ou cornue du côté antérieur, dilatée au milieu, subquadrangulaire du côté postérieur; crochet peu gonflé, opposé, tout à fait terminal; surface anguleuse et excavée sur le bord ventral, avec une légère dépression qui part du crochet, ornée de côtes assez saillantes, rarement dichotomes. Charnière très forte, composée, sur la valve gauche, de trois ou quatre crénelures obsolètes sous le crochet, et de cinq dents beaucoup plus fortes sur le bord ventral; crénelures serrées sur tout le reste du contour de la valve; septum étroit, calleux,

à bord libre oblique, séparé du bord supéro-postérieur par un plateau muni d'une rainure assez profonde, qui se prolonge jusque sous le crochet.

Longueur	10 mill.
Largeur	6 mill.

Rapports et différences. Beaucoup plus convexe et moins dilatée que *S. oblitus*, elle s'en distingue par sa charnière, par son septum plus étroit, par ses côtes plus égales entre elles, non dichotomes; elle n'a ni l'ornementation, ni la forme trigone de *S. superbus* du bassin de Vienne; elle a la plus grande analogie de forme avec *S. depressus*, mais s'en écarte par son plateau rainuré et par ses côtes non dichotomes.

Localité et type. — Dax, unique. *(Pl. V, fig. 21-22)*, ma coll.

LITHODOMUS SUBCORDATA, d'Orb. *(Pl. V, fig. 23-24).*

1825. *Modiola cordata*, Bast. *Mém. géol. Bord., p. 79* (*non* Lamk).
1850. *Mytilus subcordatus*, d'Orb. *Prod. III, 26e ét., n° 2370.*
1873. *Modiola cordata*, Benoist. *Catal. test. Saucats, p. 66.*

Taille assez petite; forme convexe, allongée, rétrécie en avant, dilatée au milieu, arrondie en arrière; crochets cordiformes, presque antérieurs; surface dorsale lisse, terne, aplatie au milieu. Bord cardinal sans dents, épaissi sous le crochet, retroussé en avant, et pénétrant à l'intérieur un peu en arrière du crochet; épiderme intérieur à peine nacré.

Longueur	4 mill. 1/2
Largeur	3 mill.

Il existe des fragments d'individus deux fois plus grands.

Rapports et différences. — C'est à tort que cette espèce a été confondue avec celle du bassin de Paris, moins dilatée en arrière des crochets qui sont beaucoup moins cordiformes que dans les échantillons de Saucats : toutefois ceux de Mérignac paraissent un peu plus gonflés et leur forme ressemble un peu plus à celle des individus du calcaire grossier; mais, comme je n'en possède aucun d'absolument entier, j'ai tout lieu de penser qu'ils appartiennent bien à la même espèce que ceux de Saucats, que d'Orbigny a désignés sous le nom *subcordatus*. Benoist n'a pas accepté cette correction et indique même que l'espèce vit encore dans l'Océan; or, il est très aisé de confondre les *Lithodomus* qui sont souvent déformées dans leur travail de perforation, de sorte que si l'on n'y regarde de près, on pourrait les rapporter tous à la même espèce; une correction semblable a déjà été faite pour *L. lithophaga* qui porte le nom *avitensis*, Mayer, dans le Falunien. On remarquera qu'à l'exemple de

MM. Dollfus et Dautzenberg, je rétablis le féminin pour la détermination spécifique, qui doit s'accorder avec *domus*.

Localités. — Saucats, moulin de l'Église, une valve, ma coll.; Mérignac, huit valves incomplètes, ma coll.

Type. — (Pl. V, fig. 23-24). Saucats.

MODIOLA HŒRNESI, Reuss. *(Pl. V, fig. 27-28).*

1867. *Modiola Hœrnesi*, Reuss. *Foss. Fauna v. Wieliczka, p. 121. Pl. VI, fig. 2-4.*

1870. *Modiola Hœrnesi*, Hœrn. *Foss. Wiener tert., p. 347. Pl. XLV, fig. 2.*

Taille petite; forme un peu convexe, subanguleuse, allongée; bec antérieur très court, à peine prolongé au delà du crochet qui est cordiforme; côté postérieur dilaté, ovale; bord supérieur rectiligne en arrière du crochet; surface entièrement lisse. Bord cardinal édenté, retroussé sous le crochet, portant en arrière une rainure assez profonde, aussi longue que la partie rectiligne du bord supérieur.

Longueur	8 mill.
Largeur	4 mill.

Rapports et différences. — Il n'y a pas une identité complète entre les individus du Bordelais et les figures que M. Hœrnes donne de l'espèce de Reuss; cependant, les différences sont légères, le bord supérieur est un peu plus rectiligne et la forme plus étroite; comme d'ailleurs il y a quelques variations dans les caractères des échantillons de Saint-Avit, et que, d'autre part, Hœrnes signale lui-même l'existence de l'espèce viennoise à Saucats, je ne crois pas qu'on puisse les en séparer. C'est une espèce beaucoup moins régulière et plus dilatée que *M. subangulata* du bassin de Paris; elle se distingue de *M. adriatica* vivante par sa rainure cardinale, par sa forme plus contournée, et elle n'atteint pas une taille aussi grande; quant à *M. barbata,* qui a presque la même forme, elle est moins dilatée en arrière du crochet et a le bec moins prolongé que *M. Hœrnesi.*

Localités. — Saucats (Lariey), unique; Saint-Avit, huit valves; ma coll. Dans le bassin de Vienne, Grund, Steinabrunn, Gainfahren, Lapugy (*fide* M. Hœrnes). En Silésie, Wieliczka, Troppau (*fide* Reuss).

Plésiotype. — (Pl. V, fig. 27-28), Saucats.

MODIOLA MINUSCULA, *nov. sp. (Pl. V, fig. 25-26).*

Taille microscopique; forme peu convexe, ovale, assez large et dilatée au milieu, plus rétrécie en avant, arrondie en arrière; crochet à peine saillant, presque terminal; surface extérieure nacrée, lisse, vaguement rayonnée.

Bord cardinal mince, portant d'imperceptibles crénelures sous le crochet, et une autre série de crénelures très fines sur le contour supéro-postérieur, qui est presque rectiligne; le reste du contour palléal paraît entièrement lisse.

Longueur	2 mill. 1/2
Largeur	1 mill. 3/4

Rapports et différences. — Beaucoup plus large et régulière que *M. Hœrnesi*, elle n'a pas de dépression dorsale et ses crénelures sont d'ailleurs caractéristiques; je ne crois pas qu'on puisse la rapporter à *M. condita*, Mayer, qui porte des stries rayonnantes sur la surface dorsale et qui paraît plutôt être une *Modiolaria,* cependant il est impossible qu'en raison de la petite taille des échantillons qu'il a comparés, Hœrnes ait fait erreur en citant *M. condita* à Saucats, et qu'il ait voulu désigner notre espèce, quoiqu'elle soit bien distincte de celle du bassin de Vienne; Benoist indique d'ailleurs qu'il n'a jamais recueilli *M. condita* dans les faluns de Saucats, ce qui confirmerait notre opinion.

Localité et type. — Saucats, moulin de Lagus, trois valves. *(Pl. V, fig. 25-26),* ma coll.

MODIOLARIA SAUCATSENSIS, *nov. sp. (Pl. V, fig. 29-31).*

Taille petite; forme peu convexe, allongée, ovoïde; côté antérieur atténué; bord ventral convexe, crochets à peine saillants, presque terminaux; surface extérieure divisée en trois régions inégales : l'antérieure très courte est ornée de dix sillons rayonnants, séparant des côtes plates; la région médiane, un peu plus large, est lisse et ne porte que quelques rides d'accroissement obsolètes; enfin, la région postérieure et dorsale est ornée de larges côtes un peu convexes, séparées par des sillons ponctués. Charnière composée de cinq ou six dents ou crénelures antérieures; le bord palléal est finement crénelé, sauf dans la partie correspondant à l'aire lisse.

Longueur	6 mill. 1/2
Largeur	3 mill. 1/2

Rapports et différences. — Il est probable que c'est cette espèce que M. Hœrnes a désignée sous le nom *Modiola discors*, Linné, quoiqu'elle s'écarte de l'espèce vivante par sa forme beaucoup plus étroite et plus allongée : cependant les échantillons du bassin de Vienne paraissent, d'après la figure *(pl. XLV, fig. 5),* plus arrondis et moins étroits que ceux du Bordelais; dans cette incertitude, je ne les cite pas en synonymie de notre espèce qui doit évidemment être séparée de la forme vivante. Benoist en a signalé l'existence dans son Catalogue de Saucats *(pl. 67, n° 186),* mais sans la nommer, en se bornant à signaler que le bord ventral est moins rectiligne que

dans *M. seminuda,* du bassin de Paris; c'est sans doute une erreur, car l'espèce bordelaise appartient au sous-genre *Planimodiola,* qui a pour type *M. sulcata,* dont le côté antérieur est plus acuminé.

Localité. — Saucats, à Lariey (Aquitanien) et au moulin de l'Église (Langhien), ma coll.

Types. — (Pl. V, fig. 29-31), Lariey.

Haliotis Benoisti, *nov. sp. (Pl. V, fig. 14-15).*

Taille très petite; forme déprimée, demi-circulaire; spire un peu saillante occupant près de la moitié du diamètre transversal; embryon subglobuleux, lisse; trois tours à accroissement rapide; sur le dernier se forme un angle spiral orné de huit ou neuf tubercules, quatre cordons spiraux au-dessous et deux au-dessus de cet angle; périphérie de la base subcarénée. Base ornée de quelques fines stries concentriques; région ombilicale recouverte par une bande calleuse; ouverture médiocrement grande; labre rectiligne, contour supérieur échancré, contour columellaire circulaire.

Grand diamètre . .	4 mill.
Petit diamètre . . .	3 mill.
Épaisseur	1 mill. 1/2

Rapports et différences. — Cette petite espèce se distingue non seulement par sa taille, mais par ses caractères : elle est beaucoup plus arrondie et moins striée que l'*H. tuberculata* de l'Astien, qui a d'ailleurs des perforations plus oblongues; on ne peut la confondre avec *H. monilifera,* de Tortone, dont elle se rapprocherait par sa forme, parce qu'elle ne porte pas de rangées de granulations entre la carène perforée et la suture; enfin, si on la compare à *H. volhynica,* on remarque que sa spire occupe une bien plus grande partie du grand diamètre, et que son labre est plus rectiligne; dans ces conditions, il me parait qu'il y a lieu de séparer cette coquille que Benoist avait d'ailleurs signalée dans son catalogue des testacés de Saucats *(p. 135, n° 412),* mais qu'il n'avait pas nommée, à cause de l'état de conservation de son unique échantillon.

Localités. — Mérignac, cinq individus, coll. Cossmann; Saucats (Lariey) d'après Benoist.

Type. — (Pl. V, fig. 14-15), Mérignac.

LÉGENDE DE LA PLANCHE IV

1-2. — Pandora granum, Benoist, grossi deux fois et demie. Saucats (Église).
3-4. — Cuspidaria Benoisti, Cossm., grossie deux fois...... Saucats (Lagus).
5. — Cuspidaria Depontaillieri, Cossm., grossie deux fois.. Cannes.
6-7. — Syndesmya Degrangei, Cossm., grossie deux fois et demie.. Saucats (Église).
8-10. — Venus avitensis, Cossm., grossie deux fois et demie. Saint-Avit.

11-12. — VENUS SUBSPADICEA, Cossm., grossie quatre fois...... Mérignac.
13-15. — CARDIUM BENOISTI, Cossm., grossi trois fois......... Saint-Avit.
16-17. — CARDIUM SONENSE, Cossm., grossi cinq fois......... Saucats (Son).
18-19. — CARDIUM DEGRANGEI, Cossm., grossi trois fois....... Saint-Avit.
20-21. — CARDIUM FRAGULINUM, Cossm., grossi cinq fois....... Saint-Avit.
22-23. — SCINTILLA BURDIGALENSIS, Cossm., grossie deux fois.. Peloua.
24-25. — LASÆA SAUCATSENSIS, Cossm., grossie trois fois...... Pont-Pourquey.
26-27. — MONTACUTA EXIGUA, Cossm., grossie quatre fois....... Saucats (Église).
28-29. — LASÆA INÆQUILATERALIS, Cossm., grossie quatre à cinq fois.. Saucats (Église, Lagus).
30-31. — KELLYA FILIOLA, Cossm., grossie cinq fois........... Saucats (Église).
32-33. — LIMOPSIS CAPSULA, Cossm., grossi cinq fois.......... Saucats (Lagus).
34-35. — LEPTON TRANSVERSARIUM, Cossm., grossi quatre fois.. Saucats (Lagus, Église).

LÉGENDE DE LA PLANCHE V

1-2. — PSEUDOLEPTON INSIGNE, [Mayer], grossi cinq fois..... Saucats (Église).
3-5. — KELLYA MIOCÆNICA, Cossm., grossie trois à quatre fois. Uzeste.
6-7. — ERYCINA INCRASSATA, Cossm., grossie cinq fois....... Pont-Pourquey.
8-9. — KELLYA MERIGNACENSIS, Cossm., grossie trois fois.... Mérignac.
10-11. — ERYCINA CARDINTORTA, Cossm., grossie quatre fois... Saucats (Église).
12-13. — LEPTON LONGIFOSSULA, Cossm., grossie trois fois.... Pont-Pourquey.
14-15. — HALIOTIS BENOISTI, Cossm., grossie quatre fois...... Mérignac.
16-18. — ARCA PAPILLIFERA, Hœrnes, grossie deux fois....... Saint-Avit..
19-20 — SEPTIFER OBLITUS, [Michti], grossi deux fois......... Saint-Avit.
21-22. — SEPTIFER CORNUTUS, Cossm., grossie trois fois....... Dax.
23-24. — LITHODOMUS SUBCORDATA, [d'Orb.], grossie quatre fois. Saucats (Église).
25-26. — MODIOLA MINUSCULA, Cossm., grossie sept fois....... Saucats (Lagus).
27-28. — MODIOLA HŒRNESI, Reuss, grossie deux fois......... Saucats (Lariey).
29-31. — MODIOLARIA SAUCATSENSIS, Cossm., grossie trois fois. Saucats (Lariey).

M. Charles DEPÉRET

Professeur de géologie à la Faculté des sciences de Lyon.

FOUILLES PALÉONTOLOGIQUES DANS LE MIOCÈNE SUPÉRIEUR DE LA COLLINE DE MONTREDON, PRÈS BIZE (AUDE) [566]

— Séance du 6 août 1895 —

CONSTITUTION GÉOLOGIQUE GÉNÉRALE DE LA RÉGION

La constitution géologique des environs de la petite ville de Bize, située dans l'étroite vallée de la Cesse, à 20 kilomètres au N.-E. de Narbonne, est des plus intéressantes et des plus variées.

La ville est adossée à l'est à un bombement ou *dôme* formé par les calcaires compacts, blancs, d'origine lacustre, de l'Éocène moyen

(Lutétien), caractérisé par la présence de *Planorbis pseudo-ammonius* et de *Limnæa Michelini,* fossiles de l'horizon du Montaiguet de Provence. Le dôme anticlinal des calcaires éocènes présente un grand axe allongé presque nord-sud, ou légèrement sud-ouest, qui s'étend sur une longueur de près de 4 kilomètres, depuis le ravin où passe la route de Bize à Montouliers jusqu'au hameau de Cabezac au sud. Les bancs de calcaire lacustre plongent assez régulièrement à la fois vers le nord et vers le sud, et s'enfoncent sous des formations plus modernes; au contraire, à l'ouest, du côté de la Cesse, et surtout à l'est, du côté de la plaine d'Argeliers, ils sont coupés par l'érosion d'une manière assez abrupte et forment des escarpements de près de 200 mètres de hauteur, qui permettent d'apercevoir nettement la structure anticlinale du massif éocène.

Du côté du sud, vers Cabezac, le plongement des calcaires éocènes est plus faible que sur le côté nord du dôme, et l'on observe que les calcaires compacts en bancs épais qui forment la base principale de la colline de Bize, deviennent peu à peu plus tendres à leur partie supérieure, plus marneux et plus feuilletés, et passent ainsi à un horizon lithologique un peu différent, qui représente encore pourtant la partie supérieure de l'éocène moyen, caractérisé par les mêmes fossiles lacustres; c'est l'horizon de *Cuques* de la Provence, remarquable ici, de même que sur tout le versant sud de la montagne Noire par la présence de bancs d'une lignite assez compacte, qui a été, près de Cabezac, l'objet de tentatives d'exploitation. Ces couches de calcaires ligniteux s'enfoncent au sud sous les alluvions de la plaine de la Cesse.

Du côté nord de l'anticlinal, les calcaires éocènes sont beaucoup plus relevés, présentent parfois une allure tout à fait verticale ou même légèrement renversée; par suite de phénomènes d'étirement dus à cette allure stratigraphique plus tourmentée, les couches ligniteuses ne se montrent pas sur ce côté de la colline et on observe en superposition immédiate sur les calcaires compacts éocènes une puissante série de marnes et d'argiles rouges, alternant avec des bancs épais de grès et de conglomérats plus ou moins grossiers, qui inclinent assez régulièrement au nord. Les couches rouges vont butter contre une faille des plus nettes qui amène au jour, sous forme d'une grande muraille abrupte, les calcaires daniens de l'étage de Rognac avec leurs teintes roses et leur aspect bréchoïde. C'est dans ces calcaires crétacés que s'ouvre, à 1 kilomètre au nord de la ville, la célèbre *grotte de Bize,* qui a été habitée par l'homme à l'époque du Renne, et qui a fourni pour la première fois à Tournal et à Marcel de Serres la preuve décisive de la coexistence de l'homme quater-

naire avec les animaux éteints ou émigrés de la faune des cavernes.

Quant aux couches de grès et de marnes rouges, dont il vient d'être question, et dont la route de Bize à Montouliers permet d'étudier aisément de belles coupes, elles sont l'équivalent de l'assise connue au pied de la montagne Noire sous le nom de *Grès à Lophiodon,* à cause de la fréquence de dents et de débris de ce genre de Pachydermes caractéristiques de l'Éocène. On doit rapporter cette formation rutilante à la partie tout à fait supérieure de l'Éocène moyen, c'est-à-dire à l'étage *Bartonien.* Aux environs mêmes de Bize, les débris de grands ossements de *Lophiodon* ne sont pas rares dans cette assise, mais ils sont englobés, en général, dans une gangue fort dure qui en rend l'extraction presque impossible. On voit aussi en place dans un bloc de grès siliceux très compact, engagé dans un mur de propriété, à une petite distance de Bize, la section d'une demi-mandibule d'un Pachyderme de petite taille, qui m'a paru se rapprocher du genre *Pachynolophus.*

La coupe suivante *(fig. 1)* dirigée N.-S. à travers le bombement anticlinal éocène de Bize, résume les détails précédents :

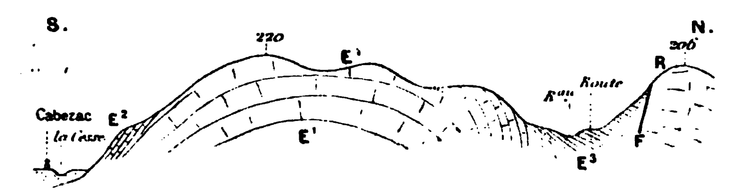


Fig. 1. — Coupe du bombement anticlinal éocène de Bize : *Légende.* R, calcaires de Rognac ; E^1, calcaires compacts à *Pl. pseudo-ammonius* (horizon de Montaiguet); E^2, calcaires marneux et lignitifères (horizon de Cuques); E^3, marnes et grès à *Lophodion* ; F, faille.

Ces détails préliminaires sur l'Éocène de Bize étaient indispensables pour comprendre la disposition du terrain *Miocène,* qui fait le sujet principal de cette note. Ce dernier terrain ne se montre pas du côté ouest, c'est-à-dire dans la vallée de la Cesse, où l'on peut suivre aisément le long de la voie ferrée entre Cabezac et Bize la structure anticlinale des calcaires éocènes, entaillés par l'érosion de la vallée. En revanche, du côté de l'est tourné vers la vaste plaine alluviale d'Argeliers, le Miocène vient s'appuyer en discordance complète et en couches horizontales contre la base du massif éocène; il forme un véritable placage au pied d'une falaise abrupte qui a dû servir de rivage au lac dans lequel se sont déposées les couches du Miocène supérieur. Vers le sud, du côté de Cabezac, le placage miocène se réduit à une étroite bande de marnes rosées qui ne s'élèvent guère qu'à mi-hauteur de la falaise éocène; mais à mesure qu'on se dirige

vers le nord, le Miocène augmente d'importance à la fois comme largeur et comme altitude et un peu au nord d'Argeliers, il constitue un large éperon de collines qui s'avancent dans la direction de l'est-sud-est en s'abaissant dans la plaine par gradins successifs découpés par l'érosion. La plus élevée de ces collines miocènes, qui porte un signal de triangulation de la carte d'état-major, est directement appliquée contre les calcaires éocènes et forme une large croupe arrondie qui atteint une altitude presque aussi grande (211 m.) que le sommet le plus élevé (220 m.) du massif éocène.

La constitution géologique générale de la région de Bize est résumée dans la carte suivante *(fig. 2)*:

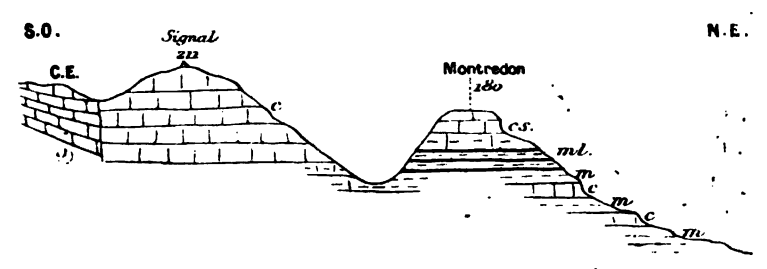


Fig. 2. — Carte géologique des environs de Bize au $\frac{1}{80000}$

TERRAIN MIOCÈNE

Les couches miocènes dont la disposition d'ensemble vient d'être indiquée ci-dessus, forment une série de collines arrondies dont la composition générale est la suivante. On observe de bas en haut:

1° Une épaisse série de *marnes versicolores*, le plus souvent de teintes rosées, quelquefois vertes, jaunes ou blanches, contenant toujours de nombreux grumeaux calcaires. Ces marnes affleurent à partir du niveau de la plaine de Montouliers, pour s'élever jusqu'au tiers environ de la hauteur des collines miocènes les plus élevées; elles se prolongent seules au sud-ouest vers Cabezac, en formant un talus assez raide au pied des escarpements des calcaires éocènes;

2° Un peu plus haut, les marnes commencent à alterner avec des bancs de *calcaires lacustres*, grumeleux, blancs ou rosés, qui deviennent de plus en plus épais et compacts à mesure qu'on s'élève et finissent par prédominer aux dépens des couches marneuses;

3° La partie supérieure des collines est formée d'une alternance de *calcaires tuffacés* et de *marnes dures* blanchâtres, devenant de plus en plus compactes dans les parties supérieures, où on passe à de véritables calcaires lacustres, à pâte fine, toujours cependant plus crayeuse et plus tuffacée que celle des calcaires éocènes, contre lesquels les calcaires miocènes se montrent directement adossés. Il

est nécessaire de regarder de près et d'examiner des surfaces fraîchement cassées pour faire la distinction sur le terrain de ces deux calcaires juxtaposés, d'âge si différent, mais dont l'aspect extérieur est presque identique au point de vue de la couleur et du relief des collines incultes qu'ils constituent.

L'ensemble de ces couches marno-calcaires, qui atteignent une épaisseur totale maximum de 180 mètres, se rapporte au *Miocène supérieur* ou étage *Pontique*, ainsi que cela résulte de la belle faune de Mammifères dont il sera question plus loin, et aussi de la présence d'un certain nombre de Mollusques fluvio-terrestres, que l'on recueille dans les bancs calcaires. J'ai pu déterminer les formes suivantes :

Bithinia leberonensis Fisch. et Tourn. Espèce du Miocène supérieur du Leberon et de toute la vallée du Rhône jusqu'à la Bresse.

Helix Rebouli Christol. Espèce à spire déprimée, à test presque lisse, qui paraît se rapprocher du groupe de l'*Helix Delphinensis* Font. du Miocène supérieur du Dauphiné. L'*H. Rebouli* est caractéristique des calcaires lacustres qui se montrent vers le sommet du Miocène dans tout le département de l'Hérault.

Cyclostoma cf. Draparnaudi Math. Quelques rares spécimens se rapprochent de cette espèce, décrite par M. Matheron, des grès à *Helix* tortoniens d'Aix en Provence ; ils sont cependant d'une taille notablement inférieure et pourraient représenter une variété *Minor* et appartenant à un horizon un peu plus élevé du Miocène que le type des environs d'Aix.

Au point de vue stratigraphique, il eût été intéressant de pouvoir étudier le *substratum* des couches miocènes d'eau douce, dont il vient d'être question ; mais la grande plaine d'alluvions de Montouliers empêche malheureusement d'observer le passage de la base de ces couches aux marnes de la mollasse marine, à *Ostrea crassissima,* qui affleurent à une altitude inférieure vers la plaine de l'Aude.

COLLINE ET GISEMENT DE MONTREDON

J'ai dit plus haut que les calcaires miocènes formaient, à l'altitude maxima de 211 mètres, une croupe élevée qui est marquée sur la carte d'état-major d'un signal de triangulation. De cette butte se détache vers le nord-est un éperon qui se présente lui-même sous la forme d'une petite montagne conique, à sommet arrondi, visible à une assez grande distance, et qui est désignée par les gens du pays, en raison de sa forme, sous le nom de *Montredon* (mont, *redon* ou rond). Du côté du nord, la butte miocène de Montredon s'adosse en discordance contre les *grès à Lophiodon* de l'Éocène, dont elle reste

séparée en partie par un profond ravin. Du côté du sud, un autre ravin détache la butte de Montredon du massif principal des collines miocènes. Vers le nord-est, elle domine de ses pentes assez raides et incultes la plaine alluviale de Montouliers.

La vue dont on jouit du sommet de Montredon est l'une des plus pittoresques de la région. Le charme du paysage résulte principalement du contraste qui s'impose entre la région de tristes collines d'un rouge livide que forment les grès à *Lophiodon* se profilant à perte de vue vers le nord-est; et, d'autre part, le paysage plus riant que présente au sud le pays des collines miocènes avec leur soubassement de marnes aux teintes à la fois vives et tendres, leurs sommets blanchâtres, chauves et incultes, et les grandes plaines d'alluvions, couvertes de vignes et parsemées de villages qui s'étendent à leur pied jusqu'à l'horizon lointain des plaines de l'Aude. Le profil indécis de la montagne Noire au nord et des premiers chaînons des Corbières vers le midi, ferment et complètent heureusement ce paysage d'une vivacité de tons presque orientale.

Une coupe dirigée sud-ouest-nord-est à travers la butte de Montredon présente la disposition suivante *(fig. 3)*:

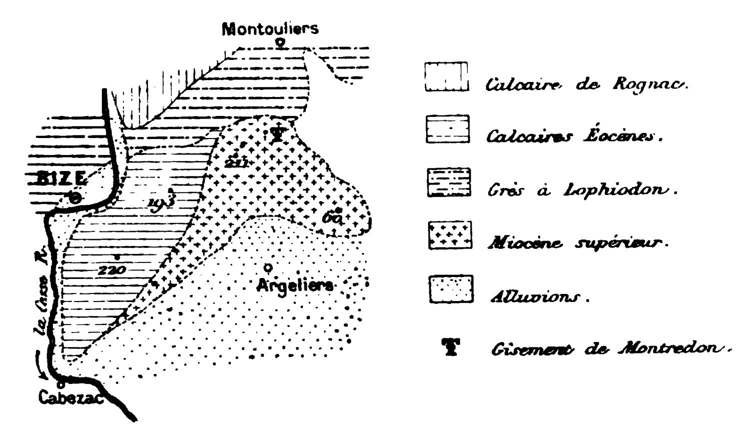


Fig. 3. — Coupe de la colline de Montredon : C E, *Calcaires éocènes* à *Planorbis pseudo-ammonius; Miocène; m*, marnes bariolées; *c*, calcaires tuffacés; *m*, *l*, marnes blanches avec lits ligniteux intercalés; *c*, *s*, calcaires supérieurs à *Helix Rebouli*.

Le gisement de Mammifères se trouve sur le flanc sud de Montredon au sein des couches marno-ligniteuses (*m. l.* de la coupe nº 3) qui affleurent à peu près à mi-hauteur de la colline. On trouve des ossements aussi bien dans les couches noires tourbeuses tendres que dans les marnes blanches beaucoup plus dures qui les séparent. Les lits tourbeux noirâtres sont fort irréguliers; ils présentent par places des sortes de renflements ou amandes assez épaisses qui se prolongent

peu latéralement et se réduisent vite à de simples filets charbonneux insignifiants. Dans ces sortes de poches tourbeuses, on trouve beaucoup d'ossements; mais à part les molaires isolées de *Dinotherium*, d'*Hipparion*, de *Rhinoceros*, etc., qui sont parfois intactes, les pièces sont morcelées et roulées, et les dents elles-mêmes sont réduites souvent à des fragments dont les angles sont plus ou moins émoussés; tout indique, en un mot, qu'il s'agit là d'un transport, peu violent, il est vrai, effectué au sein d'un marécage.

Dans les marnes blanches, on trouve aussi des Mammifères, mais en moins grande abondance que dans la lignite; en revanche, les pièces sont plus complètes et mieux préservées. Là seulement on a l'espoir de pouvoir recueillir des crânes ou des portions de membres avec les os en connexion. C'est de ces couches marneuses que proviennent le crâne du *Rhinoceros Schleiermacheri* avec sa mandibule, les mâchoires de *Simocyon* et d'*Hyænarctos*, enfin une partie notable d'un pied de *Dinotherium*, dont il sera question plus loin.

L'existence du gisement de Montredon est connue depuis fort longtemps. On m'a raconté dans le pays que, vers 1846, un cultivateur venu à Montredon pour extraire un peu de tourbe destinée à fumer ses terres, avait mis à jour, presque à la surface, des molaires de *Dinotherium* et de gros ossements, dont l'aspect l'avait étonné. Un ingénieur, M. Payras, prévenu de la découverte, en comprit l'importance et fit exécuter les premières fouilles régulières, dont les traces sont restées, jusqu'à ces derniers temps, sous l'apparence d'une excavation en forme de grotte, visible de fort loin et désignée depuis, par les habitants des villages voisins, sous le nom expressif de *Trou de la grosse bête*. En même temps, le savant professeur de Montpellier, M. de Rouville, appelé sur les lieux, rédigeait, de concert avec M. Payras, une note intéressante sur la géologie de Montredon (*Bull. Soc. Géol. de France,* 2e série, t. XXIII, p. 148). Les fouilles de M. Payras amenèrent la découverte de nombreuses molaires et d'autres pièces de *Dinotherium*, d'*Hipparion gracile* et de *Rhinoceros*, enfin de rares fragments de Cervidés.

Plus tard, de nouvelles fouilles ont été pratiquées sur le même lieu par divers géologues, mais elles ne paraissent pas avoir présenté une grande importance et n'ont amené, en tous cas, aucune découverte paléontologique nouvelle.

Depuis de longues années, le gisement de Montredon était resté dans l'oubli, malgré l'intérêt tout exceptionnel qu'il offre en raison de l'extraordinaire abondance du *Dinotherium*. On peut dire que aucun autre gisement miocène, à l'exception peut-être de celui d'*Eppelsheim* dans le bassin de Mayence, n'a fourni autant de débris

de ce gigantesque Proboscidien. Or si la tête du *Dinotherium* est bien connue des paléontologistes, grâce au magnifique crâne d'Eppelsheim décrit par Kaup, il est loin d'en être de même des os des membres et surtout des pattes, dont les caractères anatomiques sont si précieux pour préciser les affinités des types fossiles. A part quelques os isolés, décrits par M. le professeur Gaudry à Pikermi et au mont Leberon, et quelques autres os de La Grive Saint-Alban, que j'ai attribués au même animal avec quelques réserves, on peut dire que, à l'heure actuelle, le squelette du *Dinotherium* est presque inconnu des paléontologistes. Encore faut-il tenir compte du fait que, dans la plupart des gisements miocènes, les débris de *Dinotherium* sont associés à des débris de *Mastodontes,* ce qui rend l'attribution des ossements à l'un ou à l'autre de ces deux grands animaux quelque peu hésitante. Ces considérations m'ont déterminé à reprendre avec persévérance les fouilles de Montredon, dans l'espoir d'éclaircir cet énigme paléontologique.

En septembre 1894, et avec le concours de mon savant ami le Dr Donnezan, j'ai entrepris une première fois des travaux de recherche, dont la conduite a été confiée à un habile préparateur, M. Laurent Maurette, attaché au laboratoire de la Faculté des sciences de Lyon, et qui a donné depuis des années, en Roussillon et ailleurs, des preuves de son talent de chercheur et de son dévouement à la paléontologie. Cette première exploration préliminaire d'une quinzaine de jours a amené la découverte de pièces intéressantes, en particulier d'un pied de derrière de *Dinotherium*, avec ses os en connexion, mais où manquent malheureusement la région antérieure des métatarsiens et les phalanges. On a recueilli aussi la série complète des molaires de lait inférieures d'un jeune *Dinotherium,* plusieurs magnifiques molaires adultes du même animal, de nombreuses dents et des fragments d'os d'*Hipparion,* quelques os des pattes d'un *Rhinocéros* de taille moyenne, un astragale de Ruminant de la taille du *Cerf élaphe;* la faune était, en somme, dans son ensemble, assez peu variée, mais la patte de derrière du *Dinotherium* présentait un intérêt tout à fait de premier ordre.

En avril 1895, j'ai recommencé des fouilles plus importantes, qui ont duré cinq semaines et auxquelles l'Association française a bien voulu contribuer par une subvention.

Des tranchées ont été ouvertes à trois niveaux différents, échelonnés sur la hauteur de l'affleurement des couches marno-ligniteuses: l'inférieure sur l'emplacement même des anciennes fouilles de M. Payras; les deux autres dans les marnes blanches d'un niveau plus élevé. Il y avait environ une vingtaine de mètres de distance

verticale entre les deux tranchées extrêmes. Dans la fouille du bas, on a dû faire jouer la poudre pour démolir d'abord le toit de l'ancienne excavation, et poursuivre ensuite la poche tourbeuse, où on a recueilli encore de nombreuses molaires de *Dinotherium*, d'*Hipparion*, de *Rhinoceros*, de *Sus*, et quelques ossements isolés de ces mêmes animaux. Les pièces de ce gisement tourbeux se distinguent aisément de celles des marnes par leur teinte brun-noirâtre que leur a communiqué la matière charbonneuse.

La tranchée du milieu s'est montrée assez peu riche en ossements et a été abandonnée au bout de quelque temps, afin de reporter tous les efforts sur la tranchée supérieure, où ont été découvertes les pièces les plus importantes, telles que : un crâne de *Dinotherium* écrasé, mais pourvu encore de toutes ses molaires en fort bon état; une tête complète de *Rhinoceros Schleiermacheri*, des mâchoires de Carnassiers, etc.

L'état de conservation des pièces osseuses, tout à fait parfait dans le lignite où les os sont en revanche un peu roulés, laisse un peu plus à désirer dans les marnes où des précautions spéciales sont indispensables pour l'extraction. Lorsque la face supérieure d'une pièce a été bien dégagée, on la recouvre d'une véritable gouttière formée de bandelettes d'étoffe imprégnées de mastic fondu et très chaud, avant de dégager l'autre côté de la pièce; les fragments et les petits os en connexion sont ainsi maintenus en regard, ce qui facilite beaucoup la préparation définitive au laboratoire. Le blanc de baleine et le silicate de potasse ont rendu aussi de grands services pour durcir rapidement les pièces mises à jour. Grâce à l'habileté que M. Laurent Maurette a acquise dans ces opérations délicates, je puis dire qu'aucune pièce intéressante n'a été perdue ou détériorée dans le cours de ces recherches.

Aussi, la faune de Vertébrés de Montredon, qui se réduisait jusqu'à ces fouilles, à un très petit nombre d'espèces, le *Dinotherium*, l'*Hipparion*, un *Rhinoceros* et quelques débris de Ruminants, s'est-elle enrichie d'un grand nombre de types, dont quelques-uns sont nouveaux et présentent un intérêt paléontologique tout à fait remarquable. Voici, en résumé, l'état actuel de mes connaissances sur la faune de Montredon :

FAUNE DE VERTÉBRÉS MIOCÈNES DE MONTREDON

Mammifères.

Dinotherium giganteum Kaup.

Cet énorme Proboscidien est extrêmement répandu à Montredon. Lors des anciennes fouilles, les ouvriers avaient dû mettre au jour une mandibule

pourvue de ses molaires et de ses curieuses défenses recourbées en dessous en forme de soc; cette pièce a été malheureusement brisée par eux pour en extraire les dents, dont l'émail brillant les avait frappés davantage. J'ai pu recueillir encore chez un habitant d'Argeliés des portions importantes de l'os de la mandibule et des fragments de ses défenses.

Cette année on a découvert, dans la tranchée supérieure, un crâne de *Dinotherium*, mais ce crâne avait subi, par le fait de la pression des terres, un écrasement complet qui réduisait son épaisseur à quelques centimètres. Le palais seul était à peu près conservé, mais la substance osseuse était réduite a un état tellement pulvérulent qu'il a été impossible, malgré toutes les tentatives, de conserver autre chose que la série des dix molaires dans un magnifique état de conservation. Elles annoncent un sujet de taille moyenne, notablement inférieure au maximum de dimensions que l'espèce pouvait atteindre à Montredon et à Eppelsheim.

Plus de trente molaires isolées de *Dinotherium* ont été trouvées dans le cours de nos fouilles. Ces pièces donnent de curieuses indications sur les variations de taille que pouvait présenter cet animal dans un même lieu. En tenant compte seulement des molaires de deuxième dentition bien adultes, c'est-à-dire déjà entamées par la détrition, on peut faire des séries dont la taille varie dans la proportion de 1 à 3. A moins qu'il ne s'agisse d'espèces différentes de *Dinotherium* vivant ensemble dans le même lieu, — ce qui est assez invraisemblable, — il faut admettre que ce type donnait lieu, au point de vue de la taille, à toute une série de *races* dont il serait, sans doute, difficile de trouver d'aussi remarquables exemples parmi les animaux sauvages actuels.

L'organisation des pattes du *Dinotherium* est encore fort peu connue : aussi, la découverte que j'ai faite dans les fouilles de 1894, d'un pied de derrière avec tous les os du tarse en connexion, est-elle des plus importantes; elle permet maintenant d'établir un parallèle précis entre le tarse du *Dinotherium* et celui du *Mastodonte,* et de rapporter en toute certitude à l'un ou à l'autre de ces deux genres les os du tarse isolés qui ont été recueillis dans divers gisements. Cette pièce donnera lieu à une description anatomique précise qui sera publiée ultérieurement.

Ce qui manque malheureusement encore, ce sont les phalanges et, en particulier, les phalanges unguéales dont la forme nous renseignerait sur les mœurs marcheuses ou fouisseuses du Dinotherium. Je ne désespère pas de découvrir bientôt à Montredon ces pièces intéressantes.

Hipparion gracile Kaup.

L'*Hipparion* est extrêmement commun à Montredon, en particulier les dents isolées; mais les séries dentaires un peu complètes y sont fort rares; j'ai pu recueillir seulement deux mâchoires supérieures avec la dentition de lait. Il en est de même pour les os des membres : on trouve souvent des astragales, des calcanéums, des phalanges et même des canons isolés, mais point de pattes entières comme au Mont-Leberon ou à Pikermi. Il est cependant possible de refaire une patte de derrière avec les os de plusieurs individus de mêmes proportions. La race d'*Hipparion* qui habitait Montredon était forte et trapue, à peu près comme la *race lourde* de l'Attique; mais les caractères ne diffèrent pas de ceux de l'*Hipparion gracile* ordinaire.

Rhinoceros Schleiermacheri Kaup.

Le Rhinocéros était à peine connu jusqu'ici à Montredon par quelques molaires isolées. Les dernières fouilles ont fourni un magnifique crâne pourvu de sa mandibule, pièce qu'il a été possible de restaurer, malgré l'état d'aplatissement de la boîte crânienne en travers. Cette belle pièce permet de reconnaître les caractères précis du *Rhinoceros Schleiermacheri* d'Eppelsheim, en particulier les deux grandes canines inférieures proclives en avant et laissant entre elles un espace suffisant pour loger une paire d'incisives très reduites en forme de bouton. Dans l'ensemble, l'espèce miocène est fort voisine du Rhinocéros actuel de Java et de Sumatra; les espèces africaines en sont, au contraire, extrêmement distinctes.

Outre cette tête, on a encore recueilli des molaires inférieures isolées et des os du tarse et des pattes en assez grand nombre.

Sus major Gervais.

Cette grande espèce de sanglier miocène, découverte au Leberon par Gervais, se retrouve à Montredon avec ses dimensions et ses caractères habituels. Une mâchoire supérieure avec ses molaires au complet, des molaires inférieures isolées, enfin un avant-bras entier avec ses deux os en connexion, permettent de préciser cette détermination, mais sans beaucoup ajouter à l'histoire de cette espèce, qui se retrouve partout dans le miocène supérieur du sud-est de la France : à Soblay (Ain), à Aubignas (Ardèche), au Mont-Leberon (Vaucluse), à Estavar (Cerdagne), etc.

Tragocerus amalthæus Roth et Wagner.

La présence de ce curieux Antilopidé, si fréquent à Pikermi et au Mont-Leberon, repose uniquement sur la découverte de deux astragales, d'un calcanéum et de plusieurs phalanges, dont la taille et les proportions vont bien avec les pièces de Grèce et du Vaucluse. Je n'ai pu jusqu'ici réussir à rencontrer ni les molaires, ni surtout les chevilles osseuses des cornes, dont la forme prismatique et tranchante en avant est si caractéristique.

Gazella deperdita Gervais.

La Gazelle, assez fréquente au Mont-Leberon, paraît avoir vécu également au pied de la Montagne Noire, si je ne me trompe pas dans l'attribution à cette espèce d'un astragale tout à fait semblable à ceux du Vaucluse. L'espèce est caractéristique du Miocène supérieur du sud-est, et elle remontait vers le nord jusqu'à Lyon et Ambérieu.

Micromeryx sp.

Un Ruminant de taille bien plus petite encore que la Gazelle est indiqué à Montredon par un astragale dont les dimensions sont, cependant, supérieures à celle du petit Ruminant du Miocène moyen de Sansan nommé *Micromeryx Flourensianus* Lartet. Je suppose que cette pièce annonce l'existence dans le Miocène supérieur d'un animal du même genre, mais peut-être d'espèce différente. M. Almera, de Barcelone, m'a communiqué

une mandibule de *Micromeryx* bien caractérisé, provenant du miocène supérieur de Catalogne; on peut supposer que le petit Ruminant de Montredon appartient à la même espèce.

Simocyon diaphorus Kaup.

C'est la première fois que l'on signale la présence en France de ce curieux Carnassier, connu seulement jusqu'ici dans le miocène supérieur de l'Attique et d'Eppelsheim, en Allemagne. Les fouilles de Montredon ont fourni deux moitiés de mandibule et une carnassière supérieure, se rapportant toutes à un même individu. Ces pièces ne diffèrent que par des détails insignifiants du type de l'espèce; bien que la mandibule soit brisée au niveau des prémolaires antérieures, il m'a semblé que l'animal de Montredon devait posséder une ou plusieurs prémolaires en avant de la grosse dernière prémolaire et se rapprochait plus, en conséquence, de la race d'Eppelsheim que de la race de Pikermi, où les premières prémolaires sont caduques.

Les affinités zoologiques du *Simocyon* sont assez embarrassantes à préciser. Dans la forme générale de la mandibule courte et à profil inférieur fortement incurvé, il présente de curieuses affinités avec le Glouton actuel, c'est-à-dire avec la famille des Mustélidés. Il possède également, comme les types de cette dernière famille, une seule tuberculeuse inférieure, mais cette tuberculeuse est énorme et indique un régime peu carnassier, analogue à celui des Ours. D'autre part, la forme des carnassières, et surtout des tuberculeuses supérieures, se rapproche tellement de celle des Chiens et des *Amphicyon*, qu'il paraît difficile de ne pas voir dans le *Simocyon* un membre du groupe des Canidés.

Dinocyon sp.

La présence d'une espèce du groupe des *Amphycion* ou Chiens-Ours est attestée par une première tuberculeuse supérieure isolée, qui présente la forme triangulaire et la structure caractéristique du groupe, c'est-à-dire deux denticules externes et un denticule interne entouré lui-même d'un épais bourrelet semi-circulaire. Par l'atrophie très marquée du lobe postérieur externe et par l'effacement général des denticules, qui sont mousses et arrondis, l'animal de Montredon ressemble plus aux *Dinocyon,* tels que le *D. Thenardi* de la Grive-Saint-Alban, qu'aux vrais *Amphicyon,* comme l'*A. major* de Sansan. Il s'agit probablement d'une espèce nouvelle qui représente le germe *Dinocyon* dans le Miocène supérieur.

Hyænarctos arctoideus n. sp.

Le Carnassier le plus intéressant de la faune de Montredon est, sans contredit, un représentant de ce groupe des Ours primitifs auxquels on a donné le nom d'*Hyænarctos*. Il est représenté par de belles pièces, notamment par une demi-mandibule portant en place la dernière prémolaire, la carnassière et la première tuberculeuse, et par un fragment de mâchoire avec les deux tuberculeuses supérieures bien conservées. L'espèce de Montredon se distingue de tous les *Hyænarctos* connus dans le Miocène et le Pliocène par ses tuberculeuses moins carrées, de forme plus allongée et plus rectangulaire, en un mot plus voisines de celles des véritables Ours. La

deuxième tuberculeuse supérieure, en particulier, présente en arrière un véritable talon arrondi, moins long il est vrai que dans les Ours les plus anciens, tels que l'*Ursus arvernensis*, mais déjà bien plus dans la forme de la tuberculeuse de cette espèce. A la mandibule, la première tuberculeuse diffère de celle des *Ursus* parce que son second lobe est plus réduit, moins important que le premier, ce qui est le contraire chez les *Ursus*. La deuxième tuberculeuse devait être encore très petite et à une seule racine, tandis que cette dent est beaucoup plus développée dans les Ours pliocènes et actuels.

En résumé, l'*Hyænarctos* de Montredon vient combler la lacune qui existait encore entre les *Hyænarctos* typiques, comme l'*H. Sivalensis*, et les Ours les plus primitifs du Pliocène ancien, comme l'*Ursus arvernensis*; en raison de ce fait d'évolution intéressant, je propose de désigner cette forme de passage sous le nom d'*Hyænarctos arctoideus*.

M. L. GENTIL

Préparateur au Collège de France, à Paris.

SUR LES GITES CALAMINAIRES DE L'OUARSENIS (DÉP. D'ALGER) [553 45]

— *Séance du 6 août 1895* —

Le Djebel Ouarsenis (Œil-du-Monde) se trouve à 50 kilomètres environ au sud d'Orléansville, presque à la limite des départements d'Alger et d'Oran. Son point culminant atteint près de 2,000 mètres d'altitude.

Des filons de carbonate de zinc, explorés anciennement par les Romains pour la galène qui s'y trouve associée, sont exploités depuis quelques années par la Société belge de la Vieille-Montagne.

Aucune étude minéralogique n'a été faite jusqu'ici de ces gîtes métallifères.

Mon savant maître M. A. Lacroix, professeur au Muséum d'histoire naturelle, avait déjà tenté, il y a quelques années, de se procurer des échantillons cristallisés de calamine d'Algérie dans le but d'ajouter aux nombreux matériaux accumulés dans sa *Minéralogie de la France et de ses colonies* (1).

(1) A. Lacroix, *Minéralogie de la France et de ses colonies*. Paris, Baudry, 1893.

J'ai également essayé, de mon côté, de me procurer par correspondance les espèces minérales que l'on peut rencontrer dans un gisement de zinc aussi important. Mais ni la calamine (silicate) ni la smithsonite (carbonate) cristallisées n'étaient connues à l'Ouarsenis.

Aussi ai-je profité l'été dernier (1894) d'une occasion favorable pour aller visiter les lieux.

Je dois remercier ici M. Taylor, ingénieur de la mine, de son bienveillant accueil. Je dois également des remerciements à M. Ghysen, chef comptable, dont l'obligeance a permis mon séjour dans cette région si éloignée de tout centre civilisé.

Je me suis exclusivement attaché dans cette courte exploration à l'étude *minéralogique* des gîtes de zinc.

Le minerai exploité est du carbonate de zinc plus ou moins cristallisé, mélangé en toutes proportions à du carbonate de chaux et de la limonite.

Le nom de calamine, appliqué indifféremment dans l'industrie au silicate et au carbonate, recevra dans cette note l'acception scientifique qui lui a été donnée; nous désignerons ainsi le silicate de zinc hydraté, réservant au carbonate anhydre le nom de smithsonite.

Le minerai de l'Ouarsenis se présente en filons plus ou moins irréguliers, inclus dans des calcaires massifs, de couleur gris clair, à cassure cireuse, appartenant au Lias moyen.

Ces calcaires couronnent les principales crêtes du massif montagneux; les filons s'y trouvent répartis un peu partout et en tous sens.

Les gîtes principaux sont ceux du Grand-Pic (gîte de Bir-Chitane), de la crête de Sidi Abd-el-Kader (gîte de Friha ou Amann), du Djebel Belkaïret et du piton de Rokba-el-Atba. Ces deux derniers sont abandonnés et l'exploitation ne porte plus, actuellement, que sur les deux premiers.

Les espèces minérales que j'ai pu recueillir sont assez peu variées; ce sont : calamine, smithsonite, zinconise, blende, calcite, galène, cérusite, pyrite, limonite ocreuse et barytine.

I. La *calamine* se présente cristallisée dans les gîtes de Bir-Chitane et de Friha ou Amann; ce dernier surtout l'offre à profusion.

Le minerai de Friha ou Amann est plus ou moins chargé d'oxyde de fer (limonite) et essentiellement composé de carbonates de zinc et de chaux. Il provient sans doute de la transformation du calcaire encaissant sous l'action d'eaux minérales.

En plaque mince il montre, au microscope, une masse plus ou

moins amorphe imprégnée de calamine en cristaux isolés, aplatis, ou bien en petits cristaux serrés les uns contre les autres et remplissant les cavités de la roche métallifère.

Ce minerai est généralement caverneux et ses cavités, parfois très grandes, sont fréquemment tapissées de calamine cristallisée qui constitue le plus souvent des échantillons de collections remarquables.

La forme des cristaux est toujours la même. Elle est très simple et résulte de la combinaison

$$m\ (110)\ g^1\ (010)\ a^1\ (101)\ e^1\ (011).$$

L'aplatissement sur g^1 (010) est très marqué. Les faces, quelquefois très belles et régulières en apparence, donnent toujours au goniomètre des images multiples ou étalées, ce qui tient à des stries, des ondulations de ces faces.

Aussi les mesures goniométriques présentent-elles quelques difficultés.

Les mesures ci-dessous ont été prises sur un cristal de 2 millimètres de côté choisi parmi les plus nets.

	Angles calculés (Des Cloiz.)	Angles observés
mm (110-1̄10).....	104°13′	104°13′
mg^1 (110-010).....	127°53′	127°39′
e^1e^1 (011-01̄1).....	129°2′ sur p (001)	129°11′
e^1g^1 (011-010).....	115°29′	115°18′
ma^1(110-101) adj..	114°20′	114°17′
me^1 (110-011) opp.	74°40′	74°31′

La combinaison m (110) g^1(010) a^1(101) e^1(011) paraît constante. Je n'ai pas observé d'autres faces cristallines. Je n'ai pas observé non plus de cas d'hémimorphisme.

Cependant, malgré la constance de leur forme extérieure, les cristaux de calamine de Friha ou Amann se présentent sous trois aspects différents :

1° En cristaux isolés, transparents, aplatis en tables carrées ne dépassant pas 3 millimètres de côté. Ce sont eux qui m'ont servi aux déterminations goniométriques. Malgré leur belle apparence, les faces ne sont pas nettes. En réalité, chaque cristal est formé de la superposition d'un grand nombre d'individus n'ayant pas rigoureusement la même orientation, d'où résultent l'aspect ondulé des faces et la multiplicité des images au goniomètre.

Des cristaux de calamine de même forme se rencontrent dans le gisement célèbre de Moresnet (Vieille-Montagne).

2° Les cristaux de Friha ou Amann, lorsqu'ils dépassent la dimension moyenne de 3 millimètres de côté, perdent leur limpidité; ils deviennent laiteux. Ils sont alors rarement isolés, mais constituent plutôt des masses sphérolitiques de 1 centimètre de diamètre au plus ou bien ils forment des groupements en éventail autour d'un axe parallèle à l'arête e^1e^1 (011-011). Les faces a^1 (101) sont, en ce cas, généralement plus allongées que dans le cas précédent. J'ai pensé qu'il pouvait y avoir dans ces groupements une régularité parfaite qui en aurait fait des macles de plusieurs individus. Je me suis assuré du contraire en faisant tailler une plaque mince perpendiculaire à l'arête e^1e^1 (011) et, au miscroscope, j'ai mesuré l'angle de deux individus consécutifs en me reportant à leur extinction longitudinale. J'ai trouvé que cet angle est essentiellement variable.

Des groupements de ce genre se rencontrent dans le gisement des calamines de Franklin (New-Jersey), d'après un bel échantillon des galeries de minéralogie du Muséum d'histoire naturelle.

Quant à l'opacité des cristaux qui nous occupent en ce moment, elle tient à la présence d'une multitude d'inclusions. Ces inclusions, tout à fait irrégulières, sont très probablement formées d'un liquide, ainsi que je l'ai constaté avec assurance sur un certain nombre d'entre elles qui se présentent avec libelle mobile; les libelles sont de forme arrondie et animées d'un mouvement parfois très rapide.

On sait que le quartz gras doit son apparence laiteuse à des inclusions de ce genre.

Les inclusions liquides de la calamine laiteuse témoignent d'une cristallisation assez rapide. Les cristaux ont emprisonné lors de leur formation de l'eau minérale, au sein de laquelle ils se sont développés.

3° Enfin, la calamine de Friha ou Amann se présente encore sous forme de groupements analogues à ceux qui viennent d'être décrits, avec cette différence que les cristaux sont allongés suivant l'arête mm (110-110) et très peu développés suivant l'axe du groupement, de façon à constituer des rosettes plaquées sur les parois des druses.

Sous cet aspect, le minéral est parfaitement limpide.

Les cristaux de calamine de l'Ouarsenis portent toujours sur leurs faces g^1 (010) des stries parallèles à l'arête h^1g^1 (100-010); le clivage m (110) est très facile.

Examinés au microscope sur les faces g^1 (010), ils présentent, en lumière convergente, une bissectrice obtuse négative n_p.

Le plan des axes est parallèle à h^1 (100).

Au chalumeau, ce minéral fond difficilement, en donnant une vive

lueur et colorant la flamme en vert. Dans le tube, il dégage de l'eau. Sur le charbon, il donne avec l'azotate de cobalt la réaction caractéristique du zinc.

Il est soluble dans l'acide chlorhydrique en faisant gelée, et sa solution donne toutes les réactions du zinc.

Je me permettrai ici, au sujet de la calamine de Friha ou Amann, une remarque qui pourrait avoir son importance au point de vue du rendement économique du gîte.

En effet, le minerai de ce gîte est soumis à un triage à la main, et les échantillons chargés de calamine cristallisée subissent un grattage destiné à éliminer le silicate de zinc pur; ou bien, si ce minéral est par trop abondant, les échantillons sont jetés aux parties stériles. Or, cette précaution est prise, paraît-il, pour éliminer la calcite; mais ce dernier minéral se trouve relativement beaucoup plus rare que la calamine cristallisée.

De plus, le mode de titrage employé à la mine me laisse supposer que le silicate de zinc est utilisable dans le traitement du minerai (on dose à la fois le zinc du carbonate et du silicate). Le rendement économique du gîte pourrait être, en cela, sensiblement élevé en supprimant le triage d'une part, en élevant la teneur en zinc du minerai d'autre part, les cristallisations blanches étant pour la majeure partie de la calamine pure et la richesse en zinc du silicate étant plus élevée que celle du carbonate.

II. *Smithsonite*. — Le carbonate de zinc constitue presque à lui seul le minerai de zinc de l'Ouarsenis. Néanmoins, il se rencontre assez rarement bien cristallisé. Il se présente à cet état sous deux formes différentes : en rhomboèdres isolés, en masses stalactitiques.

1° C'est le gîte de Friha ou Amann qui m'a offert des rhomboèdres isolés de smithsonite. Ces cristaux sont très petits; ils n'atteignent guère un demi-millimètre. Ils sont de couleur brune et tapissent les parois des druses en leur donnant un bel aspect doré, avec multitude de petits points brillants dus au pouvoir réfléchissant des faces.

Malgré l'exiguïté des cristaux j'ai pu, au goniomètre Mallard, mesurer sur l'un d'eux, ayant un quart de millimètre de dimension, l'angle du rhomboèdre primitif. J'ai trouvé :

	Angle de Wollaston.	Angle observé.
pp $(10\bar{1}1\text{-}10\bar{1}1)$.....	117°40'	117°39'

J'ai en outre observé des rhomboèdres modifiés; mais je ne suis pas parvenu à mesurer les angles des faces modifiantes, et celles-ci restent, par suite, indéterminées.

2° Le personnel de la mine a mis à ma disposition quelques échantillons de *smithsonite stalactitique* provenant des gîtes de Bir-Chitane et de Friha ou Amann.

Sous cette forme, la smithsonite constitue des masses concrétionnées, translucides, englobant des impuretés, le plus souvent de la limonite.

Ces masses, très denses, présentent une couleur verte très claire et une surface mamelonnée. Examinée à la loupe, cette surface montre plusieurs systèmes de stries fines, parallèles, formées par les arêtes de rhomboèdres minuscules empilés les uns sur les autres. Si l'on examine la poudre résultant de la porphyrisation de cette substance, on observe une infinité de lamelles de clivage rhomboédriques, présentant une biréfringence très élevée, du même ordre que celle de la calcite.

Tous ces caractères correspondent parfaitement à la smithsonite. Du reste, les essais chimiques ne laissent aucun doute à cet égard, on a bien affaire à du carbonate de zinc anhydre souillé d'un peu de fer.

La couleur verte paraît être due à des traces infinitésimales de cuivre que ne peut même révéler le réactif si sensible de ce métal, le ferrocyanure de potassium.

A la smithsonite stalactitique, je rattacherai des concrétions finement mamelonnées tapissant assez fréquemment les parois des druses des minerais de Friha ou Amann et de Bir-Chitane.

Ces concrétions présentent un bel aspect velouté, moiré, avec couleur ferrugineuse variant du jaune d'or au rouge brique.

Comme dans le cas précédent, ces concrétions sont formées de très petits rhomboèdres de smithsonite imbriquées les unes sur les autres comme les tuiles d'un toit.

III. La *zinconise* est fréquente dans les gîtes calaminaires de l'Ouarsenis. Je l'ai rencontrée un peu partout. Elle est toujours d'un blanc éclatant et forme, soit de minces croûtes ou de petites taches globuleuses dans les cavités du minerai, soit des masses présentant une structure à lames concentriques, contournées, rappelant la variété *marionite* du comté de Marion (Arkansas).

Je l'ai trouvée sous cet aspect dans le gîte de Bir-Chitane.

Cette substance dégage de l'eau sous l'influence de la chaleur. Sur le charbon, elle donne tous les caractères du zinc. Les essais chimiques montrent de l'acide carbonique et la présence presque exclusive du zinc, des traces de fer.

Examinée au microscope, cette zinconise montre la prédominance

d'une matière amorphe mélangée d'une substance cristallisée, en fragments très petits, ayant la biréfringence de la calcite : c'est à n'en pas douter de la smithsonite.

Ainsi, la zinconise de l'Ouarsenis n'est pas entièrement amorphe ; elle constitue un mélange de carbonate de zinc rhomboédrique et d'une substance amorphe qu'il est malheureusement très difficile, sinon impossible, d'isoler.

Cette zinconise est de formation postérieure à presque tous les autres minéraux des gîtes de l'Ouarsenis. On la voit, en effet, recouvrir la calamine, la smithsonite, etc.; seule la calcite est parfois plus récente.

Aussi doit-elle être considérée comme formée secondairement, aux dépens de la smithsonite préexistante, par une sorte de décomposition de ce minéral sous l'influence des eaux d'infiltration. Peut-être même se forme-t-elle encore actuellement dans les galeries de mine.

IV. J'ai recueilli quelques échantillons de blende dans le minerai extrait des gîtes de Bir-Chitane et de Rokba-el-Atba.

Ce minéral n'offre rien d'intéressant, si ce n'est dans ce dernier gîte, où j'ai trouvé la forme cristalline.

$$p\ (100)\ a^1\ (111)\ b^1\ (110).$$

Cette combinaison est déterminée au juger, d'après la disposition des faces, les cristaux ne se prêtant aucunement à des mesures d'angle. Les faces p (100) sont les plus développées, ce qui est assez rare dans la blende. Ces cristaux ne sont d'ailleurs pas abondants ; je les ai observés dans une cavité ménagée dans la blende compacte, brune, aspect habituel de ce minéral à l'Ouarsenis. Le plus gros cristal a 8 millimètres de côté.

Un essai au chalumeau sur le charbon ne m'a pas révélé la présence de cadmium, du moins en quantité notable.

V. La *calcite* se présente dans tous les gîtes de l'Ouarsenis. Elle résulte de la recristallisation du calcaire liasique corrodé, dissous par les eaux minérales zincifères.

Elle est plus ou moins abondante suivant les gîtes. Dans celui de Rokba-el-Atba, j'ai trouvé des masses importantes de calcaire spathique laiteux, plus ou moins coloré par de l'oxyde de fer et remplissant les fissures et les poches de corrosion du Lias moyen.

Le minerai extrait est en outre associé à des rhomboèdres inverses de la forme $e^{6/5}$, ainsi qu'il résulte de la mesure suivante :

	Angle calculé (Des Cloiz.).	Angle observé.
$e^{6/5}e^{6/5}$.......	71°18′	71°13′.

Dans le gîte de Friha ou Amann, la calcite est également assez abondante; mais la grande majorité des cristaux des druses est formée de calamine. Je dois à l'extrême obligeance de M. Ghysen un magnifique échantillon de calcite formant le revêtement d'une plaque de smithsonite compacte, ferrugineuse.

Cette calcite forme des rhomboèdres plus ou moins enchevêtrés atteignant 2 centimètres de diamètre. La forme dominante est le rhomboèdre inverse e^1 $(02\bar{2}1)$, avec les faces réduites du rhomboèdre primitif p (0001) et la base a^1 $(10\bar{1}1)$.

Cette calcite renferme des traces de zinc; mais l'angle des clivages p (0001) est exactement de 105°5′.

L'échantillon présente ceci de particulier que chaque cristal est revêtu d'une mince pellicule nacrée de zinconise, ce qui lui donne un aspect tout particulier.

VI. La *galène* de l'Ouarsenis ne présente rien d'intéressant. Elle se rencontre surtout, quoique peu abondante, dans le gîte de Rokba-el-Atba, où les Romains ont creusé des galeries pour en extraire ce minerai de plomb.

VII. En relation avec cette galène, j'ai rencontré de la *cérusite* qui, bien qu'assez rare, offre un certain intérêt au point de vue minéralogique. Ce minéral, en effet, est généralement bien cristallisé, avec facettes brillantes. Il se présente presque toujours en très petits cristaux implantés dans les cavités de blocs de calcaire liasique poreux, injecté de blende et de galène.

Ces cristaux offrent des combinaisons de faces variables et peuvent, à ce point de vue, être groupés en trois catégories :

1° Combinaison

$$m\ (110)\ g^1\ (010)\ g^2\ (130)\ e^{1/2}\ (201)\ p\ (001)\ b^{1/2}\ (111).$$

Les cristaux de cette forme sont caractérisés par leur aplatissement sur g^1 (010). Ils se présentent sous forme de tables assez minces; les faces g^2 (130) et p (001) sont peu développées, surtout la face g^2 (130).

Le mesures ci-dessous ont été effectuées sur un cristal de cette forme, ayant 2 millimètres de côté :

		Angles calculés (Des Cl.).	Angles observés.
mm	(110-110)....	117°14′	117°14′
mg^1	(110-010)....	121°23′	121°20′
g^1g^3	(010-130)....	151°21′	151°20′
$e^{1/2}e^{1/2}$	(201-201)....	69°20′ sur p (001)	69°20′
$e^{1/2}g^1$	(201-010)....	145°20′	145°22′
$b^{1/2}m$	(111-110)....	144°14′	144°15′
$b^{1/2}b^{1/2}$	(111-111)....	130° avant	129°58′

La face p (001), raboteuse, n'était pas assez réfléchissante pour être observable. Elle est néanmoins incontestable.

Sur un autre cristal de même type j'ai observé en outre la face g^4 (530).

		Angles calculés (Des Cl.).	Angles observés.
mm	(110-110)....	117°14′	117°15′
mg^4	(110-530)....	165°55′	165°33′
mg^3	(110-130)....	150°2′	150°2′

2° Combinaison

m (110) g^1 (010) $b^{1/2}$ (111) $e^{1/2}$ (201).

Sous cette forme, la cérusite de Rokba-el-Atba se présente en octaèdres très petits.

C'est de beaucoup la combinaison la plus rare. Elle a été déterminée, au goniomètre Mallard, sur un cristal de 1 millimètre de hauteur, d'après les mesures suivantes :

		Angles calculés (Des Cl.)	Angles observés.
mm	(110-110)....	117°14′	117°12′
mg'	(110-010)....	121°23′	121°27′
$e^{1/2}e^{1/2}$	(201-201)....	69°20′ sur p (001)	69°10′
$e^{1/2}g^1$	(201-010)....	145°20′	145°44′
$b^{1/2}b^{1/2}$	(111-111)....	130° avant	130°5′

Dans le cristal observé, les faces $e^{1/2}$ (201) étaient fort mauvaises; aussi n'ont-elles donné que des angles approchés.

3° Le plus souvent la cérusite de Rokba se montre allongée, suivant la zone mm (110-110). Elle constitue alors des prismes à plusieurs pans terminés par les faces p (001), généralement très développées. Sous cette forme, les cristaux sont plus ou moins gros; j'en ai recueilli un de 1 centimètre de longueur à faces très belles.

Sur un cristal de cette forme ayant 1 millimètre de longueur, ont été observées les faces

p (001) h^1 (100) g^1 (010) g^2 (130) g^4 (530) a^2 (102) e^2 (012) $b^{1/2}$ (111).

		Angles calculés (Des Cl.).		Angles observés.
h^1g^4	(100-530)....	134°32′		134°19′
g^4g^4	(530-530)....	89°4′	sur h^1 (110)	89°4′
g^4g^1	(530-010)....	135°28′		135°37′
g^2g^1	(130-010)....	151°21′		151°16′
pa^2	(001-102)....	149°21′		149°22′
a^2a^2	(102-102)....	118°42′	sur p (001)	118°39′
pe^2	(001-012)....	160°8′		160°10′
$pb^{1/2}$	(001-111)....	125°46′		125°49′

J'ai observé en outre, dans le gisement de cérusite de l'Ouarsenis, la macle formée de deux individus accolés suivant m (110).

Ces cristaux sont fortement aplatis sur g^1 (010); ils appartiennent au premier type ci-dessus. Des mesures effectuées sur un tel groupement de deux cristaux longs de 2 millimètres m'ont donné les faces :

m (110) h^1 (100) g^2 (130) g^1 (010) $b^{1/2}$ (111) $e^{1/2}$ (?) (012).

		Angles calculés (Des Cl.).	Angles observés.
mm	(110-110)....	117°14′	117°13′
mg^2	(110-130)....	150°2′	150°1′
mh^1	(110-100)....	148°37′	148°37′
$b^{1/2}b^{1/2}$	(111-111)....	130° avant	130°1′
$b^{1/2}g^1$	(111-010)....	115°	115°9′

Les faces $e^{1/2}$ (012) ne sont que présumées; elles ne sont pas assez réfléchissantes pour être mesurables.

L'angle rentrant de la macle détermine nettement la face m (110) comme face d'association.

Angle calculé.	Angle observé.
117°14′	117°16′

VIII. Je ne ferai que signaler, en terminant, la *pyrite*, la *limonite* et la *barytine*, qui se trouvent un peu partout dans les gîtes calaminaires de l'Ouarsenis. La barytine forme en outre des filons importants au sommet du Grand Pic (pic Sidi-Amar).

M. Emile BELLOC

Chargé de missions scientifiques, à Paris

SEUILS ET BARRAGES LACUSTRES [551.35]

— *Séance du 6 août 1895* —

Quelle que soit l'origine des grands amas d'eau disséminés à la surface du globe, tous sont soumis aux mêmes lois.

Ils dépendent directement de la composition géologique et chimique du sol, des accidents du terrain et du régime climatologique de chaque pays.

Les oscillations périodiques de notre planète et les transformations incessantes que subit l'écorce terrestre, au contact des agents physiques, engendrent des changements constants dans la structure intime des grandes nappes d'eau. Les causes déterminantes de ces changements étant multiples, sont parfois difficiles à saisir. Aussi l'histoire des origines et des transformations lacustres est-elle une des questions les plus ardues et les plus intéressantes de la limnologie. Cependant, bien qu'elle soit intimement liée à celle des seuils et des barrages, le cadre restreint de cette notice m'oblige de n'en parler ici que d'une manière incidente, me réservant de consacrer à ce sujet important une étude spéciale, avec tous les développements qu'elle comporte.

Dans un précédent mémoire (1), j'ai donné un aperçu général de la théorie de l'érosion glaciaire, et de la part qui peut lui être attribuée par rapport au creusement de certains lacs de montagnes. N'ayant pas à y revenir pour le moment, je me bornerai à dire simplement que mes nouvelles recherches n'ont pas infirmé mon opinion première. Loin de moi, cependant, la pensée de dénier à l'action glaciaire la part d'influence qui lui appartient, quant aux modifications superficielles qu'elle a pu exercer sur le modelé des bassins ou des barrières lacustres, mais je suis persuadé que dans

(1) ÉMILE BELLOC, *Origine, formation et comblement des lacs dans les Pyrénées* (Assoc. Congr. de Pau), Paris, 1892. — *Nouvelles Études lacustres dans les Pyrénées franco-espagnoles* (Assoc. Congr. de Besançon), Paris, 1893.

beaucoup de cas on attribue aux anciens glaciers un rôle infiniment trop actif, du moins en ce qui concerne la participation directe qu'ils ont pu prendre à la formation des grands amas d'eau.

L'origine morainique des éléments constituant la *partie supérieure* des digues d'un certain nombre de lacs vosgiens: Gerardmer, Longemer, Blanchemer, du Corbeau, Fondromaix, Seewen; des bassins pyrénéens : de Lourdes, d'Aubert, d'Aumar, de Cap-de-Long, des Gourgs-Blancs, des Boums du port de Venasque, d'Ardiden, du Carlit, etc.; et de la plupart des lacs des Alpes, du Jura, de la Savoie, du Dauphiné, etc., ne fait de doute pour personne. Mais est-ce à dire, parce que des débris provenant d'anciennes moraines recouvrent d'une couche plus ou moins épaisse les crêtes des massifs qui barrent ces réservoirs, que l'élément glacé a été la cause unique et primordiale de ces retenues? Admettre une semblable hypothèse sans preuves à l'appui, pourrait être une erreur dans plusieurs cas. Je vais essayer d'en donner quelques exemples.

SEUILS ET BARRIÈRES NATURELLES

La constitution des seuils et des barrières naturelles, capables d'emmagasiner et de retenir le produit des précipitations atmosphériques, est due à des causes multiples que nous allons rapidement examiner.

Parmi les seuils lacustres du plateau central de la France, citons d'abord ceux des lacs : Aydat, Chauvet, Chambon, La Crégut, Pavin et du Gour de Tazanat, étagés et dispersés autour du massif du Mont-Dore.

Les uns (Aydat, Chambon, Guery, etc.) doivent uniquement la formation de leur digue aux coulées de lave ou de basalte qui ont barré les vallées. D'autres (Chauvet, Pavin, La Godivelle, Tazanat) semblent occuper le fond d'un ancien cratère, ouvert au milieu des roches basaltiques.

Dans les chaînes montagneuses des Alpes, des Pyrénées, des Vosges, où je les ai plus particulièrement étudiés, les seuils sont formés par la roche en place, surmontée de blocs erratiques plus ou moins volumineux, mélangés de graviers, de sable grossier, et quelquefois aussi de débris rocheux, détachés des falaises voisines et entraînés au bas des pentes.

Les principaux lacs des Pyrénées françaises et espagnoles (lac Lanouz, lac Blanc, lac d'Oô, lac d'És Pïngos, lac Çahountsat, lac du Portillon, lac de Caïllaouas, Estañy del Mar, Estañy dels Rious, lac Gregueña, lac de Gaube, lac d'Estom, lac Bleu, etc.), ont des digues

uniquement constituées par le rocher natif, tandis que d'autres (lac de Cap-de-Long, lac d'Aubert, lac d'Aumar, lac d'Ardiden, etc.), voient les massifs rocheux qui barrent leurs cuvettes plus ou moins exhaussés par des matériaux transportés. Ces lacs occupent généralement la partie basse des gradins étagés dans les cirques.

Le massif de Néouvieille (Pyrénées centrales) réunit autour de lui une série de nappes d'eau qui vont nous fournir des exemples précieux pour étudier ce genre de barrage.

A ne considérer que les cailloux anguleux et les énormes blocs erratiques recouvrant la surface irrégulière du terrain au milieu duquel ses lacs sont épars, on croirait, au premier abord, être en présence d'une véritable formation glaciaire. Mais l'examen approfondi des matériaux amoncelés à la partie supérieure des digues



Fig. 1.

Seuil du lac d'Aubert (Hautes-Pyrénées), Barrage formé de débris morainiques entassés sur la roche en place. — D'après une photographie de M. Émile Belloc, faite en septembre 1895.

d'Aubert *(fig. 1)*, d'Aumar, de Cap-de-Long, des Laquettes, d'Escoubous, etc., montre bientôt que l'apport glaciaire n'a joué qu'un rôle très secondaire, et même insignifiant, en ce qui touche la formation des digues précitées. En effet, si nous poussons plus loin nos investigations, nous voyons les débris morainiques en partie recouverts par des monceaux de blocs granitiques, provenant de l'écroulement des

saillies, des arêtes rocheuses et des pentes abruptes qui dominent les lacs de toute part. Ces blocs, violemment projetés le long des couloirs d'avalanches, forment des cônes de déjections qui s'accumulent sur les seuils et aussi dans le sein des nappes lacustres. Il résulte de ces amoncellements successifs de matériaux incohérents, entassés pêle-mêle au sommet des digues et dans les profondeurs des lacs, que le niveau des unes est sans cesse exhaussé, tandis que la capacité des autres diminue chaque jour davantage.

Ce qui précède montre, d'une manière certaine, la présence du terrain erratique en ces lieux; reste à savoir quels effets la glaciation a pu exercer sur les formations lacustres en question, et quels rapports existent entre les dépôts morainiques et l'obstacle qu'ils ont opposé au libre écoulement des eaux.

Des fouilles méthodiquement conduites et de longues tranchées, ouvertes récemment dans les entrailles des barrages qui se profilent entre le revers oriental du Néouvieille et le lac d'Aumar, ont mis à nu la roche native, dans différents endroits, à des profondeurs n'excédant pas 4 mètres. Or, si nous considérons la profondeur des bassins devant lesquels se trouvent accumulées ces barrières, nous voyons que cette profondeur est six fois plus grande que la hauteur de l'endiguement pour le lac d'Aumar, et onze fois environ plus considérable pour le lac d'Aubert. Les nombreux sondages que j'ai encore pratiqués récemment dans les lacs de cette superbe région, ont accusé respectivement, pour les bassins d'Aumar et d'Aubert, en chiffre rond, des fonds de 23 mètres et 44 mètres. Ceci m'amène à dire que l'épaisseur de l'amas glaciaire ne mesurant pas seulement le *sixième* et le *onzième* du creux maximum, atteint par la partie rocheuse des cuvettes en question, l'action glacière n'a eu qu'une influence pour ainsi dire négative quant à la surélévation du plan de surface des eaux.

En conséquence de ce qui précède, ce serait donc une erreur d'attribuer une origine exclusivement morainique aux lacs d'Aubert et d'Aumar; la même observation est applicable aux autres bassins lacustres, quelque peu importants, de la même contrée.

Ces accidents glaciaires sont assez fréquents, mais il est rare que leur développement acquière des proportions sérieuses dans la chaîne pyrénéenne. Néanmoins j'en ai signalé quelques-uns au Carlit (1), dans l'Ariège, dans la Haute-Garonne, en Espagne et dans es Hautes et les Basses-Pyrénées. Les Vosges, au contraire, offrent des exemples nombreux de ce genre de barrages, formés par des

(1) ÉMILE BELLOC, *Nouvelles Études lacustres dans les Pyrénées franco-espagnoles*, in-8° avec fig. (Assos. française, Congrès de Besançon, t. XXVI, vol. II, Paris, 1898.)

moraines terminales d'anciens glaciers. Parmi les lacs vosgiens, que j'ai récemment explorés et qui avaient été précédemment étudiés par Ch. Grad (1), par Paul Zeiller (2), et auxquels le professeur J. Thoulet a consacré un travail spécial fort remarquable (3), je citerai en première ligne ceux de Gerardmer, de Longemer, de Blanchemer et de Foudromaix.

Le lac de Daaren, en amont de Sultzeren, est retenu, comme les précédents, par un amoncellement incohérent de roches granitiques. Il en est de même de celui qui se trouve au pied du Grand-Ventron, dont la digue n'est qu'une agglomération de quartiers de granite porphyroïde, dans lequel sont inclus des cristaux d'amphibole; mais ces barrages sont-ils exclusivement morainiques? Le doute semble permis, au moins pour quelques-uns d'entre eux.

Passe encore pour le lac de Daaren ou lac Vert, qui n'excédait pas 11 mètres de profondeur, avant qu'on eut édifié la levée actuelle sur l'ancienne barrière glaciaire; ou pour celui de Retournemer dont le creux maximum égale à peine 10 mètres. Mais pour le lac Blanc, avec ses 61 mètres de profondeur, l'hypothèse semble moins admissible. En effet, on s'expliquerait difficilement, étant très proche voisin du faîte de la ceinture montagneuse qui le domine, que l'ancien glacier, se trouvant aussi près de son point d'origine, ait eu le pouvoir de déposer une moraine frontale d'une telle importance. C'est pourquoi je me permets d'émettre l'opinion suivante, et de dire que *les seuils lacustres voisins des crêtes ou des sommets d'une chaîne de montagnes, étant formés, dans la plupart des cas, d'éléments hétérogènes, ne peuvent être d'origine* exclusivement *morainique, surtout lorsqu'ils servent de barrière à des nappes d'eau quelque peu étendues et de grande profondeur.*

Il faut reconnaître que les causes profondes, ou les phénomènes météoriques, qui modifient le relief de l'écorce terrestre et transforment sans cesse le modelé de sa surface, sont capables parfois d'égarer l'opinion du naturaliste le plus consciencieux et d'infirmer les calculs les plus probants. Malheureusement tout est d'une « complexité décourageante », comme le dit M. Bourdon (4), dans cette

(1) Ch. Grad, *Formation et constitution des lacs des Vosges* (*Bull. de la Soc. de Géologie de France*, t. XXVI, 2e série, 1869, p. 677).

(2) Paul Zeiller, *Recherches sur la profondeur du lac de Gerardmer* (Club Alpin français, section vosgienne, 1884).

(3) J. Thoulet, *Contribution à l'étude des lacs des Vosges* (*Bull. de la Soc. de Géographie de Paris*, 4e trimestre 1894).

(4) G. Bourdon, *Le cañon du Rhône et le lac de Genève* (*Bull. de la Soc. de Géographie de Paris*, 1895).

mobilité perpétuelle des formes du terrain. Mais si le doute est permis lorsqu'on se trouve en présence d'endiguements morainiques, plus ou moins remaniés par le passage des eaux, ou à demi ensevelis sous des éboulements récents, il en est tout autrement en face de la roche en place.

Que la masse rocheuse, par suite d'ébranlements, de pressions latérales, d'affaissements partiels, ou pour toute autre cause, subisse des changements superficiels, son caractère originel n'est pas altéré pour cela, si les divers éléments qui la composent ne sont point désagrégés. C'est à ce dernier genre de formations géologiques qu'appartiennent généralement les bassins pyrénéens, et les seuils au sommet desquels les débouchés lacustres ont creusé leur lit.

Presque tous dépendent des terrains primaires, et, si les anciens glaciers ont érodé, strié, arrondi ou poli leur surface, si sous l'effort des commotions sismiques leurs points faibles ont fléchi, leur principe n'a pas changé, c'est toujours la roche native, plus ou moins inclinée, plus ou moins redressée, que l'on retrouve en place.

Parmi les seuils les mieux caractérisés en ce genre, citons d'abord ceux du lac de Caïllaouas, du lac Bleu, de l'Ilhéou, du Cambasque, des lacs d'Estom, du lac de Gaube, etc., dans les Hautes-Pyrénées; du lac d'Oô, du lac d'És Pïngos, du lac Çahountsat, des lacs glacés du Portillon et du port d'Oô, du lac Vert, du lac Bleu et des Boums[1] du port de Venasque. dans la Haute-Garonne. Dans les Basses-Pyrénées, dans l'Ariège et dans les Pyrénées-Orientales, de même qu'en Espagne et en Andorre, je pourrais en citer encore un très grand nombre, pour les avoir personnellement et consciencieusement explorés.

Le seuil du lac de Çahountsat mérite une mention spéciale, comme étant un des plus beaux spécimens de roche polie et moutonnée que j'aie rencontrés, même dans les Alpes. La gravure ci-contre montre cet énorme bourrelet granitique. Par suite de l'ablation accidentelle de son extrémité orientale, celle qui vient s'appuyer contre la base du pic Couayrat, le niveau du lac a fortement baissé, comme on le voit figure 2.

La même remarque est applicable aux barrages — formés par la roche en place — du lac d'Oô ou mieux de Séculétjé, du lac de Gaube et du lac de Caïllaouas, ainsi qu'aux grands lacs de la vallée d'Aran

[1] Pour la signification du mot *Boum*, qui veut dire « lac », voir : ÉMILE BELLOC, *Nouvelles Explorations lacustres*... (Ass. française, Congrès de Caen, 1894, p. 12, note 2, du tirage à part). — Voir aussi du même auteur : *Recherches et Explorations orographiques et lacustres*... (*Annuaire du Club Alpin français*, t. XXI, 1894).

(Espagne), notamment à l'Estañy del Mar et à ceux du port dels Rious.

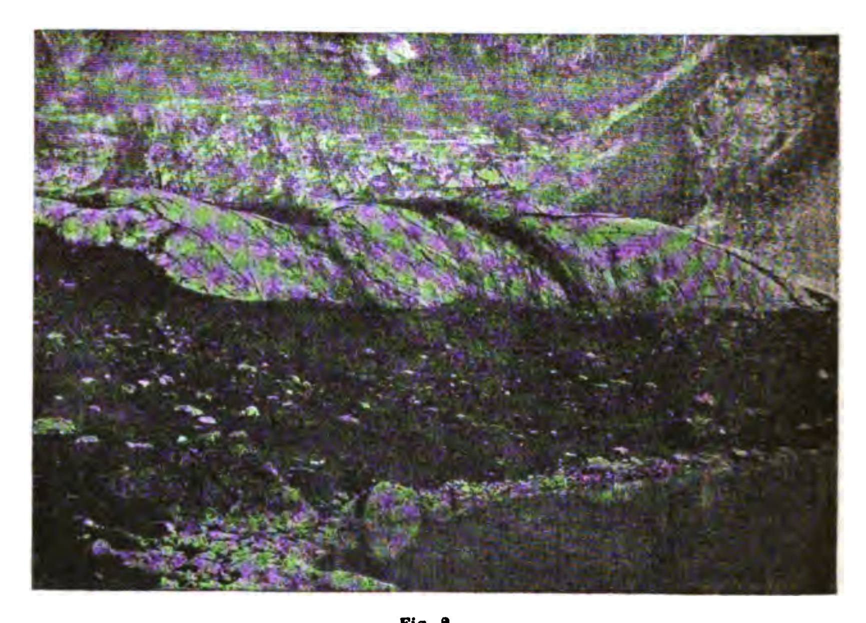


Fig. 2.

Seuil granitique et polis-glaciaires du lac de Çahountsat (Haute-Garonne). — D'après une photographie de M. Émile Belloc, faite en 1892.

Caïllaouas — que j'ai de nouveau minutieusement exploré cette année, surtout aux abords de la digue, dont la figure 3 indique le profil, — possède un seuil lacustre naturel des plus intéressants à étudier. Resserré entre les pics sourcilleux de La Soula et de Courtâou, l'émissaire du lac de Caïllaouas a ouvert sa route, à 2,164 mètres d'altitude, en s'écoulant vers l'Ouest. L'endiguement rocheux au sommet duquel débouchent les eaux du lac, était autrefois considérablement plus élevé, et, selon toute probabilité, il réunissait, non loin des cimes, les hauts reliefs de Courtâou et de La Soula.

Actuellement, l'étroit défilé à travers lequel l'émissaire a creusé son lit torrentueux, est encombré de matières alluviales, de sable, de fragment de roches d'espèces différentes et d'énormes blocs de granite porphyroïde dont la teinte rosée contraste singulièrement avec la couleur sombre des crêtes lointaines d'Éstiouère, du Crabé, du Pic *de* Midi de Genost (1), et des flancs abrupts du vaste amphi-

(1) Pour l'habitant des Pyrénées, comme pour celui de la vallée d'Aoste et de la Haute Engadine, cette expression caractérise le sommet au voisinage duquel le soleil se montre à l'heure de midi. C'est donc Pic *de* Midi qu'il faut écrire et non pas Pic *du* Midi, comme le font les géographes et les auteurs contemporains.

théâtre couronné par les dentelures d'És Pichôlés et le glacier étincelant de Gourgs-Blancs, qui entourent le lac.

En examinant ces dépôts on s'aperçoit de suite que la glace est intervenue pour les former, et si l'on ne considère que leur apparence extérieure, on croit être en présence d'endiguements morainiques ou de dépôts fluvio-glaciaires, tels que ceux qui ont été étudiés et savamment décrits par M. A. Penck, M. Ed. Brückner et M. Léon du Pasquier (1).

Bien qu'il soit incontestable que des masses de glace et d'alluvions glaciaires aient anciennement obstrué la gorge de Clarabide, par où s'écoulent aujourd'hui les eaux du lac de Caïllaouas, l'épaisseur du dépôt glaciaire est tellement minime, comparée à la hauteur de l'ossature rocheuse de la digue *(fig. 3)* et à la profondeur du lac (2), que ce dépôt, remanié d'abord, et détruit plus tard en majeure partie, peut être considéré comme une quantité négligeable. Des mesures exactes, fournies par les sondages très nombreux que je viens de pratiquer encore tout récemment, dans les environs immédiats et au déversoir même du lac de Caïllaouas, montrent que la pente sous-lacustre du rocher possède une inclinaison telle, qu'aucun bloc un peu volumineux ne peut y rencontrer de saillies suffisantes pour trouver un point d'appui. C'est donc bien la roche en place qui forme uniquement le seuil de cette vaste nappe d'eau.

Pour en finir avec ce seuil, disons que ce sont les flancs escarpés des montagnes de Courtâou et de La Soula — dont la base plonge directement dans la cuvette lacustre avec une inclinaison moyenne à peu près égale à celle des pentes supérieures, — qui constituent cette grande retenue de 20,000,000 de mètres cubes d'eau, et de 101 mètres de profondeur, qui porte le nom de lac de Caïllaouas. Des témoins irrécusables montrent qu'anciennement Courtâou et La Soula ne formaient qu'une *seule montagne* et que, par conséquent, le plan de surface des eaux devait avoir, à ce moment-là, une superficie et une altitude double, au *minimum*, de celle qu'il a aujourd'hui.

Le seuil schisteux du lac Lanouz (Pyrénées-Orientales) (3) était également beaucoup plus élevé autrefois qu'à l'époque actuelle; il en

(1) *Le Système glaciaire des Alpes* (*Bull. de la Soc. des Sciences naturelles de Neuchatel*, t. XXII, 1893-94).

(2) ÉMILE BELLOC, *Les lacs de Caïllaouas, des Gourgs-Blancs et de Clarabide.* (Association française pour l'avancement des sciences, t. XXVI, vol. II, Congrès de Besançon, 1893).

(3) ÉMILE BELLOC, *Nouvelles Études lacustres dans les lacs des Pyrénées franco-espagnoles* (Association française, vol. II, Congrès de Besançon, 1893).

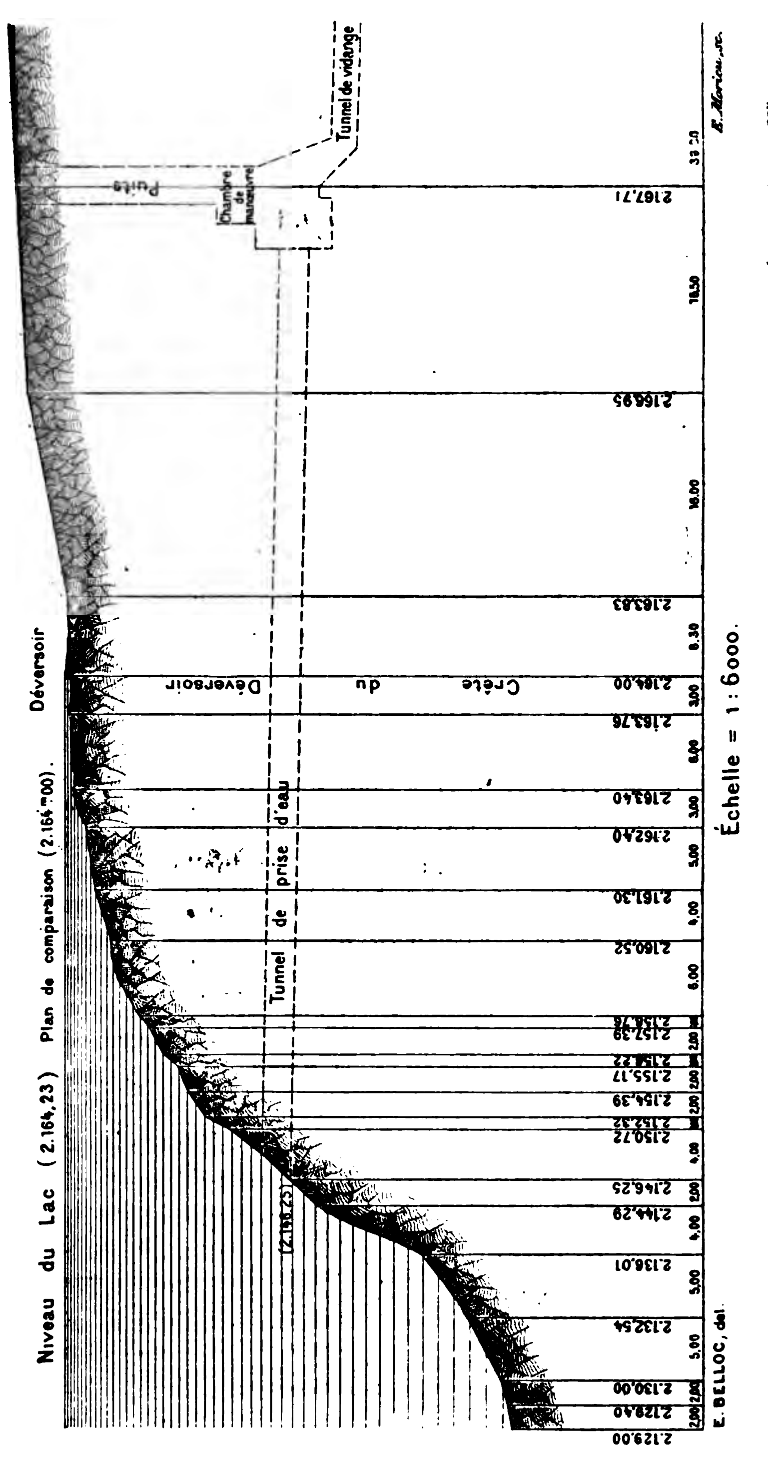


Fig. 3. — Profil du massif rocheux formant le seuil du lac de Caillaouas (Hautes-Pyrénées). — D'après les sondages exécutés par M. Émile Belloc en 1893.

est de même pour une infinité d'autres lacs pyrénéens occupant le fond des vallées supérieures, sur le revers français ou sur le versant espagnol.

D'autres seuils, mais ceux-ci actuellement sous-lacustres, existent également dans l'intérieur des lacs. M. le professeur Forel, dont tout le monde connaît les travaux remarquables sur le Léman et les lacs de la Suisse [1], s'en est occupé; l'ingénieur A. Delebecque, dont j'ai eu l'occasion de citer les belles publications, en a signalé un certain nombre dans les lacs de la Savoie, du Jura, du Dauphiné; le Prof. A. Magnin, qui nous a révélé la flore des bassins jurassiens, fait également des recherches lacustres du plus haut intérêt.

Enfin, sans parler des remarquables études de M. le professeur Thoulet, et d'autres auteurs que le manque de place m'empêche de citer, j'ai pu observer moi-même ces curieux phénomènes dans différents lacs d'Espagne : Poumèro, Gregueña, Brassato, et dans un assez grand nombre de lacs de France : Aumar, les Laquettes, Boums du port de Venasque, Lanouz, etc., pour ne nommer que ceux-là.

Dans certaines localités, ces barrages inter-lacustres ne conservent pas une forme immuable. Tantôt ils sont dus au prolongement de quelque éperon rocheux sous la nappe d'eau, d'autres fois ce sont les débris glaciaires de quelque ancienne moraine qui les constitues souvent ils sont produits aussi par les matières alluviales accumulée, à l'embouchure d'une rivière, ou bien encore leur formation résulte de la démolition d'une paroi rocheuse, dont les débris, périodiquement amoncelés le long d'un couloir d'avalanches, s'entassent à la base d'un cône d'éboulement.

Dans ce dernier cas la hauteur des talus augmente constamment, et, pour certains d'entre eux, l'on peut prévoir l'époque plus ou moins lointaine où ces seuils, présentement submergés, surgiront au-dessus des eaux et finiront par fractionner en plusieurs cuvettes distinctes les bassins qui leur donnent asile. Pour un grand nombre de dépressions le fait est déjà accompli; on peut suivre le cycle de cette évolution dans les vallées renfermant des lacs en séries, en voie de comblement, ou sur l'emplacement d'anciens bassins lacustres dont l'alluvionnement et la végétation n'ont pas encore trop effacé la trace de leur existence passée.

[1] A. Forel, *Le Léman*. Genève, 1892.

BARRAGES ET RÉSERVOIRS

Après cet aperçu trop rapide sur les seuils et les digues lacustres naturelles, il me reste à dire, très sommairement, quelques mots à propos des barrages et des réservoirs artificiels.

Intentionnellement je m'abstiendrai de parler de Bouzey, dont la digue est devenue tristement célèbre depuis la terrible catastrophe que son écroulement a causée. Quelques jours après l'événement, visitant le lieu où s'était produit ce désastre, le spectacle était encore navrant. Au village de Nomexy notamment, les rares maisons qui avaient eu la force de résister à la formidable poussée de l'eau, émergeaient à peine d'un épouvantable bourbier formé de vase infecte et d'un amas fétide de débris de toute espèce. Du reste, que la création des barrages soit due aux forces naturelles ou au génie de l'homme, leur existence est toujours temporaire. Que les seuils lacustres soient formés par la roche native ou à l'aide de puissants massifs de maçonnerie destinés à transformer le fond des vallées en vastes réservoirs, le travail lent mais incessant des eaux accumulées sur un point donné, finit, tôt ou tard, par avoir raison des obstacles qu'on lui oppose.

Dans beaucoup de cas, malheureusement, les forces de la nature défient toutes les prévisions; témoin, par exemple, la rupture du réservoir de Sheffield, en Angleterre, qui causa la mort de 250 personnes et détruisit 800 maisons; ou encore celle de Puentès, en Espagne, qui, vers la fin du XVIII[e] siècle, occasionna pour plus de 6 millions de francs de dégâts et coûta la vie à plus de 600 personnes; fort heureusement toutes les digues ne sont pas construites de la sorte, et les barrages solidement édifiés peuvent rendre de très grands services aux populations rurales et urbaines.

Le génie civil a plusieurs moyens à sa disposition pour créer les réservoirs artificiels : soit que l'on veuille former de toute pièce une retenue au milieu d'une vallée, renfermant des sources ou un cours d'eau plus ou moins abondant, soit qu'on se propose d'utiliser une dépression déjà existante.

Dans le premier cas, on se sert souvent d'une levée en terre ou en maçonnerie pour contenir les eaux. La digue du grand réservoir de la Liez — au bas de la ville de Langres, — qui retient 14,000,000 de mètres cubes d'eau, c'est-à-dire le double du bassin de Bouzey, est en terre. Sa face intérieure est étagée et simplement pourvue d'un revêtement de pierre pour la préserver de l'action érosive des vagues. Au

mois de juin 1895, lorsque je l'ai visitée, aucun fendillement ne s'était encore produit dans ce revêtement, depuis dix ans qu'il existe. Sa voisine — située également non loin de Langres près du village de Saint-Siergue — a 22 mètres de hauteur; elle est construite en maçonnerie et en ligne droite, comme celle qu'il y avait à Bouzey. Cette digue ne retient que 8,648,000 mètres cubes d'eau. Des fissures nombreuses et très visibles — même sur la photographie que j'ai faite lors de ma dernière visite — existent sur le parement extérieur du barrage; mais il paraît, au dire des gens compétents, qu'elles se ferment en hiver, et que la solidité de la muraille ne laisse rien à désirer.

Dans le second cas, on exhausse simplement le seuil naturel d'un barrage déjà existant. Le lac Orédon (Hautes-Pyrénées) (*fig. 4*),

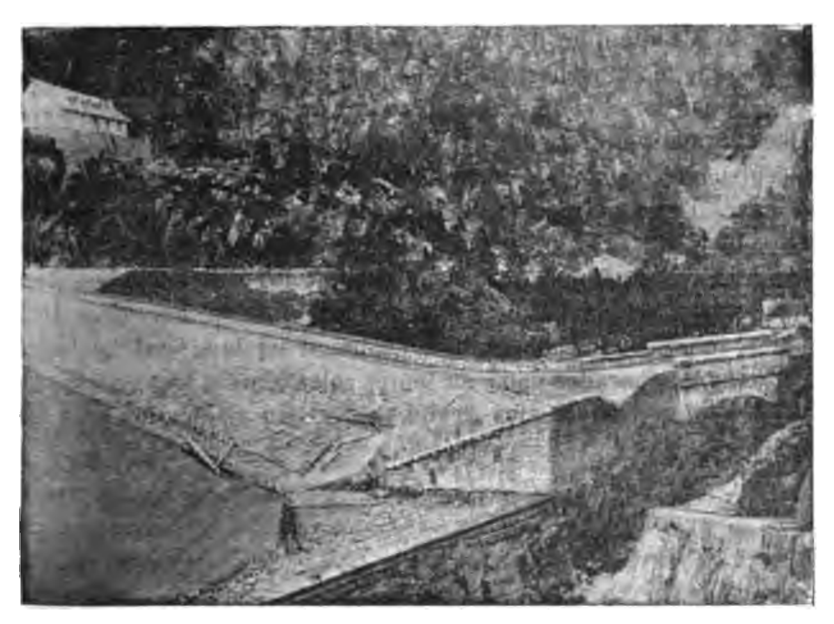


Fig. 4.

Barrage du lac Orédon (Hautes-Pyrénées), élevé sur la roche en place retenant l'ancien lac. D'après une photographie de M. Émile Belloc, faite en 1895.

le lac Blanc, le lac Noir, le lac du Ballon, de même que celui de Neuweyer, et celui de Sternsee dans les Vosges, en offrent des exemples caractéristiques.

La création d'une troisième catégorie de réservoirs, dont il n'a pas été encore question, consiste non plus à surélever une barrière naturelle, mais à ouvrir, au contraire, dans la masse compacte et suffisamment résistante d'un seuil rocheux, une tranchée ou un canal

souterrain venant déboucher, à une profondeur quelconque, au-dessous du plan d'eau. C'est ce genre de retenue, dite par décantation, que l'on vient d'établir au lac de Caïllaouas *(fig. 3)*.

La réalisation de ce travail remarquable, exécuté sous les ordres de M. J. Fontès, ingénieur en chef, chargé du service hydraulique agricole à Toulouse, et de M. l'ingénieur Malterre, à Tarbes, permettra de déverser dans les Nestes du pays d'Aure de *six à sept millions* de mètres cubes d'eau, et, par ce moyen, de régulariser le débit et l'alimentation du canal de Sarrancolin, en temps de bas étiage. Malgré le réel intérêt qu'ils présentent, les détails de construction de ce réservoir étant en dehors de mon sujet, je ne puis en parler ici.

En terminant, disons que la création des grands réservoirs d'eau s'impose à l'attention de tous ceux qui se préoccupent, à un titre quelconque, de la richesse agricole, aquicole ou industrielle de leur pays, et par conséquent du bien-être public. Leur utilité est incontestable : 1° pour emmagasiner le produit des précipitations météoriques et régler leur écoulement; 2° pour régulariser et augmenter le débit des cours d'eau, chargés de distribuer la force motrice ou d'alimenter les canaux d'irrigation; 3° pour résoudre enfin ce grand problème d'économie sociale de l'approvisionnement des grands centres populeux en eau potable. Mais n'oublions pas que les barrières artificielles, imposées par l'homme à l'élément liquide, sont fatalement destinées à disparaître dans un temps relativement très court; aussi faut-il veiller avec le plus grand soin à leur édification et à leur conservation.

M. E. FICHEUR

Professeur de géologie à l'École des sciences d'Alger.

LES TERRAINS ÉOCÈNES DANS LA CHAINE DES MOUÏAS (CONSTANTINE)

[551.782]

— *Séance du 8 août 1895* —

Aperçu géographique. — Au nord de Constantine s'étend un des tronçons importants de la grande chaîne Numidienne, qui n'est que le prolongement atténué vers l'est de la chaîne des Babors. La coupure de l'Oued-el-Kébir (Roummel) forme un défilé profondément encaissé qui limite à l'ouest ce chaînon, dont la terminaison vers l'est peut être indiquée par le Col d'El-Kantour. Entre ces limites se développe, sur 40 kilomètres environ, une ligne de crêtes présentant plusieurs saillies rocheuses, dont les deux plus accidentées et pittoresquement découpées sont le *Msid-er-Aïcha* (1,462 m.) à l'extrémité ouest, et le Kef *Sidi-Dris* (1,273 m.) vers l'est. Ces deux sommets sont reliés par une croupe assez régulière, faiblement ondulée, aux flancs boisés, qui se maintient à une altitude variant de 1,100 à 1,300 mètres *(Djebel Sgao)*. A l'est du Sidi-Dris, la ligne s'abaisse brusquement, ne dépassant pas 850 mètres, sans accidents remarquables jusqu'au Col d'El-Kantour (640 m.), au nord duquel se montrent les saillies rocheuses du *Djebel Ayata,* dont le promontoire oriental (Kef *Sidi-Cheik-ben-Rohou*) domine le hameau de L'Armée-Française et fait face aux deux remarquables pitons coniques des Tounisettes (892-883 m.).

C'est à cette dernière section, à partir du Djebel-Ayata, que l'on peut réserver la désignation de Monts d'El-Kantour, attribuée par la plupart des géographes à toute la partie qui nous occupe, par une généralisation qui nous paraît exagérée.

Cette ligne de crêtes, du Sidi-Dris au Msid-Aïcha, et à laquelle nous attribuons le nom des Mouïas, domine au nord la région montagneuse d'El-Milia, prolongée par le massif de Collo. Au sud s'étend le bassin de Constantine dont j'ai, dans une note récente [1], indiqué la disposition et établi l'âge relatif des diverses assises.

[1] Ficheur, *Les Terrains d'eau douce du bassin de Constantine (Bull. Soc. Géol. de Fr.*, t. XXII, p. 544, 1894).

De même que toute la chaîne Numidienne, la crête des Mouïas sépare deux régions d'aspect et de constitution géologique absolument différentes : au nord, un pays très accidenté, en majeure partie couvert de belles forêts de chênes (Beni-Toufout, Collo, etc.), qui appartient à la zone littorale de la Numidie; au sud, ce sont des collines ondulées d'un pays dénudé que forme le bassin tertiaire, se prolongeant au sud et à l'ouest par les croupes aux flancs presque entièrement nus ou couverts de maigres broussailles, des terrains crétacés et éocènes.

Stratigraphie. — Cette ligne orographique représente l'un des tronçons d'une grande chaîne démantelée qui formait, du côté sud, la limite du massif ancien, émergé jusqu'au début de l'Éocène supérieur. L'axe de cette chaîne, de même que dans le Djurjura et les Babors, est constituée par les calcaires du Lias, qui n'apparaissent plus que sous la forme de pointements isolés, parfois à de grandes distances les uns des autres, mais qui me semblent avoir tracé une ligne continue, dont quelques jalons percent seulement la couverture des terrains plus récents, crétacés et éocènes.

Lias. — Ces îlots liasiques constituent les accidents les plus remarquables du relief de ce chaînon, où ils se présentent sous forme de pics ou d'arêtes dentelées, aux escarpements hardis et d'un accès difficile. Les calcaires compacts appartenant au Lias moyen et inférieur, à stratification le plus souvent indiscernable, ont partout le même facies que dans toute la Kabylie (Djurjura, Babors), et ne peuvent être confondus qu'avec les calcaires nummulitiques de l'Éocène moyen, avec lesquels ils se trouvent fréquemment en contact. J'ai insisté suffisamment, dans mes travaux antérieurs, sur la distinction à faire entre ces deux formations d'aspect analogue, pour ne pas revenir sur cette question (1).

Ces calcaires du Lias apparaissent principalement dans la coupure de l'Oued-el-Kébir, où ils forment les saillies du Kef Bou-Rabia et de Kalaâ-el-Touma. Au nord-ouest, les crêtes pittoresques du Kef Sidi-Maarouf, visibles de Constantine; au nord, le flanc du Djebel Maharda, et le pointement du Djebel Berra, sont également formés de ces calcaires *(fig. 1)*.

La crête du Msid-Aïcha et tout l'escarpement sud, au-dessus du village d'Hamala, appartiennent à ces calcaires limités à l'est et à l'ouest par le Sénonien; mais le versant nord est formé par le Néocomien. (Voir plus loin.)

(1) Ficheur, *Descr. géol. de la Kabylie du Djurjura*, 1890.

Toute la masse rocheuse du Kef Sidi-Dris, au moins dans sa partie principale et son prolongement à l'est, est formée des calcaires du Lias moyen, recouverts partiellement de marno-calcaires et calcaires marneux, qui m'ont paru se rapporter au Lias supérieur. Le temps m'a manqué pour compléter cette assertion par la recherche de fossiles.

La partie rocheuse du Djebel Ayata, à l'est, présente des pointements de lias au contact des calcaires nummulitiques. Je rappellerai ici que Coquand a signalé au Sidi-Cheik-ben-Rohou des fossiles du Lias inférieur (1), dans des calcaires qui ne peuvent lithologiquement se séparer de ceux du Lias moyen.

Crétacé. — Les terrains crétacés ne comprennent qu'une zone étroite de crétacé inférieur, avec un développement important du Sénonien, formant le substratum des terrains tertiaires.

Néocomien. — Le lambeau néocomien s'étend sur le revers nord du Djebel Msid-er-Aïcha, et forme la crête qui prolonge vers l'est l'arête principale, avec son point culminant, le Kef Sma, ce qui comprend environ 10 kilomètres de longueur de l'ouest à l'est.

Il est constitué par une superposition de calcaires, calcaires gréseux et grès, en bancs bien réglés, qui se montrent sur une épaisseur d'environ 150 mètres. Sur le flanc nord du Msid-Aïcha, à partir de la crête, ces bancs inclinés au sud viennent passer sous les Calcaires liasiques; ils sont renversés et viennent recouvrir sur les pentes inférieures les marnes du Sénonien. A l'extrémité est, ces couches éprouvent une torsion, en sorte que dans le chaînon qui fait suite à l'arête liasique, elles sont inclinées au nord et paraissent former un anticlinal déversé au sud sur le Sénonien (voir plus loin *fig. 2*). Cette région présente, au point de vue tectonique, des accidents intéressants que l'absence de bonnes cartes m'empêchait de relever, et dont l'étude sera rendue facile par la publication récente (1895) de la feuille au 1/50,000e de *Sidi-Dris*. Je renvoie, du reste, pour la partie topographique, aux deux feuilles de *Sidi-Dris* et de *Smendou*, qui serviront de points de repère pour la région dont il est question dans cette note.

Les assises que je viens de signaler présentent l'aspect du Néocomien proprement dit (Hauterivien?) de la région de Constantine; elles ont été considérées par Tissot comme se rapportant à ce niveau et je n'hésite pas à adopter cette opinion, bien que je n'y aie pas rencontré de fossiles dans cette exploration un peu rapide.

(1) Coquand, *Descr. géol. de la prov. de Constantine (Mém. Soc. Géol.)*, 1854.

Sénonien. — De chaque côté de l'arête du Msid-er-Aïcha et autour des pointements liasiques, se développe le Sénonien avec le facies bien caractéristique qu'il présente dans toute la partie nord du Tell et principalement dans la région des Babors: marnes noires avec nodules et rognons de Calcaire jaune à Inocérames, et marnes grises schisteuses intercalées de Calcaires feuilletés, très pauvres en fossiles autres que des Inocérames.

Ce Sénonien s'étend au nord jusqu'au pied du Djebel Maharda.

A l'est, on le retrouve sur les flancs du Kef Sidi-Dris et sur le versant nord de la crête jusque sur le revers du Djebel Ayata, au voisinage d'El-Kantour.

Cette formation paraît avoir été confondue en majeure partie par Tissot, ainsi que dans presque toute cette région, avec le Suessonien, qui a pris sur les cartes géologiques ayant servi de base à la carte générale provisoire de l'Algérie (édition de 1889) une trop grande extension. J'ai indiqué ailleurs (1) comment Tissot avait considéré comme la base du Suessonien les marnes noires à rognons de Calcaire jaune (2), sans reconnaître que ces blocs calcaires étaient le plus souvent le gîte des Inocérames.

TERRAINS ÉOCÈNES. — IMPORTANCE DE CETTE RÉGION

La présence des îlots de Calcaire nummulitique de l'Éocène moyen à *Nummulites aturica, Assilina granulosa,* depuis longtemps reconnus par Coquand à El-Kantour et aux Toumiettes, au voisinage des zones de Suessonien indiquées par Tissot sur ses cartes, offrait un grand intérêt pour la recherche des relations stratigraphiques entre les divers étages de l'Éocène moyen et de l'Éocène inférieur; il y avait tout lieu d'espérer que cette région fournirait une solution permettant de préciser l'indépendance de ces deux séries de dépôts, différents non seulement par leur constitution lithologique, mais surtout par la faune nummulitique.

M. Pomel a fait ressortir, dans la *Description stratigraphique générale de l'Algérie* (3), la distribution dans des zones, géographiquement distinctes, des formations nummulitiques de l'Éocène inférieur (Suessonien) et de l'Éocène moyen (Parisien), cette dernière occupant une zone étroite, appartenant à la chaîne littorale du Tell, tandis que la plus ancienne s'étend dans une région plus méridionale

(1) Ficheur, *loc. cit.*, p. 125.
(2) Tissot, *Texte explicatif de la Carte géol. provis. de Constantine* (1881).
(3) Pomel, *Descr. stratig. generale de l'Algérie,* 1889. — *Le Suessonien à Nummul. et à phosphorites de Souk-Ahras* (Ass. fr., Congrès d'Oran, 1888).

jusqu'à la bordure saharienne, mais empiétant sur une grande partie du Tell, au nord de Sétif et de Constantine, au voisinage de la bande occupée par la formation suivante (Parisien).

Dans mes études sur la Kabylie, particulièrement dans la région des Babors, entre Sétif et la mer, j'ai recherché avec soin l'existence possible de lambeaux d'Éocène moyen, au voisinage de l'Éocène inférieur, et sur aucun point la solution ne s'est présentée (1).

Aussi devenait-il d'un grand intérêt d'étudier à ce point de vue la chaîne comprise entre El-Kantour et l'Oued-el-Kébir ; ce sont ces recherches, dont le résultat a été indiqué dans une note adressée à l'Académie des Sciences (2), que j'ai entreprises en mars-avril 1891, et que je me propose de présenter ici avec quelques détails.

Outre les relations des deux formations nummulitiques, il était également important de reconnaître la constitution des assises de l'Éocène moyen, réunie par Tissot sous le nom d'Étage nummulitique, ou confondus avec les étages de l'Éocène supérieur.

Éocène inférieur (Suessonien). — De même que dans toute la région littorale, l'Éocène inférieur est représenté par l'étage inférieur qui présente un facies uniforme et bien constant dans la région de Sétif et de Constantine. Il est constitué par des calcaires gris-cendré, à silex noirs distribués en rognons ou en zones, et répartis dans toute l'assise inférieure, surmontés de marnes blanches et de calcaires blancs crayeux à fossiles très rares, autres que des moules de bivalves. Dans toute la zone située au nord des plateaux de Sétif, cet étage est très pauvre en fossiles et presque entièrement dépourvu de Nummulites. La formation, très démantelée et réduite à des lambeaux plus ou moins étendus, repose d'une manière à peu près constante sur le Sénonien avec lequel la séparation est, en général, très facile.

De chaque côté de l'Oued-el-Kébir (voir *fig. 1*), le Suessonien existe en plusieurs îlots, dont le plus important se relève sur la rive gauche jusqu'au voisinage des crêtes du Djebel Zouagha. Un autre lambeau existe sur la rive droite, un peu au nord du village de Siliana. Ces lambeaux se rattachent à la zone importante qui se développe vers le sud-ouest, et dont la route de Mila à Djidjelli permet de suivre l'extension.

Au nord du Msid-Aïcha, deux îlots se montrent au-dessus des marnes sénoniennes : l'un au nord du sommet culminant, l'autre au nord-est forme le Djebel-el-Aïssa. La présence de ces îlots au nord du Msid-

(1) FICHEUR, *loc. cit.*, p. 206.

(2) POMEL et FICHEUR, *Les Terrains éocènes de l'Algérie* (*C. R. Ac. Sc.*, juin 1891).

Aïcha permet d'affirmer l'extension de cette formation suessonienne sur toute la surface occupée dans cette région par le Sénonien.

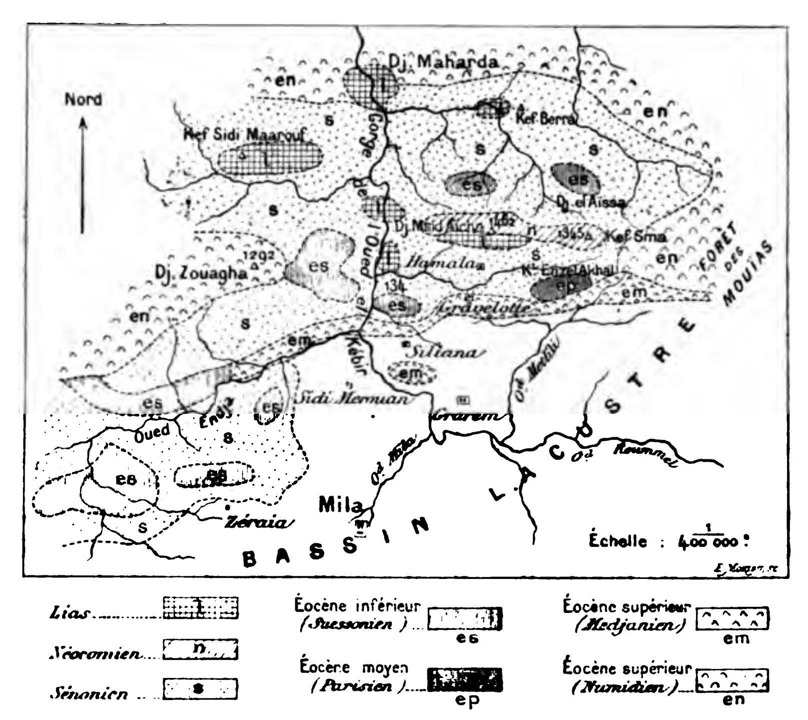


Fig. 1. — Croquis géologique de la région du Djebel Msid-el-Aïcha.

Dans la partie orientale de la chaîne, à l'est du Kef Sidi-Dris, où le Sénonien se montre développé, je n'ai pas rencontré de traces de Suessonien.

Éocène moyen (Parisien). — J'ai reconnu, dans une partie de la chaîne, les divers étages dont se compose le groupe nummulitique de l'Éocène moyen, avec leurs caractères lithologiques, identiques à ceux qu'ils présentent dans la Kabylie du Djurjura; mais ces divers étages sont réduits à des lambeaux de faible importance, isolés par les ablations puissantes qui paraissent avoir affecté la série de ces assises avant les premiers dépôts de l'Éocène supérieur.

C'est dans la partie orientale, entre Sidi-Dris et El-Kantour, que l'on retrouve les représentants des trois étages :

1° L'étage *infra-nummulitique* (étage A) est constitué par des marnes jaunes intercalées de calcaires en plaquettes et de grès calcarifères, avec brèches à petits éléments, présentant l'aspect le plus caractéristique de cet étage au voisinage de Palestro. Cet étage s'étend à l'est de la Mechta Sfardjela (voir la feuille de Smendou),

sur les contreforts du nord de Djebel Bit-Djazia, où il se trouve en superposition directe au Sénonien;

2° L'étage des *Calcaires nummulitiques* (étage B) forme plusieurs pitons rocheux, du Djebel Ayata au Kef Sidi-Cheik-ben-Rohou; ces calcaires, pétris de *Nummulites aturica,* d'assilines et d'alvéolines, sont absolument semblables à ceux des gorges de l'Isser (Palestro) et se trouvent, comme ces derniers, en relation directe avec les Calcaires du Lias;

3° L'étage *supra-nummulitique* (étage C) n'est représenté que par une zone très restreinte à la crête, au sud du village de Sfardjela, où il occupe une largeur de 1,500 mètres environ, au col de Tarkount. Ce sont des grès friables, micacés, avec intercalation de marnes grises et de petits poudingues à grains de schistes et de quartz; c'est le facies des grès de Drà-el-Mizan; ils ne peuvent aucunement se confondre avec les grès de l'Éocène supérieur.

A l'ouest de ce point, le Sénonien se montre directement recouvert par les grès de Numidie, qui s'étendent sur chacune des formations précédentes.

Ces îlots d'Éocène moyen ne jouent qu'un rôle très secondaire dans la structure de la région, mais la présence des divers étages avec les caractères identiques à ceux qu'ils affectent dans la Kabylie du Djurjura, est d'une grande importance en attestant l'uniformité de facies de ces formations à des distances aussi considérables, de plus de 400 kilomètres, depuis le Djebel Chénoua. L'absence du Suessonien dans cette région complète l'analogie avec le Djurjura.

Ilot du Msid-Aïcha. — Toute la partie de la crête comprise entre le Kef Sidi-Dris et le Msid-Aïcha (forêt des Mouïas, Djebel Sgao) est occupée par les grès numidiens, qui ne laissent apparaître aucune trace des étages de l'Éocène moyen, dont un lambeau important se retrouve seul sur les contreforts au sud-est du Msid-Aïcha. Cet îlot est d'autant plus remarquable qu'il se trouve complètement isolé des îlots suessoniens de la région, en rapport seulement avec le Sénonien, sur lequel il repose (voir la *fig. 1*). Il constitue la majeure partie du gros mamelon situé au sud de la Mechta Habacha (ou Abèche), et désigné sous le nom de Koudiat Enzel Akhal sur la feuille de Sidi-Dris, au 1/50,000^{e}.

A la base, au-dessus du Sénonien, on rencontre l'étage infra-nummulitique (étage A) bien caractérisé par ses grès calcarifères, calcaires en plaquettes, petits poudingues et brèches à nummulites. Les couches sont ondulées avec inclinaison générale au sud; elles ne présentent qu'une faible épaisseur, et sont recouvertes par les assises de l'étage C, qui occupe la plus grande surface. Cette for-

mation supra-nummulitique est constituée par des grès jaunâtres, micacés, friables, à texture grossière, alternant avec des marnes grumeleuses; c'est le type des Guechtoula (Djurjura). Cette assise, plus puissante que l'assise inférieure, est couronnée en discordance par les argiles feuilletées et grès quartziteux de l'Éocène supérieur (étage medjanien), qui forment à la bordure sud une zone continue, assez étroite depuis le Roummel, à l'ouest, suivant le contrefort qui passe par le hameau de Gravelotte, et en relation continue avec le Sénonien.

Je n'ai pas reconnu, dans cette région, de lambeau des Calcaires nummulitiques, et en dehors de ce bombement remarquable du Koudiat Enzel, où les couches sont affectées d'une ondulation bien visible à distance du village de Hamala (voir plus loin *fig. 2*), il ne me paraît pas exister d'autres traces de ces formations de l'Éocène moyen qui, peut-être, se rencontre plus au nord, au Djebel Maharda, sur un point que le temps ne m'a pas permis d'étudier.

Il résulte de ces observations que les lambeaux restreints qui représentent l'Éocène moyen, sont isolés les uns des autres à de grandes distances; il n'y a pas moins de 28 kilomètres entre cet îlot et la zone de Sfardjela, citée plus haut; mais ils témoignent de l'extension dans cette région des dépôts de cette série de l'Éocène moyen, avec des facies identiques à ceux de la Kabylie.

Relations de l'Éocène moyen et de l'Éocène inférieur. — La situation de ce lambeau d'Éocène moyen par rapport au Suessonien est indiquée par la coupe suivante :

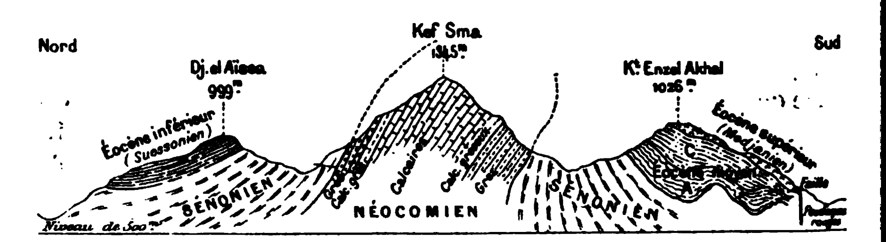


Fig. 2. — Coupe indiquant la situation relative des lambeaux éocènes à l'est du Msid-Aïcha. Échelle 1/75,000e, hauteurs doublées.

Ainsi que je l'ai montré plus haut par la figure 1, il est incontestable que la formation suessonienne a occupé, dans cette région, la surface d'affleurement du Sénonien; par conséquent, la superposition directe de l'Éocène moyen au Sénonien démontre que :

1° Les dépôts de l'Éocène inférieur étaient déjà démantelés et complètement enlevés d'une partie de la surface du Sénonien, au

début de la période de l'Éocène moyen (deuxième formation nummulitique).

2° Une lacune importante, correspondant à une assez longue période d'émersion, sépare la première partie de la formation suessonienne, du retour de la mer au début de l'époque parisienne. Cette émersion de la région du Tell de Constantine correspond à la deuxième période de sédimentation de l'Éocène inférieur, pendant laquelle se sont déposées les puissantes assises d'argiles et grès à *Ostrea bogharensis* de la région de Boghari-Sidi-Aïssa, dont les représentants n'ont laissé que des traces discutables dans la région des Plateaux de Constantine.

3° Il est, par suite, impossible d'établir une équivalence quelconque entre les assises de la base des formations nummulitiques de la Kabylie et le Suessonien.

Ainsi se sont trouvées entièrement confirmées les opinions émises par M. Pomel et par nous sur l'indépendance des formations éocènes en Algérie.

En outre, l'étude qui précède nous permet également d'affirmer que :

4° Les diverses assises de l'Éocène moyen étaient déjà démantelées et arasées sur de vastes surfaces, au début de l'Éocène supérieur, dont les premiers dépôts se sont produits tant sur les lambeaux de la formation nummulitique moyenne que sur les terrains antérieurs (Sénonien), ainsi que l'indique la situation de la zone des argiles et grès qui s'étend du flanc du Koudiat Enzel à l'Oued-el-Kébir, par Gravelotte et le nord de Siliana *(fig. 1)*.

Cette intéressante région nous montre ainsi, sur un espace relativement restreint, toute la série des formations éocènes, nous permettant de résumer l'histoire de cette époque dans l'Afrique du Nord, et les ablations, parfois colossales, qui se sont produites entre chacune des périodes, à la suite des dislocations et des mouvements qui ont affecté les diverses séries de dépôts.

Pour terminer ce rapide aperçu, il nous reste à dire quelques mots de l'Éocène supérieur dans cette région.

Éocène supérieur. — Les deux étages, que nous considérons comme représentants de cette période, se trouvent ici représentés, comme dans le massif de l'Akfadou, avec leurs caractères lithologiques et leur facies absolument constants, tels que je les ai décrits avec quelques détails dans ma *Description géologique de la Kabylie.*

1° L'*étage inférieur,* que j'ai désigné sous le nom de *Medjanien* [1], est constitué par des argiles feuilletées intercalées de petits lits de

[1] FICHEUR, *Notice géog. et géol. sur la Kabylie.* Paris, Challamel, 1892.

quartzites, surmontées de grès quartziteux, en bancs d'épaisseur variable, avec lits argileux et feuillets de calcaires marneux à fucoïdes.

Ce terrain se rattache, à l'ouest, aux crêtes du Djebel Zarza et du Tamesquida de la région de Djidjelli; il commence ici sur la rive gauche de l'Oued Endja et forme une bande assez étroite, mais continue, qui traverse l'Oued-el-Kébir, en dessous du confluent de l'Oued-Endja, constitue la petite croupe qui passe au nord de Siliana, sous le hameau de Gravelotte, et vient s'appuyer sur l'Éocène moyen du Koudiat Enzel. Sur sa bordure méridionale, cette formation est adossée par faille aux poudingues rouges de la partie supérieure des dépôts lacustres du bassin de Mila. Un îlot remarquable se montre immédiatement au sud de Siliana, et forme le K[t] Tadrar jusqu'au bord du Roummel, où cet étage vient reposer sur un petit îlot de Suessonien, surmontant le Sénonien, qui affleure seulement sur les berges du Roummel. J'ai indiqué la situation de ces lambeaux dans une coupe à laquelle je renvoie (1).

A l'est du Koudiat Enzel, ces grès medjaniens viennent passer en discordance sous les grès numidiens, qui forment les flancs et la crête boisée des Mouïas.

Je n'ai pas rencontré de lambeau de cet étage à l'est du Kef Sidi-Dris; c'est au sud-est du bassin de Constantine que cette formation prend un développement puissant dans le Djebel Ouach, qui appartient en entier à cet étage inférieur et non à la formation suivante, dans laquelle Tissot avait réuni les grès du Djebel Ouach, qu'il avait pris comme type de son étage nummulitique supérieur.

2° L'*étage supérieur (Numidien)* s'étend sur les crêtes boisées du Djebel Sgao, à l'est du Msid-Aïcha; il est représenté par l'assise des grès, désignés sous le nom de Grès de Numidie, uniquement formés de grains de quartz, parfois grossiers et généralement friables, qui donnent à ce terrain un facies tout spécial et bien différent de celui de l'étage précédent. Ces grès forment une couverture démantelée sur la crête qui s'étend de Sidi-Dris, principalement sur la crête d'El-Kantour.

C'est plus au nord, autour de la station du Col-des-Oliviers, que l'assise inférieure avec ses argiles plus ou moins bariolées, de couleur foncée, avec lits de quartzites noirs et de calcaires marneux à fucoïdes, prend son développement remarquable et absolument typique.

Cet étage numidien s'étend au nord sur une partie du massif ancien de Collo et El-Milia.

(1) FICHEUR, *Les Terrains d'eau douce du bassin de Constantine (Bull. Soc. Géol. de Fr.*, 1894, pl. XVI, fig. V).

La situation relative de ces deux formations de l'Éocène supérieur vient confirmer les divisions que nous avons établies dans la Kabylie du Djurjura, en indiquant l'extension dans le Tell de la province de Constantine de ces deux étages à facies distincts, qui conservent leur constitution géologique absolument constante sur toute cette étendue.

L'étage numidien paraît cantonné dans la zone littorale, en relation principalement avec le massif ancien, tandis que l'étage medjanien s'est développé plus au sud et paraît avoir occupé des surfaces plus étendues sur une partie des plateaux de la Numidie.

M. le Dr X. GILLOT

à Autun.

RELATIONS ENTRE LA CONSTITUTION MINÉRALOGIQUE ET HYDROLOGIQUE DU SOL ET LA VÉGÉTATION [581.9]

— *Séance du 5 août 1895* —

L'influence de la constitution chimique des terrains sur la végétation n'est plus à démontrer, et j'ai moi-même, à plusieurs reprises, apporté quelques documents à l'appui de cette thèse, aujourd'hui généralement adoptée ([1]). L'étude des colonies végétales que j'ai appelées *hétérotopiques*, c'est-à-dire des groupes d'espèces, ordinairement associées, qui croissent çà et là sur des sols différents, en apparence, de leurs stations habituelles, me semble éminemment propre à préciser quelques détails du problème et à élucider des points encore obscurs.

C'est ainsi qu'il me paraît très important de distinguer le *sol* du

([1]) Dr X. Gillot, *Notice sur les modifications de la flore phanérogamique d'Autun et de ses environs*, in *Congrès scientifique de France*, 42e session tenue à Autun en 1876, I, p. 342-376. — *Influence de la composition minéralogique du sol sur la végétation; colonies végétales hétérotopiques*, in *Bull. de la Soc. Bot. de France*, XLI (1894), session extraord. à Genève, p. XVI-XXXV. — *Botanique et Minéralogie : colonies végétales hétérotopiques*, in *Feuille des Jeunes Naturalistes*, 3e série, 25e année, mai-juin 1895.

sous-sol, au point de vue de la répartition des espèces végétales, ou, pour parler le langage des agronomes, le *sol arable* du *sol vierge* [1]. Le premier, modifié par le fait de l'homme, ou par l'action lente et superficielle des agents physiques, infiltration ou écoulement des eaux, décomposition des matières organiques et formation d'humus, apport de substances étrangères, etc., offre souvent une composition chimique très différente du second, et, pour bien se rendre compte de la végétation d'un terrain, il est donc nécessaire de faire l'analyse chimique comparative du sol et du sous-sol (roches, argiles) à 50 ou 60 centimètres au moins de profondeur, et de saisir les rapports que contractent, par leurs racines, les plantes avec les éléments chimiques de ces diverses couches. En ce qui concerne l'influence de l'élément calcaire, plus spécialement étudié jusqu'ici, on sait combien la présence de quelques millièmes de chaux modifie à la fois les propriétés physiques, compacité, hygroscopicité du sol, et ses propriétés chimiques. Ces faits bien connus des agronomes, et qui motivent des cultures spéciales, semblent moins familiers aux botanistes.

Il suffit de l'apport accidentel ou voulu de la chaux dans le sol arable pour favoriser le développement de toute une colonie de plantes habituellement classées par les phytographes comme indifférentes au sol et que, pour ma part, je considère comme calciphiles : *Helleborus fœtidus, Turritis glabra, Helianthemum vulgare, Potentilla verna, Trifolium medium, Sedum acre, reflexum, Carum carvi, Knautia arvensis, Scabiosa columbaria, Erigeron acer, Inula conyza, Cirsium acaule, eriophorum, Barkhausia fœtida, Centaurea scabiosa, Digitalis parviflora, Teucrium botrys, Plantago media, Ornithogalum sulfureum, Bromus erectus, Festuca glauca, Poa compressa,* etc.

Il importe d'établir une grande différence entre ces colonies hétérotopiques de plantes, vivaces pour la plupart, tout à fait naturalisées et persistant indéfiniment, avec l'apparition de plantes adventices, telles que certaines espèces calcicoles, le plus souvent annuelles, se développant avec les cultures dans les terres amendées par le chaulage, le phosphatage, etc., et destinées à disparaître rapidement : *Papaver dubium, argemone, Sinapis arvensis, Lathyrus hirsutus, Caucalis dancoïdes, Scandix pecten Veneris, Valerianella auricula, Picris hieracioides, Prismatocarpus speculum,* etc.

Tantôt ces colonies hétérotopiques se développent autour d'anciennes habitations, sur l'emplacement des vieux murs, et la pré-

(1) Dr Peterman, *L'Exploration chimique de la terre arable belge,* in *Bull. Soc. belge de Géologie, de Paléontologie et d'Hydrologie,* IV (1891), p. 169.

sence de la chaux due aux matériaux de démolition devient alors évidente. Tantôt, au contraire, elles apparaissent sur un sol arénacé, siliceux, et dans lequel l'analyse chimique ne révèle pas de chaux ou du moins une proportion infinitésimale et négligeable. En ce cas, c'est dans le sous-sol qu'il devient nécessaire de poursuivre les investigations, et presque toujours, comme je l'ai observé dans les régions exclusivement granitiques du Morvan autunois, on en trouvera la cause dans la constitution minéralogique de la roche sous-jacente. En général, cette roche formera contraste avec les roches voisines, plus compactes et plus siliceuses, par ses éléments pétrographiques plus riches en sels calcaires ou tout au moins susceptibles de mettre plus facilement la chaux en liberté sous l'action de l'acide carbonique ou des réactions chimiques, sécrétions, osmose, etc., indiscutablement exercées par les racines. C'est ce qui arrive en particulier pour l'*oligoclase* (feldspath sodico-calcique), comme nous l'avons démontré pour le *granit porphyroïde* du Creuzot, et les *tufs orthophyriques* du Morvan (Cf. Dr Gillot, *Bull. Soc. Bot. France,* loc. cit.), le labrador, le hornblende, etc... Le phénomène est rendu plus évident encore lorsque ces roches affleurent sur quelques points, et que leur surface à peine altérée porte dans ses fissures, et seulement sur d'étroits espaces, quelques-unes des espèces précitées : *Potentilla verna, Festuca glauca,* etc. Il en est de même pour les faits si curieux, mis en évidence par les observations de MM. Ch. Quincy et J. Camusat, du Creuzot, et les miennes, des schistes ou quartzites dévoniens très compacts et extra-siliceux, renfermant d'étroits filons de *calcite* (carbonate de chaux), au niveau desquels apparaissent quelques plantes calciphiles : *Dianthus carthusianorum, Calamintha officinalis, Scilla autumnalis,* etc., qui en jalonnent le trajet, et que l'on chercherait vainement ailleurs dans la localité.

Des observations analogues ont été rapportées par M. Bastel sur la végétation des roches cristallines de Laifour (Ardennes) composées de schiste euritique, de diorite, porphyroïde, etc., renfermant des feldspaths (oligoclase) et amphiboles (hornblende) à base de chaux, d'alumine, de magnésie, de fer, et dont la désagrégation met en liberté une quantité de chaux suffisante pour favoriser le développement hétérotopique d'espèces végétales appartenant d'habitude à la grande oolithe (*Bull. Soc. Hist. nat. des Ardennes,* 1re année, 2e fasc. p. 45). Il en est de même, en sens inverse, des colonies hétérotopiques de plantes notées comme silicicoles exclusives, *Malva moschata, Sarothamnus scoparius, Calluna vulgaris,* etc., et qui se montrent exceptionnellement en terrain calcaire, sur le bajocien, par exemple, qui, parmi les étages jurassiques, renferme parfois une

notable quantité de silice (René Maire, *Annot. à la fl. de Lorraine de Godron,* in *F. des J. Natur.,* 3e série, 25e année, n° 292, février 1895).

De ces faits, que je me borne à rappeler, je rapprocherai les cas de végétation constatés sur les crassiers des usines du Creuzot, et qui ont la valeur d'une véritable expérimentation. En dehors des scories provenant des aciéries, qui renferment une grande quantité de phosphate de chaux et que l'on utilise pour l'agriculture (phosphates métallurgiques), les autres résidus provenant des hauts fourneaux, des fours à coke, les débris de laitiers, etc., sont déversés en dehors des usines en larges remblais qui se tassent en masses compactes, sortes de roches artificielles riches en éléments minéraux, fer, etc., et qui, pour ne considérer que l'élément calcaire, renferment au début, d'après les analyses, 5 à 6 p. 100 de chaux. Au bout d'un an ou deux, la surface de ces crassiers, effritée à l'air et humectée par la pluie, se recouvre peu à peu de plantes, parmi lesquelles de nombreuses espèces calcicoles : *Diplotaxis tenuifolia, Lepidium ruderale, Alyssum campestre, Melilotus officinalis, Torilis anthriscus, Barkhausia fœtida, Lactuca scariola, Linaria minor, Bromus erectus, Equisetum arvense,* etc. Quelques-unes de ces espèces sont tout à fait prédominantes, et atteignent un développement luxuriant; puis, au bout de quelques années, elles diminuent progressivement, s'étiolent, et disparaissent après une dizaine d'années pour céder la place aux espèces indigènes silicicoles : *Teesdalea nudicaulis, Malva moschata, Scleranthus perennis, Galeopsis ochroleuca, Rumex acetosella, Pteris aquilina,* etc. Dans ce laps de temps, l'élément calcaire, dissous et entraîné par la pluie, ou absorbé par les végétaux, a disparu presque complètement, et l'analyse n'en révèle plus que des traces. La constitution physique des crassiers n'ayant nullement changé, n'est-ce pas aux modifications chimiques seules qu'il convient d'attribuer les changements correspondants dans la végétation?

Je viens de parler de l'action des eaux comme dissolvant des substances minérales, en particulier de la chaux, que leur acide carbonique transforme en bicarbonate soluble, qu'elles entraînent et dont elles finissent par appauvrir le sol quand cette chaux n'est pas remplacée par l'apport d'éléments nouveaux. Le phénomène inverse se produit également, et c'est à l'influence des eaux qu'on doit, dans quelques circonstances, imputer la présence dans le sol d'une proportion notable de chaux. Je puis en rapporter un exemple péremptoire.

Au milieu de la flore exclusivement silicicole, qui caractérise la

végétation spontanée des environs d'Autun, les botanistes autunois visitent depuis longtemps, comme localité de plantes rares, un petit vallon de la Creuse d'Auxy, le vallon du Pouilloux, où se rencontrent quelques espèces à caractéristique calciphile, et dont la présence, depuis longtemps remarquée, a été considérée comme un cas de dispersion accidentelle, portant à regarder ces espèces comme indifférentes au sol, quoique préférant des terrains calcaires: *Dentaria pinnata, Cardamine hirsuta, amara, Euphorbia dulcis, Mercurialis perennis, Carex pendula, Hypnum commutatum*, etc. Ces espèces sont exclusivement cantonnées le long de ce seul ruisseau et du petit marais qu'il alimente.

Tout récemment, au cours d'études pour la captation de nouvelles sources destinées à augmenter le volume d'eau potable de la ville d'Autun, l'eau de plusieurs sources de la Creuse-d'Auxy, très rapprochées les unes des autres, a été analysée, avec toute la rigueur scientifique désirable, au laboratoire du Comité consultatif d'hygiène publique de France, dirigé par M. G. Pouchet. Ces sources, issues des granits de la montagne, ont fourni une analyse à peu près identique, et dans laquelle la chaux et le carbonate de chaux ne sont indiqués que sous la rubrique de « très faibles traces ». Seule, la fontaine du Pouilloux, ou fontaine Pouillouse, a révélé dans la composition de ses eaux la proportion de 24 millièmes de chaux, représentant 43 millièmes en carbonate de chaux. C'est évidemment à cet élément calcaire qu'est due la colonie hétérotopique de plantes calciphiles signalée plus haut, et là seulement où le sol est humecté par l'eau du ruisseau, alors que tout alentour le sol et le sous-sol primitifs ne portent qu'une flore exclusivement silicicole. Ces plantes ont servi, pour ainsi dire, de réactif; elles auraient pu faire soupçonner l'imprégnation du sol par une certaine quantité de chaux, et par conséquent, au point de vue hydrologique, faire deviner les qualités de l'eau. L'explication du phénomène est fournie par l'étude du relief du sol. Alors que toutes les sources voisines, du même versant de la même montagne, sortent par des infiltrations des fissures des roches granitiques qui forment le squelette du massif, les eaux de la fontaine du Pouilloux ont contourné ce massif à sa partie supérieure, et proviennent du plateau d'Autully situé à une altitude un peu supérieure (500 m.), et où les calcaires liasiques recouvrent, sur plusieurs points, les grès arkoses dont les bancs descendent jusqu'à la fontaine du Pouilloux, qui sourd même de leurs assises inférieures. Il doit exister, sous les couches du lias, une cuvette où s'infiltrent et s'amassent les eaux du plateau. Celles-ci se déversent principalement au Nord-Est du côté d'Épinac et de Couches-les-Mines, où se

trouve la même flore calciphile, mais bien plus riche. La fontaine du Pouilloux n'en est, au Nord-Ouest, du côté d'Autun, qu'un diverticule de faible importance et très éloigné, mais dont l'étude offre par là même un grand intérêt.

Il m'a donc paru utile de rappeler une fois de plus l'attention sur l'origine des colonies végétales hétérotopiques, leurs relations avec la composition minéralogique ou hydrologique du sol et du sous-sol, et l'importance de leur étude au point de vue de la structure pétrographique des roches et de la composition des eaux.

M. Jules POISSON

Assistant au Muséum d'histoire naturelle, à Paris.

PRÉSENCE DU « MATRICARIA DISCOIDEA » AUX ENVIRONS D'ABBEVILLE (SOMME)

[581.926]

— *Séance du 5 août 1895* —

Le nombre des plantes adventices en France semble s'accroître chaque jour, par suite de l'introduction de matières végétales ou animales, susceptibles d'amener avec elles des graines d'espèces propres aux pays d'origine de ces matières. D'autres causes peuvent encore favoriser l'extension de plantes étrangères à la région où on les rencontre accidentellement. Le transport des bestiaux retenant dans leur poil ou leurs déjections des semences; enfin, les oiseaux voyageurs et l'homme lui-même peuvent inconsciemment répandre des espèces qui ne seront que transitoires, ou bien qui s'implanteront, pour ne plus disparaître, dans la contrée.

La liste serait longue s'il fallait dresser celle des plantes qui ont élu domicile chez nous, sans notre volonté, et beaucoup de publications ont été faites en maints endroits sur ces introductions.

Les espèces messicoles du Midi ou du Centre, qui ont remonté dans le Nord, sont bien connues des botanistes. On attribue leur extension principalement aux fourrages, qui autrefois se consommaient sur

place, et aujourd'hui voyagent économiquement à de grandes distances.

Pour les plantes exotiques, l'explication est moins facile, mais, néanmoins, on pense que les grains de l'Extrême-Orient ou du Nouveau-Monde, qui arrivent journellement dans nos ports, ne seraient pas étrangers à ces apparitions.

Pour ne citer que la plus connue des plantes adventices, et qui s'est répandue, hélas! avec trop de profusion, l'*Erigeron canadensis* est la plus mémorable. On est incertain sur la date approximative de son arrivée en France, mais elle était déjà constatée vers la seconde moitié du XVII[e] siècle en Europe. On a rarement pu assister à l'introduction d'une espèce, comme le regretté Balansa en a eu l'occasion en Nouvelle-Calédonie, pour l'*Asclepias curassavica,* laquelle maintenant envahit les cultures de cette colonie, et où elle est connue sous le nom d'Herbe au gendarme. C'est en effet un militaire venant des Antilles qui, involontairement, en amena quelques grains en Polynésie. Cependant, au voisinage des laveries de laines de provenances connues, on trouve des espèces certainement apportées par ces laines, et dont quelques botanistes ont publié la liste dans maints recueils.

L'humble Composée qui a motivé cette note semble se répandre en France et s'y mantiendra sûrement. Elle n'avait pas, à ma connaissance, été signalée dans les flores les plus récentes de nos départements français, à moins qu'elle ne soit dans quelques publications locales et peu répandues. C'est le *Matricaria discoidea* que j'ai eu l'occasion de voir en abondance, cette année, dans une partie du parc du château de Drucat, près Abbeville, appartenant à M. G. de Brutelette.

P. de Candolle (1) a établi cette espèce sur un spécimen qui lui avait été communiqué par la Société d'Horticulture de Londres, vers 1835. Cette plante avait été recueillie en Californie par le botaniste-voyageur Douglas, qui périt d'une façon tragique aux îles Sandwich, et auquel on est redevable de quantité d'espèces intéressantes au point de vue ornemental ou purement botanique.

Le nom spécifique de *discoidea* s'applique à certaines Composées dont les capitules sont privés de fleurons ligulés. Ce caractère, qui passe pour une anomalie, n'est, au demeurant, qu'un retour à la forme régulière, puisque toutes les fleurs sont semblables. C'est la règle pour les inflorescences des *Tanacetum,* des *Plagius;* les *Artemisia, Gnaphalium* et beaucoup d'autres genres et de sections

(1) *Prodromus*, VI, 51.

de Composées, et même d'espèces ou de formes de celles-ci, sont discoides, alors que les autres espèces du genre ne le sont pas.

Ce *M. discoidea* est une plante annuelle, originaire de Californie, mais qui ne s'y est pas cantonnée. Elle est bien connue en Amérique comme une espèce rudérale, ayant déjà franchi la frontière depuis longtemps, se répandant aux États-Unis jusqu'aux rives du Mississipi, et même au delà, dès 1876, si l'on s'en rapporte au témoignage d'Asa Gray. On la possède aujourd'hui dans les herbiers des points les plus variés de ce grand État. Cependant, Chapman (*in Botany of the Southern of United States*, 1860), n'en parle pas. Mais Asa Gray (*in Botany of the North United States*, 1856, et *Synoptical Flora of North America*, 1884) la mentionne dans ces publications. Puis, ce qui est tout à fait en accord avec ce qui se passe en Allemagne et en France maintenant, il donne l'indication suivante : « Naturalized in the Atlantic States near railroad Stations ».

La première apparition, ou au moins constatation de cette plante en Europe est attribuée à Al. Braun qui, en 1852, la découvrit dans une rue du village de Schönenberg, près de Berlin. Ce savant examina soigneusement cette Composée, qu'il dit n'avoir vue, avant, que dans le jardin botanique (1) et l'herbier de Berlin. La note fort étudiée, qu'il a publiée à son sujet (2), prouve que De Candolle avait mis cette espèce dans trois endroits différents du *Prodromus*. Il en avait fait le *Matricaria discoidea*, pour lequel il créa la section Anactidea, afin de rappeler que le capitule manque de rayons, puis elle se retrouve à *Tanacetum pauciflorum*, et c'est encore la même plante qui est à *Santolina suaveolens* Pursh.

D'ailleurs, en Amérique, elle avait été nommée par plusieurs botanistes, qui ignoraient ce qu'avaient fait leurs devanciers; en sorte qu'on relève, pour cette espèce, une dizaine de synonymes (3).

Cependant, elle devait encore être baptisée à nouveau et le nom qui devrait être accepté serait *Chamomilla discoidea* (J. Gay mss.) Koch, si l'on admet le genre *Chamomilla* à la manière de Gay et Koch (4); car il faut distinguer ce genre, tel qu'il est compris ici, du même nom de genre *Chamomilla*, comme l'entend Godron (5). Les premiers auteurs admettent dans leur genre des espèces à réceptacles dépourvus de paillettes, tandis que le second y fait entrer des espèces qui en sont pourvues. En sorte que, suivant l'opinion des

(1) Peut-être est-ce de ce jardin qu'elle s'était échappée à l'état de graine?

(2) *In Botanische Zeitung*, X, 1852, 650.

(3) Asa Gray (*in Botany California*, I, p. 401) indique neuf noms différents, tant de genres que d'espèces, non compris *Chamomilla* de Gay et Koch.

(4) *Cat. pl. quas in itinere per Caucasum, Georgiam*, etc., *in Linnæa*, XVII, 45.

(5) *In Flore de Lorraine*, I, 405, et Gren. et Godr., *Flore de France*, II, 150.

auteurs de flores, on mettra des espèces les plus différentes sous le même nom de genre. C'est probablement ces considérations qui auront engagé plusieurs botanistes à maintenir *Matricaria* pour le *M. discoidea,* dont le réceptable est nu, de préférence à *Chamomilla,* qui peut prêter à confusion.

Les publicateurs d'exsiccata de plantes d'Europe n'ont pas manqué de s'emparer de cette nouveauté, et nous voyons successivement une demi-douzaine, et plus, de ces industriels ou Sociétés botaniques distribuer cette espèce du même endroit ou à peu près.

Les environs de Berlin ont fourni les premiers échantillons, mais, sans doute à la faveur des voies ferrées, elle a descendu dans le sud de l'Allemagne et au delà, puisqu'elle a été publiée de Teplitz, en Bohême, dans l'*Herbar. normale* de Schultz en 1885.

Dans d'autres régions de l'Europe, on la possède à Upsal, d'où Anderson l'envoya au Muséum en 1857; puis aussi de Saint-Pétersbourg, distribuée par Regel en 1860, et qui a mis sur l'étiquette accompagnant l'échantillon : « Flora Petropolitana, » ce qui indique bien qu'elle croît aux environs de cette ville.

Plus à l'est, on la retrouve mentionnée depuis 1844 dans la *Flora rossica* de Ledebour, de la Sibérie, du Kamtschatka, puis des îles Unalaschka et Sitcha. Mais l'auteur ne dit rien de la naturalisation de cette plante et semble, par là, la considérer comme spontanée dans ces régions, ce qui est au moins douteux.

J'en étais à ce point de mes recherches sur la présence de cette Matricaire en France et autres régions de l'Europe, lorsque ma trouvaille diminua de valeur à la suite de renseignements qui me parvinrent au dernier moment; en sorte que la découverte du *M. discoidea* à Drucat n'en est pas une pour le nord de la France. Il eût été en effet bien étonnant que cette plante, abondamment représentée dans une propriété, à 5 kilomètres d'Abbeville, n'eût pas été vue ailleurs dans la région par des botanistes chercheurs.

M. Gonse, pharmacien à Amiens et botaniste distingué, me communique des détails bien utiles pour la rédaction de cette note. Il a trouvé à Hangest-sur-Somme, en 1894, cette Composée près de la gare du chemin de fer, et, comme il s'intéresse à tout ce qui concerne la flore du Nord, il me signale un article de la *Feuille des Jeunes Naturalistes,* de janvier 1895, sur les plantes adventices récemment observées dans sa contrée. Un anonyme, qui signe « Un vieil amateur », n'est autre que le sympathique M. Mouillefarine, bien connu des botanistes parisiens pour son zèle de naturaliste et son caractère aimable. Il indique, entre autres plantes non spontanées et observées par lui, le *M. discoidea* sur la place des remparts,

aujourd'hui disparus, de Hesdin (Pas-de-Calais). Maintenant, cette espèce se propage à l'intérieur du pays, à la faveur des lignes ferrées embranchées sur la ligne principale du Nord. Elle a été constatée à Boulogne, à Rue, à Saint-Valéry, à Doullens, etc.

M. Urban, le sous-directeur du Jardin botanique de Berlin, m'écrivait récemment que le *M. discoidea* se répand actuellement tout le long des lignes de chemins de fer de l'Allemagne, absolument comme chez nous. Or, c'est aussi dans les mêmes conditions qu'il se propage aux États-Unis.

La présence de cette Composée aux environs d'Abbeville ne fournit donc qu'une nouvelle localité pour la région, et il est bien probable qu'elle existe encore ailleurs dans le département de la Somme. Encore quelques années, et il n'est pas douteux qu'elle ne fasse un jour partie des plantes adventices de la Flore parisienne.

M. E. ROZE

à Chatou.

CE QUI ETAIT APPELÉ FEUILLE (« FOLIUM ») PAR LES ANCIENS BOTANISTES ET CE QU'IL EN EST RESTÉ DANS LA NOMENCLATURE LINNÉENNE

[581.4]

— *Séance du 5 août 1895* —

Les botanistes descripteurs des XVIe et XVIIe siècles se servaient du mot *Folium*, au pluriel *Folia*, d'après Pline, comme l'avait fait cet auteur latin. C'est ainsi que ce mot était employé aussi bien pour parler des véritables feuilles des plantes que des pétales des fleurs. Tournefort réussit à faire adopter le terme de *pétales*, proposé par Columna en remplacement des mots feuilles ou folioles de la fleur; mais il ne s'occupa pas, non plus que Linné, de réformer la glossologie en ce qui concernait l'emploi de cette même expression *folia* pour les segmentations plus ou moins multipliées du limbe des feuilles lobées ou multipartites. Certains auteurs et Linné lui-même avaient déjà mis en usage le terme de *folioles* pour signaler ces

partitions du limbe foliaire; toutefois, dans le *Philosophia botanica,* Linné définissait encore la feuille composée : « Folium compositum respicit *folia* plura, in uno petiolo, » autrement dit c'est la réunion de plusieurs *feuilles* sur un même pétiole, et il se servait du mot *foliola* pour désigner soit les segments des feuilles lobées, soit ceux des feuilles pinnatifides. Il ne faut donc pas s'étonner si la Nomenclature linnéenne nous a conservé d'anciennes expressions critiquables, aujourd'hui consacrées par le temps, et qu'il faut s'expliquer comme des souvenirs d'une autre époque, sans les prendre à la lettre.

Les anciens botanistes avaient créé plusieurs noms génériques en accouplant des noms de nombres avec le mot *folium.* Ainsi, Dodoens appelait *Unifolium* le *Mayanthemum bifolium,* parce qu'il n'avait qu'une feuille végétative, et *Bifolium,* notre *Neottia ovata.* Le nom de *Trifolium* se trouvait déjà dans Pline : beaucoup d'auteurs antélinnéens l'avaient adopté dans leurs phrases descriptives pour nommer soit des Trèfles, soit des *Oxalis,* soit l'*Hepatica triloba,* soit d'autres plantes. On employait très rarement le nom générique *Quadrifolium,* mais plus souvent celui de *Quinquefolium,* ou, d'après la langue grecque, *Pentaphyllum,* suivis de plusieurs mots explicatifs, pour les appliquer à diverses espèces de Potentilles et au *Comarum palustre.* Fuchs avait son *Heptaphyllum* (la Tormentille) et G. Bauhin citait un *Enneaphyllum Plinii* comme synonyme de l'*Helleborus fœtidus.* Enfin, il y avait les *Millefolium* terrestres et aquatiques, parmi lesquels G. Bauhin avait classé les *Achillea Millefolium, magna, cretica* et *tomentosa,* avec le *Phellandrium aquaticum,* le *Ranunculus aquatilis* et ses variétés, l'*Hottonia palustris,* l'*Utricularia vulgaris* et les deux *Myriophyllum.*

On remarquera que, de tous ces noms, les deux premiers seuls étaient corrects, *Unifolium* et *Bifolium;* les autres ne désignaient que des plantes dont les feuilles, ou bien présentaient un certain nombre de lobes plus ou moins segmentés, ou bien se trouvaient pour ainsi dire réduites à leurs nervures.

Linné n'a cru devoir conserver que deux de ces noms de genres en les dégageant de leurs synonymes équivoques : le *Trifolium* et le *Myriophyllum,* qui n'était qu'un synonyme de *Millefolium* pour G. Bauhin. Ces deux noms génériques ont été admis et conservés jusqu'à présent. Il ne faudrait cependant pas considérer le *Trifolium* comme un genre de plantes à trois feuilles, ainsi que pourrait le faire croire soit notre mot vulgaire *Trèfle,* soit cette manière de désigner l'anomalie d'un Trèfle à quatre folioles sous le nom de Trèfle à quatre feuilles. Mais c'est dans les noms spécifiques

linnéens que se trouvent surtout des qualificatifs discutables, où le mot *folia* (feuilles) doit être souvent remplacé par *foliola* (folioles). Cela provient de ce que Linné a conservé parfois des dénominations antérieures erronées, mais aussi de ce qu'il a créé lui-même des expressions identiques, par suite fautives. On trouve, en effet, dans le *Species*, l'*Achillea Millefolium* (*Millefolium vulgare* G. Bauh.) et l'*Anthemis Millefolia* (habitus Millefolii). Je ne puis citer ici tous les noms spécifiques de Linné qui peuvent laisser du doute dans l'esprit, relativement au nombre des feuilles ou des folioles qu'ils désignent. Je me contenterai de signaler les suivants, se rapportant à des plantes plus généralement connues : *Alchemilla pentaphyllea, Anthemis tetraphylla, Bignonia pentaphylla, Dracontium polyphyllum, Fumaria enneaphylla, Hedera (Cissus) quinquefolia, Marsilea quadrifoliata, Menyanthes trifoliata, Ptelea trifoliata, Scrophularia trifoliata, Staphylea trifolia, Veronica triphyllos,* etc. Ces noms laissent surtout à désirer en ce que d'autres noms, ayant les mêmes qualificatifs, sont au contraire très justifiés, tels que *Scilla bifolia, Antirrhinum triphyllum, Paris quadrifolia,* etc.

Quant aux feuilles des fleurs, qui sont devenues nos pétales, il n'en reste que fort peu de traces dans la Nomenclature. Linné nous a pourtant conservé le *Rosa centifolia,* ou Rose à cent feuilles, c'est-à-dire cent pétales. Les Grecs et les Romains paraissent avoir connu certaines variétés de Roses *flore pleno.* Daléchamps (Traduction françoise par Des Moulins, 1615) rappelle que Théophraste disait : « La diversité des Roses se cognoist à la multitude des feuilles, ou au petit nombre, etc., » et que Pline signalait une sorte de Rose qu'on appelait *Centifolia.* Daléchamps ajoute ce qui suit : « Il y a des Roses qui n'ont que cinq fueilles en leur fleur : les autres en ont douze : les autres vingt, et encor davantage : car il y en a qui sont appelées *Centifoliæ,* à cause de la multitude de leurs fueilles. »

M. le Dr BONNET

à Paris.

REMARQUES SUR LA NOMENCLATURE ET L'ORTHOGRAPHE DE QUELQUES NOMS DE PLANTES TUNISIENNES [580.1/581.9611]

— *Séance du 5 août 1895* —

Parmi les recherches assez complexes que nécessitait la rédaction du *Catalogue raisonné des plantes de Tunisie,* les questions de nomenclature m'ont paru présenter un intérêt tout spécial; deux points : l'antériorité et la correction orthographique des noms génériques et spécifiques ont plus particulièrement attiré mon attention. À la vérité, ces deux principes sont inscrits dans les décisions du Congrès de 1867, mais le rédacteur les a fait suivre de restrictions, énoncées ou sous-entendues, qui permettent trop souvent d'éluder l'application de la règle si positivement formulée et acceptée, au moins en théorie, par la majorité des botanistes; d'autres raisons, plus spécieuses que réelles, telles que l'usage, l'autorité de tel ou tel auteur, etc., sont trop souvent invoquées contre cette règle fondamentale; il faut avoir le courage de l'avouer, toutes les rectifications orthographiques ou synonymiques qui tendent à changer nos habitudes ou qui nous obligent à un effort de mémoire nous paraissent suspectes, et nous sommes trop volontiers disposés à les condamner sans examen. Je m'abuse donc d'autant moins sur le résultat des réformes inscrites dans le Catalogue de Tunisie qu'elles ont été, pour la plupart, déjà proposées; mais, sans avoir la prétention de convaincre mes lecteurs, je persiste à croire que le langage scientifique n'exclut pas la correction orthographique et qu'un solécisme, eût-il reçu la consécration de Linné, n'acquiert jamais droit de cité dans la langue latine; enfin, le seul moyen de donner à la nomenclature la stabilité qui trop souvent lui manque, serait de ne plus subordonner l'application de la règle de priorité à des considérations d'ordre secondaire qui laissent le champ largement ouvert à toutes les interprétations; toutefois, je ne fais aucune difficulté de reconnaître que cette règle ne saurait être absolue et qu'elle comporte

nécessairement des exceptions beaucoup moins nombreuses qu'on ne le croit généralement.

Obligé de citer à chaque instant, dans les premières familles (Renonculacées à Crucifères) du Catalogue de Tunisie, le *Compendium floræ Atlanticæ* (1), j'ai pensé qu'il y avait avantage à introduire le moins de changements possible dans la nomenclature de ce volume classique; aussi est-ce pour cette seule raison que j'ai écrit *Ranunculus Chærophyllus* au lieu de *Chærephyllus*, *Barbarea vulgaris*, R. Br. au lieu de *B. lyrata* Gilib. (sub. *Erysimo*), *Neslia* au lieu de *Neslea* ou mieux encore *Vogelia* Medic., etc. Mais c'est avec intention que je conserve l'orthographe *Rœmeria, Matthiola* et *Barbarea;* pour ces deux derniers genres, les auteurs qui ont adopté la transcription *Mathiola* et *Barbarœa* n'ont encore apporté aucun argument bien convaincant en faveur de cette graphie; quant à *Rœmeria,* que je trouve inutile de changer en *Rœmera*, il suffit de feuilleter le commentaire de Bœhmer, *De plantis in memoriam cultorum nominatis,* pour reconnaître que Linné et les auteurs du XVIIIe siècle, auxquels la langue latine était familière, ont adopté indifféremment la latinisation en *ius, ia* ou *us, a,* pour les noms d'origine germanique terminés en *er* (*Bœhmeria* Jacq., *Gorteria* Gærtn., *Gærtnera* Schr., *Gerbera* Gronov., *Gerberia* Scop., *Halleria* L., *Kœleria* Pers., *Kœlera* Willd, *Neckera* Hedw., *Neckeria* Gmel, etc.). En réalité, M. Cosson se préoccupait assez peu de ces questions; la longue habitude qu'il avait d'un nom de plante lui paraissait une garantie suffisante d'authenticité et, depuis la publication de la première édition de la *Flore des environs de Paris,* il n'avait pas sensiblement modifié sa nomenclature.

J'ai adopté, comme point de départ des noms génériques et spécifiques : pour les genres, la première édition du *Genera plantarum* de Linné (1737) et, pour les espèces, la première édition du *Species* du même auteur (1753), mais en restituant à leurs premiers descripteurs les genres que Linné avait empruntés à ses devanciers et pour

(1) Après la publication du *Compendium*, M. Cosson avait eu l'idée d'en utiliser la composition pour un *Catalogue raisonné de la Flore de Tunisie;* à cet effet, le Compendium allégé des descriptions, de la synonymie arabe, de tous les détails superflus et réduit aux espèces tunisiennes alors connues, fournit la matière de quatre feuilles (Cf. *Bull. Soc. Bot.*, XXXIII, 86), tirées à un très petit nombre d'exemplaires et seulement à titre d'essai; c'est donc à tort que le rédacteur du Bulletin bibliographique (Cf. *Soc. Bot.*, XXXIV, 183) a annoncé cinq feuilles, et que cette indication a été reproduite par l'auteur anonyme de la *Vie scientifique du Dr Cosson* (in *Journ. de bot.*, IV, 208); je puis affirmer que cette cinquième feuille n'a jamais existé, même en projet, et que les Cistacées critiques de la Tunisie, au moment où j'en ai fait l'étude, ne portaient encore dans l'herbier Cosson que des noms provisoires; quant aux quatre feuilles tirées, M. Cosson s'aperçut bientôt qu'elles nécessitaient tant d'additions et de remaniements, qu'il y avait avantage à les refaire en entier; cette première composition fut donc distribuée, mais elle ne fut jamais recommencée.

lesquels il donne des références bibliographiques; je n'ai que rarement dépassé la date de 1737 et seulement lorsque j'avais été précédé dans cette voie par un botaniste d'une incontestable autorité; tels sont, par exemple, les genres *Erinacea* Clus. repris par Boissier et *Cynocrambe* Tourn. (1) substitué par A. de Candolle au genre *Theligonum* Tourn. L.; je regrette, pour ma part, que le continuateur du *Prodromus* se soit limité à cette unique restitution, car, sans remonter comme il l'a fait dans ce cas jusqu'à Dioscoride, il serait facile de prouver que Linné a souvent changé, sans raison valable, les noms génériques de ses prédécesseurs et notamment ceux de Tournefort.

Les noms de plantes empruntés aux auteurs de l'antiquité grecque ou romaine et à la mythologie, même ceux tirés du grec par les modernes, ont été quelquefois transportés de leur vrai genre grammatical dans un autre ou transcrits d'une façon incorrecte; bien que ces fautes de langage ne soient pas spéciales à la botanique et qu'elles choquent rarement l'oreille des naturalistes, il m'a cependant paru parfaitement inutile de les respecter, et je me suis appliqué à les rectifier toutes les fois que cette rectification a pu se faire sans défigurer et rendre méconnaissables les noms inscrits dans les Genera et les Species classiques; les exemples suivants permettront d'apprécier la méthode que j'ai suivie et les principes que je défends:

Lobularia Desv. La nomenclature barbare d'Adanson ne pouvant être adoptée dans le cas particulier, j'ai préféré le nom de *Lobularia* à celui de *Kœniga*, pour les raisons antérieurement développées par Webb. (*Phyt. Can.*, I, 90.)

Coronopus Vet. Auct. Admis par Linné dans la première édition du *Systema Naturæ*, puis réuni dans le *Genera* au *Cochlearia*, ce genre repris et nettement défini par Haller, a été accepté par Gærtner, Smith et quelques autres; A. P. de Candolle (*Syst.*, II, 521) a cru devoir lui substituer le nom moins ancien de *Senebiera*, pour cette seule raison que *Coronopus* avait été appliqué par les anciens auteurs à des plantes de genres très différents.

Polygala Tourn. Lorsque Pline écrit: « Polygala... quæ pota lactis abundantiam facit » (lib. XXVII, cap. 96) et « Oxygala... utilissimum stomacho » (lib. XXVIII, cap. 36), il est évident que dans le premier cas, « quæ facit » s'accorde non avec Polygala, mais bien avec le mot « herba » sous-entendu; au xvie siècle, Ch. Estienne, dans son *Prædium rusticum* (p. 508), a pu dire de même: « Polygalon ab abundantia lactis quam epota mulieribus tribuit dicta...; » on ne s'étonnera donc pas de lire dans le Catalogue de Tunisie *Polygala monspeliacum, nemorivagum, rupestre,* au lieu de *P. monspeliaca, nemorivaga, rupestris;* la nomenclature botanique

(1) « Nomen pristinum a Linnæo arbitrarie mutatum... cæterum auctoritas ill. Sueci minor mihi videtur in nomine generico quam specifico, quoniam genera ante illum vere condita fuerint nec species. » (*A. D. C. Prodr.*, XVII, 33.)

fournit, du reste, plusieurs exemples de noms que la terminaison gala (γάλα, lait) a toujours fait considérer comme neutres.

Ornithopodium Tourn. Suivant Tournefort (*Elem.* 319), « vient de ὄρνις oiseau et πους pié, comme qui dirait pié d'oiseau; » si cette étymologie était exacte, Linné aurait eu raison de rectifier *Ornithopodium* en *Ornithopus*, mais Tournefort n'avait fait qu'emprunter le mot, sinon le genre, à Dodoens (*Pempt.*, 544), lequel a soin d'écrire « ὀρνιθοπόδιον, latine avis pes, a similitudine nempe pedum *parvarum avicularum*... », d'où l'on peut conclure que le second terme qui entre dans la composition de ce mot est πόδιον, petit pied.

Biserrula L. ou Bisserrula. On trouve des exemples de ces deux orthographes; j'ai adopté la seconde pour des raisons particulières qu'il serait fastidieux de développer ici, mais je ne ferais aucune difficulté de revenir à la première.

Gymnarrhena Desf. Il est assez choquant de voir attribuer le féminin à un nom dont le véritable sens est : mâle nu (γυμνός, ἄῤῥην); j'ai cependant adopté, sans modification, le nom de Desfontaines afin de ne pas multiplier sans nécessité les rectifications orthographiques.

Abrotonum Vet. Auct. *Abrotanum* est une transcription vicieuse de ἀβρότονον Theoph., Diosc., Abrotonum Plin., Matth., Dod., Clus. et auct. mult.

Echinopus Tourn. Modifié en *Echinops* par Linné, qui supposait vraisemblablement que ses devanciers avaient eu l'intention d'établir une comparaison, non entre une partie quelconque de la plante et le pied d'un hérisson (ἐχῖνος, πούς), ce qui eût été absurde, mais entre l'inflorescence de la Boulette et un oursin (ἐχῖνος θαλάσσιος) ou un hérisson (ἐχῖνος χερσαῖος) roulé en boule; telle n'est pas l'origine de ce mot, et les premiers botanistes qui l'ont employé à l'époque de la renaissance scientifique ont voulu, à tort ou à raison, identifier la Boulette avec une plante épineuse mentionnée par Athénée (ἐχινόπους, η) et par Pline le naturaliste (Echinopus, fem.).

Galactites Mœnch. Nom du genre masculin donné par les naturalistes grecs et romains à un minéral dont la blancheur rappelait la couleur du lait; en appliquant cette dénomination à une cynarocéphale herbacée, tachée de blanc laiteux, les botanistes modernes me paraissent avoir, sans raison, changé le genre grammatical de ce mot.

Tamnus Tourn.; Tamnus, Thamnus et Thamnum Auct. lat. Ce genre doit son origine à une erreur de Pline, l'auteur de l'*Historia naturalis*, ayant pris le mot θάμνος (buisson, arbrisseau) pour un nom de plante. (Cf. Saint-Lager, *Cat. fl. Bass. du Rhône*, p. 737, et *Fl. du Bass. moyen*, etc., p. 765).

Enfin *Adonis*, nom d'homme, est certainement du masculin, comme l'a depuis longtemps fait remarquer M. Caruel; il n'y a aucune raison d'écrire *Rumex spinosus* et *Emex spinosa*, les deux noms appartenant au même genre grammatical; la même observation s'applique à *Scorpiurus sulcata*, *Myosurus minimus*, *Cynosurus cristatus*; *Scorpiurus* (masc.) est, du reste, un mot ancien qui vient de Pline et d'Apulée; *Androsaces* (ἀνδροσάκες Diosc., Androsaces Plin.), l'*Androsace* de presque tous les floristes est du neutre; *Onosma* (ὄνοσμα Auct. græc, Onosma Plin.) est également du neutre, mais *Camphorosma* (ὀσμή, odeur) est du féminin; on doit écrire correctement *Triglochin maritima* et non *maritimum*, γλωχίν comme γλωχίς (pointe, angle) étant du féminin, etc.

C'est encore la règle de priorité qui m'a guidé dans le choix des noms spécifiques, c'est-à-dire que j'ai adopté pour chaque espèce la dénomination la plus ancienne, sans me préoccuper si cette dénomination avait un sens bien précis et indiquait un caractère parfaitement exact; admettre, en effet, qu'on puisse changer un nom spécifique parce qu'il ne répond pas à un caractère propre à la plante qui le porte, conduirait inévitablement à l'arbitraire et à la fantaisie, sans apporter plus de précision dans la nomenclature; c'est ainsi qu'une ombellifère commune en France sur les coteaux arides a changé quatre ou cinq fois de nom sans qu'on ait encore pu lui trouver un qualificatif irréprochable (*Seseli annuum* L., *S. bienne* Crantz, *S. purpureum* Gilib., *S. coloratum* Ehrh., *S. dimidiatum* D. C.). Il y a, du reste, des adjectifs tels que grandiflorus, macrophyllus, latifolius, etc., dont le sens n'est que relatif et pour ainsi dire temporaire; appliqués à une espèce, ils n'ont de valeur qu'autant que cette espèce est et sera toujours la seule du genre à posséder ce caractère.

Lorsqu'une espèce passe d'un genre dans un autre, il importe de conserver le premier nom sous lequel elle a été décrite, à condition toutefois que ce nom ne fasse pas double emploi, ne soit pas une cause de confusion et ne produise pas de tautologie (*Hirschfeldia incana* nec *H. adpressa* Mœnch.; *Erophila verna* E. Mey nec *E. vulgaris* D. C., etc.). Les naturalistes américains, considérant le nom spécifique comme absolument immuable, en étaient arrivés à des dénominations telles que : *Tulipifera Tulipifera*, *Tetragonia Tetragonia*, *Trutta Trutta*, *Cossus Cossus*, etc.; ces tautologies n'ont jamais eu de succès auprès des botanistes de l'ancien monde, et les zoologistes qui avaient d'abord paru les accepter sans trop de protestations, les ont définitivement condamnées dans les Congrès de Paris (1889) et de Saint-Pétersbourg (1892). A ce propos, je ferai remarquer que certains auteurs ont confondu le pléonasme et la tautologie, entre lesquels, dût-on m'accuser de subtilité, on peut établir une distinction : *Tulipifera Tulipifera, Tetragonia Tetragonia, Trutta Trutta*, etc., constituent des tautologies; *Asterolinum stellatum*, *Cypripedilum calceolus*, *Psamma arenaria*, etc., sont des pléonasmes, ceux-ci moins insupportables que celles-là; si je proscris la tautologie, je ne patronne pas davantage le pléonasme, mais je l'accepte lorsqu'il existe.

Je me suis conformé, quoique bien à regret, à l'article 48 des *Lois de la nomenclature* en citant, à la suite de chaque espèce, le nom de l'auteur qui a fait la combinaison des deux noms : générique et spécifique, au lieu du nom de l'auteur qui, le premier, a distingué

l'espèce; l'insertion de cet article dans les lois de la nomenclature a été, à mon avis, l'une des grandes erreurs du Congrès de 1867, et, fait digne de remarque, c'est pour avoir eu trop de confiance en ce malencontreux article que M. Otto Kuntze a soulevé les protestations indignées de tous les défenseurs du Congrès de 1867.

L'article 42 des mêmes lois, en admettant que la publication d'une espèce nouvelle résulte « .... de la mise en vente ou de la distribution d'échantillons numérotés... », a favorisé le développement des espèces mal étudiées, hâtivement nommées et créées quelquefois pour exciter la curiosité de l'acheteur et faire vendre la collection; les exsiccata sont, en outre, publiés à un nombre assez restreint d'exemplaires; les collections ne sont pas toujours égales, tant sous le rapport du nombre que de la qualité des échantillons; ceux-ci sont sujets à de nombreuses causes de destruction; les transpositions d'étiquettes sont faciles; rien ne met en évidence les caractères qui différencient deux espèces affines, etc.; bref, cet article devrait être sinon annulé, du moins sévèrement revisé; non seulement je m'y suis conformé, mais je me suis fait un devoir de respecter les « nomida nuda » de l'herbier Cosson; j'avais même rédigé les descriptions et préparé les croquis de plusieurs espèces nouvelles ou critiques, lorsque ces mêmes espèces furent publiées dans les *Illustrationes floræ atlanticæ*, sans que j'en eusse été averti par ceux auxquels incombait le devoir de me prévenir.

Invité jadis à formuler son avis sur l'orthographe des noms de variétés, A. de Candolle avait déclaré que ces noms devaient s'accorder grammaticalement avec le mot *varietas* lorsque celui-ci était exprimé, et avec le nom du genre lorsque les variétés étaient seulement désignées par les lettres de l'alphabet grec; c'est cette méthode que le Congrès de 1889 a recommandée. Après avoir moi-même partagé l'opinion de A. de Candolle, je suis revenu à l'ancien système, qui consiste à faire toujours accorder le nom de la variété avec le nom du genre, et cela pour plusieurs raisons : d'abord, lorsqu'on emploie les lettres α, β, γ, pour indiquer les variétés, le plus souvent le mot *varietas* est sous-entendu; en second lieu, ce mot, lorsqu'il est exprimé, ne joue que le rôle d'une étiquette de classement sans aucune influence grammaticale; enfin, si les floristes d'aujourd'hui admettent volontiers des sous-espèces, il n'est pas d'usage de faire accorder le nom de la sous-espèce avec le mot *subspecies*; il en est de même pour les noms de sections lorsqu'ils ont la forme adjective, dans ce dernier cas, on les met souvent au pluriel.

La graphie « silvestris, silvaticus », venue d'outre-Rhin, semble

vouloir s'acclimater en France; la racine ὕλη (sylva) n'est cependant pas douteuse, et si l'on trouve dans les auteurs classiques et dans les anciens manuscrits l'orthographe « silva, silvestris », etc., cela tient à ce que ces mots étaient en usage dans la langue latine bien avant l'introduction de l'*y* à Rome, au temps de Cicéron.

Il me reste à examiner quelques notations orthographiques, dont je ne puis prendre la responsabilité, attendu qu'elles ont été introduites dans mon texte, les unes à mon insu et sans mon assentiment, les autres contre mon assentiment: « Doctis in arte scribo, indoctum docebo. » (Morison.)

Linné et ses continuateurs immédiats écrivaient toujours les adjectifs spécifiques géographiques avec une minuscule; en agissant ainsi ils se conformaient à la tradition latine, telle qu'elle nous a été transmise par les inscriptions et les manuscrits; cette méthode avait, en outre, l'avantage de ne permettre aucune confusion entre les adjectifs dérivés d'un nom d'homme et ceux désignant une localité; c'est à la fin du siècle dernier que la coutume d'écrire les adjectifs géographiques avec une capitale s'introduisit dans la science et, au siècle présent, elle fut généralisée principalement par P. de Candolle; depuis lors, A. de Candolle, abandonnant la notation orthographique adoptée par son père et continuée par lui-même dans le *Prodromus,* a conseillé le retour à la méthode linnéenne; c'est l'orthographe recommandée par le Congrès de 1889 et admise par les Sociétés zoologiques, botaniques et géologiques. Quant à la transcription des synonymes, il ne peut y avoir de doute et, quelle que soit l'opinion que l'on professe, les noms relégués dans la synonymie doivent être cités littéralement et sans aucune modification; pour atteindre ce but, j'avais eu soin de toujours remonter aux sources; mais ces recherches, aussi fastidieuses qu'utiles, ont été annulées d'un trait de plume intempestif sans qu'on se soit donné la peine de contrôler mon texte avec les auteurs cités : « Non licet omnibus adire Corinthum. »

Pour désigner les espèces et plus rarement les genres, les botanistes ont assez souvent employé des noms doubles, des noms juxtaposés et enfin des noms composés; ces derniers, qu'ils soient formés d'un préfixe ou d'un suffixe joint à un substantif, à un adjectif, à un participe, etc., ou qu'ils résultent de la combinaison d'un radical uni à un autre mot par la voyelle de liaison *i,* forment nécessairement un vôcable unique; par suite, obliger l'un des auteurs du Catalogue de Tunisie à écrire *pauci-ovulata* (p. 70) était lui imposer une faute grossière qui confine au solécisme; aucun floriste ayant quelque usage de la langue latine n'oserait adopter

des graphies telles que : *pencedan-oides, chamæ-Drys, chamærops, somni-fer*, et je ne vois aucune raison pour écrire (p. 142) : *pseudo-Cracca* au lieu de *pseudocracca;* quand on consulte les bonnes éditions des médecins grecs, des naturalistes et des agronomes latins, on y trouve ces dénominations écrites en un seul mot, et si après les anciens j'interroge les modernes, je relève dans Endlicher trente-cinq noms commençant par le préfixe *pseudo*, parmi lesquels deux seulement sont divisés par un trait d'union ; au reste, ces préfixes et ces suffixes ne s'employant jamais seuls, font partie intégrante des noms dans lesquels on les fait entrer.

Linné n'a que rarement employé les noms commençant par pseudo et, par une singulière inconséquence, il écrit : *Pseudo Narcissus, Pseudo Capsicum, Pseudo Acacia* Sp. éd. 1, *Pseud-Acacia* Sp. éd. 2, *Pseudochamædrys*; pour l'orthographe des mots juxtaposés, l'illustre réformateur, s'inspirant des modèles latins, écrit en un seul mot : *Cornucopia, Olusatrum;* quant aux dénominations spécifiques à double vocable, le *Species plantarum* nous en fournit de nombreux exemples sans trait d'union : *Bursa pastoris, Spica venti, Barba Jovis, Caput Medusæ, Pes capræ, Clava herculis, Caput galli, Nidus avis, bona nox*, et enfin les deux graphies : *Amaryllis Bella donna* et *Atropa Belladonna.*

L'article 13 de la nomenclature des êtres organisés (1892), admettant que les noms spécifiques doivent être univoques, n'accepte que par exception et dans certains cas particuliers les dénominations à double vocable ; l'article en question recommande alors de réunir ces noms par un trait d'union ; préoccupés avant tout de conserver à la nomenclature sa forme binaire, les zoologistes ont, en cette circonstance, renié sans raison la tradition linnéenne et, pour les motifs ci-dessus énoncés, ils me permettront de n'être pas de leur avis. En tout cas, il est nécessaire de conserver à la notation orthographique une parfaite uniformité et, du moment qu'on introduisait dans le Catalogue de Tunisie les graphies *Fœnum-Græcum, Cornu-Copiæ*, il fallait de même écrire *Olus-atrum*, ce nom étant formé de deux mots juxtaposés et syntactiques (*olus*, légume, *atrum*, noir).

En ce qui concerne la citation abrégée des noms d'auteurs, je constate avec regret que la botanique est moins avancée que la zoologie, et, tandis que les botanistes en sont encore réduits aux indications trop générales de l'article 52 des *Lois de la nomenclature*, les zoologistes possèdent depuis le Congrès de 1889 une *Liste des abréviations conventionnelles des noms d'auteurs*, énumérant environ 850 noms. Comme les zoologistes, je pense que le nom d'un auteur, lorsqu'il est abrégé, doit toujours être suivi d'un point, quelle que soit l'abré-

viation adoptée; c'est un moyen d'avertir le lecteur qui n'est pas initié à tous les secrets de la bibliographie; à cette méthode si simple et si claire que j'avais adoptée dans le Catalogue de Tunisie, on a substitué une notation beaucoup plus compliquée et dont les avantages ne sont pas bien évidents; c'est, sans doute, en se basant sur cette méthode qu'on a remplacé (p. 36) l'abréviation correcte L. fil. (Linnæus filius) par la graphie incorrecte L. fils. Enfin, il est à peine besoin de faire remarquer qu'il y a avantage, lorsqu'un auteur a signé ses espèces d'une abréviation uniforme, à adopter cette marque personnelle et distinctive que l'on pourrait presque comparer à une marque de fabrique.

PRINCIPAUX AUTEURS CONSULTÉS

Asa Gray : *Gender of names of varieties.* — Ascherson : *Erklærung der Geschæfts... bot. Congress zu Genua; Die Nomenclatur bewegung von 1892.* — Blanchard : *Documents relatifs à la nomenclature; Nouvelle Nomenclature des êtres organisés.* — Briquet : *Questions de nomenclature.* — Brubin, *in Deustch. bot. Monatschr.*, IX, 136. — A. de Candolle : *Lois de la nomenclature; Nouvelles Remarques* et toutes les notes du même auteur sur le sujet. — Caruel : *La Flore italienne et ses critiques; Delle nuove usanze*, etc. — O. Kuntze : *Revisio; Die Beweg. in der bot. Nomenclatur; Nomenclatur-Studien; Codex nomencl. emend.* — Penzig : *Atti del Congresso bot. di Genova.* — Saint-Lager : *Réforme de la nomenclature; Nouvelles Remarques; Le Procès de la nomenclature; Un chapitre de grammaire à l'usage des botanistes; Catalogue des pl. du Bassin du Rhône.*

M. Léon GENEAU DE LAMARLIÈRE

Docteur ès sciences, Préparateur à la Sorbonne, à Paris.

SUR QUELQUES CAS ANORMAUX OBSERVÉS CHEZ LE POIS, LA FÈVE ET LE « PEUCEDANUM OREOSELINUM » [581.22]

— *Séance du 5 août 1895* —

I

CONCRESCENCE DANS LES FEUILLES DU POIS ET DE LA FÈVE

J'ai eu l'occasion d'observer chez le Pois et la Fève plusieurs cas de concrescence dans les premières feuilles qui succèdent aux cotylédons. Voici en quoi consistaient ces anomalies :

Chez le Pois, trois cas anormaux se sont présentés, dont l'un, le second, se trouvait répété sur deux individus différents.

Premier cas. — Au niveau du deuxième nœud au-dessus des cotylédons hypogés, deux feuilles complètement distinctes dans toute leur étendue se présentaient côte à côte. Elles étaient en tout semblables aux feuilles normales du même âge et situées au même niveau sur les individus qui se développaient dans le même pot. Chacune de ces feuilles était composée d'un pétiole de quatre à cinq centimètres, creusé à sa face supérieure d'une gouttière étroite, et portant à son extrémité libre une seule paire de folioles normalement développées. Une vrille médiane simple et longue d'environ quatre millimètres séparait les deux folioles et paraissait continuer le pétiole. Au point d'insertion des deux feuilles sur la tige, il n'y avait qu'une seule paire de stipules. On peut donc considérer que dans le cas présent il n'y a concrescence, ou peut-être réduction, que dans l'appareil stipulaire.

La structure anatomique de ces feuilles ne m'a rien montré qui les fît différer des feuilles ordinaires prises au même niveau sur des individus normaux.

Deuxième cas. — Dans le deuxième cas il y avait également une seule paire de stipules. Entre ces dernières naissait un pétiole unique, large et portant sur sa face supérieure une gouttière peu profonde. A un centimètre et demi environ de sa base, le pétiole était bifurqué et prenait la forme d'un Y, dont chacune des branches, longue d'environ trois millimètres, portait à son extrémité deux folioles semblables aux folioles normales et séparées par une vrille courte comme dans le cas précédent. Ainsi donc, dans ce deuxième cas, les deux feuilles nées au même niveau, comme dans le premier cas, étaient concrescentes sur une certaine étendue de leur pétiole.

Je me suis demandé quelles modifications avait pu amener cette concrescence partielle des pétioles dans la structure anatomique. Au moyen de coupes transversales j'ai constaté qu'il y avait également concrescence dans les faisceaux libéro-ligneux. En effet, le pétiole d'une feuille normale de ce niveau montre une coupe transversale triangulaire et une étroite encoche correspondant à la face supérieure. Dans cette coupe, on voit, au milieu du parenchyme conjonctif, trois faisceaux libéro-ligneux principaux, l'un médian, un peu plus gros, les deux autres latéraux, un peu plus petits. D'autres faisceaux libéro-ligneux beaucoup plus réduits, pouvant même ne présenter que du liber, se trouvent entre les faisceaux précédents, ou même quelquefois en dehors des faisceaux latéraux. Leur nombre et leur distance réciproque sont loin d'être fixes. Dans le pétiole résultant de la concrescence des deux feuilles, j'ai trouvé cinq gros faisceaux, et d'autres plus petits. Le faisceau médian, évidemment formé par la réunion des deux faisceaux latéraux des pétioles concrescents, était un peu plus petit que ses deux voisins, correspondant aux faisceaux médians des deux feuilles concrescentes. Anatomiquement la concrescence s'étendait donc à deux des faisceaux latéraux, laissant les autres intacts.

Troisième cas. — Ce cas présentait une concrescence des deux feuilles situées au même niveau beaucoup plus étendue que celle offerte dans le cas précédent. En effet; le pétiole paraissait unique dans toute sa longueur. A

son extrémité libre il portait trois folioles dont la médiane était plus large que les deux autres. Une vrille courte de chaque côté la séparait des folioles latérales. Extérieurement donc, la concrescence s'étendait non seulement aux pétioles, mais aussi à deux folioles voisines confondues ici en une seule. Anatomiquement la coupe du pétiole ne différait pas de celle que j'ai décrite dans le cas précédent.

Dans la Fève, chez de jeunes individus croissant dans les mêmes conditions que les Pois dont il vient d'être question, je n'ai observé que les cas décrits précédemment sous les numéros 2 et 3. J'y ai aussi rencontré les mêmes particularités anatomiques.

A quelle cause attribuer ces anomalies qui se sont rencontrées ainsi groupées chez plusieurs individus croissant ensemble? Je ne saurais répondre avec certitude à cette question. Voici cependant une explication possible : les graines avaient été mises à germer dans un terreau riche, et de plus arrosées avec de l'eau tenant en solution des sels azotés et phosphatés. L'abondance des matières nutritives a pu dans ce cas particulier amener la formation au même niveau de deux points végétatifs foliaires, qui se sont séparés plus ou moins tard, ce qui a fini par causer le doublement de la feuille et la concrescence à des degrés variables des feuilles ainsi doublées.

II

ANOMALIE DE L'INFLORESCENCE CHEZ LE « PEUCEDANUM OREOSELINUM »

Voici maintenant la description d'une ombellifère tout à fait anormale et présentant à première vue un aspect très singulier :

La souche vivace ne montrait aucune feuille radicale; toutefois des lanières noirâtres couronnant la racine pivotante indiquaient encore la place des feuilles radicales de l'année précédente. Du milieu de ces lanières s'élevait une tige simple de sept à huit millimètres de diamètre sur environ vingt centimètres de hauteur. Cette tige, absolument dépourvue de feuilles, et composée d'un seul entre-nœuds, se terminait à son sommet par une vaste ombelle comprenant 25 rayons primaires. L'involucre de cette ombelle était formé non pas de folioles simples et lancéolées, mais de vraies feuilles, dépourvues, il est vrai, de gaine, mais en tout le reste semblables aux feuilles supérieures des ramifications chez les individus normaux de *Peucedanum Oreoselinum*. Chacune de ces feuilles était formée d'un pétiole d'environ dix centimètres, portant à son extrémité trois folioles. Au moment de la récolte quatre de ces feuilles involucrales existaient encore, sept ou huit autres avaient disparu, laissant plus ou moins de traces, mais détruites par les animaux ou d'autres agents extérieurs.

Les rayons primaires avaient des formes aussi disparates que possible et tous étaient anormaux. Les plus simples, au nombre de huit, étaient plus courts que les autres, et ne dépassaient guère dix centimètres en longueur.

Ils portaient à leur extrémité une ombellule à rayons secondaires en partie normaux, c'est-à-dire ne portant qu'une fleur, et en partie anormaux, c'est-à-dire portant une nouvelle ombellule. L'involucelle de ces ombellules était en partie normal et en partie composé de folioles rappelant la forme des feuilles de la tige.

Les autres rayons de l'ombelle primaire, beaucoup plus longs que les précédents, atteignaient des longueurs variables de 15 à 30 centimètres. Certains d'entre eux présentaient à peu près la même anomalie que les rayons courts : involucelle à folioles de deux sortes, rayons secondaires normaux terminés par une fleur, rayons secondaires anormaux terminés par une ombelle tertiaire, formée elle-même de rayons tertiaires munis d'ombelles quaternaires régulières. Dans ce dernier cas les rayons simples de l'ombelle secondaire sont peu ou mal développés, comme si la nourriture avait été accaparée par les rayons anormalement développés.

Enfin, une anomalie beaucoup plus marquée se rencontre dans une troisième catégorie de rayons de l'ombelle primaire. Ceux-ci produisent à leur sommet, outre des rayons secondaires uniflores, généralement mal développés, d'autres rayons secondaires, au nombre de un ou deux, modifiés en véritables tiges à plusieurs entre-nœuds, munis de feuilles normales aux nœuds, et parfois même ramifiés. Ces rayons-tiges étaient terminés généralement par une ombelle normale composée. Chez deux d'entre eux l'ombelle terminale était anormale et transformait certains de ses rayons en nouveaux rameaux feuillés terminés par une ombelle simple, de sorte que l'on avait ainsi une ombellule au cinquième degré de ramification. C'est le cas de complication le plus extrême.

En résumé, cet individu de *Peucedanum Oreoselinum* que je viens de décrire avait commencé par produire une ombelle générale, et il avait continué dans les rayons secondaires et tertiaires de certaines parties de l'ombelle générale par la formation de tiges ou au moins de rameaux normaux ou presque normaux. C'est ce renversement dans l'ordre des choses établies qui fait toute l'originalité de cet échantillon anormal.

Quant à la cause qui a pu produire de telles déformations, il faut peut-être la chercher dans la présence d'un Champignon du groupe des Urédinées, le *Puccinia Oreoselini* Strauss. Le parasite était abondamment développé sur toutes les parties de la plante et bien fructifié. Sur certains points, suivant son habitude, il avait causé de forts gonflements et des courbures importantes. Cependant, il faut dire que maintes fois l'on a observé de ces courbures et de ces déformations sur des individus qui ne présentaient nullement les anomalies décrites plus haut [1].

[1] Ce travail a été fait au Laboratoire de botanique de la Sorbonne dirigé par M. Gaston Bonnier.

M. D. CLOS

Correspondant de l'Institut, à Toulouse.

VALEUR DE CERTAINS CARACTÈRES GÉNÉRIQUES OU SPÉCIFIQUES

[580.1]

— Séance du 6 août 1895 —

I

DE LA DÉHISCENCE DANS LES GENRES GERANIUM ET LINARIA.

1. — Linné a maintes fois tracé les caractères d'un genre polytypique d'après une espèce ou un trop petit nombre d'espèces. Des auteurs modernes faisant autorité me semblent en avoir agi ainsi à l'égard du genre *Geranium*, décrit « à fruit capsulaire s'ouvrant élastiquement de bas en haut par déhiscence septifrage en cinq coques uniséminées à bec roulé en spirale et se détachant de la columelle » (Le Maout et Decaisne, *Traité général de Botanique*, p. 350) ; « Caudis a basi ad apicem elastice revolutis » (Bentham et D. Hooker, *Gen. Plant.*, I, 272); « Loculis... cum styli parte a basi ad apicem elastice revolutis » (Baillon, *Hist. gén. des Plant.*, V, 36); « Arêtes... roulées en cercle ou en arc de cercle à la maturité » (Grenier et Godron, *Flore de Fr.*, I, 297). Ces deux derniers auteurs, plus exacts que les précédents, en distinguant l'arête de la valve du fruit, indiquent dans la description des espèces si les valves du fruit ne se détachent pas de l'arête à la maturité, ex. les *G. dissectum, columbinum, sanguineum, cinereum, palustre, phœum, bohemicum, aconitifolium, pratense, sylvaticum, rotundifolium,* ou si cette séparation a lieu, ex. les *G. pyrœnaicum, molle, pusillum,* auxquels ils ajoutent et le *G. lucidum,* où les valves du fruit tombent sur le sol, et le *G. Robertianum,* où elles restent suspendues par deux faisceaux de poils soyeux.

A plusieurs reprises, j'ai pu constater dans le jardin botanique de Toulouse l'absence de candélabres chez les *G. pusillum, pyrœnaicum, canariense, cristatum...*

Cosson, dans ses *Illustrationes Floræ atlanticæ* (t. CIII) figure la déhiscence de son *Geranium nanum* sans candélabres.

Et c'est assurément à tort que Vaucher a écrit dans son *Histoire physiologique des Plantes d'Europe,* V, 31 : « Les *Geranium lucidum* et *Robertianum* sont, je crois, les seuls chez lesquels les arêtes ne se roulent point, parce qu'à la dissémination leurs calices s'étalent horizontalement, tandis que dans les autres espèces les carpelles ont besoin d'être dégagés de l'intérieur des calices, qui restent redressés. »

Quoi qu'il en soit de cette explication, le caractère carpique énoncé dans les trois premières citations n'a pas le degré de généralité qu'elles semblent indiquer, et devra désormais être suivi de restrictions.

2. — Que de variations n'offre pas la déhiscence de la capsule dans le genre *Linaria,* ce qu'avait bien reconnu Chavannes *(Monographie des Antirrhinées).* MM. Willkomm et Lange en ont pris occasion pour en séparer le genre *Chænorrhinum.* Mais même après cette scission, on peut distinguer d'une part dans les espèces communes les *L. supina, spuria, Elatine,* dont les deux pores carpiques se forment chacun par le détachement d'une calotte à bords parfaitement lisses et se séparant comme à l'emporte-pièce, tandis que chez les *L. vulgaris, repens, genistæfolia,* ils résultent du soulèvement apical d'une languette à trois dents, restant adhérente par la base.

II

L'ESPÈCE DANS LES GENRES POTERIUM ET FARSETIA.

1. — *Le Poterium Sanguisorba et ses dérivés.* — La question de l'espèce se présente dans le genre *Poterium* pleine d'intérêt et de difficulté au sujet du démembrement du *P. Sanguisorba* L.

En 1846, l'habile descripteur Édouard Spach le décomposait en trois espèces : les *P. dictyocarpum, muricatum, Magnolii,* basées uniquement sur le fruit à propos duquel il écrit : « Vix nisi maturitate perfectissima notas characteristicas bene præbet; qualis in herbariis sæpissime occurrit immaturus et compressione deformatus omnino fallax » (*Annal. sc. nat.*, Bot., 3e série, V, 31 et suiv.).

Peu après, M. Jordan, de Lyon, scindait le *P. muricatum* Sp. en deux espèces : les *P. platylophum* et *stenolophum,* et admettait en outre comme nouvelles ses *P. obscurum* et *Delorti* (*Fragm.*, VII, p. 21-23); et, en 1857, Boreau faisait figurer dans la troisième édition de sa *Flore du centre de la France,* p. 213, sous le nom de *P. Guestphalicum* Bœnng., le *P. dictyocarpum* β *glaucum* Sp.

Voilà donc sept espèces dont de Martrin-Donos inscrit six dans sa

Florule du Tarn (p. 236-237), et que Lamotte réduit à cinq, par omission des *P. stenolophum, muricatum* et *Magnolii,* dans sa *Flore du Plateau central,* p. 274.; Boreau à quatre, par exclusion des *P. Magnolii obscurum* et *Delorti (loc. cit.);* Bras à trois : les *P. dictyocarpum, stenolophum, proliferum* Lecoq et Lam. (*Catal.* 161); et c'est ce dernier nombre qu'admettent sous les dénominations de *P. dictyocarpum, P. muricatum, P. Magnolii,* Grenier et Godron (*Fl. de Fr.*, I, 562-3), Willkomm et Lange (*Flor. hisp.*, III, 203), Loret et Barrandon (*Flor. de Montp.*, I, 580), Camus (*Cat. Pl. Fr.*, 99), celui-ci rapportant au *P. muricatum,* à titre de variétés, les *P. platylophum* et *stenolophum.*

Deux espèces seulement ont trouvé grâce auprès de Boissier (*Flor. orient.*, II, 730), les *P. Sanguisorba (dictyocarpum* Sp.) et *muricatum* (*polygamum* Waldst. et Kit.), de de Vos *(Flor. compl. de Belg.),* les *P. Sanguisorba* (*dictyocarpum* Sp.) et *polygamum,* Waldst. et Kit. (*muricatum* Sp.), de Grenier (*Flor. Chaîne jurass.*, 679), de MM. Lloyd et Foucaud (*Flore de l'Ouest de la France,* 4e éd., 122), des F. Gustave et Héribaud-Joseph (*Petite Flore d'Auv.*, 385), les *P. dictyocarpum* et *muricatum;* mais au *P. muricatum,* Grenier, Lloyd et Foucaud rapportent les *P. platylophum* et *stenolophum,* Gustave et Héribaud les *P. platylophum, Delorti, obscurum,* tandis que le *P. guestphalicum* rentre pour les quatre derniers botanistes dans le *P. dictyocarpum.* M. Legrand, qui admet aussi ces deux espèces (*Statist. du Forez,* 117), rapporte au *P. dictyocarpum* la variété β *glaucum* Sp. *(P. guestphalicum),* et M. Ed. Bonnet, dans sa *Petite Flore parisienne,* 146, inscrit *P. dictyocarpum* (avec les deux variétés *virescens* Sp. et *glaucum* Sp.) et le *P. polygamum* Waldst. et Kit. *(P. muricatum)* avec les deux formes *platylophum* et *tenolophum.*

Une seule espèce est admise soit sous le nom de *P. Sanguisorba,* avec deux variétés, *dictyocarpum* et *muricatum,* par Cosson et Germain (*Synops. Flor. env. Paris,* 2e éd., 358), par Michalet (*Hist. nat. du Jura,* 152), lui rapportant *dictyocarpum* et *muricatum,* par Ch. Royer (*Flor. Côte-d'Or,* 415), ne voyant que des formes dans ceux-ci, par Gillet et Magne, lui donnant pour variétés les *glaucescens* Rchb., *muricatum* et *Magnolii* (*Flore de Fr.*, 421), soit sous celui de *P. dictyocarpum,* par l'abbé Dulac (*Flore des Hautes-Pyrénées*, 303).

Le *P. Sanguisorba* répond-il uniquement au *P. dictyocarpum* Sp. (Spach, Boissier, de Vos, Bras) ou à la fois aux *P. dictyocarpum* et *muricatum* (Michalet)?

Les partisans de deux ou de plusieurs espèces s'accordent à recon-

naître entre elles, le fruit excepté, la plus grande analogie dans tous les caractères végétatifs et floraux, telles les déclarations suivantes :

« *P. muricatum :* Habitu *P. dictyocarpi* cui omnino simile, a quo vero differt fructuum faciebus... »

« *P. Magnolii* : Habitu *P. dictyocarpi* præcipue var. β *glauci* a quo sicuti a præcedentibus differt fructuum costis. » (Willkomm et Lange, *loc. cit.*)

« Toutes ces espèces ont le même port, le même feuillage et les mêmes fleurs; le fruit seul peut les distinguer. » (Michalet, *loc. cit.*)

« La même station offre souvent toutes ces formes; puis la réticulation et la murication peuvent varier non seulement d'akène à akène sur le même individu, mais jusque sur les faces du même akène. Les akènes stériles ont leurs faces lisses. » (Royer, *loc. cit.*)

Ils sont bien rares les auteurs de flores à part Boreau, etc. ([1])] qui essaient d'assigner aux espèces de *Poterium* admises par eux (le *P. guestphalicum* excepté) des caractères autres que les carpiques, ceux des feuilles par exemple, et bien rares aussi dans le règne végétal d'autres genres offrant cette même particularité.

J'ajoute que le genre *Poterium* renferme des espèces (*agrimonifolium, lateriflorum,* etc.), bien distinctes à la fois par les caractères foliaires et floraux.

Dans tous les cas, il y a là un principe qui prête à discussion : Suffit-il que des représentants d'un genre diffèrent uniquement par le fruit pour mériter le nom d'espèces? Il semble *a priori* que les caractères fournis par celui-ci devraient en entraîner de concomitants, à les supposer constants. On vient de lire les restrictions de Ch. Royer à cet égard. Dès lors, ne conviendrait-pas de considérer ces prétendues espèces de *Poterium* comme autant de *formes carpiques* du *P. Sanguisorba,* jusqu'à ce que l'histologie ait prononcé en dernier ressort à cet égard?

2. — *Les Farsetia clypeata R. Br. et eriocarpa D C.* — Sous ces dénominations, on cultive dans les jardins botaniques deux sortes de Crucifères dont les différences ne semblent résider, comme pour les *Poterium*, que dans un caractère carpique d'ordre inférieur.

Après la création justifiée du genre *Farsetia* par Rob. Brown, de Candolle crut devoir distinguer spécifiquement du *F. clypeata* R. Br. (*Alyssum clypeatum* L., *Spec. plant.,* 909), espèce indigène, son *F. eriocarpa* (*Syst. regni. veget.*, II, 289), originaire de Chypre, et

([1]) Boreau lui-même, dans son tableau dichotomique des espèces de *Poterium,* omet de mentionner les organes de végétation pour les *P. platylophum* et *stenolophum,* caractérisant ainsi le *P. guestphalicum :* « Plante hérissée, réseau du fruit très marqué, » et le *P. dictyocarpum :* « Plante glabre, réseau du fruit peu marqué. » (*Loc. cit.*, p. 187-188.)

dont il fait suivre la description de la remarque suivante : « Valde affinis *F. clypeatæ*, sed differt caule ima basi suffruticuloso, pube stellata vix velutina, foliis oblongis paulo angustioribus, et præsertim siliculis non pube brevi sed villis longis, albis simplicibus confertissimis lanato-sericeis. »

Boissier, dans son *Flora orientalis* (I, 258), fait figurer ces deux *Farsetia* avec quelques autres comme espèces, ajoutant à propos du *F. eriocarpa* : « Habitus *F. clypeatæ* a qua et præcedentibus indumento siliculæ longo pannoso nec brevi aspero differt. » Mais, contrairement à de Candolle, il leur assigne la même durée, ♃.

Cultivées de longue date dans l'École de botanique de Toulouse, et à côté l'une de l'autre, ces deux plantes offrent les mêmes caractères de végétation et la même apparence jusqu'à la production des fruits, dont la vestiture dans l'une, son absence dans l'autre permettent seules de les distinguer. Mais, malgré la constance de ce signe différentiel, je ne saurais voir en elles que deux formes carpiques d'un même type spécifique [1].

III

Feuilles et chatons dans la classification dichotomique des espèces du genre Saule.

La méthode ou clef dichotomique repose sur l'emploi des caractères les plus manifestes et les moins fugaces, sans égard à leur degré de valeur.

Depuis Lamarck, l'employant le premier en 1778 sur une vaste échelle (*Flore française*, 1re édition), ce moyen s'est à ce point généralisé qu'il est peu de flores aujourd'hui où il n'intervienne, soit seul, soit à titre d'adjuvant, pour la détermination des espèces.

Mais a-t-on toujours respecté le principe origine de son admission? Je ne le crois pas, notamment en ce qui a trait au genre *Salix*.

Linné en avait réparti les espèces en quatre groupes d'après les feuilles (*Species*, 1442).

Lamarck les divise successivement en glabres ou velues, stipulées

(1) N'en est-il pas ainsi des *Medicago denticulata* W. et *apiculata* W., considérés, suivant les divers auteurs, comme variétés ou comme espèces, et qui, au rapport de M. Lloyd, conservent leurs caractères carpiques par la culture, mais sans qu'on puisse leur assigner des différences tranchées et constantes dans les organes végétatifs?

Au contraire, dans le genre *Valerianella*, où la validité de certaines espèces, généralement admises aujourd'hui, a été jadis maintes fois controversée, les *V. coronata* et *discoidea*, bien qu'assez rapprochés par les caractères du calice, plus évasé, il est vrai, et velu intérieurement dans le second, trouvent leur distinction spécifique confirmée par la comparaison des feuilles, à peu près entières dans l'un, bien découpées dans l'autre.

ou non; puis d'après leur forme, le nombre d'étamines et la nature glanduleuse ou non du pétiole (*loc. cit.*, II, 224).

En 1789, Villars rapporte à deux groupes, d'après les feuilles, les espèces de saules du Dauphiné, donnant pour un certain nombre d'entre elles les figures de ces organes (*Flor. du Dauph.*, III, 750-774, t. L et LI); Dubois (*Méthode éprouvée*, 1803) ne s'éloigne pas sensiblement de Lamarck; Persoon (*Synops.*, II, 598, 1807) établit une triple division du genre basée sur les feuilles; mais voilà qu'en 1805 et 1806 Lamarck et de Candolle (*Flore française*, I, 214, *Synops.* 177) empruntent leurs premières divisions aux capsules et aux étamines, suivis, avec des modifications sans doute, par presque tous les phytographes, mais ceux-ci prenant toujours le point de départ dans les chatons ou les fleurs.

Seringe, à la suite d'une étude spéciale des saules, les divisait en quatre groupes : *Cinérelle, Viminelle, Albelle, Arbuscelle,* basés sur des caractères empruntés aux feuilles, aux grappes, aux bractées, aux styles (*Flore des Jardins*, II, 6).

En apparence rationnelle, la classification dichotomique florale se heurte ici à cette considération que les saules n'ont guère de chatons que de mars à avril, ou d'avril à mai, et dès lors la détermination des espèces, premier but du système en question, devient impossible, durant la plus grande partie de l'année, avec ces tableaux, si l'on n'a eu le soin (ce qui bien souvent a été impossible) de recueillir les deux sortes de chatons de ces plantes en temps voulu.

Pourquoi ne pas suivre désormais l'exemple de Kirschleger (*Flore d'Alsace*, II, 63-66), donnant, outre deux tableaux dichotomiques, l'un pour les individus mâles en fleurs, l'autre pour les femelles en fleurs, le tableau systématique des saules indigènes, divisés en deux sections : *angustifoliés, latifoliés,* chacune subdivisée en groupes, la première comprenant les *fragiles*, les *osiers*, les *amygdalins*, la seconde les *marceaux*, les *noircissants*, les *rampants*, groupes dont plusieurs sont encore scindés; mais l'auteur n'aurait-il pas dû poursuivre sa marche jusqu'aux espèces?

En 1864, M. A. Wesmael, dans un mémoire couronné : *Monographie des Saules de la Flore belge*, s'est astreint à dresser (p. 259-260 du *Bulletin de la Fédération des Sociétés d'Horticulture de Belgique*) deux tableaux synoptiques des espèces, l'un fondé sur la feuillaison, l'autre sur la floraison.

L'opportunité de la distinction des saules d'après les feuilles s'impose à ce point que, dans une publication toute récente : *Missouri Botanical Garden fifth annual Report*, on peut lire (p. 46-60)

un travail de M. N.-M. Glatfelter sous ce titre : *A Study of the venation of the species of Salix described in Gray's Manual, with reference to their determination*. Malheureusement, les trois planches consacrées à montrer la nervation des feuilles de ces espèces manquent un peu de netteté.

Désormais, dans les *vade-mecum* d'herborisations réduits pour la détermination des espèces à des tableaux dichotomiques, ceux-ci, en ce qui a trait aux genres Saule et Peuplier, ne devraient pas prendre uniquement pour point de départ les chatons, comme c'est le cas pour tant de florules modernes, et notamment pour la *Flore toulousaine* d'Arrondeau, mais bien être dressés en partie double, l'une pour les chatons, l'autre pour les feuilles.

Il ne s'agit pas de déroger au principe de l'importance relative des appareils végétatif et floral, mais de favoriser, dans la limite du possible, les moyens de détermination d'espèces, conformément au précepte du grand législateur : « Salicum familia amplissima et intricatissima ex Gemmarum structura et foliatione facillime et certissime distinguitur in species constantissimas. » (Linné, *Philos. botan.*, ed. Willd., p. 22.)

M. Émile BELLOC

Chargé de missions scientifiques, à Paris.

LACS LITTORAUX DU GOLFE DE GASCOGNE
FLORE ALGOLOGIQUE. — SONDAGES ET DRAGAGES
(1889 à 1895) [589.3/581.947]

— *Séance du 6 août 1895* —

Fort peu de botanistes semblent s'être intéressés, d'une manière spéciale, à la flore algologique des vastes nappes d'eau qui, de Hourtins jusqu'à Mimizan, c'est-à-dire sur une longueur de 110 kilomètres environ, s'alignent parallèlement à la base orientale des grandes dunes qui les séparent de l'Océan. Cependant cette région renferme les plus grands lacs français.

En 1859, Durieu de Maisonneuve, dont les remarquables travaux sont connus de tous, visita Lacanau, en compagnie de plusieurs membres de la Société Botanique de France (1), mais ce furent principalement les petits canaux avoisinant l'étang, ou les parties peu éloignées du rivage, qui sollicitèrent leurs recherches. A cette époque une plante déjà rare flottait dans ces canaux, c'était l'*Aldrovanda vesiculosa*, que l'on y chercherait vainement aujourd'hui.

M. A. Chatin (2), M. J. Gay (3), M. Gaspary (4) publièrent différents articles sur cette plante curieuse, qui paraît avoir définitivement disparu de la région septentrionale des Landes de Gascogne où elle était cantonnée.

La course de Lacanau, dont il vient d'être question, fut du reste très fructueuse. Au cours de cette excursion, M. Motelay, l'auteur des belles études sur les Isoëtes (5), découvrit dans un terrain vaseux — en compagnie de l'*Utricularia neglecta*, *Utri. minor*, *Utri. Bremii* — des pieds fleuris d'*Utricularia intermedia*. On recueillit également dans un autre marais : *Stachys palustris*, *Rubus palustris*, *Utricularia vulgaris;* et, à quelque distance du bord oriental de l'étang de Lacanau, dans l'île des Boucs : *Cistus salvifolius* et *Helianthemum alyssoides*. La plage fournit en abondance : *Chara fragifera* et *Lobelia Dortmanna*. On trouva sur les sables du bord de l'étang : *Scirpus Rothii* et une curieuse forme de l'*Alisma ranunculoides* (*A. repens* de quelques auteurs), et l'*Heleocharis multicaulis*. Une mare riche en *Aldrovanda* en pleine floraison renfermait sur ses bords gazonnés une élégante ombellifère, le *Petrosolium Thorii*, et une grande quantité de *Juncus heterophyllus* et de *Sparganium minimum*.

Dans mes différentes visites à Lacanau, j'ai retrouvé une partie des plantes mentionnées ci-dessus. Cependant, je dois dire que cette année (1er août 1895) les touffes éparses de *Chara fragifera*, que j'ai examinées ou recueillies à quelques distances des bords, en venant du bourg de Lacanau, m'ont paru beaucoup moins fournies, moins épaisses et plus espacées qu'autrefois. Néanmoins elles étaient fortement enracinées dans le sable et quelques-unes même reposaient directement sur l'*alios*.

Assez loin vers le large, après l'île des Boucs (que les indigènes

(1) Lettre de M. Durieu de Maisonneuve à M. J. Gay (*Bull. de la Soc. Bot. de France*, t. VI, Paris, 1859).
(2) Soc. Botanique de France, t. V, p. 580.
(3) — — — — p. 587.
(4) — — — — p. 716.
(5) L. Motelay et Vendryès, *Monographie des Isoëteæ* (Ext. des *Actes de la Soc. Linn. de Bordeaux*, 1894).

appellent île des Corbeaux), à deux ou trois mètres au-dessous du plan de surface de la nappe d'eau, la drague a rapporté de gros paquets de *Chara fragifera*, plus foncés et beaucoup plus vigoureux que ceux avoisinant le rivage.

Parmi les botanistes qui se sont intéressés aux algues du sud-ouest de la France, mais surtout aux algues marines, il ne faut pas oublier notre regretté collègue, M. G. Lespinasse (1), qui présenta, au Congrès inaugural de l'Association française tenu à Bordeaux au mois de septembre 1872, quelques fascicules d'*exsiccata*, dont un d'algues d'eau douce, en même temps que son « Aperçu de géographie botanique ». Malheureusement un très grand nombre d'espèces mentionnées dans ce travail proviennent de lieux cultivés ou des jardins publics; quant aux autres, l'auteur n'indique leur habitat que d'une manière très vague. C'est le cas, par exemple, en ce qui concerne les onze *Œdogonium* cités, pour lesquels il ne donne d'autres renseignements que celui-ci : « Tous ces *Œdogonium*, ainsi que d'autres moins intéressants, ont été trouvés aux environs de Bordeaux. »

M. Lespinasse indique dans le lac de Cazau (près du canal) *Lobelia Dortmanna*. J'ai aussi recueilli, cette année, la même plante dans le même lac sur les sables immergés qui font face au village de Sanguinet. Cette plante se trouve presque partout dans les lacs de la Gironde. Hourtins, Lacanau, Cazau, Biscarrosse-Parentis, Aureilhan, Saint-Julien-en-Born, Soustons, etc., m'en ont donné de très beaux échantillons. La plage de Cazau m'a fourni également un certain nombre d'*Isoëtes lacustris*, d'*Isoëtes Boryana*, de *Lobelia Dortmanna*, de *Chara fragifera*, d'*Elodea Canadensis* (2). Dans les lieux inondés et dans le canal, se trouvent : *Scirpus mucronatus*, *Juncus uliginosus*, *Myriophyllum alterniflorum*, *Potamogeton heterophyllus* avec sa forme β *gramineus*.

Si d'autres naturalistes — en dehors de ceux que je viens de citer — se sont occupés de la flore lacustre des étangs littoraux, aucun, à ma connaissance, n'a étudié spécialement les algues microscopiques, vertes ou brunes; du moins, s'il existe quelque étude sur ce sujet, elle n'est pas parvenue jusqu'à moi.

M. H. Peragallo a bien publié un mémoire fort intéressant sur les diatomées d'eau saumâtre du Médoc (3), mais la contrée visitée par ce

(1) G. Lespinasse, *Les Algues du sud-ouest de la France.*

(2) J'ai constaté aussi la présence de l'*Isoëtes Boryana* dans les bassins de Biscarrosse-Parentis, d'Aureilhan, de Saint-Julien, de Soustons, etc.

(3) H. Peragallo, *Notes sur quelques Diatomées saumâtres du Médoc* (*Ann. Soc. Hist. nat.*, Toulouse, 1887).

savant diatomiste est en dehors de celle qui nous occupe actuellement.

C'est en 1889 que mes recherches ont commencé dans la région landaise. Cette vaste région lacustre peut être divisée en deux parties, séparées par le bassin d'Arcachon: l'une, comprenant les lacs de Hourtins et de Lacanau, etc., qu'on peut appeler septentrionale; l'autre, renfermant les lacs de Cazau-Sanguinet, de Navarrosse, de Biscarrosse-Parentis, d'Aureilhan, de Saint-Julien, de Soustons, etc.(1), pouvant être désignée sous le nom de méridionale.

GROUPE LACUSTRE MÉRIDIONAL.

Le plus important de tous ceux de la partie méridionale est le lac de Cazau, auquel on attribue généralement une superficie de 7,000 hectares et une profondeur de 50 mètres. Bien que cette superficie et cette profondeur soient très exagérées, ce bassin lacustre, qui, d'après les chiffres officiels, mesure 5,608 hectares, occupe la *seconde* place parmi les plus grands lacs français. Cette année (août 1895), j'ai de nouveau pratiqué dans ce lac un très grand nombre de sondages, notamment en partant de Peyroutas jusqu'à Sanguinet, c'est-à-dire selon la plus grande largeur du bassin: soit 10 kilomètres; et aussi de son extrémité nord, à l'entrée du canal de Navarrosse, c'est-à-dire dans sa plus grande longueur: soit encore 11,250 mètres environ; nulle part je n'ai trouvé de profondeur excédant 22 mètres. Je dirai même, pour être tout à fait exact, que mon poids de sonde n'a pas rencontré de profondeur plus grande que 21 mètres 94 centimètres; il est vrai qu'à ce moment-là l'étiage était extrêmement bas.

Les eaux vert foncé très sombre, mais très limpides, de ce lac donnent asile, depuis Cazau-Buffet jusqu'à Sanguinet, à *Nymphea alba*, *Nuphar luteum*, *Potamogeton heterophyllus, Potamo perfoliatus*, *Lobelia Dortmanna*, *Juncus filiformis*, *Juncus uliginosus.* Les Characées m'ont fourni de beaux spécimens de *Chara fragilis* en fructification, que j'ai récoltés par six mètres de fond, en face du chalet Simiac; puis dans d'autres parties, entre deux et huit mètres de profondeur, le grappin et la drague ont ramené *Chara connivens, Chara fragifera*, *Nitella translucens, Nitella*

(1) D'autres nappes d'eau un peu moins importantes, mais que j'ai néanmoins sondées et explorées en 1889, font suite à celles qui viennent d'être citées. Ces lacs littoraux s'étendent jusqu'au delà de Biarritz, aux environs de La Négresse. On les nomme lac de Brindos, lac Mourisco et lac Marion; leurs profondeurs avoisinent respectivement, pour les deux derniers, 12 mètres et 23 mètres, etc.; ces lacs feront l'objet d'un travail spécial.

capitala, Nitella opaca, ainsi qu'un très grand nombre de Diatomées et quelques Desmidiées dont on trouvera la liste ci-après.

L'entrée du canal de Navarrosse et du très petit étang de ce nom est encombrée de *Nuphar luteum, Nymphea alba, Potamogeton lucens, Potamo. natans, Juncus uliginosus,* etc.

La végétation aquatique est tellement dense dans ce passage ensablé sans cesse, que la navigation deviendra tout à fait impossible avant peu, si l'on n'y met bon ordre. A plusieurs reprises nous avons été obligés de nous mettre à l'eau pour alléger le bateau, à moitié échoué sur le sable, et de le soulever pour pouvoir passer.

Au lac de Biscarrosse-Parentis (3,502 hectares), mêmes plantes aquatiques qu'au précédent. Ici l'eau est très sombre et noirâtre; les profondeurs données par mes sondages, notamment dans la portion centrale orientale, où croissent abondamment *Lobelia Dortmanna, Potamogeton lucens,* n'ont pas dépassé $9^{m}50$. A l'Ouest, c'est-à-dire vers les dunes, la profondeur augmente rapidement; à un certain endroit elle atteint 20 mètres.

L'étang d'Aureilhan, qui communique avec la mer par le courant de Mimizan, ne m'a rien fourni de particulier, en dehors des mêmes espèces recueillies dans les nappes d'eau voisines, si ce n'est les Desmidiées et les Diatomées mentionnées dans le tableau qui va suivre.

GROUPE LACUSTRE SEPTENTRIONAL.

Ce groupe est formé par les lacs de Hourtins et de Lacanau, abstraction faite des parties marécageuses aux trois quarts desséchées qui les relient ou les entourent, et par les petites nappes d'eau qui leur font suite. Plus haut, j'ai cité les plantes principales qu'on rencontre à Hourtins. En voici quelques autres qui compléteront cette liste :

Nymphea alba, L.	*Typha angustifolia,* K.
Nuphar luteum, Sm.	*Isoëtes Boryana,* DR.
Elodes palustris, Sp.	*Chara fragifera,* DR.
Myriophillum alterniflorum, Dc.	*Nitella hyalina,* Kütz.
Lobelia Dortmanna, L.	— *opaca,* Ag.
Utricularia intermedia, Hayn.	— *translucens,* Ag.
Potamogeton heterophyllum, Dc.	Etc., etc.

L'eau du lac de Hourtins est jaunâtre et absolument imbuvable, aussi étions-nous forcés, durant l'expédition sur le lac comme à

l'auberge du bourg, de ne boire que du vin et encore était-il de qualité fort médiocre.

Le bassin de Hourtins mesure 5,923 hectares de superficie, selon les Ponts et Chaussées; c'est donc *le plus grand lac* de France. En effet — celui de Genève excepté, puisqu'il est international, — la surface du lac de Hourtins excède de 1,461 hectares celle du lac du Bourget, qui vient seulement en troisième ligne, avec une superficie de 4,462 hectares.

La longueur de cette vaste pièce d'eau mesure ± 17 kilomètres; la largeur atteint ± 5 kilomètres. Sa plus grande profondeur ne dépasse pas 10 mètres, en temps de hautes eaux; la partie la plus creuse longe le pied de la dune, un peu au large; à partir de cet endroit le fond de l'étang se relève régulièrement jusqu'à la rive orientale.

Malgré une violente bourrasque qui, au mois d'août 1895, m'obligea d'abandonner momentanément mes recherches, j'ai pu pratiquer néanmoins une nouvelle série de sondages et de dragages dans cet immense réservoir. Les *Crastes* et les marais voisins, ainsi que le canal de Lupian, vers Pey-de-Camin, sont encombrés par la *bauge* ou *sigore*... ce qui rend presque partout les rives du canal inabordables. *Nymphea alba*, *Nuphar luteum*, *Juncus uliginosus*, abondent dans ces petits cours d'eau. Il en est de même pour les Diatomées et les Desmidiées.

La topographie sous-lacustre de Lacanau ne ressemble nullement à celle de Hourtins. A Hourtins, les pentes sont régulières et uniformément inclinées, tandis qu'à Lacanau les surfaces sont plus tourmentées, notamment aux environs de l'île des Boucs, où on ne trouve que monticules et dépressions parfois assez profondes. La longueur de la nappe lacustre mesure un peu plus de 7 kilomètres; quant à sa largeur, elle varie de 3 à 4 kilomètres en différents endroits; la superficie approximative peut être évaluée à 1,870 hectares. La profondeur maxima actuelle ne dépasse guère 8ᵐ50, du moins je n'ai pas encore trouvé de plus grand creux. Depuis que le prétendu canal d'asséchement — qui, soit dit en passant, n'a rien asséché du tout — a été fait, l'étiage normal du plan d'eau a baissé de quatre à cinq mètres en temps de hautes eaux.

Nulle part la végétation aquatique n'est plus abondante que sur les rives de ce lac, surtout près du canal, et aux endroits marécageux où les ruisseaux d'écoulement viennent rejoindre la dépression lacustre. Voici les noms de quelques-unes des plantes que j'y ai récoltées cette année :

Nymphea alba L.
Nuphar luteum, Sm.
Myriophyllum alterniflorum, DC
Lobelia Dortmanna, L.
Utricularia intermedia, Hayn.
Potamogeton heterophyllus, DC
— *polygonifolius* Peron.
— *lucens*, L.
— *perfoliatus*, L.
Juncus uliginosus, Roth.
Typha angustifolia, L.
Cladium mariscus, R. Br.
Heleocharis palustris, R. Br.
Scirpus lacustris, L.
Molinia cærulea, Mœnch.
Isoëtes Boryana, DR.
Chara fragifera, DR.
Nitella hyalina, Kütz.
— *opaca*, Ag.
— *translucens*, Ag.

Ayant déjà énuméré au cours de cet article un certain nombre de plantes vivant dans les lacs du littoral landais ([1]), il ne me reste plus qu'à donner la liste des algues proprement dites, que j'y ai recueillies.

SCHIZOPHYCÆ COHN ET CHLOROPHYCEÆ (KÜTZ) VITTR.

Nos	GENRES	Nom.	Nos	GENRES	Nom.	Nos	GENRES	Nom.
				Report........	14		*Report*........	22
1	Chroococcus	3	7	Hormiscia.......	2	13	Pediastrum	1
2	Merismopedia...	1	8	Conferva........	1	14	Gleocystis.......	1
3	Lyngbya	2	9	Rhizoclonium...	1	15	Protococcus.....	1
4	Stigonema......	1	10	Cladophora......	1	16	Zygnema........	1
5	Tolypothrix	2	11	Vaucheria.......	2	17	Spirogyra (A)....	1
6	Nostoc..........	5	12	Hæmatococcus..	1			
	A reporter....	14		*A reporter*....	22		TOTAL......	27

A. La chaleur exceptionnelle de l'été dernier, et aussi l'époque tardive à laquelle j'ai visité cette région, sont peut-être cause des difficultés que j'ai rencontrées pour trouver des Spirogyées et des Zygnemées. Les rares échantillons qu'il m'a été possible de recueillir étaient défectueux et indéterminables, tous les caractères spécifiques de la plante ayant disparu.

DESMIDIÉES.

Nos	GENRES	Esp.	Nos	GENRES	Esp.	Nos	GENRES	Esp.
				Report...	12		*Report*...	15
1	Closterium......	7	3	Staurastrum	2	5	Penium.........	1
2	Cosmarium......	5	4	Calocylindrus...	1			
	A reporter...	12		*A reporter*...	15		TOTAL...	16

Soit : 5 genres ou 16 espèces.

([1]) M. Paul Hariot, le savant botaniste du Muséum d'histoire naturelle, a bien voulu examiner les plantes qui viennent d'être citées; leur détermination est donc d'une authenticité et d'une exactitude parfaites.

DIATOMÉES

Nos	GENRES	Esp.	Var.	Nos	GENRES	Esp.	Var.	Nos	GENRES	Esp.	Var.
					Report.	18	1		*Report.*	51	4
1	Achnantes...	2	»	9	Epithemia..	4	»	17	Nitzchia.....	12	1
2	Amphora....	2	»	10	Eunotia.....	1	»	18	Odontidium .	1	»
3	Ceratoneis ..	1	»	11	Fragilaria...	2	»	19	Pleurosigma.	2	»
4	Cocconeis....	1	»	12	Gomphonema.	4	»	20	Stauroneis...	3	»
5	Cyclotella....	1	»	13	Grunowia...	1	»	21	Surirella	4	»
6	Cymbella....	7	1	14	Himantidium.	1	»	22	Synedra.....	4	2
7	Denticula....	2	»	15	Mastogloia..	1	»	23	Tabellaria...	2	»
8	Diatoma.....	2	»	16	Navicula....	19	3	24	Asterionella .	1	»
	A reporter.	18	1		*A reporter.*	51	4		TOTAL.	80	7

Soit : 24 genres { 80 espèces.
7 variétés.

TOTAL... 87

Le tableau ci-dessus, qui sera complété par de nouvelles récoltes, fournit donc un total de 80 espèces et 7 variétés dont nous allons donner la liste.

Légende du tableau de la distribution géographique des ALGUES D'EAU DOUCE des LACS LITTORAUX DU GOLFE DE GASCOGNE

Nos d'ordre.	Noms des localités.	Nos d'ordre.	Noms des localités.
1	Lac de Hourtins.	4	Étang de Navarrosse.
2	— de Lacanau.	5	Lac de Biscarrosse.
3	— de Cazau.	6	— d'Aureilhan.

TABLEAU de la distribution géographique des ALGUES D'EAU DOUCE des LACS LITTORAUX DU GOLFE DE GASCOGNE (1)

SCHIZOPHYCEÆ Cohn.	1	2	3	4	5	6
CHROOCOCCUS *turgidus* (Kütz.), Näg.	.	●	●	.	.	.
— *macrococcus* (Ehr.), Näg.	●	.	.	●	.	.
— ?	.	.	.	●	.	●
MERISMOPEDIA *æruginea*, Kütz.	.	.	●	.	.	.
LYNGBYA *ochracea*, Kütz.	.	.	●	.	.	.
— ?	.	●	.	.	.	.
STIGONEMA (indéterminable).	.	.	.	.	●	.
TOLYPOTHRIX *lanata*, Wart.	●	.	.	.	.	.
— ?	.	.	●	.	.	.
NOSTOC *humifusum*, Carmi.	●	.	.	●	.	.
— *muscorum*, Bornet et Flaut.	.	●	.	.	.	.
— *commune*, Vauch.	.	●	●	.	.	.
— *verrucosum*, Vauch.	.	.	.	●	.	.
— ?	.	.	●	.	.	.
CHLOROPHYCEÆ (Kütz. p. p.), Wittr.						
HORMISCIA *termis* (Kütz), de Coni.	.	●	.	.	.	.
— *moniliformis*, Rab.	●	.	.	.	.	.
CONFERVA *bombycina*, Lagerh	.	.	.	●	.	.
RHIZOCLONIUM *fontinale*, Kütz.	●	.	.	.	.	.
CLADOPHORA *glomerata*, Kütz.	.	.	.	.	.	●
VAUCHERIA *ornitocephala*, Ag.	.	●	.	.	.	.
— *dichotoma*, Lyngh.	.	.	.	●	.	.
HŒMATOCOCCUS *lacustris*, Rostaf.	.	●	.	●	.	.
PEDIASTRUM *Boryanum*, Menegh.	●	●	●	.	.	.
GLEOCYSTIS *vesiculosa*, Näg.	.	.	●	.	.	.
PROTOCOCCUS *infusionum* (Schr.), Kirchn.	.	●	.	.	●	.
ZYGNEMA (indéterminable).	.	.	●	.	.	.
SPIROGYRA —	●	●	●	.	●	.
DESMIDIÉES						
CLOSTERIUM *acerosum*, Thr.	.	.	.	.	.	●
— *acutum*, Bréb.	●	.	.	●	.	.
— *lineatum*, Ehr.	.	●	●	.	.	.
CLOSTERIUM *lunula*, Ehr.	.	●	●	●	●	.
— *moniliferum*, Ehr.	.	●	.	.	.	.
— *Pritchardianum*, Menegh.	.	●	●	.	.	.
— *striolatum*, Ehr.	.	.	●	●	.	.
COSMARIUM *calcareum*, W.	●	.	.	.	.	●
— *depoperatum*, Nord.	.	●	●	.	.	.

(1) Les listes des espèces énumérées dans les tableaux ci-après pourront être complétées par des récoltes ultérieures, notamment par celles qui seront faites en hiver et au printemps.

DESMIDIÉES *(suite).*	1	2	3	4	5	6
COSMARIUM *globosum*, Blun.	●	·	·	●	·	·
— *præmorsum*, Bréb.	●	●	·	·	●	·
— *ochtodes*, Nord.	·	·	●	·	·	●
STORASTRUM *tumidum*, Gay	·	●	·	·	·	·
— *orbiculare*, Ralfs.	·	●	·	·	·	·
CALOCYLINDRUS *oblongus*, Ben.	·	·	●	·	●	·
PENIUM *closterioides*, Ralfs.	·	·	●	●	·	·
— *margaritaceum*, Bréb	●	·	·	·	·	●
DIATOMÉES						
ACHNANTES *exilis*, Kütz.	●	·	●	●	●	●
— *lanceolata*, Kütz.	·	·	·	·	·	·
AMPHORA *ovalis*, Kütz.	·	●	●	●	·	●
CERATONEIS *arcus*, Kütz.	·	●	●	·	·	·
COCCONEIS *placentula*, Ehr.	●	●	·	●	●	·
CYCLOTELLA *operculata*, Ag.	●	·	·	●	·	·
CYMATOPLEURA *solea* (Bréb.), W. Sm.	·	·	●	·	·	●
CYMBELLA *affinis*, Kütz.	·	·	●	·	·	·
— *amphicephala*, Nælh.	●	·	·	●	·	·
— *cæspitosa*, Kütz.	●	·	●	·	●	·
— *cistula*, Kütz.	·	●	·	·	●	·
— var. *truncata*	·	·	·	·	·	●
— *Ehrenbergi*, Kütz.	●	·	●	·	·	·
— *gastroides*, Kütz.	·	●	·	●	·	·
— *lanceolata*, Ehr.	●	·	●	·	●	●
DENTICULA *elegans*, Kütz.	·	●	·	·	·	·
— *obtusa*, Kütz.	●	·	·	·	·	·
DIATOMA *Ehrenbergi*, Kütz.	·	·	●	·	·	●
— *elongatum*, Ag.	·	·	●	●	●	·
EPITHEMIA *argus*, Kütz.	·	●	●	·	●	·
— *gibba* (Ehr.), Kütz.	·	●	·	·	·	·
— *turgida*, Kütz.	·	·	●	●	●	·
— *zebra*, Ehr.	●	·	·	·	·	●
EUNOTIA *lunaris*, Grun.	·	●	●	·	·	·
FRAGILARIA *capucina*, Desm.	·	·	●	●	·	·
— *mutabilis*, Grun.	·	●	·	·	●	·
GOMPHONEMA *acuminatum*, Ehr.	·	·	·	●	·	●
— *angustata*, Kütz.	●	●	●	·	●	·
— *constrictum*, Ehr.	·	●	·	·	·	·
GOMPHONEMA *vulgare*, Kütz	·	·	●	·	·	●
GRUNOWIA *sinuata*, Rab.	·	·	·	●	·	·
HIMANTIDIUM *bidens*, W. sm.	·	●	·	·	·	·
MASTOGLOIA *Smithi*, Thw.	·	·	●	●	·	·
NAVICULA *binodis*, W. sm.	·	●	●	·	·	·
— *Brebissoni*, Kütz	●	●	●	·	●	·
— *borealis*, Ehr.	·	·	·	·	●	·
— *cryptocephala*, W. sm	·	●	●	●	·	·
— *cuspidata*, Kütz.	·	●	●	·	·	·
— *dicephala*, Thr.	●	·	·	●	·	·
— *elliptica*, Kütz	·	●	·	·	●	·
— *firma*, Grun.	●	·	·	·	·	·
— *gracilis*, Ehr.	·	●	●	·	●	·
— — var. *lævis*	·	·	·	●	·	·
— *humerosa*, Bréb.	·	·	●	·	·	·

DIATOMÉES *(suite)*.	1	2	3	4	5	6
NAVICULA *inflata,* Kütz.	.	●	.	.	.	.
— *limosa,* Kütz.	●	.	.	.	.	●
— — var. *gibberula*	.	.	.	.	.	●
— *neglecta,* Bréb	.	●	●	.	.	.
— *nobilis,* Kütz.	●	.	●	.	.	.
— *radiosa,* Kütz.	.	.	.	●	.	.
— *rhynchocephala,* Kütz	.	.	●	.	●	.
— *viridis,* Kütz.	.	●	.	.	.	●
— — var. *hemiptera.*	.	.	.	.	.	●
— *viridula,* Kütz	●	.	.	.	●	.
— *vulgaris,* Heib	.	●	●	●	.	.
— *lacustris,* var.	.	●	.	.	.	.
NITZSCHIA *acicularis,* W. sm.	.	.	●	.	.	.
— *amphioxys,* Ehr	.	.	.	●	●	.
— *angularis,* W. sm.	.	.	.	.	.	●
— *communis,* Rab.	.	●	.	●	.	.
— *constricta,* Kütz.	.	.	●	.	.	●
— *denticula,* Grun.	.	.	.	●	.	.
— *dissipata,* Grun.	.	.	●	.	.	●
— *linearis,* Ag.	.	●	●	.	●	.
— — var. *tenuis*	.	●	●	.	.	.
— *obtusa,* W. sm.	.	.	.	.	.	●
— *sigmoidea,* Nitz.	.	.	.	●	.	●
— *thermalis,* Auerw	.	●	●	●	.	.
ODONTIDIUM *anceps,* Ehr.	●	.	.	.	.	●
PLEUROSIGMA *attenuatum,* Grun.	.	.	●	●	.	●
— *Spenceri,* W. sm.	.	●	.	.	.	.
STAURONEIS *anceps,* Ehr.	.	●	●	.	.	.
— *gracilis,* W. sm.	●	.	.	.	.	.
— *phœnicenteron,* Nitz	.	.	●	●	.	.
SURIRELLA *biseriata,* Bréb.	.	●	●	.	.	●
— *ovalis,* Bréb.	.	●	.	●	.	.
— *splendida,* Ehr.	●	.	●	●	●	.
— *spiralis,* Kütz.	.	.	●	.	.	.
SYNEDRA *biceps,* W. sm.	●	.	.	●	.	.
— *gracilis,* Kütz.	.	●	.	●	●	.
— *radians,* Kütz.	●	.	●	.	.	.
— *ulna,* Ehr.	●	●	●	●	●	●
— — var. *longissima.*	.	●	.	.	●	.
— — var. *splendens*	.	●	.	●	.	.
TABELLARIA *fenstra,* Lyng.	●	.	●	.	.	●
— *flocculosa,* Roth.	.	●	●	●	.	●
ASTERIONELLA *formosa,* Hass.	.	.	.	.	.	●

M. le D[r] L. QUELET

à Hérimoncourt (Doubs).

QUELQUES ESPÈCES CRITIQUES OU NOUVELLES DE LA FLORE MYCOLOGIQUE DE FRANCE (1) [589.21/944]

— *Séance du 6 août 1895* —

Lepiota Menieri (2). Stipe grêle, farci d'une moelle soyeuse, fibrillo-floconneux, *blanc de neige,* ainsi que l'anneau ténu, relevé et séparable. Peridium campanulé puis aplani ($0^m,02$), lisse, lubrifié, *crème incarnadin* avec le disque *brun* et la marge *blanche;* chair très mince, blanche, vireuse. Lamelles écartées du stipe, *blanches.* Spore en amande ($0^{mm},01$-$0^{mm},011$), hyaline, avec le spicule souvent excentrique. *(Pl. VI, fig. 1.)*

Automne. — Lieux sylvatiques du littoral, à l'embouchure de la Loire (C. Ménier). Affine à *littoralis.*

Lepiota Lucandii (3). Stipe grêle, à moelle soyeuse, à base renflée et ovoïde, pruineux et *blanc;* anneau membraneux, dressé puis réfléchi et caduc, concolore. Peridium convexe ($0^m,02$-3), un peu bossu au centre; cuticule épaisse, à marge débordante, *lisse* et *lubrifiée, gris* pâle; chair mince, tendre, sapide et blanche. Lamelles peu écartées du stipe, assez serrées, *blanches.* Spore ellipsoïde pruniforme ($0^{mm},01$), ocellée, hyaline. *(Pl. VI, fig. 2.)*

Dans les bois de conifères du Morvan (M. Bigeard). Cette espèce, par son voile lubrifié, est affine à *arida* et à *medullata;* mais par son habitus, il serait voisin de *mastoidea* et de *gracilenta.*

Gyrophila formosa. C'est la forme régulière de *palmata,* Bull., Flore myc., p. 273, très différente de *tremens,* Ch. du Jura et des Vosges, V[e] Suppl., pl. 5, f. 3 (1877). La spore sphérique ($0^{mm},006$-7), aculéolée, ocellée, *blanche,* puis *jaunâtre* ou *rosée* en couche, comme celles de *Gyrophila irina,* de *Pleurotus ostreatus,* etc., ressemble à celles des *astérosporés* et à celle du *Collybia laccata.* Sous le nom de *subpalmatus,* le *G. palmatus,* Bull. a été identifié par Fries avec *palmatus,* Sow., t. LXII, dont la figure paraît n'être qu'une copie déguisée de *palmatus,* Bull., t. CCXVI, tandis que ce dernier est devenu un *crepidotus* pour le même auteur. Ce

(1) Ce mémoire peut être considéré comme le vingtième supplément de l'ouvrage: *Les Champignons du Jura et des Vosges.*

(2) Dédié à M. C. Ménier, directeur de l'École supérieure des sciences et des lettres de Nantes, en souvenir de ses découvertes mycologiques sur le littoral de la Bretagne.

(3) Dédié à l'auteur de l'*Iconographie des champignons de la France,* mon excellent confrère le capitaine Lucand.

pleurotoïde remarquable pourrait cependant être regardé comme le type d'un genre tout aussi légitime que *Laccaria*, Bk., formé du seul *Collybia laccata. (Pl. VI, fig. 3.)*

GYROPHILA SOCIALIS, Fr. *(sub clitocybe)* Ic. sel., t. XLIX, f. 2. Stipe fibro-charnu, conique, fibrilleux, roussâtre puis concolore sous un voile *blanc*, finement tomenteux, *hérissé* à la base et se fondant avec un mycélium filamenteux très abondant. Peridium convexe mamelonné (0^m,03-4), pruineux, satiné, *roux châtain* ou acajou clair, pâlissant; chair mince, fragile, blanche à reflet incarnat, amarescente et à forte odeur de farine. Lamelles émarginées puis adnées, serrées, fragiles, blanches puis crème ocracé ou rosé. Spore ovoïde pruniforme (0^{mm},007-8), guttulée, hyaline. *(Pl. VI, fig. 4.)*

Automne. — Groupé radicant dans les aiguilles et les brindilles de conifères. Nièvre (Mme Daulnoy). Cette espèce est affine à *truncata* dans le groupe des *villosæ*.

Gyrophila sejuncta, Sow. et *portentosa*, Fr., sont deux variétés stationelles de la même espèce : la première se rencontre dans les bois feuillés, souvent dans les prés et à l'orée des forêts, et se reconnaît par le voile formé de fibrilles *grises* et *brunes;* la seconde croît dans les bois ombragés et surtout sous les conifères, et se distingue de la précédente par le voile formé de fibrilles *grises, brunes* et *lilacines*. Les deux ont la même contexture et la même couleur, paraissent avoir les mêmes propriétés et présentent la même coloration jaune, surtout des lamelles, au terme de leur développement.

Hygrophorus opiparus, Fr. Epic., p. 59, Ic. sel. t. XLIX, f. 1. (Quél., Fl. myc., p. 284, et XVIIe Suppl. (1889), p. 2), est à peine une forme de *Hygrophorus nemoreus,* Pers. Syn. p. 305, à l'état de jeunesse, lorsque le stipe et les lamelles sont encore d'un *blanc pur*. Plus serrées d'abord et plus ténues, les lamelles, en mûrissant, s'espacent, grossissent et passent du blanc au *crème incarnat* puis *ocracé aurore :* c'est alors *Hygrophorus nemoreus,* Lasch, selon Fries qui ne voyait, dans *nemoreus,* Pers., qu'une forme de l'espèce voisine *pratensis,* Pers.

OMPHALIA FALLAX. *Blanc.* Stipe plein, ordinairement aminci et recourbé vers le bas, finement floconneux. Peridium convexe mamelonné puis en coupe (0^m,03-4), légèrement tomenteux; chair tendre, *blanche,* odorante et *amarescente*. Lamelles arquées décurrentes, serrées, étroites, blanches puis *incarnates*. Spore pruniforme (0^{mm},006-7), aculéolée, ocellée, hyaline, *rose rouillé* en tas. *(Pl. VI, fig. 5.)*

Automne. — En cercle dans les bois humides, sous les robiniers dans le Loiret (Dr Bertrand). Il est affine à *catinus* et à *infundibuliformis,* mais on le prendrait facilement pour un *paxillus* du groupe *orcella* par le changement de couleur des lamelles et des spores.

Omphalia parilis, Fr. var. *undulata.* Stipe grêle et court, plein puis fistuleux, pruineux, concolore. Peridium en coupe (0^m,02-4), *godronné festonné* sur la marge, puis flexueux et recourbé, finement *tomenteux, gris pâle* ou gris perle; chair mince, blanche, odeur de mousseron ou de farine fraîche. Lamelles décurrentes, étroites et *blanches*. Spore pruniforme ovoïde (0^{mm},007-8), finement grenelée, hyaline. *(Pl. VI, fig. 6.)*

Automne. — Tyrol (Bresadola), Alpes-Maritimes (Barla), Côtes de Bretagne (C. Ménier), Bourbonnais (H. Bourdot).

La figure : Ic. sel., t. XLVIII, f. 6, *brun bistre,* teintée de jaune, ne représente nullement *O. parilis,* Fr., S. M., p. 168, Fl. myc., p. 244.

Omphalia ectypa, Fr. Le mycélium *rhizomorphe* (0m,001-2 de diamètre), *brun noir* luisant, à moelle blanche, et qui s'étend à travers les touffes serrées de joncs et de sphaignes, de même que la texture fibreuse et humide et la spore ellipsoïde et guttulée de ce champignon, le rapproche du groupe *Omphalia mellea* et *gymnopodia.* Il doit être séparé du groupe des *versiformes,* où je l'avais placé, avec Fries, d'après un caractère moins important, la *pruine blanc rosé* des lamelles mûres, semblable à celle des lamelles de *laccata.* Sa ressemblance avec les formes grêles de *mellea,* est parfois frappante et on est tenté de le regarder comme une variété de ce champignon si protéique, habitant exclusivement les tourbières.

Cette espèce des Vosges a été observée en 1893 et 1895 dans les tourbières du lac de Longemer, par mon ami René Ferry, l'habile directeur de la *Revue mycologique,* qui m'a envoyé des touffes vivantes de ce champignon munies de nombreux filaments de mycélium rhizomorphe.

Collybia ventricosa, Bull., pl. CCCCXI, f. 1., Quél., Fl. myc., p. 227, en note. Est une forme estivale, un peu flétrie et moins élancée, de *radicata,* Relh. Stipe fistuleux, *renflé* à la base *en fuseau, blanchâtre.* Peridium convexe (0m,02-3), lubrifié puis ridé, *gris* ou *bistré,* paillet (Bull.) ou *blanc.* Lamelles *blanches,* adnées, flexueuses par la dessiccation. Fries en avait fait une espèce voisine de *collina,* citée avec doute dans Ench., p. 30. Par la forme de la base du stipe, on serait tenté d'y voir un lusus de *aquosa,* voisin des *ædipus;* mais la couleur, accidentelle, des lamelles qui sont *rousses* dans les f. A, les ferait rapporter à *Naucoria pellucida.* La f. B représente très bien la variété *alba* de *radicata.* Il était impossible que Bulliard n'eût pas reconnu et figuré *Collybia radicata,* espèce aussi distincte que répandue, quoiqu'il n'ait pas remarqué qu'elle naissait sur des racines d'arbre souterraines; et peut-être devrait-on lui attribuer la priorité pour le nom de cette espèce, les champignons de la France ayant paru de 1780 à 1798 et la Flora cantabrigensis de Relhan, de 1785 à 1793.

Collybia contorta, Bull., pl. XXXVI, Quél. Enchir., p. 28, placé par Fries près de *fusipes,* parait être une variété de ce dernier, par la saison où il croît et par les qualités que Bulliard lui donne; mais le groupe figuré dans cette planche représente plutôt *Omphalia socialis,* De Cand., par la couleur et par les aspérités du peridium.

RHODOPHYLLUS AMBROSIUS. Stipe fistuleux, tenace, bistre olivâtre ou brunâtre sous une pruine fugace, puis couleur de corne clair, épaissi, villeux et blanc à la base. Peridium campanulé (0m,02-3), satiné, *brunâtre,* puis noisette clair, plus foncé au sommet, *strié* et bistre *olivâtre* étant humide; chair très mince, exhalant, même desséchée, une odeur de fraise, ananas, jasmin ou troène, mais surtout de fraise des bois. Lamelles adnées, ventrues, *crème ocracé* puis rosées. Spore oblongue polygone (0mm,010-12), rosée. *(Pl. VI, fig. 7.)*

Été-Automne. — Bois sablonneux et humides. Bourbonnais (abbé H. Bourdot). Ce *Rhodophyllus* de la série des *Nolanea* ressemble à

cetrata et rappelle *ameides* qui a un arome très analogue de fleur d'oranger ou d'acacia.

CORTINARIUS AUREOLUS. Stipe grêle, tubuleux, *crème*, recouvert d'un voile soyeux, jaune safrané. Peridium convexe mamelonné (0m,02-3), soyeux, *ocracé safrané;* chair mince, crème ocracé, acidule. Lamelles sinuées puis libres, *améthyste* puis rouillées. Spore en amande (0mm,009-0,011), aculéolée, jaune fauve. *(Pl. VI, fig. 8.)*

Automne. — En troupe dans les forêts des collines du Jura. Il répond à la figure de *helvelloides*, Fr. Ic. sel., t. CLIX, f. 3, mais non à la description de cette espèce. Affine à *saniosus*.

Russula purpurea, Schæf., Ic. fung., t. CCLIV, Quél., Fl. myc., p. 339. Stipe grêle, pruineux, blanc, parfois rosé en bas. Peridium mince, fragile; cuticule ténue, lisse, *bai violet*, teintée de *purpurin* ou d'*olive;* chair très tendre, *douce*, à la fin acriuscule. Lamelles minces, *jonquille* puis *safranées*. Spore du *nitida*.

Été. — Bois de conifères montagneux. C'est la meilleure variété du *nitida*, Pers.

Russula sanguinea, Bull. La saveur qui est un peu âcre dans la région montagneuse, est instantanément brûlante dans le centre de la France.

RUSSULA RUBICUNDA. Stipe spongieux puis creux, ferme et fragile, soyeux et veiné-réticulé à la loupe, d'un *blanc* brillant. Peridium convexe plan (0m,06-09); cuticule mince, visqueuse, séparable, d'un *rouge vif*, sanguin ou coquelicot, plus clair sur la marge, et colorant rapidement l'eau en rose groseille; chair tendre puis légère, blanche, à saveur d'abord *douce*, puis lentement *âcre* et *poivrée;* odeur vireuse, de pomme trop mûre (Mme Daulnoy). Lamelles fourchues ou parfois anastomosées, réunies à la base par un réseau, fragiles, *blanches*, puis *crème jonquille*. Spore subsphérique (0mm,008), grenelée, ocellée, citrine. *(Pl. VI, fig. 9.)*

Été. — Dans les forêts argilo-sableuses, Nivernais (Mme Daulnoy), Alsace, Jura, etc.

Cette espèce assez répandue, et que j'avais rapportée à *Clusii*, Fr., est du groupe *insidiosæ* et voisine de *veternosa* et surtout de *maculata*, dont il a la saveur.

Craterellus tubæformis, Schæf., Ic. fung. *(Elvela)*, t. CLVII; Bull., pl. CCCCLXI, f. A. Ce nom plus ancien et fort bien appliqué doit remplacer celui de *lutescens (craterellus)*, Fr. S. M.; Quél., Fl. myc., p. 36, qui est aussi celui d'une variété de *tubæformis*, Fr., et est ainsi une cause de confusion entre ces deux belles espèces voisines.

Le nom de *Craterellus cantharelloides*, Bull. *(Helvella)*, pl. CCCCLXXIII, fig. 3, doit, en conséquence, remplacer celui de *tubæformis (cantharellus)*, Fr., S. M., p. 319; Quél., Fl. myc., p. 36, donné antérieurement à l'espèce précédente par Schæffer. Cette espèce comprend deux variétés :

1° *Villosus*, Pers., caractérisé par un peridium un peu *laineux* et ordinairement *brun*, ce qui le fait ressembler à *tubæformis*, Schæf.;

2° *Lutescens*, Fr.; Quél., Ench., p. 139, caractérisé par un peridium *glabre* ou pruineux et plus *jaune*, que Fries avait rapporté à *cantharelloides*, Bull. *Merulius lutescens*, Pers., Syn, n° 4, est rapporté par Fries à son *Craterellus lutescens :* je le rapporterais plutôt à la variété *lutescens* de

cantharelloides, à cause de la couleur grise « venis cinereo-rutilis » que Persoon donne à l'hymenium.

Ixocomus flavidus, Fr. (Flore myc., p. 415). La forme *juranus*, qui habite les tourbières du Jura, sous le pin unciné, se distingue par sa couleur citrine aqueuse et surtout par sa coloration *rosee*. *(Pl. VI, fig. 10.)*

Xerocomus rubellus. Stipe grêle, *velouté* et *rouge*, jonquille au sommet et à la base. Peridium convexe (0m,02-3), finement tomenteux, *rouge sanguin* brillant; chair jonquille, puis *rosée*, *bleue* et *verte*, pourvue d'un suc vert abondant; saveur de fruits, odeur douce puis aigrelette. Tubes fins, crème citrin; pores sinueux, pubescents, jonquille, sulfurins, se tachant de vert ainsi que le stipe. Spore fusoïde (0mm,01-0,011), citrin pâle. *(Pl. VI, fig. 11.)*

Été. — Talus et chemins des bois herbeux, Nivernais (Mme Daulnoy), Alpes maritimes (Barla). Ce champignon paraît appartenir au sud de la France; il est affine à *versicolor*. L'espèce de même nom de Krombholz est la même que *sanguineus*, With. et *rutilus*, Fr.

Xerocomus leoninus, Kr., t. LXXVI, f. 12-14. Stipe villeux, *citrin* puis paille olivâtre. Peridium convexe (0m,03-4), finement villeux, *jonquille olivâtre* puis *ocracé;* chair blanc citrin, rosée en dehors, crème ocracé à l'air, à odeur de fruits. Tubes inégaux, assez grands et pores anguleux, *crème jonquille* puis café au lait très clair. Spore fusiforme (0mm,011-13). guttulée, paille olivâtre.

Été. — Bois sablonneux du centre de la France, Nivernais (Mme Daulnoy). Très peu distinct de *Obsonium*, plus épais, à chair blanc citrin, moins douce et rappelant la fumée, à pores plus jaunes, et de *armeniacus*, dont il a la gracilité mais non la couleur.

Uloporus sistotrema, Fr. La spore est ellipsoïde (0mm,006-8), quelquefois subsphérique, jonquille olivâtre.

Poria subfuscoflavida, Rostk., Pol. Heft., XXVII, f. 11, est une forme de *medulla panis*, Pers., vivant sur le chêne : d'abord *blanc*, il se colore en *ocre* puis en *brun*, par l'imbibition de l'eau de pluie qui suinte à travers les vieilles poutres de chêne, sur lesquelles il végète. Spore ovoïde ou ellipsoïde (0mm,006-7), hyaline.

Dædalea mutabilis. Peridium sessile, conchoïde (0m,05-7), finement floconneux puis lisse, *blond*, plus ou moins ocracé ou grisâtre; aminci et *pelucheux* au bord, qui est souvent précédé d'un bourrelet. Chair mince, tendre et légère, *ocre fauve*, *safranée* vers la base; odeur agréable. Pores petits (0mm,5), ronds ou sinueux, ténus, pruineux, blanc crème, puis labyrinthés et déchirés en lamelles dichotomes et concolores. Spore ellipsoïde allongée (0mm,01), hyaline. *(Pl. VI, fig. 12.)*

Été-Automne. — Imbriqué, souvent prolifère, sur les souches, charme, chêne, peuplier. L'hymenium, à l'état de vétusté, prend la forme d'un Lenzites, tandis que son voisin unicolor prend celle d'un Irpex. Il ressemble d'abord à Lenzites protracta et paraît voisin de polyzona, Pers., espèce douteuse.

Irpex plumosum, Pers., sub *sistotrema*, ap. Brondeau, Crypt. Agenais, t. XIV, f. 6 et 7, est une forme luxuriante, très élancée et coralloïde de *paradoxum*, Schrad.

Automne. — Souches de charme, d'orme, etc.

Merulius aureus, Fr., *aurantiacus*, Kltz., Quél., As. fr., XVIIIe suppl. (1891), p. 3. Cette brillante forme est à peine distincte du type. *(Pl. VI, fig. 14.)*

SOLENIA NIVEA. Mycelium hyalin, très ténu. Peridium tubuleux (0^{mm},5-8), cylindrique, membraneux, pruineux-pubescent, *blanc de neige*, suspendu obliquement, ténu et tendre, détruit au plus léger froissement. Spore ovoïde sphérique (0^{mm},005-6), ocellée, hyaline. *(Pl. VI, fig. 15.)*

Automne. — Sur l'écorce des branches à demi-pourries du sapin. Jura suisse. Ce *Solenia* du sapin paraît différer de *candida*, Pers., par ses petites dimensions et par son siège. Il ne répond d'ailleurs nullement à la figure citée par Fries pour cette espèce : Hoffmann, Deutschlands Flora, 1795, II, t. VIII, f. 1.

Corticium obscurum, Pers., paraît être *violaceolividum*, Somm., à l'état de vétusté. La spore cylindrique, incurvée (0^{mm},01), hyaline.

Sistotrema sublamellosum, Bull., pl. CCCCLXXIII, f. 1. Ce nom, qui est on ne peut mieux appliqué et qui a la priorité, doit être rétabli au lieu de celui de Persoon, *confluens*, qui n'indique aucun caractère spécifique.

Dryodon proliferum, Pers., apud Brondeau, Crypt. Agenais, pl. XIV, f. 8 et 9. Peridium crustacé empâtant, divisé en aiguillons *pendants* et assez longs (0^{m},01), blanchâtres puis jaunâtres, et portant des touffes d'autres aiguillons plus petits (0^{m},002-3), serrés, *divariqués*, hyalins, puis crème. Spore pruniforme (0^{mm},007), grenelée, hyaline.

Automne. — Sur le bois pourrissant des arbres champêtres (Agenais, Brond). Cette forme prolifère et *opalinum*, Quél., Ass. fr., 1882, pl. IX, fig. 15, paraissent être la même espèce.

ELVELA ALBELLA. Stipe cylindrique, farci d'une moelle byssoïde, subcartilagineux et peridium membraneux, mince, libre, réfléchi en deux lobes orbiculaires ou en trois disposés en tricorne (0^{m},012-15), appliqués dos à dos, finement floconneux et d'un *blanc* de neige. Hymenium uni, *gris bistré*, noirâtre par le sec. Spore ellipsoïde (0^{mm},018-020), à ocelle verdâtre. *(Pl. VI, fig. 16.)*

Automne. — Alpes maritimes (Barla). Très voisin de *capucina*, dont il se distingue par le peridium discoïdal et l'hymenium cendré.

Peziza velata. Peridium cupulaire (0^{m},01), *stipité*, avec la marge crénelée, fragile, translucide, *blanc crème grisonnant*, couvert de grains pulvérulents brunâtres. Hymenium *crème*, *fermé* par un *voile soyeux* et *blanc* qui s'ouvre en étoile par le développement de la cupule. Spore ellipsoïde (0^{mm},015), biguttulée, hyaline. *(Pl. VI, fig. 17.)*

Été. — Sur l'humus formé par les souches de hêtre, Jura. Cette jolie peziza ne paraît pas spécifiquement différente de *cupularis* et pourrait être rapportée à *catinus*.

Phialea gracilis, Quél., Ch. du Jura et des Vosges, II, pl. V, f. 6, par sa cupule d'un gris clair et par son stipe filiforme trois à cinq fois plus long, paraît distinct de *caucus*, Reb., Fl. Neom. f. 17, dont la cupule est d'un brun pâle, bai brun d'après la figure, et le stipe assez épais et plus court que la cupule. Ce dernier croît plus souvent sur les chatons pourrissants

de l'aune, tandis que le premier végète plutôt sur ceux du saule marceau et même du coudrier.

Cordyceps stenocori. Stipe long (0^m,02-3), subfiliforme, simple ou rameux, floconneux et *blanc,* ainsi que le mycelium. Capitule fusiforme ou linguiforme, simple ou divisé, pulvérulent et *blanc.* Conidie ellipsoïde (0^{mm},005), bi-triguttulée, hyaline. *(Pl. VI, fig. 18).*

Été. — Sur le *Stenocorus mordax*, Fab., à l'état conidiophore, Vosges (René Ferry); il paraît très voisin de *C. militaris.*

TABLE SYSTÉMATIQUE DES ESPÈCES

(Les espèces nouvelles sont marquées d'un astérisque.)

PLANCHE VI. — EXPLICATION DES FIGURES

M. Henri JODIN

Licencié ès sciences, à Paris.

STRUCTURE ANATOMIQUE GÉNÉRALE DE LA TIGE DES BORRAGINÉES (1)

[583.77]

— *Séance du 6 août 1895* —

La tige des Borraginées possède la structure anatomique normale des plantes dicotylédones. On y rencontre cependant, relativement à la nature et aux rapports des différents tissus entre eux, diverses particularités qui méritent d'être mises en lumière. Cette famille est d'ailleurs très homogène, et c'est en réalité la tige qui offre encore le moins de variations lorsqu'on passe d'un genre à l'autre.

La structure primaire de la tige est assez difficile à observer chez les Borraginées. En effet, d'une part, la structure de la racine se continue dans la tige hypocotylée presque jusqu'à la naissance des cotylédons. D'autre part, dans la jeune tige, les formations secondaires se montrent de très bonne heure, si bien qu'on a un très court intervalle de temps entre le moment où les tissus primaires sont différenciés, et celui où apparaissent les formations secondaires.

Ce que l'on peut remarquer tout d'abord, quand on examine plusieurs coupes de Borraginées, c'est la différence d'aspect que présente le contour de chacune d'elles. En effet, certains genres possèdent des saillies longitudinales auxquelles on peut donner le nom de côtes, et qui sont souvent assez accusées *(Alkanna, Onosma, Anchusa, Asperugo, Echinospermum, Lycopsis, etc...).* Ces côtes jointes à la présence de poils aigus ajoutent encore à la sensation rugueuse et désagréable au toucher dont ceux-ci sont déjà cause. D'autres genres, au contraire, en sont totalement dépourvus et ont une tige à peu près cylindrique.

L'épiderme est formé de cellules petites, assez régulières et recouvertes d'une cuticule le plus souvent mince, assez épaisse dans le genre *Lithospermum.* Ces cellules se prolongent parfois en forme

(1) Ce travail a été fait au Laboratoire de biologie végétale de Fontainebleau, dirigé par M. Gaston Bonnier.

de poils très aigus et très piquants *(Lycopsis)*. Quand ils atteignent une certaine dimension, les cellules épidermiques qui les entourent s'accroissent et forment à leur base une double rosette. D'autres fois, ces poils sont beaucoup moins longs, et renflés à leur base *(Heliotropium)*.

L'écorce présente habituellement deux zones assez faciles à distinguer l'une de l'autre. La plus externe est en général constituée par une ou plusieurs assises de cellules assez petites, arrondies, laissant entre elles des méats. Parfois, au contraire, les assises sous-épidermiques constituent un collenchyme plus ou moins développé, surtout dans les côtes quand la tige en possède. La zone interne est formée de cellules à parois minces, et d'autant plus grandes, qu'on se rapproche du cylindre central. On peut signaler dans le genre *Heliotropium* la présence constante de tissu en palissade en dessous de l'épiderme.

L'endoderme ne présente rien de remarquable, et s'observe comme toujours assez difficilement.

Le péricycle n'offre rien de particulier, sauf dans le genre *Heliotropium*, où l'on peut noter la présence de fibres dont le nombre va en croissant avec l'âge de la tige, de sorte que dans la tige âgée, on a un anneau de fibres presque continu.

Le liber externe est formé de cellules très petites et aplaties perpendiculairement au rayon. Il existe toujours du liber interne. Ce dernier possède en général des cellules à parois moins épaisses que celles du liber externe et de forme assez régulière.

La disposition des faisceaux libéro-ligneux est assez variable suivant les genres. Dans les genres *Symphytum*, *Nonnea*, *Pulmonaria*, la tige conserve à peu de chose près l'apparence d'une tige à structure primaire. En effet, on y distingue fort bien chaque faisceau libéro-ligneux primitif avec son liber interne, et ces faisceaux sont tantôt complètement séparés les uns des autres, tantôt reliés par une mince bande de sclérenchyme qui n'est autre chose que du tissu intercalaire différencié.

Dans la généralité des cas, cette sclérification s'accentue au point de fournir une épaisseur de bois égale à celle des faisceaux ligneux. Et alors, le liber peut rester en bandes séparées, correspondant aux faisceaux libériens primaires *(Asperugo)*, ou bien deux ou trois faisceaux primaires peuvent se réunir et former ainsi un certain nombre d'arcs libériens *(Cynoglossum, Lycopsis, Myosotis)*; ou enfin, tous les faisceaux libériens primaires se sont réunis et forment un anneau continu entourant l'anneau ligneux *(Cerinthe)*.

Les faisceaux de liber interne peuvent parfois se souder deux par

deux ou trois par trois, mais dans aucun des cas qui viennent d'être énumérés, ils ne se soudent en anneau.

Dans le genre *Heliotropium*, les faisceaux libéro-ligneux se disposent dans la jeune tige en files régulières de vaisseaux ligneux ayant en dehors un îlot de liber externe, et en dedans un îlot de liber interne. Ces files sont en outre très nombreuses, et par conséquent très voisines les unes des autres, de sorte que la différenciation du tissu intercalaire se fait très rapidement, et l'on a dans la tige adulte trois anneaux concentriques, dont deux de liber et un de bois. C'est là le seul cas où l'on ait un anneau de liber interne.

La moelle occupe un volume assez peu considérable dans les jeunes tiges. Quelquefois, cependant, elle prend de bonne heure un assez grand développement *(Asperugo)*. Les cellules de la moelle sont très grosses et ont des parois en général très minces. Cependant, il faut noter certains cas où la moelle se sclérifie en tout ou en partie. Dans le *Lithospermum fructicosum*, par exemple, on peut voir en coupe, au milieu du parenchyme médullaire, certaines cellules soit isolées, soit par groupes de trois ou quatre, à parois épaisses, lignifiées. Dans le *Cynoglossum officinale*, la sclérification de la moelle devient complète.

En somme, malgré les différences de détail qui viennent d'être énumérées et qui existent forcément entre les genres d'une même famille, la structure de la tige est très homogène dans les Borraginées. Un genre, cependant, paraît se distinguer par ses caractères spéciaux, c'est le genre *Heliotropium*. D'ailleurs, ces caractères joints aux autres différences qu'il présente, justifient la place qu'on lui a donnée en dehors des Borraginées vraies dans la tribu des Tournefortiées, dont la Flore française ne possède pas d'autre représentant.

M. Paul PARMENTIER

Docteur ès sciences, à Baume-les-Dames.

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE LA FAMILLE DES DILLÉNIACÉES

[583.112]

— *Séance du 6 août 1895* —

La famille des *Dilléniacées* comprend treize genres avec environ deux cents espèces. Toutes ces plantes sont tropicales; on les rencontre surtout en Australie, puis, en plus petit nombre, en Asie, en Amérique, au Sénégal, en Guinée, à la Nouvelle-Calédonie et à Madagascar. Elles ont des usages assez restreints dans l'industrie et la médecine. Quelques-unes, tels que le *Dillenia speciosa* et certains *Hibbertia*, sont très décoratives. Toutes, à l'exception de quelques *Hibbertia*, sont des plantes ligneuses représentées par des arbres, des arbrisseaux ou des arbustes, souvent sarmenteux et grimpants.

Les caractères organographiques de la famille et de ses genres se trouvent indiqués dans tous les ouvrages descriptifs un peu développés; je ne crois donc pas nécessaire de les mentionner ici. Cependant il est un point essentiel à noter, c'est celui qui a trait à la valeur taxinomique de ces caractères. M. Baillon les a fort bien fait ressortir en y appuyant la classification qu'il a adoptée [1]. Ils n'offrent malheureusement pas toujours la fixité et l'étendue désirables. Les plus importants, servant à établir les divisions sérielles, sont puisés soit dans « l'union plus ou moins intime ou l'indépendance des éléments du gynécée », soit sur « le nombre défini ou indéfini des pièces de l'androcée et leur position relative ».

D'autres caractères, tels que l'alternance des feuilles, la polypétalie de la corolle, la persistance du calice autour du fruit, la présence d'un arille à la base des graines, sont encore à noter, quoique aucun d'eux ne soit exempt d'exceptions. En présence de cette insuffisance des caractères externes, j'ai tenu à m'assurer si l'anatomie ne serait pas de nature à combler plus ou moins cette lacune.

[1] Voy. *Histoire des Plantes*, t. I, p. 116 et suiv.

Je n'ai étudié qu'un nombre assez restreint d'espèces appartenant à huit genres différents. Ce sont les résultats de ces quelques recherches que je vais exposer.

I. — CARACTÈRES ANATOMIQUES DE FAMILLE

Poils 1-cellulaires; raphides nombreux dans la feuille et les tissus conjonctifs de la tige; mésophylle bifacial.

Couronne mécanique, continue ou non, en contact avec le liber secondaire de la tige. Plan ligneux du bois secondaire (coupe transversale) parfaitement uniforme, comprenant : vaisseaux très larges, arrondis, isolés ou géminés, disposés sans ordre apparent dans toute l'épaisseur du tissu ligneux; parenchyme ligneux nul ou très rare, représenté alors par quelques cellules à l'entour des vaisseaux; fibres ligneuses à lumen souvent très large et en files irrégulières; rayons médullaires inégaux et inégalement espacés, d'épaisseur variable, les plus larges en coin et à cellules plus allongées radialement et plus épaisses que celles des autres rayons qui sont moniliformes. Ces divers rayons affectent souvent une direction onduleuse provoquée par le développement des gros vaisseaux.

Coupe radiale de la tige. Vaisseaux à ponctuations simples et à diaphragmes obliques longuement scalariformes. Fibres ligneuses longues, à ponctuations aréolées. Rayons médullaires à cellules rectangulaires, le grand côté généralement dirigé dans le sens de l'axe de la tige.

II. — CARACTÈRES ANATOMIQUES DE GENRES.

Feuilles. Poils 1-cellulaires, simples et droits, parois robustes *(Davilla, Hibbertia, Dillenia)*, ou uncinés *(Doliocarpus)*, ou encore étoilés *(Curatella, Tetracera)*, ou enfin nuls *(Trisema, Candollea)*. Raphides nombreux chez tous les genres. Cellules oléigènes nulles ou rares *(Hibbertia)*. Cryptes pilifères dans l'épiderme inférieur *(Trisema, Hibbertia)*. Épidermes ordinairement recticurvilignes, rarement onduleux *(Davilla, Doliocarpus)*, lisses, simples, l'inférieur rarement multiple *(Hibbertia scabra)*. Stomates nuls sur l'épiderme supérieur, entourés de deux cellules annexes parallèles à l'ostiole (type *rubiacé*) *(Davilla)* ou d'un plus grand nombre de cellules irrégulièrement disposées (type *renonculacé*) *(Doliocarpus, Curatella, Dillenia,* etc.). Ces deux types peuvent se rencontrer sur la même feuille *(Candollea, Tetracera)*; stomates nuls (?) ou très difficiles à distinguer *(Trisema, Hibbertia)*; ordinairement longs,

26-40 μ, rarement très petits, 18 μ *(Curatella)*. Faisceau libéro-ligneux des nervures secondaires, simple (excepté *Dillenia speciosa*) non immergé (excepté *Candollea cuneiformis*). Faisceau de la nervure médiane composé, à fascicules disposés en croissant ouvert en haut et surmonté d'un ou de plusieurs faisceaux retournés à liber en haut (excepté *Candollea cuneiformis*). Faisceaux du pétiole concentriques ou répondant au type précédent, mais à faisceaux renversés supérieurs plus nombreux, ou sans faisceaux supérieurs *(Hibbertia scabra)*, ou formé d'un seul faisceau normalement orienté *(Candollea cuneiformis)*.

Tige. Épiderme ordinairement simple, rarement multiple *(Hibbertia scabra)*. Périderme sous-épidermique ou formé par les assises les plus externes du parenchyme cortical *(Trisema)*, ou à des profondeurs variables *(Dillenia)*, ou endodermique *(Doliocarpus, Tetracera)*, ou péricyclique (?) *(Curatella, Hibbertia)*, ou nul [1] *(Davilla, Candollea)*. Liber secondaire renfermant des cellules cristalligènes (excepté *Davilla Brasiliana, Doliocarpus Rolandri, Hibbertia scabra*), et dépourvue de fibres libériennes (excepté *Hibbertia*). Parenchyme ligneux nul (excepté *Candollea, Davilla*). Moelle sans cellules scléreuses (excepté *Davilla, Trisema*).

III. — VALEUR COMPARATIVE DES CARACTÈRES ANATOMIQUES ET MORPHOLOGIQUES EXTERNES.

1° *Poils*. Ces petits organes offrent toujours la même structure 1-cellulaire; les variations épharmoniques qu'ils subissent n'ont qu'une valeur spécifique; je n'oserais leur donner une interprétation plus importante. Il peut se faire néanmoins qu'elles se rencontrent chez de nombreux autres représentants de la famille non étudiés par moi; dans ce cas, elles caractériseraient une allure épharmonique. On peut *a priori* attribuer une valeur générique aux poils étoilés des *Curatella* et *Tetracera*. Dans ce dernier genre, ils sont caducs et leur existence est reconnue par les traces nombreuses qu'ils ont laissées. Ces poils fasciculés permettent de rapprocher les deux genres, d'ailleurs très connexes anatomiquement. Les poils uncinés du *Doliocarpus Rolandri* se rencontrent peut-être aussi chez les autres espèces du genre. Leur existence exclusive et leur abondance me portent à faire cette hypothèse.

En résumé, la structure des poils est seule réellement importante;

(1) Tige peut-être trop jeune.

elle pourra donc caractériser la famille au même titre que le premier caractère floral employé.

2° *Stomates*. Cet appareil a une moindre valeur; néanmoins on ne saurait nier son importance, et si l'on tient compte de la grande prédominance du type *renonculacé*, il revêt alors la valeur de caractère de famille. Dans tous les cas, il servira à définir les genres, sinon les tribus. En effet, l'existence du type *rubiacé* est relativement très réduite, et elle paraît assez intimement liée à celle des épidermes onduleux qui est ici l'exception. Les stomates sont partout très grands, excepté chez le *Curatella americana*. Leur exiguïté (18 μ) résulte de l'abondance et de la constance du revêtement pileux. Chez le *Tetracera Euryandra*, où les poils sont caducs et moins nombreux, l'appareil stomatique a acquis ses dimensions normales, qui oscillent, dans la famille, entre 26 et 38 μ.

3° Les cristaux en *raphides* constituent un excellent caractère de famille. Ils existent aussi bien dans les parenchymes et le liber de la tige que dans la feuille.

4° Les *cellules oléigènes* n'ont été constatées, et encore en très petit nombre, que dans le mésophylle de l'*Hibbertia scabra*. Il peut se faire qu'elles se rencontrent chez d'autres espèces de la famille. Leur existence est un excellent caractère d'affinité avec la famille des *Magnoliacées* que ces cellules servent à déterminer.

5° Les *cryptes pilifères* des *Hibbertia* et *Trisema* confirment pleinement l'idée conçue par M. Baillon, de classer les derniers parmi les premiers. Néanmoins, les *Trisema* pourraient très bien constituer un sous-genre, en considération de leurs différences anatomiques; notamment, et entre autres, de la position du centre de développement du périderme de la tige, qui appartient aux couches externes du parenchyme cortical chez les *Trisema* et à l'endoderme ou au péricycle chez les *Hibbertia*.

6° La qualité *bifaciale* du mésophylle est très constante. Cela n'a d'ailleurs rien d'étonnant, étant donnée l'affection des *Dilléniacées* pour la lumière.

7° La *structure fasciculaire* du pétiole est aussi un bon caractère de famille; elle n'offre qu'une exception parmi toutes les espèces étudiées par moi *(Hibbertia scabra)*. Le faisceau libéro-ligneux principal est formé par un arc puissant de fascicules, normalement orientés et surmontés d'un énorme ou de plusieurs autres fascicules renversés, c'est-à-dire à liber tourné vers le haut. Ces faisceaux sont renforcés extérieurement par des amas discontinus de fibres mécaniques. Chez l'*Hibbertia* précité, le faisceau est dépourvu de fasci-

cules supérieurs, mais celui de la nervure médiane répond au type général pétiolaire.

8° La position du *périderme* de la tige est, comme on l'a vu, très variable et ne peut constituer qu'une allure épharmonique pour les espèces amorcées dans le même sens.

9° Je n'ai rencontré qu'une seule espèce (*Hibbertia scabra*), parmi celles que j'ai étudiées, ayant des fibres libériennes. Il m'a donc été impossible de constater l'existence des « fibres libériennes » très grosses, très écartées, mais peu nombreuses » indiquées par M. Baillon dans son *Histoire des Plantes* (1). L'existence de ces fibres entraîne ordinairement la disparition des raphides.

10° La structure du bois secondaire et les ponctuations aréolées des fibres libériennes offrent, comme je l'ai dit précédemment, un excellent caractère de famille.

11° M. Baillon considère les aspérités dures et résistantes de la feuille des *Curatella* comme des « concrétions de forme particulière et de nature siliceuse; aucun acide, dit-il, ne les attaque, sauf l'acide fluorhydrique (2) ». Je ne suis pas complètement de l'avis de ce savant, et je pense qu'il ne s'agit pas exclusivement de concrétions, mais de stries cuticulaires et de poils très courts plus ou moins aigus ou arrondis, dont les parois sont fortement minéralisées. Cette interprétation trouve sa justification dans l'examen d'une coupe transversale d'une nervure secondaire et du limbe qui l'avoisine. On voit graduellement les poils se raccourcir, devenir papilliformes et se mêler aux stries cuticulaires. Les traces des poils, saillantes, nombreuses et à parois très épaisses, contribuent largement à augmenter la rugosité de la feuille des *Curatella*. On sait que ce caractère spécial permet d'employer les feuilles de ces plantes pour le polissage du bois et même des métaux dans quelques contrées de l'Amérique tropicale.

En résumé, la famille des *Dilléniacées* est aussi bien définie par certains caractères anatomiques de la feuille et de la tige que par ceux du dehors. Les modifications qu'ils peuvent subir sont plutôt superficielles que profondes; elles sont de nature épharmonique. Je ne doute pas que l'anatomie complète de tous les représentants de la famille ne vienne corroborer mes vues, en fournissant des données nouvelles ou plus nombreuses. Ayant l'intention d'entreprendre ce long travail, je serai heureux d'en publier le résultat.

(1) Voy. p. 121.
(2) Voy. p. 122.

M. F. HEIM

Docteur ès sciences, professeur agrégé à la Faculté de médecine de Paris.

SUR L'ORGANISATION FLORALE DES « PLEUROTHALLIS » BR. (ORCHID.)
[581.7 (584.15)]

— *Séance du 6 août 1895* —

Les fleurs des *Pleurothallis* (Orchidées) sont insuffisamment décrites, relativement à certains points de leur organisation, dans les ouvrages classiques; aussi méritent-elles de fixer l'attention.

Les fleurs sont dans ce genre distiques et subsessiles sur l'axe de l'épi; leur pédicelle, extrêmement court, est en partie entraîné le long de l'axe d'inflorescence; une articulation très nette le sépare de la base du réceptacle floral; elles ne sont résupinées à aucun âge, et ne peuvent se résupiner, à cause de la brièveté du support floral.

On ne doit donc pas, comme on l'a fait presque toujours, décrire dans ces fleurs deux sépales antérieurs et un postérieur.

Il y a ici, à tout âge, un sépale antérieur, superposé à la bractée axillante de la fleur, et légèrement caréné, comme elle, sur la ligne médiane; les sépales postérieurs sont carénés aussi, et même chez eux les carènes se présentent avec un caractère spécial : elles ne sont pas médianes, à cause de l'accroissement inégal des deux moitiés du sépale.

Le bord interne de celui-ci se porte fortement en arrière, parallèlement au bord correspondant de l'autre sépale postérieur, et il se forme, au niveau du point de jonction de ces deux sépales, qui là sont valvaires, une rigole très profonde, le bord postérieur de la fleur se moulant sur l'axe de l'inflorescence. Les deux sépales postérieurs constituent donc par leur rapprochement une sorte de lèvre, qui est profondément concave à la fois en dedans et en dehors.

Le bord antérieur de chacun des sépales postérieurs recouvre dans une faible étendue le sépale antérieur : il y a donc une légère imbrication des sépales; sitôt l'anthèse, la préfloraison devient strictement valvaire.

Les pétales sont tous trois étroits, et à peu près lancéolés; mais le

labelle est plus long et plus épais que les autres. A tout moment le labelle est postérieur, puisqu'il n'y a pas résupination. Plus on se rapproche du moment de l'anthèse, plus la base du labelle est rétrécie, plus l'articulation de cet organe sur le pied est prononcée, et plus sa mobilité est grande.

Dans la préfloraison, ici, comme dans tant d'autres types du même groupe, le labelle est recouvert par les pétales latéraux. La colonne ne présente guère de particularités. Son large orifice stigmatique est protégé, en haut, par une sorte d'auvent, saillie de la base du clinandre. Les loges de l'anthère ont des parois incomplètes. La pollinie de chacune d'elles a l'extrémité atténuée, tournée en bas, et là, elle présente quelques-uns de ces filaments élastiques, caractéristiques des Épidendrées. Mais ce qui est digne d'attention, ces filaments ne vont pas, par leur extrémité libre, se coller en un point quelconque du plancher, comme il arrive dans ce groupe, en général. Ils se fixent en dedans du bord antérieur de l'opercule; de sorte qu'en enlevant ce dernier, c'est avec lui qu'on entraîne le pollen qui ne demeure pas sur le clinandre. Si donc un insecte fécondateur emporte les pollinies, il n'enlèvera les pollinies qu'avec l'opercule.

L'ovaire infère est une pyramide renversée; ses trois arêtes répondent à la ligne dorsale des sépales et la continuent.

D'après cela, il y a toujours une loge ovarienne en avant.

Ces loges sont presque complètes, attendu que les placentas pluri-ovulés arrivent au contact les uns des autres; mais ils n'adhèrent pas entre eux à ce niveau, et on peut toujours les séparer par une légère traction.

Il y a là une organisation intermédiaire entre celle des Orchidées à placenta pariétaux, et celle des Orchidées à ovaire fondamentalement triloculaire.

Le prétendu pétiole des feuilles sessiles est un axe ou, si l'on veut, un organe mixte, car il est terminé par l'inflorescence.

En somme, cette inflorescence termine un axe comprimé, axe aplati, à section obovale, et tordu sur lui-même d'une moitié de circonférence. A l'extrême base de cet axe d'inflorescence, et en disposition distique par rapport à la feuille légèrement engainante, s'insère une bractée, mince et acuminée; d'autres bractées, courtement engainantes, se succèdent sur l'axe aplati d'inflorescence, en disposition distique. Avec l'âge, les bractées inférieures subissent une déchirure incomplète, le long de leur nervure médiane, ce qui pourrait faire croire, à un examen artificiel, à l'existence de deux pièces appendiculaires, minces et sub-scarieuses, insérées au même niveau. C'est à l'aisselle des bractées supérieures seules que se déve-

loppent les fleurs, les bractées inférieures semblent stériles. En réalité, chacune d'elles renferme à son aisselle un bourgeon, réduit à un petit mamelon, entouré d'écailles distiques, totalement engainantes par rapport à lui. Chacun de ces petits bourgeons axillaires représente un rudiment d'axe secondaire d'inflorescence; mais ce sont de vrais bourgeons dormants, restant à l'état rudimentaire pendant l'année où s'épanouit et fleurit l'axe qui les porte.

De plus, cette inflorescence est de celles que l'on a nommées inflorescences localisées.

Cette année, par exemple, il se produit un épi terminal qui se dégage de la concavité de la base du limbe. Les fleurs se flétrissent, la base de l'axe persiste, durcie, amincie et brunie. Bien des inflorescences ne vont pas au delà; mais dans beaucoup d'autres aussi, l'année prochaine, on verra se développer sur le côté de la base de cet axe fini un axe secondaire, qui sera celui d'un épi latéral. Cet axe secondaire est produit par le développement d'un des bourgeons dormants, dont nous signalions plus haut l'existence, à l'aisselle des bractées inférieures de l'axe de première année.

Les années suivantes, d'autres branches pourront se produire latéralement, toujours à peu de distance de la concavité du limbe foliaire. L'inflorescence des *Pleurothallis* peut donc être définie un épi simple ou composé au second degré, mais qui n'épanouit que successivement ses axes secondaires, un chaque année. Ce sont bien là les caractères d'une inflorescence localisée et « à répétition ». (Voir Baillon, *Bull. Soc. Lin. Paris,* n° 94, p. 745.) Ce mode d'inflorescence est à rapprocher de celui présenté par d'autres Orchidées, où une très longue grappe s'arrête, pendant son évolution, pendant un certain temps, pour continuer ensuite à allonger son axe principal; mais, chez les *Pleurothallis,* l'axe principal se termine, et ce sont les axes latéraux qui le remplacent.

Les faits principaux à noter dans ce qui précède sont :

a. La non-résupination de la fleur, fait dont la fréquence s'observe de plus en plus tous les jours dans ce groupe ;

b. Point anormal de la fixation des filaments élastiques, dont on peut dire que, vraisemblablement, dans un but fonctionnel, ils se portent sur un organe qui n'est pas forcément toujours le même ;

c. L'inflorescence localisée, dont le développement se fait annuellement, par « à-coup ».

M. MALINVAUD

Secrétaire général de la Société Botanique de France, à Paris.

LA LOI DE PRIORITÉ DANS LA NOMENCLATURE BOTANIQUE [580.1]

— *Séance du 9 août 1895* —

Les lois de la nomenclature botanique adoptées par le Congrès international tenu à Paris en 1867 ont été, dans ces dernières années, l'objet d'assez vives controverses qui ont donné naissance à de nombreuses dissertations. Nous n'ajouterons ici à cette branche nouvelle de la littérature botanique qu'un bref commentaire sur ce qu'on appelle la *règle* ou *loi de priorité* et sur l'interprétation des articles qui s'y rapportent dans le Code précité.

D'après l'article 15 de ce Code : « Chaque groupe naturel de végé- » taux ne peut porter dans la science qu'une seule désignation » valable, savoir la plus ancienne adoptée par Linné ou donnée par » lui ou après lui, à la condition qu'elle soit conforme aux règles » essentielles de la nomenclature [1]. »

La règle de priorité ainsi posée, loin d'être absolue, se trouve subordonnée à d'autres règles plus essentielles très clairement définies, dans le chapitre premier, sous la rubrique : *Considérations générales et principes dirigeants*. Voici, notamment, la teneur des articles 3 et 4 :

« Art. 3. — Dans toutes les parties de la nomenclature, le principe » essentiel est d'éviter ou de repousser l'emploi de formes ou de » noms pouvant produire des erreurs, des équivoques ou jeter de la » confusion dans la science.

» Après cela, ce qu'il y a de plus important est d'éviter toute » création inutile de noms.

» Les autres considérations, telles que la correction grammaticale » absolue, la régularité ou l'euphonie des noms, un usage plus ou » moins répandu, les égards pour des personnes, etc., malgré leur » importance incontestable, sont relativement accessoires.

» Art. 4. — Aucun usage contraire aux règles ne peut être main- » tenu s'il entraîne des confusions ou des erreurs. Lorsqu'un usage

[1] *Actes du Congrès international de Botanique tenu à Paris en août 1867*, p. 213.

» n'a pas d'inconvénient grave de cette nature, il peut motiver des » exceptions qu'il faut cependant se garder d'étendre ou d'imiter. » Enfin, à défaut de règles, ou si les conséquences des règles sont » douteuses, un usage établi fait loi [1]. »

L'ordre relatif et la comparaison des textes que nous venons de citer ne laissent aucun doute sur la pensée de l'illustre rapporteur qui les avait rédigés, ni sur le sens de leur adoption par le Congrès de 1867. On a dit avec raison que « la règle de priorité est la base la plus solide de toute nomenclature » [2]; elle est le moyen le plus sûr, dans l'immense majorité des cas, d'obtenir la précision des termes et leur fixité, indispensables dans tout vocabulaire scientifique. On l'appliquera toutefois avec discernement et sans asservir son jugement à une formule. On a dit, depuis longtemps, qu'il n'y a pas de règle sans exception; ce qui signifie qu'une maxime, si générale qu'elle soit, n'est pas applicable indistinctement à tous les cas particuliers [3]. Supposons une espèce universellement connue sous un nom qui, sans être le premier qu'elle ait reçu, celui-ci étant oublié ou tombé en désuétude, se trouve admis dans toutes les Flores avec les avantages de précision et de clarté résultant d'un long usage. Dans ce cas, la résurrection du nom le plus ancien aurait, en fait, les inconvénients d'une *création inutile* et serait, par surcroît, une source d'équivoque et de confusions. On évitera ces inconvénients en se conformant au sage précepte qui termine l'article 4: « Si les » conséquences des règles sont douteuses, un usage établi fait loi. »

Quelques exemples feront mieux saisir l'utilité de ces différences d'application.

Un *Alyssum* nouveau pour la flore française, découvert dans le département du Lot [4], avait été appelé *A. petrœum* [5] par Arduino en 1764, *A. gemonense* [6] par Linné en 1767, *A. edentulum* par Waldstein et Kitaibel [7] en 1802. Ces trois noms se partageaient à peu près les préférences des floristes [8]. Le dernier, adopté dans le

(1) *Loc. cit.*, p. 209.
(2) *Loc. cit.*, p. 178.
(3) Dictionnaire de l'Académie. On dit encore : *l'Exception confirme la règle*, c'est à-dire « la nécessité où l'on est d'excepter les cas particuliers dans lesquels une règle n'est point applicable prouve qu'elle doit s'appliquer dans tous les autres cas ».
(4) Voy. *Bull. Sot. Bot. de France*, t. XXXVI (1889), p. CCLXII.
(5) Arduino, *Specimen alterum*, 30, tab. 14 (1764).
(6) Linné, *Mant.* 92 (1767).
(7) Waldstein et Kitaibel, *Pl. rar. Hungar.*, I, 95, tab. 92 (1802).
(8) Les auteurs modernes les plus compétents en botanique descriptive, Jos. Koch (*Syn. flor. Germ.*), Boissier (*Flor. Or.*), Cosson (*Bull. Soc. Bot. Fr.*, loc. cit.), etc., considèrent avec raison comme synonymes les *Alyssum edentulum* W. et K., *gemonense* L. et *petræum* Arduin. Contrairement à l'avis de ces maîtres, que nous partageons, MM. Rouy et Foucaud, dans leur *Flore de France* (II, 192), distinguent l'*A. edentulum*, que représente pour eux la plante du Lot, de l'*A. gemonense* « par son port tout diffé-

Flora Orientalis de Boissier, avait le mérite de rappeler un caractère important, *gemonense* indiquait la localité linnéenne de l'espèce; cependant, nous préférâmes à l'un et à l'autre l'insignifiant *petræum*, comme plus ancien. Dans les cas analogues, qui sont les plus nombreux, la règle de priorité résout heureusement la difficulté causée par l'embarras du choix en la réduisant à la recherche d'une date.

Revenons maintenant au cas déjà spécifié d'une espèce désignée dans tous les ouvrages classiques de nos jours sous un nom qui n'est pas le premier en date qu'elle ait reçu, mais dont le changement, strictement conforme à la loi de priorité, si l'on donnait à celle-ci un effet rétroactif, serait une cause de trouble et de malentendus. Tel est le *Carex præcox* de Jacquin (1778), aujourd'hui inscrit sous ce nom dans toutes nos Flores et très différent du *Carex præcox* de Schreber, plus ancien (1771), appelé depuis *C. Schreberi* Schrank (1789). Si on restitue à ce dernier son premier nom dû à Schreber, on doit aussi rectifier l'état civil de l'espèce de Jacquin, et faire revivre, pour y pourvoir, un ancien synonyme, par exemple *C. caryophyllea* Latourrette. Quel que soit l'accueil réservé à ces changements par les floristes, l'ancienne nomenclature n'en resterait pas moins dans de nombreux ouvrages qu'on a souvent besoin de consulter; d'où l'obligation de connaître deux noms au lieu d'un pour chacune des espèces en cause et, quand on verrait mentionné un *Carex præcox*, de s'enquérir préalablement si c'est l'ancien ou le nouveau. Le bénéfice le plus clair qu'on peut retirer de semblables innovations est de semer gratuitement des incertitudes dans le langage scientifique.

Un autre *Carex* est menacé d'une disgrâce analogue et peut-être même plus singulière, car il en semblait garanti par la possession d'un double état civil laissant le choix entre deux noms de même date, *Carex gynomane* Bertol. et *C. Linkii* Schkuhr, publiés l'un et l'autre en 1806 et se partageant à peu près également les préférences des auteurs. Pourquoi donc exhumer du *Flora lusitanica* de Brotero (1804) une troisième dénomination, synonyme des deux précédentes, jusqu'à ce jour tout à fait inusitée, *Carex longiseta* Brot., dont la résurrection équivaut en fait à une création inutile de nom [1]. Comme on ne peut rayer les deux précédents des nombreux

rent, disent-ils, ses tiges moins robustes, ses fleurs et ses silicules presque de moitié plus petites, etc. » Cette opinion a peut-être son origine dans une insuffisance d'éléments de comparaison; car l'*Alyssum* du château d'Assier nous a présenté *sur place* des variations dans le port, les dimensions des organes floraux, etc., correspondant exactement aux caractères signalés par MM. Rouy et Foucaud comme des attributs exclusifs de l'*Alyssum gemonense*.

[1] Le mutisme de la plupart des auteurs sur le *Carex longiseta* de Brotero, et le

ouvrages où ils sont employés, sans parler de ceux où ils le seront encore, il faudrait désormais retenir trois noms, au lieu de deux, pour une seule plante. Où serait l'avantage ?

La règle de nomenclature la mieux entendue n'est pas un dogme inflexible, mais un moyen rationnel, une convention recommandée en vue d'obtenir la clarté et la précision des formules techniques; lorsque son emploi, au lieu de l'efficacité habituelle à ce point de vue, produit un résultat contraire par suite de raisons spéciales, celles-ci motivent des exceptions, qui d'ailleurs n'ont rien d'arbitraire ni de facultatif, puisqu'elles sont limitées aux cas prévus en termes généraux dans les *Principes dirigeants* des Lois de la nomenclature. Grâce à ces tempéraments nécessaires, les moyens employés pour atteindre le but proposé sont appropriés à ce but, et non celui-ci subordonné à ceux-là. La règle de priorité, loin d'être affaiblie, en est au contraire fortifiée, n'étant plus exposée aux objections qu'une application aveugle et mal entendue ne manquerait pas de faire naître.

C'est de ce sage esprit que s'est inspiré le Congrès de 1867 en sanctionnant par ses votes, après une discussion approfondie, les divers articles du Code qui lui étaient soumis. Il serait plus utile, croyons-nous, de défendre aujourd'hui cette œuvre mémorable contre les projets de réforme ou les critiques mal fondées et souvent contradictoires dont elle est l'objet, que de vouloir y introduire des dispositions nouvelles d'une opportunité contestable et sur lesquelles un accord, à en juger du moins par les dernières controverses, nous paraît très difficile à réaliser.

doute dont cette espèce est l'objet de la part de ceux, en petit nombre, qui la mentionnent, s'expliquent par la rareté, dans les bibliothèques, de l'ouvrage où elle est décrite et de la rareté encore plus grande, dans les herbiers, des échantillons authentiques à l'appui. C'est une raison de plus pour ne pas remplacer deux noms certains par un troisième peu connu et controversé.

M. F. HEIM

Docteur ès sciences, professeur agrégé à la Faculté de médecine de Paris.

SUR LA POLYEMBRYONIE CHEZ UNE APOCYNACÉE DU GENRE « KOPSIA »

[581.7 583.72]

— *Séance du 9 août 1895* —

On connaît aujourd'hui des exemples très nets de polyembryonie chez un certain nombre de Phanérogames, appartenant à divers groupes naturels.

La graine de l'Oranger renferme souvent plusieurs embryons, emboîtés les uns dans les autres ; celle du Limon en contient assez souvent de 3 à 4. Gærtner a compté jusqu'à 20 embryons dans une graine de Pamplemousse ; mais, d'après sa description, ces embryons étaient la plupart incomplets.

En tout cas, la polyembryonie est un fait général chez les *Citrus*.

L'exemple des *Citrus* est classique, mais les deux suivants semblent être restés inconnus aux auteurs, qui se sont occupés de la polyembryonie des Phanérogames.

Risso et Poiteau (*Hist. des Orangers*, 2e éd., p. 11) ont observé :

1° Une graine de pomme rose : *Eugenia jambos* L., qui contenait 3 embryons parfaits qui ont germé ;

2° Une graine d'*Ardisia serrulata* Vent., qui contenait 2 embryons, séparés dans un périsperme.

(Ces auteurs ont figuré ces graines à embryons multiples dans la pl. II de l'ouvrage cité, fig. 17 et 18.)

On a vu, accidentellement, des graines à embryons multiples dans divers groupes.

Hanausek vient de signaler ainsi la polyembryonie du *Coffea arabica* (Hanausek T.-F., *Ueber symetrische und polyembryonische Samen von* C. arabica. — *Ber. der deutsch. bot. Gesell.*, p. 73-78, mit 1 Taf.).

Chez le Caroubier *(eratonia Siliqua)*, Solla (R.-F.) *(Caso di poliembrionia nel Carrubo. — Bull. Soc. Bot. ital.*, p. 195-96), a vu la germination d'une seule graine donner naissance à deux plantules parfaitement normales.

Nous ignorons encore si la polyembryonie n'est qu'accidentelle dans ces types, ou si elle y atteint le même degré de généralité que chez les *Citrus*.

La polyembryonie a été signalée chez les Asclépiadacées (*Vincetoxicum*) par Baillon (*Bull. Soc. Lin. de Paris*, p. 336), dès 1882. Il indiqua que la plupart des graines de *Vincetoxicum officinale* étaient pourvues d'un albumen peu épais et d'un double embryon. « La graine elle-même recevait, de ce fait, une légère déformation, car elle était inégalement bosselée sur ses deux faces. Les 2 embryons peuvent être égaux, et leurs cotylédons sont souvent égaux entre eux; mais toujours les 2 embryons sont superposés l'un à l'autre, et non collatéraux. L'un d'eux se trouve logé dans l'intervalle des 2 cotylédons de l'autre, la radicule du premier touchant presque par son sommet la gemmule du dernier. Aussi les cotylédons de l'un embrassent-ils complètement ceux de l'autre, à moins qu'un des cotylédons de l'embryon enveloppant ne s'arrête à de moindres dimensions que son congénère. Il n'est pas rare non plus de trouver des traces d'un 3e embryon, mais très petit, fort irrégulier, et n'ayant généralement qu'un seul cotylédon fort imparfait. »

La pluralité des embryons fut signalée à nouveau chez le *V. officinale*, et, chez 2 espèces voisines, les *V. nigrum* et *V. medium*, par G. Chauveaud (Thèse Fac. méd. de Paris, 4 mars 1892). Cet auteur a donné de plus une étude de la fécondation dans ce cas de polyembryonie.

Le but de cette note est de signaler la présence, chez une Apocynacée: *Kopsia longiflora* Pierre, d'embryons multiples dans la graine.

L'albumen mince de cette graine renferme jusqu'à 3 embryons superposés, ou placés dans une position oblique les uns par rapport aux autres. Ces embryons sont simplement tangents ou légèrement emboîtés, la radicule de l'embryon inférieur s'insinuant entre les cotylédons de celui qui lui est superposé, jusqu'à atteindre la gemmule de ce dernier. Ces trois embryons sont tous bien conformés, et vraisemblablement susceptibles de donner tous naissance à des plantules plus ou moins vigoureuses, comme les embryons multiples des *Citrus*, de l'*Eugenia jambos* et des *Vincetoxicum*.

Mais nous n'avons pu étudier la plante que sur le sec, car elle est d'origine cochinchinoise.

Il serait particulièrement intéressant de savoir aux dépens de quels éléments de l'ovule se forment les embryons multiples. On sait que dans le cas des *Citrus*, étudié par Strasbürger, la polyembryonie provient de ce que des cellules du nucelle, voisines du sac embryon-

naire se cloisonnent, et, pénétrant dans l'intérieur de ce sac, y deviennent autant d'embryons.

La véritable polyembryonie provient, au contraire, de la fécondation simultanée de l'oosphère et des synergides. Elle a été observée pour la première fois par Guignard, chez un *Acacia* (*Recherches anatomiques et physiologiques sur l'embryogénie des Légumineuses. — Ann. des Sc. nat.,* 6e série, t. XII, p. 36), puis par Dodel chez l'*Iris sibirica* (*Beitr. z. Kenntniss der Befruchtung's Erscheinungen,* Zurich, 1891), et par Overton chez le *Lilium Martagon* (*Beitr. z. Kenntniss der Entwicklung und Vereinigung der Geschlechtsproducte,* Zurich, 1891).

Mais, dans tous ces exemples, la polyembryonie semble être un fait accidentel : les embryons provenant des synergides n'atteignent jamais leur complet développement; seul l'embryon issu de l'oosphère se développe complètement.

Chez les *Vincetoxicum,* au contraire, il y aurait production, par fécondation des cellules sexuelles du sac embryonnaire, de 3, 4 et 5 embryons, capables d'atteindre un développement complet.

En est-il de même chez les *Kopsia?* Nous avons entrepris, à cette occasion, des recherches sur les phénomènes de la fécondation chez le *Kopsia rosea,* cultivé dans nos serres; nous les ferons connaître ultérieurement.

Le principal intérêt qui s'attache, pour l'instant, à la connaissance de la polyembryonie chez une Apocynacée, consiste en ce que ce fait établit un nouveau trait-d'union entre les deux familles des Apocynacées et des Asclépiadacées, presque inséparables, tant au point de vue de leur constitution organographique que de leur structure histologique.

Déjà, on sait que la constitution de l'ovule adulte ne permet d'établir aucune différence entre les Asclépiadacées et les Apocynacées; d'après les résultats fournis à Vesque par l'étude des *Vinca minor, Strophantus dichotomus* et *Ceropezzia Sandersoni,* l'analogie se poursuit peut-être jusque dans les phénomènes intimes de la fécondation, et en tout cas, dans la constitution de la graine.

Indépendamment de toute considération théorique, la connaissance de ce fait de polyembryonie, totalement imprévu, mérite de fixer l'attention, et peut mettre sur la voie d'intéressantes recherches sur les phénomènes encore si obscurs de polyembryonie.

M. P. HARIOT

à Paris.

CONTRIBUTION A LA FLORE ALGOLOGIQUE DU GABON ET DU CONGO FRANÇAIS

[589.3/976.5]

— *Séance du 9 août 1895* —

Les collections du Muséum renferment un certain nombre d'algues du Gabon et du Congo provenant des récoltes de feu Pierre, directeur du jardin botanique de Libreville, de MM. Thollon et H. Lecomte, chargés de mission au Congo français.

Les algues d'eau douce et terrestres ont fait l'objet d'une note publiée il y a déjà quelques années dans la *Notarisia;* M. de Wildeman en a fait connaître d'autres provenant de l'état indépendant du Congo.

Quant aux algues marines, Kützing en a décrit un petit nombre d'espèces récoltées dans l'estuaire du Gabon par M. Ed. Jardin, mais le Congo était encore entièrement inconnu sous ce rapport avant l'exploration faite par M. Lecomte dans la région de Loango.

Comme il était naturel de s'y attendre, la flore algologique de cette partie de l'Afrique occidentale se confond à peu près entièrement avec celle de Madère, des Canaries et de l'archipel du Cap-Vert. Une seule espèce dans les récoltes qui nous ont été soumises nous a paru nouvelle, c'est le *Callophyllis Lecomtei.*

PHYCOCHROMACEÆ.

1. Glœocapsa Magmra (Bréb.). Kütz., *Tab. phyc.* 1, p. 17, t. 22, f. 1.
2. Hypheothrix sp. — (indéterminable).
3. Stigonema minutum Hassall. *Hist. of the British Fresh-Water Algæ*, I, p. 230.
4. Scytonema Hofmanni C. Agardh. *Syn. alg. Suec.*, p. 117.
5. S. crustaceum Ag. *Syst. Alg.*, p. 39.
6. — var. B. incrustans Born. et Flah. *Rév. des Nostoc. hétérocyst.*, p. 106.

Toutes ces espèces ont été recueillies sur des cailloux autour de Brazzaville par M. Thollon.

CHLOROPHYCEÆ.

7. Ulva Lactuca L. *sp.* II, p. 1163 *p. p.*
Loango (Lecomte).
8. Trentepohlia aurea (L.). Martius, *Fl. crypt. erlang.*, p. 351.
Kitabi (Lecomte).
9. T. Kurzii (Zeller). Hariot, *Notes sur le genre Trentepohlia*, p. 43.
Kitabi (Lecomte).
10. Phycopeltis arundinacea (Mont.) De Toni, *Ueber Phyllactidium arundinaceum*, p. 182.
Sur les feuilles coriaces en compagnie de l'espèce suivante (Thollon, Lecomte).
11. Cephaleuros virescens Kunze; Hariot, *Notes sur le genre Cephaleuros*, p. 1 et seq.
12. Struvea delicatula Kütz. *Tab. phy.*, XVI, t. 2, p. 2.
Libreville (Thollon).
Cette plante indiquée d'abord à la Nouvelle-Calédonie a été depuis retrouvée à la Nouvelle-Hollande, à Ceylan, à la Guadeloupe, à Caracas et enfin récemment au Gabon. Elle est voisine d'une autre espèce canarienne, le *Struvea ramosa* Dickie (= *S. anastomosans* var. *canariensis* Picc. et Grun.). Sur les six espèces de *Struvea* connues jusqu'à ce jour, deux d'entre elles étendraient leur habitat jusque sur les côtes d'Afrique, mais aucune ne serait spéciale à cette région, puisque le *S. ramosa* des Canaries aurait été tout d'abord recueilli aux Bermudes.
13. Codium tomentosum (Huds.). Stackh., *Ner. brit.*, p. XXIV.

PHÆOPHYCEÆ.

14. Dictyota dichotoma Lamrx. *Essai*, p. 58.
Libreville (Thollon).
15. Spatoglossum Solierii Kütz. *Phyc. gen.*, p. 340.
Libreville (Thollon).
Espèce avant tout méditerranéenne.
16. Padina pavonia Gaillon. *Dict. des Sc. nat.*, 63, p. 371.
Libreville (Thollon); Loango (Lecomte).
17. Sargassum cymosum *Ag.* sp., p. 20.
Libreville (Thollon).
Plante des régions chaudes de l'Atlantique, du Brésil et sur la côte d'Afrique. Elle est voisine du *S. lendigerum* du Cap-Vert, du Sénégal, de Ténériffe, de Madère.

FLORIDEÆ.

18. Batrachospermum moniliforme Roth. *Flor. germ.*, III, p. 480.
Congo (Thollon).
Forme rappelant le *B. cayennense* Mont.
19. Scinaia furcellata (Turner) Bivona, *in l'Iride*, Palermo, 1822.
Loango (Lecomte).

20. Galaxaura obtusata (Sol.) Lamour. *Hist. polyp.*, p. 262.
Libreville (Thollon).
21. G. fragilis (Lamk.). Decaisne, *Corall.*, p. 104.
Æstuaire du Gabon (Pierre).
22. Brachycladia australis Sonder, *Linn.*, 1853, p. 514.
Syn : Zanardinia marginata (Sol.) J. Agardh.
Libreville (Pierre, Thollon).
23. Gymnogongrus.
Échantillons stériles indéterminables recueillis par M. Thollon, à Libreville.
24. Callophyllis Lecomtei Hariot, *in* Morot, *Journal de Botanique*, 1er juillet 1895, p. 243.
Loango (Lecomte).
Espèce nouvelle voisine de *C. laciniata,* mais bien distincte par ses dimensions plus petites et sa ramification pennée.
25. Gracilaria confervoides (L.). Grev., *Alg. brit.,* p. 123.
Loango (Lecomte).
26. G. dentata J. Ag. *Species*, p. 603.
Loango (Lecomte).
Plante très polymorphe que Kützing avait divisée en plusieurs espèces.
27. Hypnea musciformis Lamour., *Essai*, p. 43.
Loango (Lecomte).
28. Chrysymenia uvaria (Wulf.). J. Ag., *Alg. mar. med.,* p. 106.
Libreville (Thollon); Loango (Lecomte).
29. Acanthophora Thierii. Lamour., *Essai,* p. 44.
Libreville (Thollon).
30. Polysiphonia.
M. Lecomte a récolté deux fragments qui semblent appartenir au *P. complanata* J. Ag., *sp.*, p. 933.
31. Laurencia perforata (Bary). Mont., *Phytogr. canar.*, p. 155.
Libreville (Thollon).
32. Spyridia clavata Kütz. *Linnæa*, p. 744 (1841).
Loango (Lecomte).
Espèce polymorphe que Kutzing avait également partagée en deux autres. Les spécimens du Congo rappellent la figure de Kützing (*Tab. phycol.*, XII, 45) et présentent quelque ressemblance extérieure avec un *Ptilota.*
33. Ceramium gracillimum Griff. et Harv. *Phycol. brit.*, t. CCVI.
Sur les frondes du *Gracilaria confervoides* à Loango (Lecomte).
34. Melobesia membranacea Lamour. *Polyp. flex.*, p. 315.
Avec l'espèce précédente.
35. Amphiroa Beauvoisii Lamour. *Hist. Polyp. plex.*, p. 299.
Loango (Lecomte).
36. Corallina longifurca Zanard. *Iconogr. phyc.*, II, p. 64; t. LVI.
Loango (Lecomte).
37. Hildbrandtia fluviatilis (Liebm.) J. Ag., *Spec.*, p. 407.
Abonde dans tous les cours d'eau du Congo (Thollon).

M. W. RUSSELL

Docteur ès sciences, à Paris [1].

INFLUENCE DE L'ADAPTATION SUR LA STRUCTURE DE QUELQUES PLANTES MÉDITERRANÉENNES [581.4]

— *Séance du 9 août 1895* —

Les régions littorales de la Méditerranée offrent, comme l'on sait, un caractère de végétation qui leur est commun et se distingue nettement de celui des pays limitrophes.

Cette physionomie particulière de la flore est due pour une bonne part à l'abondance des arbres et arbustes à feuilles toujours vertes [2]; mais il est aussi de nombreux végétaux herbacés et sublignenx qui contribuent à donner à certaines parties du domaine méditerranéen un aspect tout spécial : telles sont notamment ces plantes aux tons grisâtres qui couvrent les garrigues de la Provence et dont la Lavande *(Lavandula Stœchas)* est le type.

Ces plantes appartiennent à des familles diverses; — ce sont principalement des Labiées, des Composées, des Crucifères et des Cistinées; — mais, par l'ensemble de leurs caractères extérieurs, elles arrivent à posséder un tel air de ressemblance, qu'il devient parfois assez difficile, quand leur floraison est achevée, de les reconnaître les unes des autres.

Il m'a paru intéressant de rechercher si, dans leur organisation interne, ces plantes offraient également des détails de structure qui leur fussent communs. J'ai étudié dans ce but les plantes suivantes : *Lavandula Stœchas, Teucrium Polium* et *Marum, Alyssum maritimum, Mathiola tristis, Helianthemum pilosum* et *lavandulæfolium, Helicrysum Stœchas* et *angustifolium, Stæhelina dubia, Phagnalon sordidum* et *saxatile* [3].

(1) Ce travail a été fait au Laboratoire de botanique de la Sorbonne, dirigé par M. le professeur Gaston Bonnier.

(2) Grisebach, *La Végétation du globe*, I, p. 339-433.

Flahaut et Durand, *Les Limites de la région méditerranéenne en France* (*Bulletin de la Société Botanique de France*, 1887).

(3) J'ai recueilli ces plantes en 1894, aux environs de Toulon et de Cannes.

Voici les conclusions auxquelles je suis arrivé :

1° Les cellules épidermiques des tiges et des feuilles sont, chez toutes les plantes de la forme de la Lavande, plus hautes que larges et fortement épaissies aussi bien du côté extérieur que du côté intérieur; un grand nombre d'entre elles s'allongent en poils.

2° Un exoderme collenchymateux est toujours présent au-dessous de l'épiderme des tiges, tout au moins dans les côtes.

3° L'écorce des tiges se compose d'une portion externe formée de trois ou quatre assises de cellules à parois minces et d'une portion interne dont les éléments, disposés sur une ou deux assises, sont à fortes parois.

4° L'endoderme est formé de cellules tabulaires à parois épaisses, légèrement lignifiées.

5° Le péricycle est toujours scléreux sur toute la périphérie du cylindre central.

6° L'anneau ligneux ne renferme pas de parenchyme à parois minces; les vaisseaux, diversement groupés, sont nombreux et de large diamètre; les fibres ont des parois fortement épaissies.

7° La moelle est sclérifiée à sa périphérie.

8° Les feuilles ont un mésophylle formé de deux ou trois assises en palissade dans sa partie supérieure, et composé de parenchyme étoilé dans sa partie inférieure.

Ces résultats, qui concordent avec ceux que je viens de mettre en évidence dans un travail sur les modifications dues à l'influence du climat (1), montrent :

1° Que chez certaines plantes appartenant à des familles différentes, mais se ressemblant extérieurement, l'influence de l'adaptation est assez puissante pour déterminer une organisation interne presque semblable.

2° Que le tissu qui éprouve le moins de modifications est le tissu vasculaire.

(1) W. Russell, *Influence du climat méditerranéen sur la structure des plantes communes en France* (*Annales des Sciences naturelles*, 8e série, I, 1895).

M. Georges LANDEL

Au Laboratoire de biologie végétale de Fontainebleau.

INFLUENCE DE L'INTENSITÉ DES RADIATIONS SOLAIRES SUR L'ACCROISSEMENT EN LONGUEUR DE LA TIGE DES VÉGÉTAUX (1) [581.134/535]

— *Séance du 9 août 1895* —

Je me suis proposé dans ce travail d'étudier les variations qui se produisent dans l'accroissement de la tige des végétaux herbacés, quand on les expose d'une façon permanente à des éclairements différents.

Des recherches entreprises en 1892 et en 1893 relativement à la floraison et à la fructification m'avaient déjà permis de constater, chez les espèces observées dans ces conditions, des différences très considérables dans la hauteur de la tige, en les comparant à l'ombre et au soleil. La plus grande longueur se rencontre le plus souvent chez les individus privés de radiations solaires directes; mais l'inverse a lieu aussi chez certaines espèces.

J'ai cherché à me rendre compte de ces divergences apparentes en étudiant ces variations d'une façon plus précise. Dans ce but, mes expériences ont été disposées de la façon suivante :

Un certain nombre d'échantillons d'une espèce déterminée ayant germé le même jour et dans des conditions identiques, sont replantés, soit en pots, soit en pleine terre, dans six espaces carrés S, I, II, III, IV, V, ayant un mètre de côté et contenant la même terre, formée de sable de Fontainebleau mélangé d'humus. Les jeunes pieds sont disposés en nombre égal et de la même façon dans chaque lot. Chacun de ces carrés, à l'exception du premier, S, qui restera exposé au soleil, est abrité par un cadre de bois de forme cubique dont toutes les faces, sauf l'inférieure, sont fermées par une toile dont la trame varie d'épaisseur pour chaque numéro. Ces cadres sont munis de quatre pieds susceptibles d'être introduits dans des tuyaux en terre cuite enfoncés au ras du sol, aux quatre angles

(1) Ce travail a été fait au Laboratoire de biologie végétale de Fontainebleau, dirigé par M. Gaston Bonnier.

des carrés, ce qui permet de les déplacer facilement. On a donc ainsi une série de six lots recevant des intensités lumineuses de plus en plus faibles du carré S au carré V. L'humidité du sol est maintenue égale de part et d'autre par des arrosages convenables ([1]).

1re Expérience. — **Faba vulgaris.**

Le début de l'expérience a lieu le 23 juin 1894. La mensuration des tiges a été faite chaque fois sur l'ensemble des échantillons de chaque lot; les chiffres suivants représentent les moyennes.

Longueur des tiges après	Lot S.	Lot I.	Lot II.	Lot III.	Lot IV.	Lot V.
8 jours.....	12c	26c	26c	30c	30c	26c
15 jours.....	17	39,8	40,7	44,2	33,5	28
34 jours.....	30	65	66	67	41	Tous les échantillons ont péri.
90 jours.....	60	110	120	120	Tous les échantillons ont péri.	»
105 jours.....	70	130c	170	125	»	»

La floraison a lieu dans les quatre premiers lots.

2e Expérience. — **Begonia erecta** (espèce à tubercules).

Le début de l'expérience a eu lieu le 8 juin 1894.

Longueur des tiges après	Lot S.	Lot I.	Lot II.	Lot III.	Lot IV.	Lot V.
15 jours.....	3c,3	4c,3	6c	7c,6	12c,3	12c,6
21 jours.....	4,6	4,6	6,6	8,6	13	12,6
31 jours.....	4,8	5,6	8	9	14	12,6
48 jours.....	8	10	11,5	13	14	12,6
60 jours.....	9,3	12	12,5	14	15	12,6
105 jours.....	15	17	30	23	20	12,6

La floraison a lieu dans les cinq premiers lots.

([1]) L'évaluation dans chaque lot de la température et du degré hygrométrique, qui varient d'ailleurs dans d'assez faibles limites, ainsi que la détermination exacte des rapports d'éclairement, ne pouvant trouver place ici, seront exposées dans un travail plus complet.

3ᵉ EXPÉRIENCE. — **Begonia semperflorens** (espèce sans tubercules).

Le début de l'expérience a eu lieu le 13 juin 1894.

Longueur des tiges après	Lot S.	Lot I.	Lot II.	Lot III.	Lot IV.	Lot V.
15 jours.....	Tiges nulles. De une à quatre feuilles, dont les pétioles prennent naissance au niveau du sol.					
21 jours.....						
31 jours.....						
41 jours.....	2^c,5	3^c	6^c	3^c,5	2^c	1^c,5
60 jours.....	3 ,3	6	11,5	6 ,5	2 ,7	1 ,5
105 jours.....	15	18	30	25	10	1 ,5

Floraison dans les quatre premiers lots.

4ᵉ EXPÉRIENCE. — **Datura stramonium.**

Le début de l'expérience a eu lieu le 6 juillet 1894.

Longueur des tiges après	Lot S.	Lot I.	Lot II.	Lot III.	Lot VI.	Lot V.
19 jours.....	2^c	3^c	4^c	4^c	4^c	3^c
31 jours.....	4	6	7	4	4	Tous les échantillons ont péri.
76 jours.....	25	27	35	6	4	»

Floraison dans les quatre premiers lots.

5ᵉ EXPÉRIENCE. — **Sinapis nigra.**

Début de l'expérience le 1ᵉʳ juillet 1894.

Longueur des tiges après	Lot S.	Lot I.	Lot II.	Lot III.	Lot IV.	Lot V.
10 jours.....	5^c	6^c	7^c	7^c	7^c	6^c
27 jours.....	20	26	24	16	10	6 ,5
81 jours.....	80	110	70	18	Tous les échantillons ont péri.	

Floraison dans les trois premiers lots.

6e Expérience. — **Carthamus tinctorius.**

Début de l'expérience le 30 juin 1894.

Longueur des tiges après	Lot S.	Lot. I.	Lot II.	Lot III.	Lot IV.	Lot V.
28 jours	8c	17c	20c	14c	14c	Tous les échantillons ont péri.
84 jours	35	40	45	Tous les échantillons ont péri.		»

Floraison dans les trois premiers lots.

CONCLUSIONS

1° Quelle que soit l'espèce considérée, il est facile de voir qu'une fois son évolution terminée, le maximum de hauteur de sa tige ne correspond point au maximum ni au minimum de rayons lumineux qu'elle peut recevoir, mais à un optimum dont la valeur diffère suivant les espèces. Cet optimum est atteint dans le lot I pour *Sinapis nigra,* dans le lot II pour *Begonia erecta* et *semperflorens, Datura Stramonium, Carthamus tinctorius, Faba vulgaris.*

2° En envisageant au contraire l'accroissement pendant le cours de l'évolution des végétaux herbacés, on voit le plus souvent que l'optimum, correspondant d'abord à des intensités très faibles, se déplace dans le sens d'un éclairement de plus en plus considérable. Le *Begonia erecta,* que j'ai pu observer à des périodes suffisamment rapprochées, rend particulièrement bien compte de ce phénomène. La lumière ayant pour effet immédiat de retarder la croissance de la plante, celle-ci se développe au début d'autant plus rapidement qu'elle y est moins exposée; puis l'assimilation devenant insuffisante dans ces conditions, elle est incapable de continuer à s'accroître quand ses réserves sont épuisées. L'évolution de cette assimilation comparativement à celle de l'accroissement de la tige fera l'objet de recherches ultérieures.

M. A. VILLOT

à Grenoble.

LE POLYMORPHISME DU « GORDIUS VIOLACEUS » [595.1]

— *Séance du 6 août 1895* —

Vejdovsky [1] a décrit en 1886, sous le nom de *Gordius Preslii,* une espèce qu'il considère comme nouvelle, bien qu'il ne l'ait rigoureusement comparée à aucune autre. Ayant reconnu, la même année, que le *Gordius Preslii* ne représente autre chose qu'un état de développement du *Gordius violaceus,* je l'ai rangée dans ma *Revision des Gordiens* [2] parmi les synonymes de cette espèce, décrite par Baird en 1853. Mais l'identité spécifique de ces deux formes n'a pas été admise par les auteurs qui ont traité depuis le même sujet [3].

Vejdovsky, dans ses nouvelles études [4], s'exprime ainsi : « Ohne » aber einen einzigen Grund anzuführen, proklamirt Villot *Gordius* » *Preslii,* für ein Entwicklungstadium (!) von *Gordius violaceus.* » Das hat Camerano, der die in Rede stehende Art in denseben Ges- » talts-und Organisationsverhältnissen wie ich auch in Italien ent- » deckte, richtig zurückgewiesen, indem er hervorhebt, dass ein » Gordius mit gefülltem Receptaculum, mit Eibehältern und Samen- » leitern kein Entwicklungstadium vorstellen kann. Man braucht » übrigens nur die Abbildungen, welche Villot (l. c.) von *Gordius* » *violaceus* liefert, mit den meinigen und Camerano's von *Gordius* » *Preslii* zu vergleichen, um sich zu überzeugen, wie Villot den Art- » begriff von Gordius behandelt. »

(1) *Studien über Gordiiden* (*Zeitsch. für wissensch. Zool.,* Bd. XLIII, 1886).

(2) *Annales des Sciences naturelles,* Zool., 7e série. t. 1, art. n° 5, p. 308-309.

(3) Camerano a soutenu, à plusieurs reprises, la validité de l'espèce créée par le zoologiste de Prague (*Ricerche intorno alle specie Italiane del Genere Gordius.* Estr. degli *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino,* vol. XXII, p. 16-19, 1886). — *Osservazioni sui caratteri diagnostici dei Gordius e sopra alcune specie di Gordius d'Europa.* (*Bollet. dei Musei di Zool. e di Anat. comp. della R. Università di Torino,* vol. II n° 24, p. 6 et 9, 1887).

(4) *Studien über Gordiiden II* (*Zeitsch. für wissensch. Zool.,* Band XLVI, Heft 2, p. 192-193, 1888).

Il me paraît inutile de revenir ici sur la *progenèse* et sur les autres causes du polymorphisme des Gordiens. Je me suis suffisamment expliqué, à cet égard, dans ma précédente note, présentée au Congrès de Caen. Je me bornerai à faire remarquer que si Camerano a dénié tout d'abord ces fait si curieux, dont la découverte m'appartient, il s'est rangé depuis à ma manière de voir. Je renvoie donc le lecteur à ses *Ricerche intorno al parassitismo ed al polymorphismo dei Gordii* et à ses *Nuove Osservazioni intorno ai caratteri diagnostici dei Gordii* (1), publiées en 1887. Camerano admet comme moi : « Che in alcuni casi l'animale presenta veri fenomeni di *neotenia*, cioè giunge ad avere gli organi riproduttori maturi senza » assumere tutti i caratteri degli individui intieramente sviluppati. » Dans les *Ricerche sopra i Gordii d'Europa e descrizione di due nuove specie* (2), publiées le 6 avril 1888, le zoologiste de Turin insiste de nouveau sur le polymorphisme des Gordiens et reconnaît la parfaite concordance de ses conclusions avec les miennes. Ce sont là des faits définitivement acquis à la science; et je crois en avoir, l'année passée, donné la raison d'être (3).

La question non encore résolue, et que je me propose d'examiner aujourd'hui, est celle de savoir si les différences alléguées par Vejdovsky et Camerano, pour justifier la spécificité du *Gordius Preslii*, sont ou non de l'ordre de celles qu'on peut attribuer au polymorphisme.

Afin de donner à cette discussion une base certaine, j'aurais vivement désiré pouvoir me procurer des échantillons types de *Gordius Preslii*, recueillis en Bohême et déterminés par Vejdovsky. Je me suis adressé à ce naturaliste pour en avoir; mais l'envoi qui m'a été fait, en 1886, n'a pas répondu à mon attente. Les deux Gordius, mâle et femelle, qui me furent envoyés de Prague, sous le nom de *Gordius Preslii*, ne représentaient autre chose que le *Gordius violaceus* de Baird, à l'état jeune, c'est-à-dire incomplètement développés, bien qu'ils fussent parfaitement aptes à se reproduire. Vejdovsky, à qui je fis part de ma détermination et de ma déception, m'écrivit que, par hasard, il m'avait envoyé, à la place du *Gordius Preslii*, une autre espèce non déterminée, qui pouvait bien être le *Gordius violaceus*. Quant au véritable *Gordius Preslii*, il m'a été impossible d'en obtenir un seul exemplaire, malgré mes demandes réitérées.

(1) *Zoologischer Anzeiger*, X Jahrg., n° 265, p. 603, 1887.

(2) *Bollet. dei Musei di Zool. e di Anat. comp. della R. Università di Torino*, vol. III n° 42, p. 2, 1888.

(3) *Association française pour l'avancement des sciences*. Compte rendu de la 23e session tenue à Caen en 1894. Procès-verbaux, séance du 13 août.

Les descriptions et figures que Vejdovsky et Camerano donnent du *Gordius Preslii* sont d'ailleurs suffisantes pour faire reconnaître cette forme; et il m'a été facile d'en recueillir de nombreux exemplaires aux environs de Grenoble. Ce sont ces exemplaires que je comparerai aux échantillons de *Gordius violaceus* provenant des mêmes localités.

Vejdovsky et Camerano ne sont nullement d'accord sur la valeur des caractères fournis par la cuticule pour la distinction spécifique du *Gordius Preslii*.

Le 16 novembre 1886, Vejdovsky m'écrivait : « Wie ich Ihnen bereits » mitgetheilt habe, besitze ich 2-3 Arten, die in Bezug auf die Cuticu- » larstructur mit *Gordius Preslii* identisch sind, aber in der Körper- » gestalt ganz abveichend erscheinen. »

Et Camerano, dans ses *Ricerche sopra i Gordii d'Europa e descrizione di due nuove specie,* dit à l'article du *Gordius Preslii:* « Contrariamente al Villot io credo buona questa specie, poichè i » caratteri che presenta la sua cuticola sono costanti anche in indi- » vidui collacuticola inspessita e inscurita e che hanno deposti i » prodotti sessuali e sono diversi da quelli che presenta la cuticola » del *Gordius violaceus* colla quale specie il Villot la riunisce. »

Comme on le voit, Vejdovsky n'attache aucune importance aux caractères fournis par la cuticule pour distinguer les espèces; tandis que Camerano les met en première ligne et les juge même suffisants pour justifier la séparation spécifique des deux formes en question.

Je crois pouvoir me dispenser de discuter l'opinion de Vejdovsky. Tous les zoologistes qui, après moi, se sont occupés de la détermination des Gordiens, reconnaissent que j'ai rendu service à la science en appelant l'attention des observateurs sur les caractères fournis par la cuticule, et en montrant que ces caractères sont ceux qui, dans la limite de chaque espèce, *varient le moins*. Oerley et von Linstow, aussi bien que Camerano, sont unanimes sur ce point; et ils ont obtenu, comme moi, d'excellents résultats en employant ces caractères à la distinction des espèces. Vejdovsky, au contraire, qui en conteste la valeur, est arrivé ainsi à méconnaître les espèces les mieux caractérisées (¹).

D'après Camerano, la cuticule du *G. Preslii* n'est point identique dans les deux sexes :

« Nei maschi la cuticola presenta areole di lunghezza variabile da

(¹) Camerano a fait justice des doutes émis par Vejdovsky au sujet de la validité spécifique du *G. affinis* et du *G. pustulosus,* et il a reconnu la parfaite exactitude des descriptions que j'avais données de ces deux espèces. (*Nuove Osservazioni intorno ai Gordii italiani,* I, II, III. — *Bollet. dei Musei di Zool. e di Anat. comp. di Torino;* vol. IV, n° 65, 1889; vol. V, n° 83, 1890.)

» 12 a 20 micromillimetri e di larghezza variabile da 5 a 10, vale a » dire che le areole sono in complesso spiccatamente piu lunghe che » larghe. Le areole sono separate fra loro da spazii chiari, larghi » circa 2 micromillimetri. Le areole sono contornate da numerosi e » piccoli rialzi granuliformi (bœrstschen Vejdovsky), i quali raramente » si scostano dal contorno immediato delle areole e non arrivano a » misurare in altezza un micromillimetro. Di tratto in tratto in mezzo » alle linee chiare spuntano prolungamenti più grossi et più lunghi » (porenkanäle Vejdovsky), i quali misurano appena poco più di due » micromillimetri.

» Nelle femmine le areole della cuticola hanno in generale una » lunghezza variabile da 12 a 20 micromillimetri ed una larghezza » variabile da 17 à 28 micromillimetri; esse sono cioè più rotondeg-» gianti che nei maschi. Le linee chiari che separano le areole misu-» rano in generale 3 micromillimetri circa di larghezza. Piccoli e » numerosi rialzi granuliformi non solo contornano come nei maschi » le areole, ma riempono quasi intieramente gli spazii chiari intera-» reolari. Di tratto in tratto spuntano anche qui prolungamenti più » lunghi. »

Camerano ne donne pas une description aussi détaillée de la cuticule du *Gordius violaceus*. Cela est regrettable ; car, pour arriver à distinguer deux formes aussi voisines l'une de l'autre, une comparaison minutieuse était nécessaire. Camerano se borne à dire que le *Gordius violaceus* est caractérisé « per la forma, per le dimensioni » delle areole délla cuticola e per la disposizione dei solchi e dei granuli » interareolari. » Il renvoie, d'ailleurs, à la figure 22 de la planche qui accompagne ses *Ricerche intorno alle specie Italiane del genere Gordius ;* laquelle figure représente la cuticule d'un *Gordius violaceus* ♂.

J'ai retrouvé sur des échantillons recueillis aux environs de Grenoble toutes les différences signalées par Camerano, et considérées par lui comme caractéristiques, soit du *Gordius Preslii,* soit du *Gordius violaceus;* mais j'ai constaté, contrairement à l'assertion du zoologiste de Turin, que ces différences sont toujours en rapport avec des états différents de développement de la cuticule. Elles coïncident toujours avec des différences de coloration, qui permettent, comme je l'ai déjà dit, de reconnaître les divers degrés de chitinisation de la cuticule. J'ai pu établir ainsi une série de développements comprenant toutes les nuances, depuis le blanc jaunâtre jusqu'au brun noirâtre; et j'ai observé, dans la cuticule des individus ainsi coordonnés, les modifications suivantes. Les dimensions des aréoles s'accroissent avec le degré de chitinisation de la cuticule.

Les aréoles, qui font complètement défaut à la larve, sont d'abord, lorsqu'elles apparaissent chez les individus adultes, parfaitement arrondies; mais, à mesure qu'elles se développent, elles tendent à

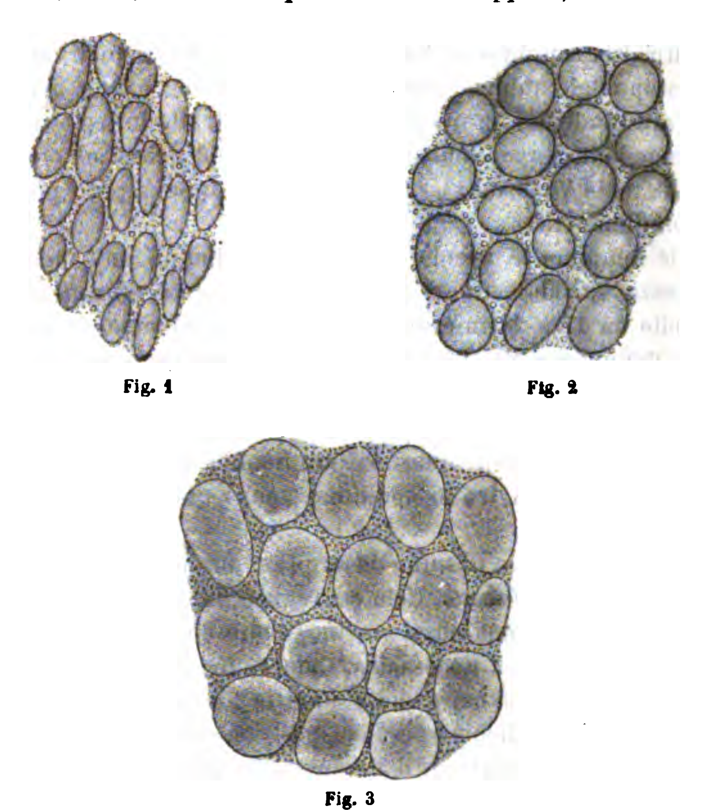


Fig. 1 Fig. 2

Fig. 3

EXPLICATION DES FIGURES

Gordius violaceus, adulte. Cuticule à divers états de développement. Grossissement : 650/1.

Fig. 1. — Premier état de développement (*Gordius Preslii* ♂ de Camerano). Cuticule faiblement chitinisée, de couleur fauve. Aréoles de forme elliptique. Papilles interaréolaires peu nombreuses, au bord des aréoles.

Fig. 2. — Deuxième état de développement (*Gordius Preslii* ♀ de Camerano). Cuticule de couleur fauve-clair. Aréoles de forme arrondie. Papilles plus nombreuses, occupant tout l'espace interaréolaire.

Fig. 3. — Troisième état de développement (*Gordius violaceus* de Camerano). Cuticule fortement chitinisée, de couleur brun-foncé. Aréoles de dimensions plus considérables, devenues polyédriques par leur compression réciproque. Espaces interaréolaires bien garnis de papilles, mais notablement réduits par le développement des aréoles.

prendre une forme polyédrique, en raison de leur compression réciproque. La forme elliptique, que Camerano considère comme caractéristique du *Gordius Preslii* ♂, n'est qu'une altération de

la forme arrondie. On ne l'observe qu'au début de la chitinisation de la cuticule; et, ainsi que je l'ai dit dans ma précédente note, cette forme elliptique provient simplement d'un *étirement* de la cuticule. La largeur des espaces clairs, interaréolaires, est toujours en raison inverse de celle des aréoles; et elles dépendent, l'une comme l'autre, de l'état de développement de la cuticule (1). Le nombre et la disposition des papilles aréolaires varient aussi avec le degré de développement de la cuticule. Les espaces clairs ne se remplissent de papilles aréolaires que peu à peu; et ces papilles, d'abord très distantes les unes des autres, se serrent de plus en plus, à mesure que la largeur de l'espace interaréolaire diminue, par suite de l'agrandissement des aréoles.

Comme on le voit, les différences cuticulaires que Camerano invoque pour distinguer le *Gordius Preslii* du *Gordius violaceus*, et les deux sexes du *Gordius Preslii* rentrent toutes dans la catégorie des différences qui dépendent du développement des téguments. Le Gordius mâle, dont il a dessiné la cuticule *(fig. 19* et *20)*, était beaucoup plus jeune que l'individu femelle représenté figure 21. Quant à la figure 22, elle est faite d'après un très vieux mâle. Toutes trois n'en appartiennent pas moins à la même espèce, c'est-à-dire au *Gordius violaceus* de Baird.

D'après Vejdovsky, le trait caractéristique du *G. Preslii* consiste dans la forme de l'extrémité antérieure du corps : « Die Stirncalotte » in beiden Geschlechtern bedeutend verlängert, einen Lappen » bildend, ganz weiss. » Camerano dit aussi : « La parte anteriore, » quella che costituisce la calotta chiara è più stretta del rimanente » e tende ad appuntirsi anteriormente a mo di lobo. » Mais lorsque nous nous reportons aux figures données par Vejdovsky et Camerano, nous voyons que ce caractère n'est rien moins que constant. Vejdovsky a figuré un individu « mit verlängertem » et un autre « mit verkürztem Läppchen ». Les figures 5 et 6 de Camerano offrent aussi une différence analogue. Ces différences ne sont point, comme le croit Camerano, en rapport avec le sexe de l'animal, mais bien avec le degré de chitinisation de la cuticule. A mesure que le collier brun s'élargit et que la chitinisation s'avance vers l'extrémité antérieure, on voit le « lobe céphalique » se réduire de plus en plus et

(1) La largeur des espaces interaréolaires paraît plus ou moins grande, selon que l'on met au point le sommet ou la base des aréoles. Les différences de ce genre tiennent uniquement aux conditions de l'observation. Le dessin que j'ai donné de la cuticule du *G. violaceus*, dans ma *Revision des Gordiens,* pl. 15, fig. 21, représente une vue superficielle. Le dessin que Camerano a donné de la cuticule de la même espèce, dans ses *Ricerche intorno alle specie Italiane del Genere Gordius* (fig. 22), a été fait, au contraire, d'après une vue profonde. Il n'en faut pas davantage pour expliquer leur différence.

prendre une forme de plus en plus acuminée. Il suffit, d'ailleurs, de jeter un coup d'œil sur les figures données par Camerano pour reconnaître que la forme soi-disant caractéristique du *Gordius Preslii (fig. 5)* passe, par l'intermédiaire de la figure 6, à la forme réputée caractéristique du *Gordius violaceus (fig. 15).* Ici encore, nous ne trouvons entre le *G. Preslii* et le *G. violaceus* que des différences d'âge, c'est-à-dire de développement.

La forme de l'extrémité postérieure de la femelle et l'armature génitale du mâle sont identiques chez le *G. Preslii* et le *G. violaceus.*

Restent à considérer les dimensions : largeur et longueur totales du corps. La longueur des individus attribués au *G. Preslii* ne dépasse pas $0^m,195$; elle atteint $0^m,50$ chez le *G. violaceus.* Si grande qu'elle puisse paraître, cette différence de taille n'a, par elle-même, aucune valeur spécifique. On sait aujourd'hui que la taille peut varier beaucoup dans les limites de l'espèce. Elle se trouve nécessairement en rapport avec la taille de l'hôte et avec l'abondance ou la rareté relative des aliments que celui-ci peut fournir à son parasite. Et comme les individus appartenant à une même espèce de Gordius peuvent se développer dans la cavité abdominale d'insectes d'espèces, de genres, de familles et même d'ordres bien différents, on comprend que ces différences de taille puissent être parfois très considérables. Les Gordius exotiques, qui se font remarquer en général par leurs grandes dimensions, sont, pour la plupart, parasites des grands Orthoptères propres aux régions les plus chaudes du globe. Mais il n'en faudrait pas conclure que les Gordius parasites des grands insectes soient eux-mêmes, toujours et nécessairement, de grande taille. Celle-ci peut aussi varier suivant le nombre plus ou moins grand des vers parasites hébergés par le même insecte. Les observations que j'ai faites sur le parasitisme du *Gordius violaceus,* mettent en pleine évidence l'importance de cette dernière condition. Ce Gordius est, aux environs de Grenoble, très fréquemment hébergé par le *Procrustes coriaceus,* le plus grand de nos Carabiques. Je l'ai trouvé chez ce Coléoptère, non seulement à l'état adulte mais aussi, et à plusieurs reprises, à l'état de larve. Or, j'ai noté que, pour le même état de développement, observé à la même époque de l'année, les dimensions des larves de *Gordius violaceus* étaient toujours en raison inverse du nombre des individus hébergés par le même insecte. Lorsque la cavité abdominale du Procruste n'était occupée que par une ou deux larves de Gordius, les dimensions de ces larves atteignaient la taille du *Gordius violaceus* type. Si, au contraire, il se trouvait dans la cavité abdominale de l'insecte un nombre considérable de larves de Gordius (une dizaine, par exemple), les dimen-

sions de ces larves ne dépassaient pas la taille attribuée au *Gordius Preslii.*

Il nous est donc impossible d'admettre, avec Vejdovsky et Camerano, que le *Gordius Preslii* soit une espèce distincte du *Gordius violaceus.* Nous croyons avoir démontré, par la discussion à laquelle nous venons de nous livrer, que toutes les différences alléguées pour justifier cette distinction ne représentent, en réalité, que des états différents de développement d'une seule et même espèce.

M. Georges ROLLAND

Ingénieur en chef des Mines, à Paris.

DE L'AUTHENTICITÉ DU PHÉNOMÈNE DU REJET D'ANIMAUX VIVANTS PAR LES PUITS JAILLISSANTS DE L'OUED RIR' (SAHARA ALGÉRIEN)

[591.52]

— *Séance du 9 août 1895* —

L'an dernier, j'avais adressé à la section de Zoologie de l'*Association française*, au Congrès de Caen, une communication sur « les animaux rejetés vivants par les puits jaillissants de l'Oued Rir' » (1).

Ayant eu le regret de ne pas assister personnellement au Congrès de Caen, je n'ai pu répondre séance tenante aux objections soulevées à ce propos, avec plus d'esprit que d'arguments, par M. Künckel d'Herculais, objections dont je n'ai eu connaissance que lors de la publication des procès-verbaux des séances (2).

Notre distingué collègue est d'avis de n'accepter que sous bénéfice d'inventaire le phénomène d'animaux soi-disant rejetés vivants par certains puits de l'Oued Rir'; il réédite, à ce sujet, les raisons des doutes, selon lui justifiés, des naturalistes; il m'oppose, en particulier, les témoignages recueillis par lui en Algérie auprès du capitaine Picquot, qui « avait dirigé les ateliers de sondage de l'Oued Rir' », e

(1) Voir le deuxième volume des comptes rendus du Congrès de Caen, p. 664.
(2) Voir le premier volume des comptes rendus du Congrès de Caen, p. 181.

qui lui « a, à maintes reprises, affirmé que le rejet d'animaux vivants par les puits était une fable, et qu'officiers et savants avaient été la dupe d'une supercherie des disciplinaires »; etc.

Voici ma réponse :

La critique est facile; mais M. Künckel d'Herculais peut être certain que je n'ai pas avancé et discuté les faits en question sans m'être assuré préalablement de leur authenticité. Dès 1881, je les avais consignés dans une communication à l'Académie des Sciences. L'enquête que M. Künckel d'Herculais me conseille de poursuivre, je l'ai faite et reprise maintes fois, au cours de mes visites et de mes séjours répétés dans l'Oued Rir' depuis quatorze ans. Ce n'est pas, me permettra-t-il d'ajouter, dans les quelques jours que nous avons passés ensemble dans l'Oued Rir', en 1885, qu'il a pu acquérir la preuve que les personnes connaissant le mieux l'Oued Rir' avaient été à cet égard les jouets d'une illusion.

Comme il le dit cependant, la question doit être définitivement tranchée, et, puisqu'il l'avait réouverte, j'ai fait part de ses observations au principal auteur de la découverte du rejet d'animaux vivants par les puits jaillissants de l'Oued Rir' : j'ai nommé M. l'ingénieur Jus, directeur du service des sondages du Sud constantinois depuis l'origine.

« Je me permettrai, répond M. Jus, de faire remarquer à M. Künckel d'Herculais que son narrateur doit être bien peu au courant des choses en question; car il n'a exécuté qu'un seul puits dans le centre de l'Oued Rir', sous ma direction, en 1874, le n° 3 de Tamerna Djedida, où les joyeux étaient remplacés par de braves soldats du 3e zouaves (et, pour mieux l'édifier, j'ajouterai que les joyeux n'ont fait leur apparition dans les ateliers de sondage qu'en 1879) ».

M. Jus rappelle ensuite que, pendant trente-huit ans, il a parcouru l'Oued Rir' en tous sens, une ou deux fois chaque année, et il déclare nettement avoir constaté lui-même à maintes reprises le phénomène du rejet d'animaux vivants par certains puits.

« Je déclare en outre, ajoute-t-il :

» 1° Que c'est moi, et non un disciplinaire, qui ai eu l'idée de la pêche au crabe au moyen d'un filet dont j'avais coiffé le puits artésien de Mazer, n° 3;

» 2° Que, lors du jaillissement du puits n° 5 de Mazer, placé à proximité des behour du village, la nappe a rejeté des crabes vivants et bien conformés. M. le lieutenant Bocca, qui a exécuté ce puits, m'écrivait le 27 février 1893 : « Hier 26, le puits a rejeté, à » plusieurs reprises, de gros crabes; j'en ai conservé trois pour vous » les remettre à Batna; »

» 3° Qu'enfin, dans la grande quantité de sables rejetés par le puits n° 3 de Sidi Amran, j'ai recueilli moi-même des Cyprinodontes se débattant dans ces sables. »

Peut-on désirer des témoignages plus explicites de la part d'une personne plus autorisée?

La cause est entendue. Le rejet de poissons, crabes et mollusques par les puits jaillissants de l'Oued Rir' est bien un fait certain et non une légende.

J'ai cherché à l'expliquer rationnellement. Je comprends qu'on discute mon explication, mais je ne comprendrais pas que le fait lui-même fût encore révoqué en doute.

MM. Alfred BINET et Jacques PASSY

à Paris.

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE L'OLFACTION CHEZ LE CHIEN [591.18]

— *Séance du 9 août 1895* —

Les observations suivantes ont été faites sur un carlin italien, âgé de deux ans :

Nous avons présenté au sujet un grand nombre d'odeurs afin de déterminer celles qui ont pour lui un caractère agréable ou désagréable. Les échantillons étaient préparés à l'avance; une série de morceaux de papier étaient trempés dans une solution alcoolique du parfum à essayer; au bout de quelques minutes l'alcool est évaporé et le parfum reste seul sur le papier; celui-ci est alors prêt pour l'usage. L'un de nous se tenait avec le chien dans une pièce isolée; l'autre allait prendre les papiers à l'extérieur et les présentait au chien.

Ce qu'il faut noter tout d'abord, c'est la netteté avec laquelle le sujet réagit. Quand l'odeur lui plaît, il flaire un instant avec attention, puis saisit le papier avec les dents comme pour le manger; quand il est fortement excité, il faut même une certaine vivacité pour le lui

enlever. Quand l'odeur lui déplaît, il détourne la tête, s'écarte et regarde de côté avec une expression de dédain comique. Toute cette mimique, à laquelle il est impossible de se tromper, est curieuse à suivre.

De nos expériences se dégagent les remarques suivantes :

1° Les odeurs se classent en deux séries que nous donnons ici :

ODEURS AGRÉABLES		ODEURS DÉSAGRÉABLES	
Héliotropine....à	1/1000	Fleur d'oranger...	1/100
Musc artificiel..	1/10000	Extrait de jasmin (3)	»
Acide caproïque..	1/1000	Alcool...........	»
Camphre........	1/100	Éther............	»
Rose............	1/1000	Géranium........	1/100
Civette (1).......	»		
Santal..........	1/25		
Musc naturel (1)..	»		
Acide lamique...	1/100		
Violette (2)......	1/10000		
Vanilline........	1/1000		
Ambre (1).......	»		
Castoréum (1)....	»		
Acide isovalérique	1/10000		
Verveine........	1/1000		

On ne s'étonnera pas de trouver les goûts du chien assez différents de ceux de l'espèce humaine ; l'acide caproïque, par exemple, a pour nous une odeur insupportable.

2° Si, après une première série d'épreuves, on continue à présenter au sujet les papiers précédemment sentis, on voit intervenir un fait curieux ; plusieurs de ceux qui avaient été acceptés la première fois sont maintenant refusés. Il n'y a cependant pas contradiction entre les deux expériences, comme on pourrait le croire au premier abord. En premier lieu, l'inverse ne se produit pas, c'est-à-dire qu'une odeur refusée la première fois n'est pas acceptée la seconde. De plus, à chaque épreuve nouvelle, quelques odeurs sont éliminées jusqu'à ce qu'enfin le chien les refuse toutes indistinctement. Enfin, l'attitude du chien exprime plutôt l'indifférence et l'ennui. En résumé, ce qui intervient ici, c'est la fatigue qui va croissant avec la durée de la séance.

(1) Teintures alcooliques ne comportant pas le dosage du principe odorant.

(2) Solution d'*Ionone* ou parfum synthétique de violette.

(3) La préparation de l'extrait de jasmin ne comporte pas le dosage du principe odorant ; l'extrait employé est l'*extrait fort* des fabricants.

Donnons, à titre d'exemple, quatre séries d'épreuves consécutives; les noms marqués sont ceux des odeurs acceptées par le chien :

Première séance : Héliotrope, musc artificiel, camphre, rose, acide valérique, musc naturel, acide caproïque, civette.
Deuxième séance : Musc naturel, civette.
Troisième séance : Civette.
Quatrième séance : ....

Remarquons que le chien ne rend pas, à proprement parler, un jugement esthétique. Nous pouvons à la fin d'un repas copieux juger que tel plat est excellent tout en refusant d'en manger; la réponse du chien, au contraire, est une résultante exprimant sa disposition d'ensemble qui peut être modifiée non seulement par la fatigue, la satiété ou la distraction, mais encore par ce fait qu'une excitation plus forte a émoussé sa faculté de réaction pour une excitation plus faible quoique différente.

3° Après une période de repos limitée, un quart d'heure par exemple, la fatigue semble disparue en grande partie; mais elle reparaît beaucoup plus vite; ceci est, d'ailleurs, conforme à nos connaissances générales sur la fatigue.

4° Les odeurs animales — ambre, musc, civette, castoréum — lesquelles ont généralement un rôle ou une origine génitale, excitent le chien bien plus vivement que les odeurs végétales; la préférence du chien va en croissant pour l'ordre que nous donnons.

5° Quoique le chien apprécie l'odeur du musc artificiel, il le distingue parfaitement du musc naturel et préfère de beaucoup celui-ci (1).

(1) On trouvera un compte rendu plus détaillé de ces expériences dans la revue générale de J. Passy sur les sensations objectives, dans l'*Année Phycologique,* II, 1896, p. 363-410. Paris, Alcan.

M. Achille VAULLEGEARD

Licencié ès sciences physiques et ès sciences naturelles, à Caen.

SUR LES HELMINTHES DES CRUSTACÉS DÉCAPODES BRACHYOURES ET ANOMOURES

[595.1]

— *Séance du 9 août 1895* —

L'étude des parasites et de leurs migrations est une des plus intéressantes questions de physiologie. J'ai pu recueillir plusieurs documents sur les parasites des Crustacés décapodes de la Manche [1] et j'ai songé qu'une communication sur ce sujet était de nature à intéresser les membres de l'Association française pour l'avancement des sciences.

Les Crustacés nourrissent des vers parasites appartenant à trois classes : *Cestodes, Trématodes, Nématodes.*

Je laisse de côté les vers ectoparasites, les parasites qui n'appartiennent pas au groupe des vers, et, dans cette note, je me limite aux crustacés Décapodes brachyoures et anomoures des côtes du Calvados.

CESTODES DES CRUSTACÉS

J'ai rencontré chez le *Carcinus menas* Pennant, chez le *Portunus depurator,* chez l'*Hyas aranea* Linné, chez le *Stenorhynchus phalangium,* chez le *S. longirostris* Fabricius, chez l'*Inachus dorsettensis* Pennant, chez le *Pagurus Bernhardus* Linné, des côtes du Calvados, un cestode parasite qui n'est autre que la larve du *Tetrarhynchus ruficollis* Eisenhardt que Giard [2] a signalée chez le *Pilumnus hirtellus* à Wimereux. J'ai remarqué que les Crustacés provenant de dragages sont plus sujets à ce parasite que les mêmes Crustacés vivant dans la zone du balancement des marées.

Bien que j'aie déjà publié deux notes sur ce parasite dans le *Bulletin de la Société Linnéenne de Normandie* [3], j'ai pensé qu'il était bon d'en donner une description.

[1] Ce travail a été fait au Laboratoire maritime de Luc.
[2] Giard et Bonnier, *Contribution à l'étude des Bopyriens*. p. 240, note 7.
[3] 4e série, t. VII, p. 22-26; 4e série, t. VIII, p. 112-143, pl. I.

Cet animal peut se présenter sous deux formes chez les Crustacés :

1° Au stade *anthocephalus;*

2° Au stade *tetrarhynchus.*

La première forme m'a paru plus rare que la seconde.

Sous la forme *anthocephalus,* il se présente sous forme d'une vésicule elliptique ou ovoïde.

La partie antérieure de cette vésicule présente un orifice qui conduit dans une cavité dans laquelle sont logés le corps et la tête du tétrarhynque; la partie postérieure est arrondie.

Sous la forme tétrarhynque, l'apparence est différente : il a l'aspect d'un jeune rhynchobothrius. Il se compose de trois parties : 1° une partie antérieure, tête; 2° une partie moyenne allongée qui forme le cou; 3° une partie terminale renflée qui n'est autre que la vésicule caudale qui enveloppait les parties antérieures dans le stade anthocéphale.

La tête présente deux bothridies qui font saillie : l'une de ces bothridies est dorsale, l'autre ventrale; aucune différence n'existe entre elles; parfois elles prennent l'aspect cordiforme, de sorte que l'on pourrait dans ce cas croire que l'on a quatre bothridies coalescentes deux à deux.

De la tête sortent quatre longues trompes garnies d'un grand nombre de crochets tous semblables. Le cou du tétrarhynque est allongé, cylindrique à l'état d'extension, conique à l'état de contraction. A sa partie postérieure on remarque une bande rouge qui fait le tour de l'animal.

La vésicule caudale varie de forme; elle est tantôt en forme d'ellipse plus ou moins allongée, tantôt cordiforme.

A l'intérieur du cou on voit par transparence les gaines des trompes et leurs bulbes. Ceux-ci sont très allongés et formés : 1° de deux couches de fibres obliques, dirigées en sens inverse, d'où l'aspect quadrillé de ces organes; 2° de fibres longitudinales. Toutes ces fibres présentent la particularité d'être striées.

La forme adulte ou strobilaire de cet animal est le *Tetrarhynchus ruficollis* Eisenhardt, *Tetrarhynchus longicollis* Van Beneden, qui vit dans l'intestin du *Mustellus vulgaris* et de l'*Acanthias vulgaris.*

Le *Tetrarhynchus ruficollis* n'est pas le seul cestode que nous rencontrons chez les Crustacés décapodes marins; on trouve aussi très fréquemment dans le tube digestif et les cœcums qui en partent, surtout dans le cœcum postérieur, des formes larvaires qui appartiennent au groupe du *Scolex polymorphus* Rudolphi. On sait que Van Beneden regardait ces scolex comme des phases embryonnaires des

tétrarhynques. Cette opinion a été combattue par von Siebold, elle ne compte plus aucun partisan.

Un des plus fréquents est le *Scolex paguri Bernhardi* Van Beneden. Cette espèce est ordinairement représentée par un grand nombre d'individus dans l'intestin et ses annexes, surtout dans le rectum et le cœcum postérieur. A l'œil nu on voit de petits corps elliptiques blancs à peine perceptibles, mais si on les porte sous le microscope, on voit très facilement les détails.

Van Beneden (1) est le seul auteur qui ait étudié ces intéressants parasites, mais il ne fait que les signaler et en donner de très bonnes figures. J'ai eu l'occasion de l'observer et j'en donnerai ici une courte description.

L'animal mesure à peine 1 millimètre de long, mais cette longueur se réduit encore lorsque l'animal se contracte. Il a, en effet, tantôt une forme elliptique (le grand axe de l'ellipse correspondant à l'axe longitudinal de l'animal), tantôt une forme d'un ovale très allongé, tantôt la forme d'un triangle isocèle dont la base, plus petite que les côtés, correspond au sommet antérieur; enfin, parfois une forme presque sphérique. On peut observer tous ces aspects sur un animal vivant.

Au microscope, on voit deux parties nettement distinctes : la tête et la vésicule, séparées parfois par un étranglement. Il n'y a pas, à proprement parler, de cou. La tête présente un aspect clair, tandis que la partie postérieure est plus opaque par suite des nombreuses concrétions calcaires qu'elle contient. A l'état d'extension, la tête représente à peu près le tiers de la longueur de l'animal, mais son diamètre est le même que celui de la partie postérieure.

Sur certains spécimens, on voit des points colorés en rouge; chez d'autres, plus nombreux, on n'en voit pas. Van Beneden conclut de ce fait à l'existence de deux espèces.

La tête porte 5 bothridies. Une de ces bothridies est placée au sommet de la tête, elle forme la ventouse apicale; les quatre autres bothridies sont placées autour de la première. La ventouse apicale est circulaire, tandis que les autres bothridies sont elliptiques; elle est simple, tandis que les autres sont divisées chacune en deux ventouses par un septum.

La ventouse centrale est la plus grande, elle est formée de fibres rayonnantes et de fibres circulaires abondantes dans sa partie externe.

Les bothridies latérales sont saillantes, elles sont formées d'une

(1) *Mémoire sur les Cestodes*, 1850, pl. I, fig. 11-14.

ventouse supérieure et d'une ventouse inférieure. La ventouse supérieure est la plus grande, et sa structure musculaire est plus nette.

Aucun de ces organes ne présente de crochets.

On voit chez l'animal complètement rétracté la tête invaginée dans la vésicule.

L'appareil excréteur se compose, dans sa partie centrale, de deux canaux longitudinaux, ascendants, qui se réunissent ensemble, à l'extrémité inférieure, en un canal unique qui débouche, à l'extérieur, par le foramen caudal.

Ces deux canaux montent jusqu'au niveau supérieur des bothridies latérales, puis ils se recourbent et forment les deux canaux descendants qui cheminent vers l'extrémité inférieure en diminuant considérablement de diamètre.

Je n'ai pu voir aucun canal anastomotique.

Le système de capillaires excréteurs est difficile à suivre.

J'ai rencontré dans le *Portunus depurator* le même scolex que dans le Bernhard.

Une autre espèce du même groupe se rencontre dans l'intestin du crabe, c'est le *Scolex Carcini-Menadi,* mentionné et figuré par Van Beneden (1); il diffère très peu du *Scolex paguri Bernhardi.* Malgré un grand nombre de dissections, je n'ai pu le rencontrer.

On ignore encore quelle est la forme adulte de ces scolex.

TRÉMATODES

Chez les Crustacés, nous avons deux espèces de trématodes à l'état larvaire, mais elles paraissent assez rares.

J'ai rencontré dans l'*Hyas aranea* et dans le *Portunus depurator* le *Distomum megastomum* Rudolphi (2) que Grobben (3) a signalé dans le *Portunus depurator* et qui vit à l'état adulte dans le *Mustellus vulgaris,* le *Prionodon glaucus,* le *Galeus canis* et le *Scyllium catulus.*

Je ne l'ai rencontré qu'une seule fois, dans chacune des deux

(1) Van Beneden, *loc. cit.,* pl. I, fig. 10.

(2) *Distomum megastomum Rudolphi Synopsis,* p. 102 et 387. — EISENHARDT, *in Verhandl. d. Gesellsch. Naturf. Freunde in Berlin,* t. I, p. 145. — BREMSER, *Icon. Helminth.,* tab. IX, fig. 7 et 8. — KUHN, *in. Ann. d. Sc. d'observat.,* 1829, t. II, p. 463. pl. XI, fig. 4 et 5. — DUJARDIN, *Hist. nat. des Helm.,* p. 471. — DIESING, *Systema helminthum,* t. I, p. 357. — WILLENOES BUHM, *Ueber einige Trematod. u. Nemathelm.* p. 5, pl. XI, fig. 4 et 5; *in Sitzungsber. d. K. Akad.,* t. XVI, p. 389 et 394, pl. II, fig. 16. — VAN BENEDEN, *Les Poissons des côtes de Belgique...,* p. 6, pl. IV, fig. 7. — VILLOT, *Trématodes endoparasites marins* (*Ann. Sc. nat.* (6), t. VIII, art. 2, p. 3).

(3) GROBBEN, *Beiträge zur Kenntniss der mannl. Geschlechtsorgane der Decapoden.* Wien, 1878, p. 89.

espèces citées plus haut mais en grand nombre, entre les lobules du foie et autour de l'estomac.

Les *Distomum megastomum* des Crustacés que j'ai étudiés ont une forme ovale allongée, mais l'extrémité antérieure est plus arrondie que l'extrémité postérieure; ils mesurent 3 millimètres de long et 1 millimètre de large; ils sont plats, blanc jaunâtre, assez transparents par suite de leur faible épaisseur pour permettre une étude morphologique au microscope.

La ventouse antérieure est plus large que la ventouse ventrale; celle-ci est les deux tiers de la première en diamètre, elles sont toutes deux sensiblement circulaires; la ventouse ventrale est vers le milieu de la longueur du corps, mais un peu plus rapprochée de l'extrémité antérieure que de l'extrémité postérieure. Entre ces deux organes se trouve l'orifice génital, situé à peu près au milieu de l'espace qui les sépare.

Au centre de la ventouse antérieure se trouve la bouche, qui est fort large et en forme d'entonnoir. A la suite de cet organe, et adhérant antérieurement à la ventouse buccale, se trouve le bulbe pharyngien sphérique; son diamètre est un quart du diamètre de la ventouse orale.

La cavité du bulbe se continue par deux branches, l'œsophage est nul. Les deux branches se dirigent d'abord transversalement à droite et à gauche, puis se dirigent vers la partie postérieure, parallèlement aux bords latéraux du corps; elles sont placées en dehors de la ventouse ventrale et se terminent en cul-de-sac à l'extrémité postérieure.

L'appareil excréteur est peu visible, on voit seulement à l'extrémité postérieure un canal qui débouche par le foramen caudal au sommet inférieur du corps.

L'appareil génital est très développé, mais non à maturité; on ne peut voir aucun œuf mûr dans son intérieur.

Comme tous les distomes, c'est un animal hermaphrodite. Les deux appareils débouchent ensemble dans une sorte de ventouse génitale dont le diamètre n'atteint pas la moitié de celui de la ventouse ventrale.

L'appareil glandulaire mâle comprend de nombreuses glandes testiculaires arrondies, placées dans la région latérale, vers le milieu du corps, au-dessous de la ventouse ventrale.

Le système afférent comprend deux canaux qui se réunissent vers le niveau du bord supérieur de la ventouse ventrale, et débouchent par un canal unique au milieu de la ventouse génitale.

L'appareil génital femelle comprend d'abord une glande germigène

volumineuse, de forme irrégulière, placée sur la ligne médiane, au-dessous de la ventouse ventrale. Il en part un canal qui prendra le nom d'utérus et qui débouche aussi dans la ventouse génitale. Mais ce canal ne contient pas encore d'œufs.

Les glandes vitellogènes sont bien développées; elles forment deux traînées granuleuses sombres, placées une de chaque côté du corps, depuis le bord supérieur de la tête, où ils se réunissent, jusqu'au bord inférieur, réunies entre elles par une branche transversale qui passe au-dessous de la bouche de l'animal.

Il résulte de l'étude de cet animal, que c'est un distome n'ayant pas encore acquis sa maturité sexuelle. Il attend que le crabe soit mangé par un des plagiostomes, qui sont très friands de Crustacés; j'ai pu vérifier l'identité absolue de ces parasites au stade larvaire et adulte. Il resterait à savoir quelle est la forme cercaire.

Une seconde espèce se rencontre, d'après Mac Intosh ([1]), chez le *Carcinus menas* et le *Cancer pagurus;* elle vit enkystée au voisinage du système nerveux dans le foie et les glandes génitales. Je n'ai pu l'observer. Je ne ferai donc que résumer la description de M'Intosh. L'animal enkysté est enroulé sur lui-même comme certains cloportes *(armadillidium)*. Si on rompt le kyste, le ver se déploie, mais sa forme générale est trop variable pour donner un caractère spécifique. Les deux ventouses ont sensiblement le même diamètre; elles sont très écartées l'une de l'autre. L'œsophage est très long, le bulbe pharyngien est elliptique, assez éloigné de la ventouse orale. Les deux cœcums digestifs sont courts et situés au-dessus de la ventouse ventrale.

Ces caractères sont suffisants pour montrer que nous avons bien deux espèces de distomes parasites des Crustacés.

NÉMATODES

Mac Intosh a signalé, en 1865 ([2]) un *Ascaris spec.* dans le *Carcinus menas.*

J'ai rencontré ce même parasite dans le *Pagurus Bernhardus,* dans l'*Hyas aranea* et dans le *Portunus depurator.*

Les Crustacés qui m'ont fourni ces parasites provenaient de dragages faits par un bateau de Courseulles dans la mer de la Manche. Je n'ai trouvé qu'une fois dans chacune des espèces citées plus haut

([1]) *The Trematode larva and Ascaris of the « Carcinus menas »,* in *Journal of microscopical Science,* 1865, p. 201-204, pl. VIII, fig. 1-7.

([2]) *The Trematode larva and Ascaris of the « Carcinus menas »,* in *Journal of microscopical Science,* 1865, p. 201-204, pl. VIII, fig. 9-11.

ce nématode, qui vit dans la cavité viscérale. Je l'ai trouvé enroulé sur lui-même comme beaucoup de jeunes nématodes.

La tête est remarquable par un anneau situé à la partie antérieure. La bouche est entourée de quatre papilles. Le pharynx mesure un huitième de la longueur totale du ver; il a sensiblement le même diamètre que l'intestin qui lui fait suite; mais, à la limite de ces deux organes, on aperçoit un léger rétrécissement. L'anus est ventral. L'extrémité postérieure s'amincit brusquement au niveau du cloaque et se termine en pointe.

A la partie dorsale du cloaque on voit, sur les spécimens que j'ai observés, une dépression en forme de poche; c'est dans ce cul-de-sac que se formeront les spicules du mâle.

Les organes génitaux de ces vers sont déjà ébauchés, mais ils ne sont pas encore à maturité.

Ce nématode est donc sous une forme larvaire et il attend, pour devenir adulte, que le crustacé qu'il habite soit mangé par un animal, dans l'intestin duquel il pourra devenir adulte et se reproduire.

Van Beneden (1) signale, en 1870, que ce nématode du crabe devient la *Coronilla robusta* de la raie.

Des filaires ont été également signalées chez les Crustacés :

1° *Filaria spec.?* Muller (2) dans un Pagure.

2° *Filaria spec.?* Leuckart (3) dans le *Carcinus menas*.

Je n'ai pu rencontrer ces vers malgré mes nombreuses recherches, et je me crois en droit de dire qu'ils ne se trouvent pas dans les Crustacés de la Manche, ou du moins qu'ils y sont très rares.

(1) Van Beneden, *Les Poissons des côtes de Belgique*, 1870, p. 18, pl. III, fig. 2-7. — *Les Commensaux et Parasites*, 1875, p. 216.

(2) *In Jenaische Zeitsch.*, t. VI, p. 57.

(3) *In Bericht. über d. Leist.*, 1870-1871, p. 201.

M. Gaston BUCHET

à Romorantin.

INTERPRÉTATION ANATOMIQUE D'UN CROQUIS DE MACHINE VOLANTE DE LÉONARD DE VINCI (1) [533.6]

— *Séance du 9 août 1895* —

Cette figure n'est, en réalité, ni un dessin anatomique ni un croquis de machine proprement dite; c'est une forme de transition des plus intéressantes, puisqu'elle met en lumière la façon de procéder du maître pour la construction de ses appareils volants.

Léonard s'appuie d'abord sur une observation méticuleuse de la nature, quitte à s'en écarter par la suite, mais sans jamais cependant la perdre de vue.

Grâce à des dissections habiles, il se rendait compte de l'anatomie des divers animaux pourvus d'ailes; après quoi, schématisant les dispositions les plus remarquables, il condensait dans un ensemble les procédés de locomotion de divers animaux. On peut donc supposer qu'il a existé toute une série d'études prises sur des dissections d'animaux les plus variés, rendues avec cette précision méticuleuse qui caractérise ses dessins d'anatomie humaine. Dans le croquis qui nous occupe *(fig. 1 et 2)*, la forme générale de l'aile est celle de la chauve-souris, elle s'insère sur un cadre rectangulaire A sommairement déterminé, qu'occupe un corps d'insecte B vaguement indiqué.

La charpente de l'aile se compose de cinq grands doigts arqués, tandis que la chauve-souris n'en présente que quatre, pouce non compris *(fig. 3)*; mais celui-ci est trop court pour contribuer à la formation de la surface alaire. Le premier doigt de cette aile artificielle répond certainement au second de la chauve-souris, car, comme chez l'animal en question, il rejoint le troisième doigt (second de la figure de Léonard) vers les deux tiers proximaux. De la partie supérieure du cinquième doigt partent deux tiges, la supérieure fortement incurvée, l'inférieure rectiligne; elles se portent vers l'extrémité de l'aile en

(1) *Bibliothèque Ambroisienne*, publication de G. Gerli.

coupant transversalement le quatrième, le troisième et le deuxième doigt. Il est fort difficile de saisir le sens de cette disposition, tant au point de vue mécanique qu'à celui anatomique. Du carpe partent une série de traits incurvés, qui indiquent la direction du bras et de l'avant-bras.

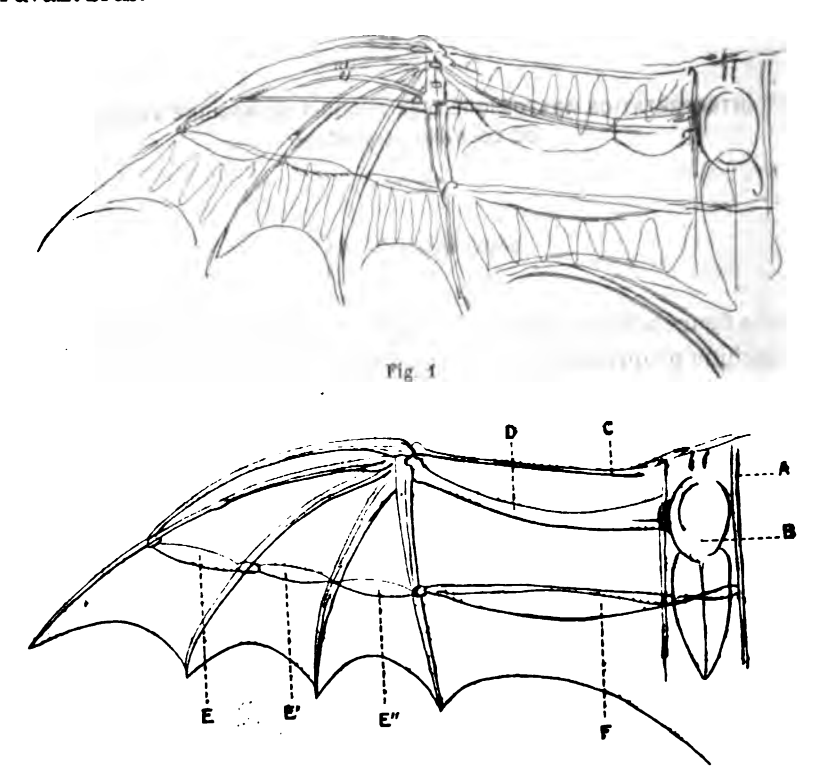


Fig. 2. — Interprétation et signification du croquis de Léonard de Vinci.

A Cadre rectangulaire.
B Corps d'insecte.
C Tenseur marginal (disposition commune aux oiseaux et aux chauves-souris).
D Bras et avant-bras.
E, E', E" Ligaments interpennaires des oiseaux (physiologiquement, les doigts de la main de la chauve-souris équivalent aux pennes de l'oiseau).
F Tenseur de la membrane axillaire (forme spéciale aux oiseaux).

Maintenant que nous connaissons l'arrangement général de cette aile, il reste à examiner les détails accessoires qui sont de beaucoup les plus intéressants au point de vue anatomique, car ils nous apportent la preuve que Léonard connaissait deux appareils musculo-tendineux d'une dissection fort minutieuse : le tenseur marginal et le tenseur axillaire.

Ces appareils sont remarquables par leur constance ; ils existent chez les oiseaux, chez les chauves-souris, et on les retrouve encore

chez les animaux comme le *Pteromys* et le *Galéopithèque*, qui ne volent pas dans le sens strict du mot, mais exécutent dans l'air des bonds énormes, soutenus par un grand parachute; on peut donc les considérer comme caractérisant la faculté de voler chez les vertébrés supérieurs, et tout porte à croire que c'est cette uniformité de disposition qui détermina le Vinci à en tenir compte dans ses projets de machines volantes.

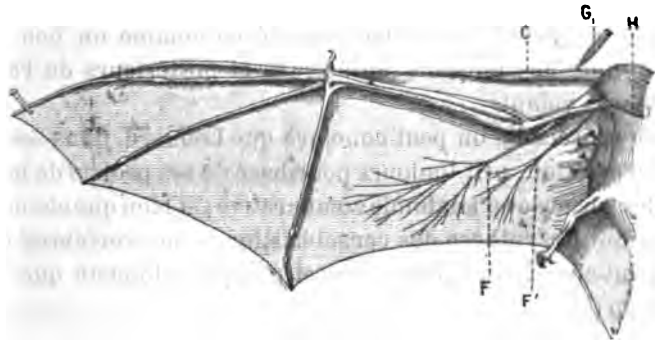


Fig. 3. — Appareils tenseurs de la chauve-souris.

C Tendon marginal avec ses annexes élastiques.
G Faisceau musculaire s'insérant dans le tendon précédent.
H Grand pectoral.
F et F' Tenseurs axillaires se terminant par des ramifications de tissus élastiques.

Le tenseur marginal se compose essentiellement, chez les oiseaux comme chez les chauves-souris, d'un long et mince tendon, se portant de la région de l'épaule vers la main. A cet appareil tendineux sont surajoutés des faisceaux musculaires et du tissu élastique destiné à accumuler la force développée par les muscles intrinsèques et surtout celle produite par les extenseurs du membre antérieur. Cet appareil a pour but d'étendre automatiquement la main sur l'avant-bras lors de l'extension de ce dernier sur le bras; enfin, il rend rigide la marge antérieure de l'aile.

Dans sa figure, Léonard représente nettement ce tendon, partant du bâti central de la machine et se portant vers la base des doigts de l'aile. Par suite de la grande analogie existant entre le tenseur marginal antérieur de l'aile des oiseaux et de celui des chauves-souris, il est impossible d'affirmer quel est celui de ces animaux que le grand Florentin a eu en vue.

Le tenseur axillaire de la chauve-souris est physiologiquement équivalent à celui des oiseaux, car chez l'un et l'autre de ces animaux il est l'antagoniste du tenseur marginal, tandis que morphologiquement il en diffère sensiblement.

Dans son projet, le Vinci n'a pas omis le tenseur postérieur et l'a

figuré d'une manière qui démontre que c'est celui des oiseaux qui lui a servi de type. En effet, du point où le premier doigt se réunit au second, part une série de faisceaux fusiformes embrassant les doigts suivants et se prolongeant du dernier jusqu'au châssis central.

Ces deux tenseurs (marginal et axillaire) contribuent à fondre entre eux les divers mouvements de l'aile en les transformant en un cycle ininterrompu (1). Léonard semble avoir saisi toute l'importance qu'une semblable disposition présente au point de vue de l'aviation, et son aile artificielle peut être considérée comme un bon schéma *physiologique* des tenseurs antérieurs et postérieurs de l'aile chez les Vertébrés volants.

De ce qui précède, on peut conclure que Léonard, dans ses recherches sur l'aviation, prit toujours pour base de ses projets de machines des études sérieuses d'anatomie comparative; si bien que ces derniers, représentant la synthèse des caractéristiques des vertébrés volants, offrent peut-être encore plus d'intérêt pour l'anatomiste que pour le mécanicien (2).

(1) Ch. ROBIN et L. CHABRY, *Note sur les organes élastiques de l'aile des oiseaux* (*Journal de l'Anatomie et de la Physiologie*, 1884.)

Gaston BUCHET, *Première Note sur l'appareil tenseur de la membrane antérieure de l'aile des oiseaux* (*Société de Biologie*, 7 avril 1888.)

Gaston BUCHET, *Sur un tendon faisant partie de l'appareil tenseur de la membrane axillaire* (*Le Naturaliste*, 1885).

Gaston BUCHET, *Note préliminaire sur certains mouvements automatiques de la main des oiseaux* (Société Philomathique, 1885).

(2) A ce qu'affirme Giov. Paolo Lamazzo, peintre contemporain de Francesco Melzi, ce dernier racontait souvent que son maître, Léonard de Vinci, fabriquait parfois des oiseaux de telle sorte qu'ils volaient dans l'air; ceci se passait en présence de François Ier, roi de France. (BALDINUCCI, *Vie de Francesco Melzo. Notices sur les Maîtres des arts de Dessin*. Turin, 1770.)

Je dois la planche de Gerli et les renseignements précédents à un peintre de mes amis d'une grande érudition, M. Léon Scribe.

MM. A. de MORTILLET, Emile COLLIN et REYNIER

SILEX TAILLÉS DES TUFS DE LA CELLE-SOUS-MORET (SEINE-ET-MARNE)

[571.14]

— *Séance du 5 août 1895* —

Les tufs de la Celle-sous-Moret, bien connus des géologues et des paléoethnologues, sont situés sur la rive droite de la Seine, entre le village de la Celle et celui de Vernou, à quelque distance en amont du confluent de la Seine et du Loing.

Ils forment un dépôt d'une quinzaine de mètres de puissance, couvrant une surface d'environ 500 mètres de longueur sur 250 mètres de largeur. Ce dépôt est plaqué contre un escarpement de calcaire lacustre tertiaire et repose sur des alluvions caillouteuses anciennes.

Une partie de ces tufs, fortement concrétionnée, renferme de très nombreuses empreintes de végétaux et de coquilles terrestres, qui ont donné de précieuses indications sur le climat de la vallée de la Seine à l'époque où ils se sont déposés.

MM. Chouquet, de Saporta, R. Tournouër et G. de Mortillet, qui ont étudié cet important gisement, sont d'accord pour le considérer comme appartenant à une période fort reculée des temps quaternaires, période pendant laquelle régnait une température plus tiède, plus humide et surtout plus uniforme que celle qui existe actuellement. Bien que postérieurs au creusement de la vallée, qui doit remonter à la fin du tertiaire et un peu moins anciens que les graviers quaternaires qui leur servent de base, les tufs de la Celle sont pourtant antérieurs au quaternaire moyen, ainsi que le démontre l'étude de la flore et de la faune malacologique. C'est ce que semble également confirmer la trouvaille faite dans les terres qui recouvrent les tufs de silex taillés parmi lesquels se trouvait une pointe évidemment moustérienne, remise par M. G. de Mortillet au Musée de Saint-Germain.

Mais, dans les tufs mêmes, on n'avait encore rencontré aucun objet d'industrie humaine, lorsqu'un carrier intelligent, M. Victor Bezault, découvrit dans une petite carrière ouverte au-dessous du cimetière de la Celle, en contre-bas de l'ancien chemin de Vernou, quelques

instruments en silex qu'il mit de côté. L'année suivante, c'est-à-dire l'hiver dernier, il en recueillit un plus grand nombre encore. Depuis lors, les travaux de la ligne en construction du chemin de fer de Corbeil à Montereau ont complètement fait disparaître la carrière.

M. Victor Bezault a bien voulu céder à l'École d'anthropologie les pièces récoltées par lui et nous donner des renseignements sur la place qu'elles occupaient.

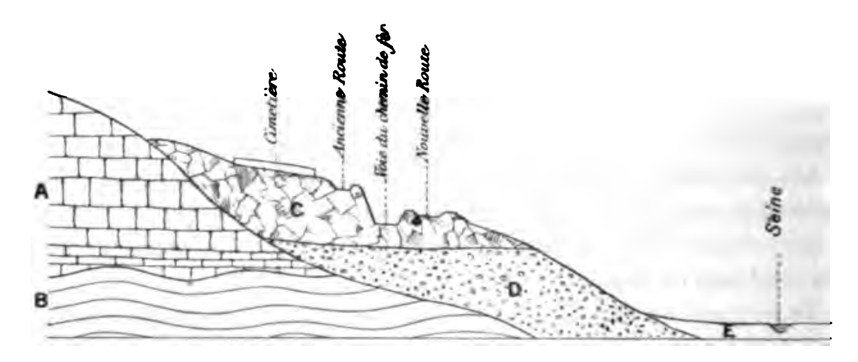


Fig. 1. — Coupe de la vallée de la Seine, rive droite, en amont de la Celle-sous-Moret.

A Calcaire de Champigny.
B Argile plastique.
C Tufs.
D Alluvions anciennes.
E Alluvions modernes.
● Point où ont été trouvés les silex taillés.

Elles gisaient à divers niveaux, à 3 ou 4 mètres au-dessous du sommet de la carrière, sous une épaisse couche de tuf formant à sa base une roche fort dure. Il existait encore du tuf au-dessous, l'exploitation n'ayant pas été poussée jusqu'au gravier. Sur un point se trouvaient plusieurs silex très rapprochés les uns des autres.

Le nombre total des pièces recueillies est d'environ une trentaine, dont vingt-trois font aujourd'hui partie des collections de l'École d'anthropologie.

Tous ces instruments sont du type coup-de-poing, plus ou moins taillés sur les deux faces, les uns à grands éclats, les autres un peu plus finement. Leur épaisseur est assez variable, mais ils ne sont en général pas très plats. Ils sont presque tous en forme d'amande et, sur la plupart d'entre eux, on observe encore à la base une portion de la croûte des rognons dans lesquels ils ont été taillés. Le plus grand échantillon mesure 17 centimètres de longueur, 9 de largeur et 5 d'épaisseur. Un des plus petits a 85 millimètres de long, 48 de large et 33 d'épaisseur. La majeure partie est en silex de la craie qui se voit non loin de là, en allant vers Montereau. Quelques-uns,

cependant, paraissent être en silex tertiaire provenant probablement du Calcaire de Brie, dont il existe des affleurements très voisins.

La patine blanche et mate, d'un aspect tout particulier, que présentent tous ces silex, les traces de concrétions tuffeuses que portent encore sur leurs deux faces plusieurs spécimens, sont un sûr garant qu'ils proviennent bien des tufs.

En somme, comme formes aussi bien que comme travail, ces silex semblent appartenir à la fin de l'époque Chelléenne ou au commencement de l'époque Acheuléenne. Les documents paléoethnologiques que nous apporte cette intéressante découverte, viennent donc pleinement confirmer les conclusions tirées de l'étude stratigraphique et paléontologique du gisement de la Celle.

M. Arsène DUMONT

Démographe, à Caen.

LA NATALITÉ DANS LE CANTON DE SAINTE-LIVRADE (LOT-ET-GARONNE)

[312.4476]

— *Séance du 5 août 1895* —

I

L'abaissement de la natalité dans la région du Sud-Ouest est surtout considérable dans les trois départements du Gers, du Tarn-et-Garonne et du Lot-et-Garonne. Ce sont les départements les plus anciennement et les plus profondément atteints de la région. Ils sont dans le midi de la France ce que sont dans la partie septentrionale le Calvados, l'Eure et l'Orne, le centre de la dépression. Malgré toutes les différences de race, de climat, de langage, de traditions historiques, de coutumes et d'appréciations héréditaires, le mal a des deux parts commencé à la même époque et il atteint la même gravité.

Seulement, dans le groupe normand l'abaissement de la natalité s'accompagne d'alcoolisme, d'une grande inégalité des conditions qui entraîne, même au sein des communes rurales, de profondes

différences démographiques entre les diverses classes sociales, et enfin d'une natalité naturelle parfois assez forte, comme dans certains cantons du Calvados, pour relever sensiblement le niveau de la natalité générale. Au contraire, dans le groupe gascon et guyennais, l'alcoolisme et les naissances naturelles sont très rares et l'homogénéité des populations rurales semble plus grande à tous égards. Il était donc intéressant de chercher, pour l'étudier en détail, quelque groupe de communes qui présentât, portés à leur maximum, les caractères typiques de la région : richesse du sol, petite propriété, natalité aussi minime que possible. Ces conditions m'ont paru réalisées par le canton de Sainte-Livrade (Lot-et-Garonne).

Le Lot-et-Garonne est, d'après l'estimation de M. Élisée Reclus [1], non seulement l'un des plus riches départements de la France, mais probablement aussi celui où la richesse est le plus universellement répandue. Il en est ainsi principalement au nord de la Garonne, et c'est dans cette partie privilégiée qu'est situé le canton choisi. Le revenu net imposable par hectare y atteint 137 fr. 01, dépassant de beaucoup tous les autres cantons du département.

D'autre part, M. Arthur Chervin [2] qui a étudié le nombre des enfants vivants par famille dans chaque arrondissement, canton et commune du Lot-et-Garonne, n'a trouvé aucun canton qui en offrit un nombre aussi faible. « Tandis que le Lot-et-Garonne présente une moyenne générale de 161 enfants vivants par 100 familles, le canton de Sainte-Livrade en a seulement 110,9 et la commune même de Sainte-Livrade compte moins de 100 enfants vivants par 100 familles. » Le plus riche canton apparaissait donc comme le plus stérile ; il constituait sous ce rapport un minimum de minimum, et il y avait lieu d'espérer qu'il en serait de même pour la proportion des naissances rapportée, selon la méthode ordinaire, à 1,000 habitants de tout âge et de tout sexe. C'est ce qui me détermina à le prendre pour sujet d'étude. J'en ai fait la plus grande part aux archives d'Agen, en 1892, à la suite du Congrès de Pau, et je l'ai complétée cette année même à l'occasion du Congrès de Bordeaux.

Une surface vaguement triangulaire, aux angles fortement arrondis, mesurant quatre lieues d'est en ouest dans sa plus grande longueur et près de trois dans son plus grand diamètre transversal, avec une population d'environ cinq ou six mille habitants selon les dates, voilà notre champ d'observation. Il est borné sur la plus grande partie de sa frontière nord par la profonde vallée du Lot,

(1) *Géographie universelle*, t. II, p. 157.
(2) *La Natalité dans le Lot-et-Garonne.* (*Bulletin de la Société d'Anthropologie*, 1891, p. 42).

dont l'eau bleue coule sur des bancs de sable doré comme celui des plages. Le sol vallonné, presque partout profond et fertile, se prête également bien aux industries agricoles les plus diverses: les céréales, le bétail, le vin, les raisins de table, les pruneaux et le tabac.

Le rendement des céréales dépasse sensiblement la moyenne française, tout en restant bien au-dessous de celle de l'Angleterre; le bétail est estimé; enfin le prunier, dont les fruits rouges, de forme oblongue, fournissent les pruneaux d'Agen, n'est nulle part cultivé en plus grande quantité et avec plus de succès. Sainte-Livrade est le principal centre de production et le principal marché du département.

Un hectare de terre peut être planté de quarante pruniers sans que cela nuise aux autres cultures. Le revenu reçoit de ce fait une augmentation qui peut atteindre 160 fr. et qui est au moins de 60 fr. dans les années mauvaises où les arbres ont souffert des gelées du printemps. Le prunier se plante par rangées dans la campagne, de cinq en cinq mètres, au milieu de bandes de vigne de dix mètres de largeur. L'arbre tout planté revient à 0 fr. 80 l'un; il est en plein rapport à dix ans et peut vivre cinquante. On estime que cent pruniers peuvent donner cinq quintaux métriques de fruits valant 0 fr. 80 le kilogramme.

Le prunier portant peu d'ombre ne nuit pas à la vigne qui croît sous ses branches. On a même remarqué qu'en pareil cas, elle est généralement épargnée par le phylloxera. Partout ailleurs, il a fait de grands ravages qui ont contribué avec l'abaissement du prix des céréales à diminuer la valeur des terres. Il y a vingt ans encore, dans la vallée du Lot, le prix des terres de première qualité était de cinq à huit mille francs l'hectare; on l'a vu atteindre exceptionnellement dix et même douze mille francs. Mais il a subi depuis une grande diminution.

Les raisins de table, qui trouvent à Paris, en Angleterre et en Russie des débouchés illimités, et dont la culture pourrait être facilement étendue, font rendre au sol un revenu qui égale presque celui des orangeries de Blidah, des vergers de Honfleur et de Jersey. Un petit champ de trente à cinquante ares peut rapporter de 1,500 à 2,000 fr. par an.

Il n'est pas rare de rencontrer des populations fort aisées sur un sol médiocre, et inversement des populations très pauvres sur un sol très riche. Il suffit pour cela que les propriétaires du sol habitent au loin et que la presque totalité du revenu soit exportée chaque année pour le service de la rente. La terre alors est asservie à une charge

sept ou huit fois plus lourde que l'impôt. Mais ici elle appartient presque exclusivement aux habitants; le fermage à prix d'argent est très exceptionnel.

Le régime de la terre le plus usuel est le faire valoir direct et la petite propriété, seuls compatibles avec les cultures soignées à grand rendement; ou bien le métayage, qui demande au propriétaire une surveillance continuelle, mais qui est beaucoup plus lucratif que le fermage. On estime que la même terre qui rapporte 2,000 fr. en métairie ne se loue pas plus de 800 fr. par un bail à ferme.

La maison du maître située à côté de celle du métayer date généralement du XVIIIe siècle ou du commencement du nôtre. Mais elle est aujourd'hui abandonnée, à moins qu'elle n'ait été achetée par un petit propriétaire ou qu'elle ne serve au métayer lui-même. Beaucoup de propriétaires sont ruinés; la terre a perdu, me dit-on, depuis vingt ans la moitié de sa valeur. Il ne faut pas s'étonner de voir des traces de gêne ou de négligence dans l'aspect des habitations, des murailles croulantes, des toitures en mauvais état, des enduits tombés et que l'on ne peut refaire, des portes et des fenêtres hors de service et que l'on ne peut remplacer ni repeindre, en un mot toutes les rides qu'imprime toujours aux pays même riches la diminution de la richesse et de la population. Quand celle-ci diminue d'un tiers ou d'un cinquième en cinquante ans, force est qu'une proportion à peu près égale de maisons soient abandonnées et tombent.

Le canton se divise en quatre communes seulement, qui présentent entre elles assez peu de différences. Sainte-Livrade, malgré le chiffre de sa population, est non une petite ville, mais un gros village médiocrement tenu, dont les constructions rustiques et mal entretenues sentent la vieillesse.

Allès est une commune riche que les propriétaires font valoir à l'aide de domestiques mariés. Le Temple, qui appartint jadis aux Templiers, présente un sol également riche, mais cultivé généralement par des métayers. Enfin, à Dolmayrac, toute la terre appartient aux habitants qui généralement la cultivent eux-mêmes, mais elle est moins fertile que dans les trois autres communes.

II

Les tableaux numériques qui suivent présentent l'histoire exacte de la population de ces quatre communes pendant une période de cinquante ans pour certains phénomènes démographiques, et pendant une période de soixante ans pour certains autres.

CANTON DE SAINTE-LIVRADE (Lot-et-Garonne).

Tableau A. — *Population.*

CENSUS	Ste-LIVRADE	ALLÈS	DOLMAYRAC	LE TEMPLE
1841	3,209	472	1,076	1,222
1846	3,111	496	1,055	1,210
1851	2,993	548	978	1,214
1856	3,058	511	967	1,233
1861	3,017	502	920	1,191
1866	2,898	474	866	1,154
1872	2,862	468	858	1,104
1876	2,818	461	824	996
1881	2,749	437	801	983
1886	2,762	412	794	929
1891	2,618	396	764	957
Perte de population en 50 ans.	591	76	312	265
	1,244 sur une population initiale de 5,979 hab. = 20,6 %			

Tableau B

DÉCADES	EXCÈS DES NAISSANCES SUR LES DÉCÈS				NAISSANCES POUR UN MARIAGE			
	Ste-Livrade	Allès	Dolmayrac	Le Temple	Ste-Livrade	Allès	Dolmayrac	Le Temple
1833-1842	— 91	— 20	— 13	44	1,9	2,1	2,2	2,2
1843-1852	— 103	0	— 45	15	1,7	2,2	2,0	2,2
1853-1862	77	9	— 54	15	1,7	2,0	2,1	2,1
1863-1872	— 15	— 35	— 62	— 90	2,0	3,2	2;2	1,6
1873-1882	— 148	— 40	— 46	— 57	2,2	1,5	2,7	3,3
1883-1892	— 245	— 19	— 65	— 82	2,0	2,3	2,1	2,1
1833-1892	— 525	— 105	— 285	— 155				
	Canton entier en 50 ans : — 1070							

Tableau C

PÉRIODES décennales	NAISSANCES				NATALITÉ			
	Ste-Livrade	Allès	Dolmayrac	Le Temple	Ste-Livrade	Allès	Dolmayrac	Le Temple
1833-1842	579	92	205	237	18,0	19,5	19,0	19,4
1843-1852	525	93	172	247	17,1	17,8	16,8	19,5
1853-1862	469	77	174	195	15,4	15,1	18,4	17,5
1863-1872	460	62	154	179	15,7	13,2	17,8	15,8
1873-1882	442	55	109	168	15,8	12,2	13,4	16,9
1883-1892	353	65	108	136	13,1	16,0	13,8	14,4

Tableau D

PÉRIODES décennales	DÉCÈS				MORTALITÉ			
	Ste-Livrade	Allès	Dolmayrac	Le Temple	Ste-Livrade	Allès	Dolmayrac	Le Temple
1833-1842	670	112	218	193	20,9	23,7	20,2	15,7
1843-1852	628	93	217	232	20,5	17,8	21,3	19,1
1853-1862	392	68	228	180	12,2	13,3	24,1	14,8
1863-1872	475	97	216	269	16,5	20,6	26,2	23,8
1873-1882	590	95	155	225	21,2	20,7	19,1	22,7
1883-1892	598	84	173	218	20,0	20,8	22,2	23,1

Tableau E

PÉRIODES décennales.	MARIAGES				NUPTIALITÉ			
	Ste-Livrade	Allès	Dolmayrac	Le Temple	Ste-Livrade	Allès	Dolmayrac	Le Temple
1833-1842	296	44	90	108	9,2	9,3	8,3	8,9
1843-1852	293	41	83	111	9,2	7,8	7,1	8,8
1853-1862	265	38	83	91	8,7	7,4	8,8	8,1
1863-1872	230	19	71	106	7,9	4,0	8,2	9,3
1873-1882	198	36	39	51	6,8	8,1	4,8	5,1
1883-1892	175	28	51	64	6,5	6,9	6,5	6,7

Tableau F

Rapport des naissances au nombre des femmes de 15-49 ans.

	DÉCADE 1883-1892.		TOTAL.	CENSUS DE 1886. Femmes de 15-49 ans.		CENSUS DE 1891. Femmes de 15-49 ans.		MOYENNE des deux census. Femmes de 15-49 ans.		TOTAL.	DÉCADE 1883-1892.	
	Naissances légitimes.	Naissances naturelles.		Mariées.	Non mar.	Mariées.	Non mar.	Mariées.	Non mar		NAISSANCES LÉGITIMES pour 100 femmes mariées de 15-49 ans.	NAISSANCES TOTALES pour 100 femmes de tout état civil de 15-49 ans.
Ste-Livrade	340	13	353	504	163	468	220	486	191	677	7,0	5,2
Allès. . . .	64	1	65	74	34	88	15 (?)	81	25	106	7,9	6,1
Dolmayrac.	107	1	108	140	37	133	32	136	35	171	7,8	6,3
Le Temple.	133	3	136	176	46	173	54	175	50	225	7,5	6,0

La dépopulation dans le canton de Sainte-Livrade. — Ses deux causes.

Le canton de Sainte-Livrade présente dans son ensemble et dans chacune de ses communes le phénomène d'une dépopulation bien

caractérisée ayant pour causes à la fois l'excès des émigrants sur les immigrants et l'excès des décès sur les naissances.

En 1841, à l'époque du recensement le plus ancien qui existe aux archives d'Agen, le canton entier comptait 5,979 habitants. Il n'en avait plus que 4,735 en 1891. Il avait donc perdu 1,244 habitants en cinquante ans, soit 20,6 0/0 de sa population initiale. Toute considérable que soit cette dépopulation, elle est souvent dépassée sur d'autres points de notre territoire. On peut citer par exemple telle commune de la Hague (Manche) où elle s'élève à 50 0/0 de la population pendant la même durée d'un demi-siècle. Le canton de Sainte-Livrade ne présente donc pas ce phénomène à son maximum d'intensité. Il n'en est pas moins fort digne d'être étudié avec attention.

Dans la commune de Sainte-Livrade, le nombre des habitants a décru de census en census avec une grande régularité, et il est très probable que le mal remonte à une date antérieure au commencement de la période que nous étudions. A Allès, au contraire, c'est depuis vingt-cinq ans seulement que la population décroît; pendant les vingt premières années, elle était en progrès, et depuis 1866 elle n'a perdu que 16 0/0 environ de son effectif, le mal est donc à la fois moins profond et moins invétéré. Dans la commune du Temple, la dépopulation n'a commencé qu'à partir de 1856, mais elle a été plus rapide et a enlevé près de 22 0/0 des habitants. Enfin, dans la commune de Dolmayrac, elle remonte vraisemblablement avant le commencement de la période que nous étudions, et elle a enlevé près de 30 0/0 des habitants. C'est, sous ce rapport, la commune la plus malade du canton.

Des deux facteurs de la dépopulation, l'excès des décès sur les naissances a été beaucoup plus actif que l'excès des émigrants sur les immigrants. Tandis que le premier causait une perte de 990 habitants en cinquante ans, le second en enlevait seulement 254 dans le même laps de temps.

L'excès des décès sur les naissances est, depuis soixante ans, la règle dans le canton de Sainte-Livrade. Au chef-lieu, une seule décade sur six présente un excédent de naissances; à Allès, de même; à Dolmayrac, six décades sur six présentent des excédents de décès; au Temple, les trois premières décades offrent encore des excès de naissances, mais les trois dernières n'ont plus que des excédents toujours croissants de décès. Si l'on veut se rendre compte de la rapidité avec laquelle grandissent ces excédents de décès sur les naissances, il suffit de diviser nos six décades en deux périodes égales de trente ans chacune. On voit que pour la première

l'excès des décès sur les naissances était, pour tout le canton, de 96 seulement, tandis que pendant la seconde il est décuple, c'est-à-dire de 974. Ce simple calcul montre que la cause de la dépopulation dans le canton de Sainte-Livrade était d'abord l'excès des émigrants sur le nombre inconnu des immigrants, tandis que depuis trente ans c'est au contraire l'excédent des décès sur les naissances. Toutefois, dans toutes les communes, si l'on prend la période entière de cinquante ans, allant de 1841 à 1891 pour le chiffre de la population, et la période à peu près correspondante de 1843 à 1892 pour l'étude des décès et des naissances, les deux facteurs concourent à amener la dépopulation. Il n'y a d'exception que pour Allès, où l'immigration a quelque peu dépassé l'émigration. Si, au contraire, on ne prenait que les trente dernières années, on verrait que l'excès des décès est de 990, tandis que la dépopulation entière n'est que de 895. L'immigration a donc compensé non seulement le chiffre total de l'émigration, mais encore une perte de 95 habitants provenant de l'excédent des décès. Le sol du canton étant très riche constitue un foyer d'appel pour les habitants beaucoup plus pauvres du Périgord noir et du Quercy. Cette immigration masque le départ vers les grandes villes de la région d'un nombre considérable d'anciens habitants.

Il n'est aucun moyen pratique de connaître le chiffre de cette émigration. Au contraire, l'étude de la population d'après le lieu de naissance permet d'apprécier l'immigration.

Ainsi, dans la commune de Sainte-Livrade, sur 2,552 habitants de population municipale, 1,223, c'est-à-dire près de la moitié, sont nés dans la commune; 1,094 dans une autre commune du département; 260 dans un autre département, dont 121 sont originaires de la Dordogne; 39 habitants sont, en outre, nés à l'étranger.

A Allès, sur 399 habitants, 141 seulement sont nés dans la commune, alors que 230 sont nés dans une autre commune du département. Ce nombre élevé s'explique ici comme dans toutes les petites communes par leur petitesse même qui fait qu'on ne peut, pour ainsi dire, s'y mouvoir sans en franchir les frontières. Cette circonstance, qui grossit ce chiffre, lui enlève en même temps presque toute portée. Mais 27 habitants sont nés en dehors du département, et sur ce nombre 21 sont venus de la Dordogne.

Dolmayrac est la commune du canton où la population est la plus stable. Sur ses 764 habitants, 412, plus de la moitié, sont nés dans la commune et 299 dans une autre commune du département. Seulement 50 sont nés dans un autre département, dont 34 dans la Dordogne.

Au Temple, sur 952 habitants, 402 sont nés dans la commune,

448 dans une autre commune du département et 12 à l'étranger; 83 sont nés dans un autre département, dont 29 dans la Dordogne et 20 dans le Lot.

En somme, l'immigration dans le canton entier, en n'y comprenant que les immigrés étrangers au département, forme 472 personnes, c'est-à-dire moins d'un dixième de la population totale. Cette proportion, par elle-même assez élevée, n'a rien de phénoménal en France. Elle prouve simplement que le canton a besoin de plus de travailleurs qu'il n'en fournit spontanément. S'il n'en naît pas davantage, ce n'est pas faute de débouchés. Sur ce nombre de 472, 52 sont venus de l'étranger, 205 de la Dordogne, d'autres du Lot. Ces deux dernières catégories ont suivi la marche habituelle des populations qui descendent des pays maigres vers les vallées plus grasses et plus fertiles en s'écoulant selon la pente des eaux. Ces immigrés sont presque tous des pauvres qui viennent en qualité de domestiques. Au contraire, les émigrants qu'ils remplacent ont tous au moins l'aisance et sont expulsés par le désir d'une culture personnelle plus intense et l'absence dans le canton de moyens d'y pourvoir.

Excès des décès sur les naissances. — Ses causes.

Si les décès dépassent habituellement les naissances, ce n'est pas que la mortalité soit élevée. Elle est au contraire presque toujours, c'est-à-dire dans dix-neuf cas sur vingt-quatre, inférieure à la mortalité actuelle de la France, et quelquefois très inférieure. Il en était ainsi dès le commencement de la période que nous étudions. La mortalité était même plutôt inférieure dans les trois premières décades à ce qu'elle est dans les trois dernières. Ce qui doit surprendre, c'est qu'elle ne soit pas beaucoup plus faible, étant donnée la composition de la population qui comprend beaucoup d'adultes et fort peu d'enfants. Dans ces conditions, une mortalité oscillant, comme elle le fait ici pendant les deux dernières décades entre 19,1 et 23,1, est certainement excessive. Elle ne peut du reste s'expliquer pour la commune de Sainte-Livrade par l'hôpital qui s'y trouve. Le nombre des décès d'habitants étrangers à la commune est tout au plus de quatre ou cinq en dix ans; il ne modifie donc que d'une manière insensible la proportion des décès qui, d'ailleurs, est au moins égale dans les autres communes où cette légère cause d'erreur n'existe pas. Mais il y a encore, à ce sujet, une illusion qu'il faut abandonner : ce n'est pas chez les populations épuisées par l'émigration et l'abaissement de la natalité qu'il faut chercher les mortalités les plus basses; elles ne sauraient évidemment se rencon-

trer que chez des nations vigoureuses et jouissant, comme la Norvège par exemple, d'une pleine santé démographique.

État de la natalité.

C'est dans l'état de la natalité qu'il faut chercher l'explication de l'excès habituel des décès sur les naissances. La natalité générale du canton de Sainte-Livrade est, en effet, extrêmement faible. Pour les six décades étudiées et pour les quatre communes, jamais elle ne s'est élevée au-dessus du maximum 19,5. Si l'on compare les communes entre elles, on trouve qu'elles sont extrêmement semblables sous ce rapport. Le Temple, cependant, présente une natalité un peu moins faible.

Si l'on compare les décades entre elles, on voit que pendant ces soixante ans la natalité s'est abaissée lentement et très régulièrement de 4 ou 5 naissances pour 1,000 habitants. Les moyennes décennales les plus faibles sont celle de 12,2 à Allès en 1873-1882 et celle de 13,1 à Sainte-Livrade en 1883-1892. Il est plus que probable que ces natalités si basses ne sont pas les plus faibles du département. La moyenne départementale étant de 15 naissances pour 1,000 habitants, si l'on suppose une oscillation de 5 au-dessus et de 5 au-dessous de cette moyenne, on doit trouver des communes où elle s'élève à 20, et d'autres où elle descend à 10. Et si cette oscillation d'un tiers en plus ou en moins paraît trop considérable, on doit s'attendre tout au moins à trouver des natalités comprises entre 11 et 12. Or, le canton de Sainte-Livrade n'en offre pas d'exemple; d'où il résulte que ce n'est pas là que se trouve le point le plus profond de la dépression de la natalité, et que l'on doit espérer trouver dans d'autres cantons du même département des cas encore plus typiques.

Toutefois, cette natalité du canton de Sainte-Livrade si régulière dans son abaissement qui paraît y être devenu normal comme une maladie chronique, est digne d'être analysée. Le mal est à peine un peu plus profond que dans l'ensemble du Lot-et-Garonne, du Tarn-et-Garonne et du Gers; c'est un exemple légèrement grossi de ce qui s'y passe.

Causes immédiates de l'état de la natalité.

Les facteurs démographiques de la natalité générale étant ici, comme toujours, la nuptialité, la fécondité des mariages et la natalité naturelle, il convient de les examiner séparément.

Nuptialité.

La nuptialité, comme la natalité, est à peu près égale aux mêmes époques dans les diverses communes, mais elle varie sensiblement avec le temps, de période en période. Pendant la première décade, 1833-1842, elle était très élevée, au-dessus de la moyenne française d'alors; mais elle s'abaisse ensuite graduellement, et depuis vingt ans elle est décidément faible, très sensiblement au-dessous de la moyenne nationale d'aujourd'hui qui, elle-même, est inférieure à celle d'il y a soixante ans. Nous trouvons les minima 4,8 et 5,1 à Dolmayrac et au Temple en 1873-1882, et pendant la dernière décade nos quatre communes oscillent entre 6,5 et 6,9.

Fécondité des mariages.

Elle est très faible et l'a toujours été. Sous ce rapport, il n'y a presque point de différence entre la première décade et la dernière. Si l'on compare les communes entre elles, Le Temple a des mariages un peu plus féconds et Sainte-Livrade est au-dessous de la moyenne cantonale, mais les écarts sont faibles. Sur 24 moyennes décennales, 3 seulement dépassent 2,3 naissances pour un mariage; les 21 autres cas oscillent dans des limites étroites entre 2,3 et le minimum 1,5. La régularité de tous les phénomènes démographiques est la caractéristique de ce canton; mais elle n'est nulle part plus remarquable que sous ce rapport, les oscillations de décade à décade et de commune à commune étant généralement très fortes pour ce phénomène démographique, dans tous les cantons que l'on étudie; car il est de règle que les facteurs de la natalité sont partout plus variables que la natalité même.

Natalité naturelle.

Pendant la décade 1873-1882, la commune de Sainte-Livrade comptait 8 naissances naturelles, c'est-à-dire 1,7 p. 100 naissances de toute nature; Allès avait eu une seule naissance naturelle, et les deux communes de Dolmayrac et du Temple n'en avaient ni l'une ni l'autre.

Pendant la dernière décade, la commune de Sainte-Livrade a présenté 13 naissances naturelles, c'est-à-dire 3,6 p. 100 naissances de toute nature; Allès et Dolmayrac en ont présenté chacun une (chiffre absolu), et Le Temple 3, c'est-à-dire 2,2 p. 100 naissances de toute nature.

Bien qu'en progrès dans cette dernière décade, la natalité naturelle, auparavant presque nulle, ne fournit encore qu'un appoint très faible à la natalité générale. Son augmentation récente coïncide, il est bon de le noter, avec l'abaissement de la nuptialité qui s'observe depuis vingt ans.

En somme, la cause immédiate de la faiblesse de la natalité dans le canton de Sainte-Livrade est le nombre extrêmement bas des naissances pour un mariage, et depuis vingt ans, en outre, l'abaissement de la nuptialité au-dessous de la moyenne nationale.

Autre évaluation de la natalité : rapport des naissances au nombre des femmes de 15-49 ans.

L'évaluation de la natalité par la méthode qui précède est la plus usuelle, mais elle a le défaut de ne pas tenir compte de la composition de la population. Or, dans le canton de Sainte-Livrade, qui est peut-être le pays de France où il y a le moins d'enfants vivants pour cent ménages, la population ne peut compter qu'un nombre extrêmement faible d'impubères. Le groupe d'âge de 0 à 14 ans accomplis forme, en effet, seulement 17,1 0/0 de la population totale dans la commune de Sainte-Livrade; 16,8 0/0 dans celle de Dolmayrac, et 18,9 dans celle du Temple. L'état de la natalité réagit, comme on le voit, sur la composition de la population, et la composition de la population réagit à son tour sur la natalité.

Si l'on suppose une commune de 1,000 habitants où la natalité serait de 45, comme dans certaines communes du canton de Fouesnant (Finistère) ou des cantons de Dunkerque, et la mortalité infantile très faible, il est *a priori* fort probable qu'au bout d'une quinzaine d'années, la population y comprendra une très forte proportion d'impubères. Dans le calcul de la natalité ils figureront au diviseur sans pouvoir contribuer à accroître le dividende. La fécondité de la fraction de la population en âge de se reproduire sera donc masquée en partie par la fraction que sa jeunesse rend fatalement inféconde. Autrement dit, plus la natalité aura d'effets utiles et plus il y aura de raisons pour qu'elle paraisse moindre qu'elle n'est réellement. A mesure que l'on considère une natalité plus haute, il faut se souvenir qu'elle est de plus en plus atténuée par ses propres effets.

Au contraire, supposez une commune où la natalité soit de 13 à 14 comme ici, avec une mortalité infantile assez élevée, le groupe des impubères y sera nécessairement très faible. Que la natalité diminue encore ou que la mortalité infantile augmente et la proportion des

habitants en âge de se reproduire sera plus forte, de sorte qu'ici ce sera l'infécondité qui sera masquée en partie par ses propres effets.

Il est donc avantageux de contrôler, dans ces cas spéciaux, la natalité pour 1,000 habitants par le rapport des naissances légitimes aux femmes mariées de 15-49 ans, ou par le rapport des naissances de toute nature aux femmes de 15-49 ans de tout état civil. Ce second rapport, plus synthétique, dispense de calculer le rapport des mariés aux mariables et le rapport des naissances naturelles aux femmes non mariées de 15-49 ans. Par malheur, il présente deux sérieux inconvénients : le premier, c'est que le nombre des femmes de 15-49 ans est toujours assez faible dans une commune rurale et à la merci des variations accidentelles; le second, c'est que ce nombre ne peut être obtenu qu'en prenant pour base le dépouillement des recensements par les secrétaires de mairie, et que ce travail aussi considérable que peu surveillé est parfois fort mal fait.

Dans le tableau F qui précède, cette possibilité d'erreur a été atténuée en prenant la moyenne des deux recensements ayant eu lieu pendant la période décennale 1883-1892. Le résultat, c'est que 100 femmes mariées de 15-49 ans ne donnent que 7,0 naissances dans la commune de Sainte-Livrade; 7,9 à Allès; 7,8 à Dolmayrac et 7,5 au Temple. Le peu d'écart entre ces chiffres montre suffisamment qu'ils correspondent à un état réel, en dépit d'erreurs légères qui auraient pu se produire dans le compte des femmes mariées.

Dans les communes de Zuydcoote et de Leffrinkhouke, près Dunkerque, la proportion des naissances légitimes aux femmes mariées de 15-49 ans est respectivement de 30,8 et de 29,2 pour 100 femmes; c'est le maximum signalé en France à ce jour. Il est plus que quadruple du minimum que nous constatons en ce moment.

Si l'on rapporte le nombre des naissances totales au chiffre des femmes de 15-49 ans de tout état civil, les résultats sont encore très réguliers, la proportion varie de 5,2 à 6,3.

Tandis que la natalité pour 1,000 habitants n'est pas dans le canton de Sainte-Livrade moitié moindre que la moyenne française, puisqu'elle est seulement comme 1 est à 1,8, l'expression de la natalité donnée par le rapport des naissances légitimes aux femmes mariées de 15-49 ans est, dans le canton de Sainte-Livrade, comparée à la moyenne française de 16,6 en 1878-1882, comme 1 est à 2,2. Encore les chiffres concernant la France ne comprennent-ils que les naissances vivantes, tandis que les mort-nés sont compris dans les chiffres concernant Sainte-Livrade, ce qui relève d'autant les diverses expressions de sa natalité.

III. — Causes médiates de l'abaissement de la natalité.

Il est probable que nous ne touchons pas encore aux plus faibles natalités que puissent présenter la France ou même le département. Mais il est du moins certain qu'il n'en a pas encore été signalé de plus basses. Il est intéressant d'en rechercher les causes médiates, que la démographie seule ne peut atteindre.

Pour commencer, il est naturel de se demander si les causes de cet abaissement de la natalité ne seraient point d'ordre physiologique. Plusieurs circonstances tendraient à le faire penser. D'abord, dans l'ensemble du canton, en 1886, sur 100 familles 39,2 n'avaient aucun enfant, tandis que dans l'ensemble de la France, 20 0/0 seulement étaient dans ce cas. La proportion était donc presque double pour le canton de Sainte-Livrade. D'autre part, les constitutions sont généralement molles et peu robustes; les hernies, l'arthritisme, l'artério-sclérose, le rhumatisme sont fréquents; les dents, surtout à la campagne, sont généralement très mauvaises. S'il naît très peu d'enfants, la qualité est loin de compenser la quantité. Enfin, il n'est pas rare de rencontrer des époux aisés et sans enfants qui s'en montrent contrariés.

Mais, d'autre part, il n'y a pas de raison de penser que les plaintes de cette nature soient plus fréquentes qu'en d'autres pays. La masculinité qui, d'ailleurs, porte sur des chiffres beaucoup trop insuffisants est, pour la décade 1883-1892, très faible à Allès, Dolmayrac et Le Temple (93,3 — 96,3 — 84,2). Mais elle est de 107,8 à Sainte-Livrade, et quelles que soient ses relations avec la stérilité involontaire, il ne saurait ici en être déduit aucune conclusion. Enfin, il y a une explication beaucoup plus sûre du grand nombre de familles sans enfants. Le propriétaire rural qui a besoin de domestiques pour les travaux de la campagne prend ordinairement un ou deux couples mariés, qui logent sous son toit et mangent à sa table ou qui logent et mangent chez eux. Il leur donne alors 600 francs par an, un porc et du vin. Mais en aucun cas il ne consent à être servi par des époux ayant des enfants. En cas de grossesse de la femme, l'engagement est rompu par consentement mutuel. Elle serait d'ailleurs obligée, pour son service quotidien, de se faire remplacer à ses frais. De sorte que pour toute cette catégorie d'époux il en est à Sainte-Livrade à peu près comme pour les *gens de maison* mariés qui servent dans les maisons bourgeoises du quartier de l'Élysée; la stérilité leur est imposée, ou peu s'en faut, sous peine d'être congédiés ou de n'être pas acceptés. C'est donc d'un détail de l'économie

rurale que résulte la fréquence excessive des mariages stériles dans le canton de Sainte-Livrade, comme c'est d'un détail de même nature que résultent — je l'ai montré dans d'autres études — l'énorme natalité naturelle du canton d'Isigny (Calvados) et la fécondité du canton de Fouesnant (Finistère).

Quant au trop petit nombre de naissances par mariage, cette même cause n'y est pas étrangère. Les mariages sont jeunes généralement. Cependant, on conçoit que dix ou douze années de stérilité forcée, pour une fraction importante d'entre eux, contribuent en quelque mesure à atténuer la fécondité moyenne.

Toutefois, cette cause n'est qu'accessoire; il en est d'autres plus puissantes, la volonté réfléchie de n'avoir qu'un ou deux enfants par ménage, volonté jointe sans doute à la connaissance plus répandue qu'ailleurs des moyens d'éviter les conceptions involontaires. Celui qui a plus de deux enfants est raillé par ses voisins comme un naïf. Ainsi en est-il du jeune marié qui ne laisse pas écouler un certain nombre d'années entre son mariage et la première grossesse de sa femme. Enfin, chose plus grave, dans le cas où survient un troisième enfant, il est un dicton qui, paraît-il, ne manque pas d'être répété : « Un troisième enfant! Il ne vivra pas. » L'appréciation générale qui dirige la conduite, c'est qu'il n'y a pas de duperie plus ridicule, de maladresse plus insigne, de faute de conduite plus méprisable que d'élever une nombreuse famille.

Le souci de l'héritage à partager n'entre pour rien dans cette opinion. Des jeunes mariés qui peuvent espérer vivre encore soixante ans songent peu à ce qui se passera lors de l'ouverture de leur succession. Mais ils pensent à eux-mêmes, à leurs plaisirs et à leurs dépenses personnelles qu'il faudra diminuer à mesure que naîtront les enfants, aux fêtes, aux promenades, à la toilette auxquelles la jeune femme devra renoncer, au travail, aux soins et aux soucis qui iront en augmentant. Un enfant est un petit parasite qui se développe aux dépens de ses auteurs. Nulle part on n'a plus d'attention à se soustraire à ce parasitisme et à le réduire au minimum.

Cette population est amie d'elle-même, de son bien-être et de son repos. Son goût pour le travail est l'objet d'appréciations très diverses; probablement les unes et les autres sont fondées. Des observateurs connaissant parfaitement le pays y ont vu des paysans exténués par un travail excessif, et d'autres au contraire ont été frappés de la foule des désœuvrés courant les fêtes, les marchés sans autre objet que de voir et d'être vus. C'est que de l'aisance à la gêne chez le petit propriétaire il n'y a souvent qu'une transition insensible

et pareillement, dans le sein d'une même famille, de l'avarice laborieuse du père à la paresse des petits-enfants.

L'infécondité systématique à la première génération a pour but la conquête du bien-être, et, le travail continuant, les signes de l'aisance augmentent. A la deuxième et surtout à la troisième génération, l'infécondité a pour but de se ménager une vie douce, et les signes de négligence, une propreté médiocre dans le vêtement et l'habitation, se laissent voir.

Lorsque l'on travaille chez soi sans être commandé ni stimulé par personne, on se laisse aller aisément à remettre le travail au lendemain. Il en est ainsi dans toute la France parmi les petits propriétaires ruraux; en grande majorité fils uniques de fils uniques, et comme tels mollement élevés; ils restent économes, mais ils deviennent aisément routiniers et vaniteux, portés à perdre le temps et à se faire passer pour plus riches qu'ils ne sont. Ce n'est nullement un effet de la race; il peut se produire partout.

Le petit propriétaire rural est ménager de son argent, mais souvent aussi de sa peine, et volontiers il est prodigue de son temps. Ceux de Sainte-Livrade qui vont au marché sans nécessité aucune rappellent en cela ceux de Bréhat (Côtes-du-Nord), et, dans son voyage en France, Arthur Young signalait déjà le fait comme fréquent. D'autre part, des voyageurs étrangers ayant habité nos petites villes mortes de province sont unanimes à noter « l'horrible perte de temps » comme caractéristique du bourgeois français.

Dans chaque village, en été, il y a des bals publics presque tous les dimanches et des frairies où l'on accourt de cinq ou six communes. Ici, comme à l'île de Ré, comme à Fouesnant, il existe sans doute un rapport entre ces plaisirs pris en commun par les deux sexes avec la grande jeunesse des mariages, leur fréquence et surtout avec la rareté des naissances naturelles. Depuis dix ou quinze ans, si les mariages sont devenus moins nombreux et plus tardifs, il faut y voir l'effet de la crise agricole. L'inquiétude de l'avenir et la perspective de la gêne ne laissent jamais place à une haute nuptialité.

Le métayage est généralement regardé comme favorable à la fécondité des mariages, et il semble *a priori* qu'il devrait toujours en être ainsi, car « plus le métayer a d'enfants, plus il est riche ». Cependant, dans le canton de Sainte-Livrade, en dépit du métayage très répandu, la natalité est très faible, et cette faiblesse est due précisément à la quasi-stérilité des familles. C'est que les divers éléments de la civilisation n'agissent jamais qu'à l'état de combinaison, et peuvent, comme en chimie, devenir nuisibles, salutaires

ou indifférents suivant les autres éléments avec lesquels ils se combinent. Ici, les effets ordinairement bienfaisants du métayage sont totalement anéantis par l'ensemble d'idées qui dirigent la conduite. Les mauvais calculs étant contagieux, leurs résultats le sont aussi. M. Chervin l'avait déjà remarqué : « Les habitudes locales restrictives de la natalité ont gagné la classe ouvrière elle-même. D'ordinaire, elle est moins prévoyante et plus prolifique que la classe aisée; dans le Lot-et-Garonne, elle se tient, elle aussi, sur ses gardes; elle a plus d'enfants que la bourgeoisie, mais elle en a moins que la population ouvrière des autres régions (1). » Je suis heureux de citer cette observation, car la contagiosité des appréciations qui dirigent la conduite et par suite déterminent le taux de la natalité est un point important de sociologie que, pour ma part, j'ai déjà constaté plusieurs fois. Ainsi, à Lillebonne, les ouvriers de l'industrie ont deux fois imposé leurs manières de voir aux agriculteurs, et par suite ont entraîné chez eux une natalité basse ou haute comme la leur. A Dunkerque, il en a été de même. Par contre, dans maint canton de basse natalité, où c'est le petit bourgeois qui impose son genre, le bourrelier, le vitrier, le facteur, etc., apprennent à raisonner en matière d'économie domestique comme le percepteur, le juge de paix, les propriétaires, rentiers et retraités; ils en ont la natalité restreinte. Ici ce sont les petits propriétaires ruraux qui imposent leurs idées et leurs principes aux métayers et leur communiquent comme conséquence leur infécondité. La contagion n'est certes pas physiologique, mais pour être sociale elle n'en est pas moins réelle.

La population est assez mélangée; dans chaque commune on trouve sur les listes électorales un grand nombre de noms de famille différents. C'est d'ailleurs ce que l'on devait s'attendre à trouver, puisque ce canton est le théâtre de mouvements actifs d'émigration et d'immigration. Cependant, dans chaque commune on trouve toujours un certain nombre de noms portés depuis cinq jusqu'à douze et quatorze fois. C'est là le fond de la population du canton, le noyau permanent autour duquel tourne le tourbillon de la population instable. Il suffit pour imposer autour de lui aux nouveaux venus et transmettre d'une génération à l'autre les idées et les sentiments qui gouvernent la vie et il a réussi à maintenir l'homogénéité démographique de décade en décade parmi la totalité des habitants. C'est toujours la même contagion; elle ne peut envahir ainsi toute la population quand il y a des classes diverses et hostiles.

(1) A. Chervin, *loc. cit.*, p. 75.

Il n'est pas douteux qu'il n'y ait sur maints et maints points de la France, en Normandie surtout, des noyaux de petits bourgeois ruraux aussi inféconds que ceux de Sainte-Livrade, mais ils ne forment qu'une fraction plus ou moins forte des habitants, non le tout, et l'opposition de classe garantit le reste de l'imitation : il y a un prolétariat. Dans le Lot-et-Garonne même, il se trouve des cantons qui présentent une fécondité relative; ils la doivent à la grande natalité d'un petit nombre de familles très pauvres. Dans des milliers de communes, c'est uniquement la fécondité de ces familles qui soutient la natalité moyenne; la fécondité et l'infécondité des ménages varient plutôt avec la classe sociale qu'avec les circonscriptions administratives.

Les ménages de petits bourgeois urbains ou ruraux et ceux d'ouvriers aisés raisonnant bourgeoisement ont toujours très peu d'enfants. Ils obéissent généralement au désir de s'élever vers un idéal très borné, mais très tyrannique, de bien-être, de décence et de loisir. Ils réalisent le type de l'homme à moralité négative, que M. Guiraud a vu à Montauban, que j'ai décrit dans mon étude sur Beaumont-Hague. Il est fréquent dans toute la France où il se rencontre à l'état sporadique et parfois en groupes nombreux. Sa pauvreté d'imagination, son inertie et sa complète absence d'initiative le mettent en contraste violent avec les Anglo-Américains du Connecticut et du Massachusetts, dont les ménages sont aussi inféconds que les siens, mais qui sont au contraire caractérisés par l'énergie dans le travail et l'activité fiévreuse.

Ce contraste nous fait apercevoir que la nature de l'idéal auquel l'individu sacrifie sa fécondité importe peu. Noble ou ridicule, héroïque ou honteux, dès lors qu'il est poursuivi passionnément, qu'il est imposé à tous par le despotisme de l'opinion, qu'il devient obligatoire et universel, il agit de même sur la fécondité. L'individu, tout à la passion qui lui est suggérée, ne pense plus qu'à son développement personnel dans le sens qui lui est prescrit. Or, c'est une loi que l'effort de l'individu vers son développement personnel est toujours en raison inverse du développement de la race en nombre.

Dans le canton de Sainte-Livrade, l'idéal poursuivi est non seulement très médiocre, il est aussi fort peu intelligent. Toutes les cultures du pays pourraient occuper plus de bras qu'elles ne le font; celles de la vigne, du tabac, des pruniers et des raisins de table, éminemment intensives, pourraient augmenter d'étendue en demeurant aussi lucratives qu'elles le sont actuellement. Le pays n'est pas trop peuplé, il l'a été davantage; l'immigration actuelle prouve que la natalité ne suffit pas à lui fournir la quantité de travail exigé par

son économie rurale actuelle, et elle est susceptible de nombreux perfectionnements qui demanderaient de nouveaux ouvriers.

« Le petit propriétaire, remarque M. Chervin, a besoin de peu de bras pour cultiver son bien. » Il peut s'en passer, en effet, et vivre quand même, enlizé dans ses routines qu'il prend pour de la prudence. Mais s'il avait quatre enfants au lieu d'un et les élevait dans l'habitude d'un travail régulier et intelligent, éclairé par quelques connaissances scientifiques et commerciales, s'il développait avec leur aide ses cultures les plus lucratives, chacun de ses enfants deviendrait aussi riche que lui-même, et le canton verrait en cinquante ans doubler tout à la fois sa population et sa prospérité.

La petite propriété n'est nullement incompatible avec une natalité moyenne de 28 à 30 naissances pour 1,000 habitants. On l'a vue quelquefois s'associer à des natalités dépassant 35, comme à l'île de Ré dans la première moitié du siècle. Elle devrait en tout cas entraîner toujours une mortalité extrêmement basse. Or, la moindre mortalité fournie par un État entier que l'on connaisse est de 15 décès environ pour 1,000 habitants, et il en est certainement d'inférieures dans des unités démographiques moins étendues. Ce n'est pas sans doute une utopie que de croire réalisables sous le ciel du Lot-et-Garonne la natalité et la mortalité qui existent sous celui de la Norvège.

CONCLUSION

La dépopulation est une maladie sociale qui peut être mortelle, mais elle n'est nullement incurable. Aucun des phénomènes dont elle se compose n'est inévitable, aucun n'est impossible à modifier, pourvu que l'on consente à les étudier dans leur état, dans leurs causes. Elle ne tient pas à la densité excessive de la population; elle ne tient pas en général à une cause physiologique; elle ne tient pas au défaut de subsistances, puisque ce sont au contraire les départements les plus riches, les quartiers de Paris les plus opulents qui ont le moins d'enfants. Elle tient à la volonté, et la volonté elle-même tient à un ensemble d'appréciations devenues endémiques dans la nation. Tout cela est certainement modifiable, mais certainement aussi ne se modifiera pas seul. Il faut une brise salubre qui balaie notre civilisation anarchique faite de béotisme amalgamé aux détritus de toutes les théologies et de toutes les métaphysiques, et qui lui substitue, avec la civilisation scientifique, des notions claires et certaines de viriculture et d'agriculture rationnelles.

M. François DALEAU

à Bourg-sur-Gironde.

LA CAVERNE QUATERNAIRE DE BOUCAUD [571.93]

— *Séance du 6 août 1895* —

La fente à ossements de Boucaud est située à mi-coteau, sur la rive droite du ruisseau de Rebeymont, au lieu dit la Vieille-Clotte Boucaud, dépendance du domaine de Bousquet (parcelle n° 205, section B, Ligat, du plan cadastral de la commune de Bourg-sur-Gironde).

MM. Toulouse frères, mes compatriotes, ont eu l'obligeance de me signaler ce gisement et l'amabilité de me donner les ossements qu'ils y avaient recueillis.

Le seuil de la carrière, qui aujourd'hui donne accès dans la caverne, est à 19m60 au-dessus du niveau de la mer, tandis que le lit du ruisseau de Rebeymont, dont il vient d'être parlé, souvent à sec durant l'été, est à la cote 7m09.

Creusé par les eaux dans le *Calcaire à astéries* (étage Tongrien supérieur de l'Oligocène), ce couloir naturel se dirige sous terre de l'ouest à l'est, à environ 6 mètres, mesure verticale, au-dessous de la surface du sol.

Lors de ma première visite, au mois de mars 1893, j'ai constaté que la caverne était traversée par une galerie allant du sud au nord, pratiquée dans le calcaire par les carriers, dans le but de créer une sortie aux pierres qu'ils exploitaient. Ce passage, abandonné, a été remblayé avec des débris de carrière et des terres de l'extérieur.

La fente mesurait à ce moment 1m50 entre la voûte et le sol, 2m30 de largeur et 5 ou 6 mètres de longueur. On voyait sur les parois, très irrégulières, des anfractuosités et d'étroits couloirs; sur quelques points la muraille était tapissée de ruissellements stalagmitiques. Le sol, composé de terres bouleversées par les blaireaux et les renards, était battu par places par leurs piétinements; les saillies de certains couloirs étaient usées et polies même par le passage réitéré de ces animaux et le frottement de leur corps.

Durant mes fouilles dans cette large fente, j'ai rencontré: des

terres remaniées, des blocs de calcaires aux angles arrondis et un grand nombre de débris stalagmitiques; des végétaux : feuilles, bois, racines, et enfin des noyaux de prunes et de cerises et des noisettes transportés à titre de provision par les rongeurs.

Sur deux points différents, j'ai constaté des lambeaux d'une couche de sable argileux gris, compacte, adhérente au rocher, restes probables du dépôt quaternaire; sur l'un d'eux gisait un fémur incomplet d'oiseau.

Mon intention était de vider complètement cette caverne. Mais après avoir enlevé environ 15 mètres cubes de terre et de débris sans avoir atteint le rocher sur lequel repose peut-être le sol quaternaire primitif, j'ai dû, à mon grand regret, suspendre sinon abandonner mes travaux, craignant un éboulement de la voûte, lézardée à plusieurs endroits depuis une époque peu reculée.

A l'extérieur, au-dessus de la caverne, le rocher, exploité en moellons il y a quelques années, forme un talus vertical de 3 à 4 mètres de haut, recouvert d'une couche de terre végétale variant de 1 mètre à 20 centimètres d'épaisseur. Je me propose de reprendre prochainement mes fouilles à cet endroit.

Dans ce rocher abrupt on aperçoit la paroi d'une fente excavée et remplie par les eaux d'un dépôt marneux veiné d'infiltrations rouges, agglutiné d'incrustations terreuses, renfermant des nodules tuberculiformes et plus bas une agglomération de sable fin jaune et rouge.

Cette excavation devait communiquer avec l'artère principale.

J'ai extrait de ce remblai naturel, aujourd'hui en plein air, quelques débris osseux dont il sera parlé plus loin.

FAUNE

Ossements recueillis à l'intérieur de la caverne.

Ours : Un humérus droit et un cubitus gauche incomplets. Ces deux os ont dû appartenir à un même sujet de petite taille.

Hyène : Animal jeune, les canines ne sont pas entièrement sorties de leurs alvéoles. Les dernières molaires, seules, portent de légères traces d'usure.

Un crâne, un maxillaire supérieur droit.
Un maxillaire supérieur gauche.
Une mandibule droite.
Une mandibule gauche.
Un humérus, un radius et un cubitus droits.
Un humérus et un radius gauches.

La plupart de ces os sont incomplets, tous proviennent très probablement d'un même animal.

Un fragment d'iliaque droit et un 5e métatarsien incomplet d'hyène avec doutes sur la détermination de ces deux derniers os.

Un fémur gauche, partie centrale, d'un oiseau indéterminé.

A cette liste, j'ajoute les ossements ci-dessous, provenant du dépôt de l'escarpement extérieur :

Cheval : Plutôt grand que petit.

Un calcanéum droit.

Un métatarsien principal antérieur droit. Ce canon mesure 240 millimètres de longueur, 39 de largeur au milieu et 53 de largeur à l'extrémité inférieure. Ces deux os sont tachés d'incrustations calcaires.

J'ai recueilli il y a trois jours, dans ce même dépôt, un canon antérieur droit, très probablement de *Saïga tartarica*. De nombreux restes de ce petit ruminant ont déjà été découverts dans la grotte magdalénienne des Fées, commune de Marcamps (Gironde), que j'ai fouillée en 1873.

Tous les débris d'hyène ont été trouvés dans deux cavités placées au haut de la voûte de la caverne, soit à environ 18 mètres d'altitude (je dois ces nivellements à l'obligeance de M. Avril, agent voyer à Bourg).

Presque tous ces os, brisés et fendus par des compressions posthumes, étaient fixés au rocher par un ciment stalagmitique. Je n'ai pas osé les dégager entièrement de cette gangue qui les recouvre encore en grande partie. Cet enduit calcaire unissait assez solidement l'humérus, le radius et le cubitus droits d'hyène, qui avaient à peu près conservé leurs connexions anatomiques. Ce fait montre qu'ils ont été charriés et déposés par les eaux avant la destruction des ligaments qui les retenaient.

Les carriers ont dû trouver les os d'ours à l'intérieur, quand ils pratiquèrent la galerie traversant la caverne, et les abandonner ensuite sur un bloc de calcaire où je les ai pris.

CONCLUSIONS

Aucun des os recueillis à l'intérieur ou au-dessus de la caverne n'a été cassé pour en extraire la moelle, aucun d'eux ne porte d'incisions intentionnelles ni de traces dues à l'action du feu. Leur présence dans ces milieux ne peut donc pas être attribuée à l'homme.

Cette fente, à une ou plusieurs issues, qui ne m'a donné que quelques rares débris d'animaux quaternaires, a été creusée par la nature, remplie d'abord jusqu'à la voûte, témoin les os d'hyène, puis ravinée ou vidée par d'autres courants, et remplie de nouveau par les apports des eaux pluviales, qui s'y épanchent encore à travers les boyaux et les fentes. Les blaireaux, les renards et les lapins ont aussi certainement contribué à ce remplissage des temps modernes.

Cette caverne, dont la faune indique la période paléolithique, peut-être même l'époque moustérienne, est la première signalée sur le territoire de la commune de Bourg-sur-Gironde.

En faisant cette communication au Congrès de Bordeaux, j'ai cru payer une dette de reconnaissance à la onzième Section de notre grande Association française, à laquelle j'ai l'honneur d'appartenir depuis sa fondation.

Je prie M. le vicomte Henri du Barry, qui avec la plus courtoise obligeance a bien voulu me permettre de faire des fouilles sur sa propriété du Bousquet, de recevoir ici le témoignage de mon amicale et profonde gratitude.

M. BOSTEAUX-PARIS

à Cernay-les-Reims.

LE SIGNE SYMBOLIQUE INDIEN « LE SWASTIKA » REPRODUIT SUR UN VASE GAULOIS DU CIMETIÈRE HALLSTATIEN DE WARMERIVILLE [571.71]

— Séance du 6 août 1895 —

Dans le cimetière hallstatien de Warmeriville, à environ 150 mètres de la butte de la Motelle, se trouvait un groupe de cinq sépultures; elles étaient entourées d'un fossé circulaire rempli de terre. La tombe du milieu de ce groupe était profonde de $1^{m}20$ sur $0^{m}60$ de large, elle était remplie d'une terre noire très fine; malheureusement cette tombe, qui a dû être très riche, avait été violée : il n'y restait que des ossements épars, un petit vase à boire de forme apode, une fibule en bronze et les débris d'un grand vase dont j'ai l'honneur de vous soumettre un des principaux fragments, ayant pour ornementation un sujet ayant beaucoup de rapport avec le signe symbolique « le Swastika ».

Remarquant ce signe, je recueillis avec attention tous les fragments de ce précieux vase pour pouvoir le reconstituer: le fragment principal donne à ce vase $0^{m}30$ de hauteur et le signe Swastika y est gravé en entaille dans la pâte par deux traits parallèles; le plan de

cette croix se trouvait peint en une teinte violette, ce signe se trouvait reproduit quatre fois sur le pourtour du vase.

Ce signe représente une croix de Saint-André dont l'extrémité de chaque bras se replie sur les côtés; cet emblème d'origine asiatique datant de la plus haute antiquité, je l'avais déjà recueilli une fois dans la tombe à char d'Epoyes, sous la forme d'une petite applique en bronze dont les extrémités sont relevées en enroulement au lieu d'être à angles obtus.

Cet emblème asiatique a été rapporté de l'Inde par les Gaulois dans leur pays d'origine. Dernièrement, un membre de la Société Anthropologique de Londres, venant visiter ma collection, me dit tout à coup : « Comment, vous avez le signe Swastika sur ce vase gaulois? C'était justement, il y a huit jours, le sujet d'une discussion : les uns soutenaient que c'était le premier signe de ralliement, d'autres disaient que ce signe représentait les quatre points cardinaux ou la rose des vents; mais il ne fut rien conclu. »

D'après Dumoutier, c'est la forme la plus ancienne de la croix, l'emblème boudhique de la plus haute perfection, le signe du salut. Ce symbole était usité chez les brahmanes de toute antiquité; il représente l'Arani, dont il servait à la production du feu. C'était un instrument composé de deux pièces de bois assemblées en croix et dont chacune des extrémités se terminait par un petit coude à angle droit servant à fixer l'instrument au moyen d'un clou de bronze.

Au centre de l'appareil existait une petite cavité dans laquelle on faisait tourner rapidement l'extrémité conique d'un bâton; ce mouvement de rotation faisait apparaître le divin feu Agni.

Ce vase gaulois, ainsi que la petite applique représentant le Swastika, nous en dit beaucoup sur les origines primitives de nos ancêtres; ce signe nous indique les attaches de croyances que nos ancêtres les Gaulois de la Marne avaient avec les religions de l'Inde, d'où ils sont sortis en conservant leur culte originel.

M. BOSTEAUX-PARIS

à Cernay-les-Reims.

TRACES DE L'INDUSTRIE PHÉNICIENNE DANS LES CIMETIÈRES GAULOIS HALLSTATIENS ET MARNIENS DE LA MARNE [571.56]

— *Séance du 8 août 1895* —

Messieurs, j'ai l'honneur de soumettre à la Section d'Anthropologie quelques questions sur l'origine des objets de matières différentes et étrangères à nos contrées, que nous rencontrons dans les fouilles faites dans nos cimetières gaulois de la Marne; ces objets sont caractérisés par les bracelets en verre blanc ou les grains de colliers en verre de couleurs opaques, l'ambre, le corail, ainsi que des boucles d'oreilles de forme particulière.

LE VERRE

Dans les cimetières gaulois de la Marne, d'après l'observation que j'ai pu faire depuis que je pratique des fouilles, il se trouve d'autant plus commun que le cimetière est ancien. Ainsi, dans la Marne, on a trouvé le verre plus souvent dans les sépultures de l'époque du Hallstad que dans les sépultures gauloises marniennes proprement dites.

Je l'ai rencontré, en mars dernier, à Warmeriville, dans le cimetière hallstatien de la Motelle, caractérisé par trois anneaux en verre blanc, un bracelet en perles de verre opaque de couleurs différentes.

A Beine, au cimetière des Bouverets, ont été trouvés deux grands bracelets, dont un en verre bleu et un autre en verre blanc, mais rendu jaune par une peinture en ocre appliquée à la partie intérieure pour rendre jaune par la transparence à la partie extérieure.

A Lépine, près de Châlons-sur-Marne, des fouilles que nous avons faites en compagnie de MM. Schimt et Chanier, au lieu dit Mont-Thomé, ont donné de jolis colliers en verroterie.

A Cernay, dans le cimetière gaulois marnien des Barmonts, j'ai aussi recueilli un grain en verre blanc chevronné en bleu.

Le cimetière gaulois de Vitry-les-Reims a donné une petite

figurine amulette en verre noir avec émail blanc pour former les yeux et les cils, ainsi que la chevelure en verre jaune.

M. Morel en a aussi beaucoup recueilli dans les anciens cimetières des arrondissements de Châlons-sur-Marne et de Vitry-le-François.

L'ambre se rencontre aussi assez souvent en grosses perles mal arrondies simplement percées d'un trou; telles sont celles recueillies à Warmeriville, présentées à la Section. Dans tous les cimetières gaulois, on en rencontre toujours quelques grains, surtout dans les cimetières hallstatiens.

Le corail se rencontre bien plus communément que l'ambre; on le trouve plutôt dans les sépultures de l'époque marnienne, employé soit comme colliers à l'état de branches naturelles, à la base desquels un trou avait été percé pour les suspendre : tel était le collier trouvé à Prunay (Marne); ou bien on le trouve travaillé en rosace pour orner le chaton des fibules.

Toutes ces matières premières sont bien d'importation, surtout quand on les retrouve dans des contrées comme les nôtres, aussi éloignées du littoral.

Une autre preuve encore de l'importation, ce sont les boucles d'oreille en or et en bronze en forme de barquette, dont je vous présente deux échantillons provenant du cimetière hallstatien de Warmeriville. M. Morel en possède deux en or et plusieurs autres en bronze.

Ces boucles d'oreilles, d'après le *Manuel d'Archéologie orientale* de M. E. Babelon, sont d'origine phénicienne. Le Musée du Louvre en possède toute une série reproduite dans l'ouvrage de cet auteur.

A propos du verre blanc, M. Babelon nous dit : « Les objets assyriens en pâte vitreuse, anneaux, grains de colliers, petits vases, ne sont pas rares dans nos musées ; mais le verre blanc translucide paraît avoir été d'importation phénicienne.

» Le verre opaque, ou plutôt la pâte de verre, paraît d'invention égyptienne. La substance vitreuse sert de vernis à la terre cuite. »

Un autre auteur, M. E. Garnier, dans son *Histoire de la verrerie et de l'émaillerie,* nous dit : « Nous devons constater, tout d'abord, que le verre blanc translucide était inconnu dans l'Égypte des Pharaons; tous les spécimens qui ont été découverts jusqu'à présent, et qui sont déposés dans les musées, quelles que soient leur forme et leur destination, sont en verre opaque coloré au moyen d'oxydes métalliques. »

Maintenant, quelques mots encore à propos de la figurine en verre de Vitry-les-Reims, dont j'ai parlé plus haut, trouvée suspendue à un collier gaulois accompagné de grains d'ambre et de verroterie.

Nous trouvons dans l'ouvrage de M. Garnier ceci : « Un des colliers du Louvre comprend, au milieu des grains qui le composent, une tête grimaçante, également en pâte de verre de diverses couleurs, et on en peut voir dans les vitrines de la salle civile un certain nombre, parmi lesquelles une curieuse tête de nègre qui porte, au sommet, une sorte d'appendice servant d'anneau de suspension. »

Je crois pouvoir conclure, par ces preuves à l'appui, qu'une certaine partie des objets fabriqués avec des matières premières manquant en Gaule, étaient bien importés par le commerce des peuplades orientales ayant une industrie différente de l'art gaulois proprement dit.

M. Arsène DUMONT

à Caen.

CARTE DE LA DÉPOPULATION EN 1893 [312.44]

— *Séance du 8 août 1895* —

La carte que je mets sous vos yeux exprime l'état de la dépopulation par excès des décès sur les naissances en 1893, dernière année dont les résultats nous soient connus à cette heure.

Mon intention n'est pas d'en prendre prétexte pour exposer une fois de plus les causes de ce triste phénomène. Si tel eût été mon but, j'aurais mis sous vos yeux des cartogrammes de la natalité, de la mortalité, de la nuptialité et des autres phénomènes démographiques concomitants pour une ou plusieurs périodes décennales. C'est sur une telle base que la recherche des causes pourrait être utilement poursuivie. J'ai consacré à cet objet, vous le savez, quinze années d'études et de voyages; les résultats en ont été publiés, et je me garderai de vous en apporter le résumé. Quelque abrégé qu'il fût, il prélèverait encore une part beaucoup trop grande de votre temps et de votre attention. Mais cette carte, expression synthétique de l'état de la dépopulation, m'a paru être ce qu'il y avait de plus propre à

faire saisir sans effort et d'un simple coup d'œil toute l'étendue du mal à l'heure actuelle et, si vous me permettez de le dire, aux dernières nouvelles.

Il y a cinq ou six ans encore, lorsque l'on commençait à prononcer le mot de dépopulation, l'on était taxé d'exagération. La rapidité avec laquelle le mal a progressé, a dépassé les prévisions les plus pessimistes. En 1890, dans la France entière, les décès dépassaient les naissances de 38,446; en 1891, de 10,505; en 1892, de 20,041. Si, au lieu de considérer la totalité de la population se trouvant en France, on ne considère que les 37,003,174 citoyens français ou naturalisés, les seuls en somme qui nous importent, puisque seuls ils sont nos concitoyens, l'excédent des décès est encore plus considérable. En 1890, pour les Français seuls, il s'élève à 43,820; en 1891, à 19,354; en 1892, à 27,658, au total, pendant ces trois années, à 90,832.

Pour l'année 1893, l'*Officiel* annonce un excédent de 7,146 naissances sur les décès. Mais ce chiffre est relatif à la totalité des humains, tant étrangers que Français, se trouvant sur notre territoire. La distinction si précieuse, faite pendant les cinq années antérieures, entre le mouvement de la population étrangère et celui de la population française, n'a pas été maintenue en 1893. Elle donnait lieu à de réelles difficultés, surtout dans les grandes villes, et elle a dû être abandonnée (1). Mais pendant les cinq années où elle a été faite, la colonie étrangère a présenté annuellement un excès moyen de 8,066 naissances sur les décès. Comme il n'y a pas de raison de penser que cet excès ait été moindre en 1893 que pendant les cinq années précédentes, l'excès de 7,140 naissances annoncé à l'*Officiel* et vrai pour la population totale se trouve changé pour les Français seuls en un excès de 920 décès. C'est donc la quatrième année, en pleine paix, au milieu de la prospérité économique, que ce fait se produit.

Toutefois, l'*Officiel* le constate avec raison, la situation de 1893 est meilleure (il serait plus juste de dire moins mauvaise) que celle des années précédentes, « et tout, ajoute-t-il, paraît annoncer dès maintenant que les résultats de 1894 seront meilleurs encore. »

Cette situation de 1893 dont nous sommes réduits à nous féliciter, vous la voyez exposée sur cette carte. Je voudrais qu'elle fût sous les yeux de tous les Français, de tous ceux surtout à qui la supériorité de leur culture ou les pouvoirs qu'ils ont reçus des électeurs ont

(1) Un article de loi prescrivant la déclaration de la nationalité dans les actes de l'état civil permettrait de rétablir cette précieuse distinction. Il faut espérer qu'un législateur se touvera pour en prendre l'initiative.

donné la charge des destinées nationales. Après avoir promené à loisir vos regards sur cette sinistre tache noire qui s'étend du Mont Saint-Michel à la frontière des Vosges, de la Meuse à l'estuaire du Rhône, et des Alpes à l'Atlantique, vous constaterez que cet empire de la mort, toujours grandissant, comprend maintenant beaucoup plus de la moitié, presque les deux tiers de notre territoire.

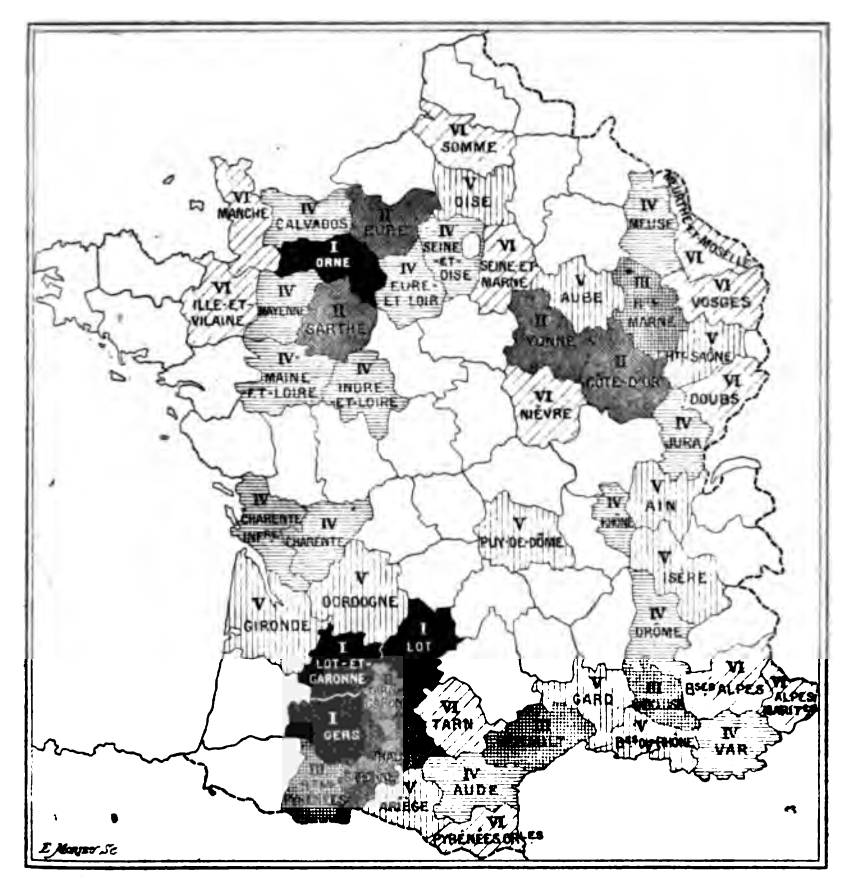


Fig. 1. — *La dépopulation en France.*

Les départements couverts de hachures sont ceux où les décès dépassent les naissances.
Nombre de naissances pour 1,000 décès :
I, 730 à 750. — II, 750 à 800. — III, 800 à 850. — IV, 850 à 900. — V, 900 à 950. — VI, 950 à 1,000.
En somme, dans 51 départements les décès dépassent les naissances; 36 départements seulement ont un excès de naissances.

Il y a deux nécessités auxquelles vous n'échapperez pas : l'impossibilité de méconnaître la réalité du fait, et l'impossibilité d'en méconnaître la terrible signification. C'est de la décadence française qu'il s'agit, de cette décadence aux causes profondes, morales, intellec-

tuelles, esthétiques, qui nous a valu l'effondrement de 1870 et qui nous prépare, si nous ne savons faire à temps des prodiges de prudence, d'intelligence et d'énergie, de nouveaux et continuels amoindrissements. La France est minée par la dépopulation; des vides se font insensiblement dans nos rangs, et tôt ou tard elle sera écrasée par la pression de nations plus denses. Alors, ce sera en vain que nous crierons contre l'oppression des masses conquérantes, en vain que nous ferons valoir le bon droit méconnu. Il s'agit de mécanique, la justice ne peut prévaloir. Elle ressemble à une digue en travers d'un fleuve. Si vous ne trouvez moyen d'empêcher les eaux de toujours baisser en aval et de toujours augmenter en amont, tôt ou tard, fatalement, elle sera emportée.

Ces mots de décadence nationale, de ruine de la patrie, devraient être insupportables à notre amour-propre. Ils auraient provoqué des frémissements d'anxiété il y a cent ans. Aujourd'hui, il n'en est plus ainsi. L'indifférence ou même une discrète raillerie sont devenues de bon ton : car en cette matière comme en tout, le bon ton émane presque toujours de gens également étrangers aux idées générales et aux sentiments généreux. Pour certains, adorateurs du seul bonheur individuel, et pour qui la valeur, la noblesse, la grandeur collectives ne sont rien, il semble que le monde est toujours assez peuplé. La perspective d'une nation de fils uniques mollement élevés, d'une armée d'enfants gâtés, n'a rien qui les effraie pour la patrie; la perspective d'une génération de filles et de fils uniques attendant tout, fortune et loisir, du décès de leurs parents, n'a rien qui leur paraisse à redouter pour la famille.

Ils ne sont pas sûrs que la vie vaille mieux que la mort, les naissances que les décès et les berceaux que les cercueils. Ces indifférentistes, impossibles à réveiller, sont précisément les sujets les plus atteints par cette maladie de nature mentale, dont la dépopulation n'est qu'un effet particulièrement désastreux. Quand l'aberration de l'esprit vient d'un vice du caractère, l'évidence et le raisonnement perdent leurs droits; la seule médication efficace est la douleur. Les désastres et les calamités nationales seraient, en effet, l'inévitable conséquence de leur vanité décadente s'il ne restait dans la nation un nombre suffisant d'hommes ayant à cœur de voir tout le mal tel qu'il est, de faire le nécessaire pour en entraver les progrès.

Parmi les députés et les sénateurs de ces départements malades qui présentent seulement de 730 à 750 naissances pour 1,000 décès, il faut espérer qu'il s'en trouvera quelqu'un pour qui les avertissements de la démographie ne seront pas non avenus.

Le travail à faire exécuter peut être indiqué en quelques mots : Il

faut d'abord connaître les faits avec le plus grand détail et la plus grande exactitude. Pour cela :

1° Il faut faire la démographie de la France commune par commune et décade par décade depuis le commencement du siècle. Nous avons là un trésor de faits sociaux, un répertoire d'histoire exacte jusqu'à ce jour inemployé, comme l'humanité n'en a jamais eu depuis qu'elle existe;

2° Par la comparaison des décades et des communes à natalité faible avec celles à natalité forte, on parviendra à déterminer les causes;

3° A une maladie dont les causes sont connues, on a tôt fait de trouver un remède. Il est certain que nous avons encore des groupes de communes fécondes ou très fécondes. Quand nous saurons pourquoi, nous n'aurons plus qu'à réaliser artificiellement dans les pays stériles les conditions où elles se trouvent naturellement, ou des conditions préférables encore assurant tout à la fois le développement des individus en valeur et en nombre.

Quand nous saurons les lois de la croissance des communes, depuis les simples communes rurales qui se dépeuplent jusqu'aux gigantesques communes urbaines, nous trouverons les moyens de régler cette croissance, de l'activer ou de la modérer au mieux des intérêts de la nation.

La France, par la connaissance de son véritable état démographique, acquerra sur ses destinées une action modificatrice d'une puissance jusqu'à ce jour inconnue.

C'est une acquisition que le cours des choses lui rend indispensable; car l'alternative où elle se trouve est celle-ci : ou guérir par le progrès de la science sociale, ou périr des suites de l'ignorance actuelle.

Le travail à exécuter pourrait, comme je l'ai établi ailleurs [1], coûter, au maximum, trois millions de francs qui, répartis en cinq ou six exercices, ne formeraient pas pour le budget une charge excessive. Si, d'ailleurs, on la trouvait trop lourde, elle fournirait une excellente occasion de supprimer quelques-uns de tant de milliers d'emplois inutiles et partant nuisibles à la nation.

(1) *Revue scientifique*, nos des 10 et 24 octobre 1891.

M. Jacques BERTILLON

Chef de la Statistique municipale, à Paris.

DE L'INFLUENCE DE L'AISANCE SUR LA NATALITÉ A PARIS (1889-93)

[312]

— *Séance du 8 août 1895* —

Le nombre des naissances (mort-nés compris) s'est élevé, pendant la période quinquennale 1889-1893, à 313,291: ce chiffre, comparé à l'ensemble de la population parisienne (2,424,705 hab.), attribue à Paris une natalité annuelle de 26 naissances pour 1,000 habitants, chiffre très faible assurément si on le compare à n'importe quel pays étranger, mais supérieur (en apparence) à la natalité française qui n'a été, pendant cette même période, que de 23,7.

Mais ce n'est là qu'une apparence due à une méthode vicieuse. Rapporter le nombre des naissances à l'ensemble de la population, c'est supposer que des enfants ou que des vieillards peuvent procréer. Pour rester logique, il faut comparer le nombre des naissances à la seule partie de la population qui soit capable d'en fournir, c'est-à-dire à la population adulte et plus particulièrement au nombre des femmes adultes (de 15 à 50 ans).

On ne peut s'écarter de cette méthode, lorsqu'on veut comparer une population à une autre, que lorsqu'on a des raisons de croire que les deux populations ont une composition par âge analogue, parce qu'alors l'erreur que l'on commet en faisant entrer dans le calcul les enfants et les vieillards est la même de part et d'autre. Mais ici ce n'est pas le cas. La population parisienne a une composition par âge tout à fait différente de celle de l'ensemble de la France. Paris est une ville d'immigrés et, par conséquent, une ville d'adultes; un tiers des enfants qui y naissent quittent la ville pour aller en nourrice; un grand nombre de vieillards la quittent pour aller goûter le repos à la campagne. Au contraire, les adultes s'y précipitent, attirés par l'appel du travail.

On se rend compte de cet afflux de la population adulte et de l'extrême rareté des enfants à Paris, par l'examen d'un diagramme dont l'aspect est très caractéristique. Dans une population normale, il est évident que le nombre des vivants doit aller en diminuant avec l'âge. Cependant, à Paris, ce n'est pas ce qui arrive; à partir de 15 ou 20 ans, les adultes arrivent en grand nombre pour y

chercher du travail. Les vieillards sont relativement rares à Paris. Ces différents faits sont exprimés par les chiffres suivants :

Pour 1,000 adultes de 20 à 60 ans, combien d'individus au-dessus ou au-dessous de cet âge?

	PARIS	FRANCE
De 0 à 19 ans.............	419	666
De 60 ans à la fin de la vie..	126	238

Si donc on élimine de part et d'autre ces enfants et ces vieillards (qui sont des non-valeurs au point de vue de la reproduction), on obtient les chiffres suivants :

Sur 1,000 femmes de 15 à 50 ans, combien de naissances (mort-nés inclus) en un an? (1889-1893) :

France : 93 — Paris : 79

On voit donc que la fécondité de la population parisienne, loin de dépasser celle de la France, comme le précédent calcul aurait pu nous le faire croire, lui est en réalité sensiblement inférieure.

Et pourtant, la natalité française est de beaucoup la plus faible qu'il y ait en Europe.

Dans ce tableau, nous étudions la natalité par arrondissement :

ARRONDISSEMENTS	NOMBRE de femmes de tout état-civil de 15 à 50 ans (1891)	NOMBRE DES NAISSANCES EN 5 ANS (1889-93)			Pour 1,000 femmes de 15 à 50 ans, combien de naissances en un an
		Naissances vivantes	Mort-nés	Total	
1er Louvre	24.534	6.019	645	6.664	54
2e Bourse..........	25.515	7.398	607	8.005	63
3e Temple.........	30.133	10.409	719	11.128	74
4e Hôtel-de-Ville ...	31.993	11.473	1.001	12.474	78
5e Panthéon.......	37.515	13.649	962	14.611	78
6e Luxembourg	33.201	10.130	699	10.829	65
7e Palais-Bourbon..	32.040	8.487	708	9.195	57
8e Élysée	44.114	6.857	582	7.439	34
9e Opéra	46.990	10.236	804	11.040	47
10e Saint-Laurent ...	53.923	17.264	1.310	18.574	69
11e Popincourt......	67.146	29.242	2.097	31.339	93
12e Reuilly.........	33.201	14.475	1.146	15.621	94
13e Gobelins........	31.428	16.253	918	17.171	109
14e Observatoire	33.746	15.698	999	16.697	99
15e Vaugirard.......	34.011	16.659	1.177	17.836	105
16e Passy...........	31.625	8.249	669	8.918	56
17e Batign.-Monc....	60.081	19.891	1.384	21.275	71
18e Butte-Montm....	61.751	29.094	1.947	31.041	100
19e Buttes-Chaumont	36.240	19.580	1.202	20.782	115
20e Ménilmontant...	39.084	21.305	1.347	22.652	116
PARIS............	788.271	292.368	20.923	313.291	79
10 premiers arrondissements.	359.958	101.922	8.037	109.959	61
10 arrondissts excentriques.	428.313	190.446	12.886	203.332	95

Ainsi qu'on le voit par ce tableau, il existe, au point de vue de la natalité, de très sensibles différences entre les divers arrondissements de Paris. Ces différences sont dominées par le degré d'aisance.

Cherchons donc, d'abord, à évaluer numériquement le degré d'aisance des habitants de Paris.

DIVERS INDICES DU DEGRÉ D'AISANCE DE CHAQUE ARRONDISSEMENT

ARRONDISSEMENTS	Sur 1,000 individus exerçant eux-mêmes une profession, combien sont			Sur 1,000 ménages composés de deux personnes au moins, combien de domestiques			Sur 1,000 mariages, combien avec contrat (1890-93).	Sur 1,000 habitants, combien vivent dans des logements surpeuplés
	Patrons.	Employés.	Ouvriers.	Masculins	Féminins.	Ensemble.		
1er Louvre	329	336	335	55	314	369	249	86
2e Bourse	280	230	490	25	193	218	179	94
3e Temple	256	202	542	10	150	160	169	107
4e Hôtel-de-Ville	253	227	520	17	170	187	163	148
5e Panthéon	352	173	475	36	155	191	168	159
6e Luxembourg	425	182	393	60	356	416	249	83
7e Palais-Bourbon	488	166	346	118	427	545	253	97
8e Élysée	640	170	190	509	870	1379	346	40
9e Opéra	443	252	305	80	352	432	265	61
10e Saint-Laurent	269	276	455	38	172	210	190	130
11e Popincourt	184	181	635	3	52	55	116	174
12e Reuilly	222	178	600	7	68	75	122	154
13e Gobelins	184	110	706	3	21	24	65	200
14e Observatoire	252	176	572	2	52	54	100	127
15e Vaugirard	259	133	608	10	62	72	99	165
16e Passy	464	134	402	146	357	503	248	86
17e Batignolles	283	217	500	31	157	188	173	114
18e Butte-Montm	164	182	654	11	34	45	77	144
19e Buttes-Chaumont	135	117	748	4	39	43	59	228
20e Ménilmontant	166	84	750	2	17	19	43	218
PARIS	276	184	540	47	167	214	157	137

On y peut parvenir en cherchant quelle est, dans chaque arrondissement, la proportion de personnes qui se déclarent *ouvriers* (en mettant hors du calcul les enfants et autres personnes sans profession). On y peut parvenir encore en calculant la fréquence des domestiques par rapport aux ménages de deux personnes au moins. La fréquence des contrats de mariage est un autre signe de richesse, car l'existence d'un contrat suppose que les futurs conjoints ne sont pas dénués de fortune. Enfin, la fréquence des ménages qui vivent dans des logements surpeuplés (1) est encore un indice du degré de pauvreté d'un arrondissement (2).

(1) Nous appelons *surpeuplé* un logement dans lequel le nombre des habitants est supérieur au double du nombre des « pièces ». (Les corridors et cabinets d'aisances sont les seuls locaux qui ne doivent pas compter comme pièce.)

(2) D'autres indices de bien-être pourraient être encore recherchés : la quotité de

Il est facile de voir, à l'aspect de notre tableau, que ces cinq modes de mesurer le degré d'aisance donnent des résultats à peu près concordants.

Pour donner à nos résultats une forme plus claire et plus démonstrative, nous la résumons sous forme de tableau ci-après.

Le chiffre qui suit le nom de chaque arrondissement indique sa natalité. On voit que les arrondissements une fois groupés par ordre de richesse se trouvent, par cela seul, groupés par ordre de natalité, les plus pauvres étant les plus féconds et les plus riches les moins féconds.

A cette règle il n'y a pas une seule exception.

Les chiffres marqués après chaque arrondissement indiquent combien de naissances annuelles (mort-nés inclus) pour 1,000 femmes de 15 à 50 ans.

Les arrondissements sont classés selon leur degré de bien-être évalué par cinq méthodes différentes :

1° Pour 1,000 ménages de 2 personnes au moins, combien de domestiques féminins?

2° Pour 1,000 mariages, combien avec contrat de mariage?

3° Sur 1,000 individus exerçant une profession, combien sont ouvriers?

4° Sur 1,000 individus, combien vivent dans des logements surpeuplés?

5° Sur 1,000 individus, combien sont indigents?

La dernière ligne résume les résultats : ils sont d'une très remarquable régularité.

L'arrondissement le plus fécond est Ménilmontant, dont la natalité est de 116 naissances annuelles pour 1,000 femmes de 15 à 50 ans. Ce chiffre, considéré en lui-même, est pourtant extrêmement réduit; il n'y a pas de pays en Europe, de nation qui en présente un aussi faible. Ceci suffit sans doute pour caractériser la natalité de l'arrondissement de l'Élysée, qui n'est même pas la tierce partie de la précédente.

l'impôt par tête ne nous paraît pas un indicateur assez sûr; la fréquence des diverses classes d'enterrement serait préférable, mais les arrondissements qui contiennent un hôpital présentent, par ce seul fait, un nombre exagéré d'enterrements pauvres. D'ailleurs, on choisit toujours pour les adultes et les vieillards une classe supérieure à celle que l'on choisit pour les enfants; donc, les arrondissements où les naissances sont rares présentent, par ce seul fait, un nombre plus grand d'enterrements modestes. Ces considérations, et d'autres encore (par exemple, une partie des cérémonies de cinquième classe sont relatives à des corps que l'on expédie hors Paris, c'est-à-dire à des enterrements souvent beaucoup plus riches, etc.), nous déterminent à ne pas user de ce genre de calcul.

NATALITÉ SELON LE DEGRÉ D'AISANCE

ARRONDISSEMENTS AYANT APPROXIMATIVEMENT					
Moins de 50 domestiques Moins de 100 contrats Plus de 650 ouvriers Plus de 200 surpeuplés **très pauvres.**	De 50 à 100 domestiques De 100 à 150 contrats De 500 à 550 ouvriers De 150 à 200 surpeuplés **pauvres.**	De 100 à 200 domestiques De 150 à 200 contrats De 400 à 500 ouvriers De 100 à 150 surpeuplés **aisés.**	De 200 à 300 domestiques De 200 à 250 contrats De 300 à 400 ouvriers De 80 à 100 surpeuplés **très aisés.**	De 300 à 400 domestiques De 250 à 300 contrats De 300 à 350 ouvriers De 60 à 80 surpeuplés **riches.**	870 domestiques 346 contrats 190 ouvriers 40 surpeuplés **exceptionnellement riche.**
»	»	»	»	1er Louvre........ 54	»
»	»	»	2e Bourse........ 63	»	»
»	»	3e Temple........ 74	»	»	»
»	»	4e Hôtel-de-Ville.. 78	»	»	»
»	»	5e Panthéon...... 78	»	»	»
»	»	»	6e Luxembourg... 65	»	»
»	»	»	»	7e Palais-Bourbon. 57	»
»	»	»	»	»	8e Élysée........ 34
»	»	»	»	9e Opéra.......... 47	»
»	»	10e Saint-Laurent. 69	»	»	»
»	11e Popincourt... 93	»	»	»	»
»	12e Reuilly....... 94	»	»	»	»
13e Gobelins..... 109	»	»	»	»	»
»	14e Observatoire.. 99	»	»	»	»
15e Vaugirard... 105	»	»	»	»	»
»	»	»	»	16e Passy......... 56	»
»	»	17e Batignolles... 71	»	»	»
18e Montmartre.. 100	»	»	»	»	»
19e Buttes-Chau. 115	»	»	»	»	»
20e Ménilmontant 116	»	»	»	»	»
Moyenne...... 108	Moyenne...... 95	Moyenne....... 72	Moyenne..... 65	Moyenne...... 53	Moyenne.... 34

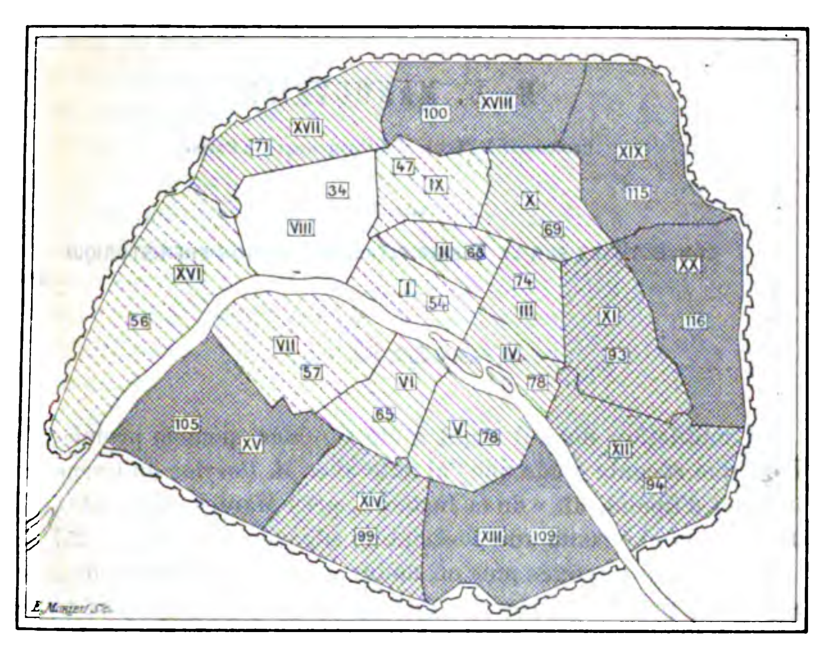

XVIII
100
XVII
71
XIX
115
47
IX
34
VIII
X
69
II
68
XX
XVI
I
74
54
III
XI
116
56
VII
57
IV
93
VI
78
65
105
XV
V
78
XII
94
XIV
99
XIII
109

Fig. 1.

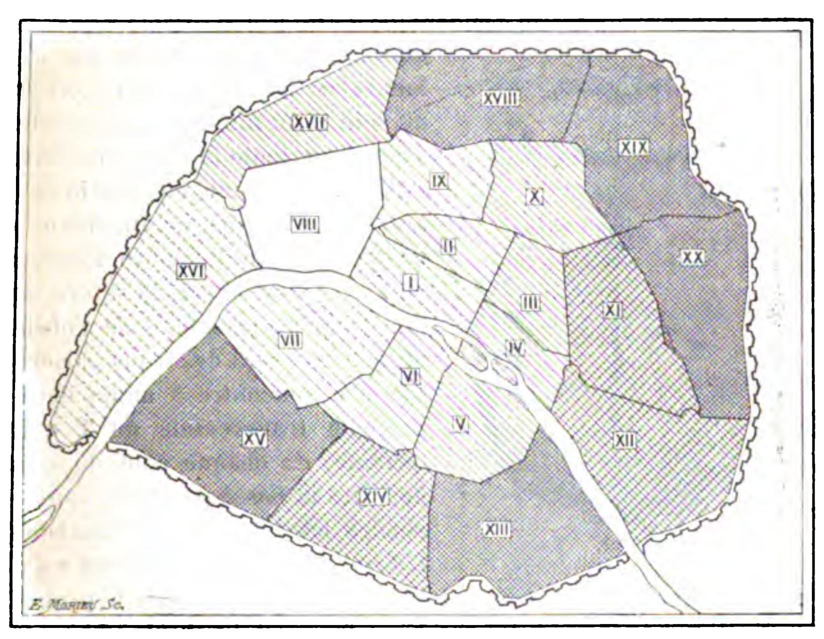

XVIII
XVII
XIX
IX
X
VIII
II
XX
XVI
I
III
XI
VII
IV
VI
V
XV
XII
XIV
XIII

Fig. 2.

M. L. MANOUVRIER

Professeur à l'École d'anthropologie, à Paris.

CONJECTURES SUR LE T SINCIPITAL, MUTILATION PRÉHISTORIQUE

[571]

— *Séance du 8 août 1895* —

La mutilation dont il s'agit a été signalée, pour la première fois, dans une récente étude que j'ai faite avec M. Perrier du Carne sur le dolmen d'Épône, dit « de la Justice », près Mantes (Seine-et-Oise) (¹). J'en ai donné ensuite une description séparée (*loc. cit.*, p. 357).

Sur les douze crânes plus ou moins complets recueillis dans cette sépulture par M. Perrier du Carne, nous en avons trouvé trois qui présentaient une très grande cicatrice en forme de T, résultant évidemment de plaies ou de meurtrissures faites au cuir chevelu.

La cicatrice ayant une forme identique sur les trois crânes excluait l'hypothèse d'une lésion accidentelle. Cette lésion semble, au premier abord, avoir été pratiquée non seulement avec intention, mais encore avec un soin assez minutieux. La cicatrice s'étend sur toute la région du vertex, formant un T dont la longue branche, antéro-postérieure, commence un peu au-dessus de la courbure antérieure de l'os frontal et suit la suture sagittale jusqu'au voisinage de l'obélion, un peu en avant des trous pariétaux. Là, elle rencontre à angle droit la branche transversale du T qui se termine, de chaque côté du crâne, derrière la bosse pariétale, sans descendre jusqu'à la suture lambdoïde. L'ensemble du T ainsi formé est parfaitement symétrique comme s'il s'agissait d'une incision pratiquée suivant un rite bien arrêté et fidèlement suivi. Les seules différences

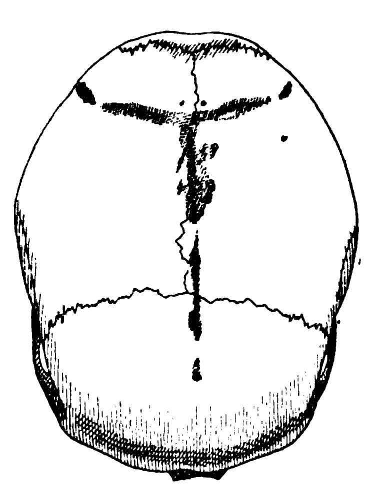


Fig. 1.

(¹) *Bull. de la Soc. d'Anthr. de Paris*, 1895.

observées consistent dans la profondeur et la largeur plus ou moins grandes de la cicatrice et dépendent de la profondeur, de la durée ou de l'étendue de la suppuration.

Il était remarquable que les trois crânes d'Épône, présentant cette cicatrice en T, étaient tous les trois manifestement féminins. Six autres crânes féminins, de la même sépulture, n'en présentaient aucune trace, non plus que les trois crânes masculins.

Avant de tenter une interprétation de cette curieuse cicatrice, j'ai voulu chercher dans les collections de crânes néolithiques conservées au Musée Broca et au Muséum d'histoire naturelle, dans l'espoir de rencontrer d'autres spécimens qui auraient pu échapper à l'attention des observateurs.

Je n'en ai point trouvé dans les collections du Muséum, que je n'ai pu, d'ailleurs, examiner complètement; mais j'en ai trouvé trois dans les collections de la Société d'Anthropologie. Ces trois nouveaux spécimens de la cicatrice en T existent sur trois crânes provenant de trois dolmens différents: le dolmen de Feigneux, le dolmen de Conflans-Sainte-Honorine et le dolmen de Vauréal. Ces trois crânes sont encore manifestement féminins. Il est donc plus que probable que la mutilation dont il s'agit était pratiquée ou produite exclusivement sur des femmes.

Les trois spécimens dont je viens de parler en dernier lieu, ne présentent d'ailleurs rien de particulier. Ils ressemblent entièrement aux trois spécimens d'Épône quant à la forme et à l'étendue de la cicatrice. Sur le crâne de Feigneux, cette cicatrice est seulement très large et profonde, indiquant une lésion qui a failli perforer la voûte crânienne. Sur le crâne de Vauréal, au contraire, la lésion a été très superficielle.

Ce dernier crâne est celui d'une jeune fille âgée de quatorze ou quinze ans, autant que l'on en peut juger en l'absence des dents.

Le crâne de Feigneux semble être, au contraire, celui d'une femme assez vieille.

Le crâne de Conflans-Sainte-Honorine et les trois crânes d'Épône proviennent de femmes adultes.

Aucun de ces crânes ne présente la moindre trace pathologique. Tous paraissent avoir appartenu à des femmes bien conformées. Sous le rapport de la forme, ils n'ont rien de particulier. Ils sont dolichocéphales, comme la plupart des crânes provenant des stations néolithiques de la région.

Cette région est limitée aux environs nord-ouest de Paris, autour de Mantes. Peut-être de nouvelles découvertes viendront-elles montrer que l'usage quelconque, d'où résulte la cicatrice en T, existait dans

d'autres régions plus ou moins éloignées; sinon l'on pourra cons dérer cet usage comme purement local et n'ayant pas dépassé l'habitat d'une tribu ou de quelques tribus voisines. J'espère que les personnes possédant des crânes néolithiques voudront bien faire, à ce point de vue, l'examen de leurs collections.

Un usage aussi curieux pourrait servir, bien mieux que des formes d'outils plus ou moins banales, à établir l'existence des relations qui ont pu exister entre diverses populations préhistoriques.

Il reste à savoir en quoi consistait cet usage inconnu révélé par la cicatrice en T. De nombreuses hypothèses peuvent être faites à ce sujet.

La guerre, la religion, la médecine, la justice pénale, le deuil conjugal, la parure de la tête, etc., peuvent avoir donné lieu à cette mutilation du cuir chevelu, dont nous trouvons la trace sur des crânes féminins. Dans ces diverses matières, il n'est pas de sottise cruelle et barbare qui ne puisse avoir été commise par des peuples ignorants et primitifs, si l'on en juge par les sottises commises par les peuples sauvages actuels, sans parler des peuples relativement instruits et civilisés.

A propos de la guerre, on peut songer au scalp, à une marque infligée aux captives.

A propos de la religion, l'on peut songer à une marque de consécration. La tonsure des prêtres catholiques et autres ne serait que le simulacre ou le vestige d'une mutilation plus sérieuse usitée dans les temps barbares et qui aurait entamé, avec la chevelure, le cuir chevelu et, directement ou indirectement, le crâne lui-même.

Les femmes dont nous trouvons les crânes ainsi mutilés, étaient peut-être les légendaires druidesses ou bien des victimes incomplètement offertes en holocauste à quelque divinité relativement douce qui se serait contentée de voir couler un peu de sang humain sans exiger que la mort s'ensuivît. Quel dévot, moine ou laïque, aujourd'hui, si la religion le lui conseillait, refuserait de se rendre agréable au Seigneur moyennant quelques gouttes de sang convenablement cueillies sur sa propre tête, ou bien, pour plus de commodité, sur la tête de son prochain? Pure question de théologie, de rite ou d'usage. N'avons-nous pas appris l'histoire du sacrifice d'Abraham, de la fille de Jephté, des exigences du dieu Moloch et du cruel Jahvé des Juifs? Les druides gaulois ne passent pas pour avoir exploité un dieu plus tendre.

A propos de la justice pénale, il n'est pas besoin de remonter jusqu'aux temps néolithiques pour trouver des exemples des plus horribles mutilations infligées aux blasphémateurs, aux possédés du

diable, qui étaient surtout des femmes, aux épouses adultères, à tous les criminels ayant manqué de respect envers Dieu ou ses représentants, prêtres, rois ou seigneurs, y compris les maris dont l'autorité sur leurs femmes n'était pas sans se recommander plus ou moins de l'autorité divine.

A propos du deuil conjugal, on peut songer que si l'on a pu trouver convenable, dans certains pays, d'expédier la femme dans l'autre monde pour y servir son époux défunt, nos ancêtres préhistoriques auraient été bien moins exigeants si les veuves avaient simplement dû subir quelques balafres pour honorer la mémoire de leurs époux. Les femmes australiennes n'en sont pas quittes à si bon compte; il est vrai que la mutilation révélée par la cicatrice en T aurait pu être accompagnée de beaucoup d'autres dont les os ne portent point la trace.

A propos de médecine, il n'est pas non plus de pratique absurde, dégoûtante et cruelle qu'on ne puisse prêter hypothétiquement à la paléothérapeutique, étant données celles qui sont encore courantes chez certains peuples sauvages et celles dont nous trouvons les restes dans nos campagnes. Après tout, il serait bien possible que l'application d'un charbon ardent ou d'un silex chauffé au rouge sur le cuir chevelu ait été souveraine contre les « attaques de nerfs », les névralgies ou la migraine. Je ne sache pas que la thérapeutique moderne ait essayé d'agir sur ces troubles, particulièrement communs chez les femmes, au moyen des « pointes de feu » et du thermocautère. Peut-être a-t-on reculé devant la brutalité du moyen ou plutôt devant les traces que laisserait son emploi sur la tête des patientes.

Chez divers peuples sauvages les ventouses scarifiées sont d'un usage fréquent et laissent de nombreuses cicatrices. J'ai vu pratiquer ces ventouses sur le front d'une femme peau-Rouge Omaha, au Jardin d'acclimatation. Chaque mois, cette femme, qui à trente ans n'était pas réglée, éprouvait des douleurs de tête qu'elle guérissait ainsi.

En matière de médecine, on peut songer aussi aux épreuves terribles de l'initiation des médecins chez divers peuples sauvages, tels que, par exemple, les Galibis. Prêtres et médecins doivent parfois acheter assez cher l'autorité qu'ils veulent avoir sur leurs concitoyens.

Parlons enfin de la parure. C'est encore un chapitre sur lequel la sottise humaine semble ne point connaître de bornes. Tout ce qu'un homme consent à souffrir pour être beau, nous pouvons nous en faire une idée d'après les tortures sans nombre endurées par les citadins de notre propre pays, dans le but d'avoir un pied court, étroit et

symétrique. Il y a chaque dimanche, à Paris et à Londres, plus de deux millions d'habitants des deux sexes qui, pour cela, supportent du matin au soir, non sans faire une laide grimace, des chaussures à peine aussi longues et toujours plus étroites que leurs pieds. Si l'on songe à la quantité de douleur causée par les oignons, cors, œils de perdrix, ongles incarnés, orteils en marteau, etc., pour la satisfaction d'un goût non moins stupide au point de vue de l'esthétique qu'au point de vue de l'hygiène, ou simplement pour l'attachement aveugle à la mode du jour, on ne reculera pas devant l'hypothèse que des femmes de la haute société, d'une tribu néolithique, aient pu endurer à la tête, dans un but de parure, des douleurs moins vives, peut-être, que les douleurs de pied subies dans le même but par nos modernes bourgeois. Si un pied « comme il faut » muni des agréments énumérés ci-dessus pouvait être soumis, dans quelques milliers d'années, à l'examen d'un anthropologiste, celui-ci serait probablement obligé, pour expliquer une telle réunion de difformités, de recourir, comme je le fais en ce moment, à de multiples hypothèses. Il est superflu, je pense, de rappeler ici la luxation et l'atrophie obligatoires du pied chez les nobles Chinoises, les déformations artificielles du crâne chez divers peuples, les mutilations dentaires, les tatouages, les incisions de la peau sur diverses parties du corps, les perforations du pavillon de l'oreille, du nez et des lèvres, la botocude des indigènes brésiliens, les amputations, les infibulations, etc.

Précisément en raison de l'extrême fréquence des mutilations pour la parure, c'est à cet ordre de mutilations que l'on peut rattacher avec le plus de probabilité, à mon avis, la cicatrice en T, bien qu'aucune des autres hypothèses énumérées ci-dessus ne me paraisse dénuée de vraisemblance. Je dois dire, toutefois, que M. Élie Reclus, dont la compétence en ces matières dépasse infiniment la mienne, m'a déclaré sa forte propension à croire qu'il s'agit d'une mutilation religieuse, telle qu'une marque de consécration. Peut-être M. Mantegazza, dont la compétence est également remarquable, acceptera-t-il aussi cette manière de voir qui, d'ailleurs, me paraît fort plausible.

Il importe de remarquer que l'hypothèse de la parure ou coiffure n'exclut pas l'hypothèse d'une coutume religieuse. Il s'agissait, en tout cas, d'une coiffure réservée à certaines femmes.

Parmi les hypothèses que je viens de passer en revue, j'écarte résolument celle du scalp, car la forme linéaire de la cicatrice indique une plaie toute différente de celle qui aurait été produite pour enlever une partie du cuir chevelu. Il me paraît certain que le cuir chevelu a été laissé en place et même que l'on a évité avec un certain soin son décollement très facile. Outre que la dénudation

étendue des os du crâne eût été dangereuse pour le sujet, cette dénudation n'eût pas laissé une trace aussi régulièrement circonscrite.

Contre l'hypothèse d'un rite funéraire pour deuil conjugal il y aurait la présence, parmi nos six crânes marqués, du crâne d'une très jeune fille. Mais l'âge de celle-ci ne peut être connu qu'à quelques années près. De plus, le mariage pouvait être très précoce. Enfin, il se pourrait que la mutilation ait été pratiquée pour un deuil autre que conjugal.

En somme, il faut bien avouer que nous n'avons aucun motif suffisant pour opter d'une façon définitive entre les diverses interprétations qui se présentent. Mais ce n'est pas une raison pour s'abstenir de toute conjecture en une matière où, sans conjectures, les recherches susceptibles de nous éclairer manqueraient du stimulant nécessaire. Aussi bien mon but, pour le moment, est moins de présenter des explications que de provoquer des recherches propres à faciliter l'interprétation.

Il ne faut pas s'empresser de conclure, d'après la forme de la cicatrice en T, qu'une plaie de cette forme ait été faite intentionnellement sur la tête. Il est vrai que le T est une figure considérée comme ayant eu autrefois une valeur hiératique, et c'est là, sans doute, une des raisons qui militent en faveur de l'hypothèse d'un rite religieux. Or, il se pourrait fort bien que la cicatrice en forme de T fût le résultat non pas d'une seule plaie ayant eu cette forme, mais d'une série de petites plaies dont la disposition en T n'aurait pas été préméditée le moins du monde.

En effet, je ne trouve guère qu'un seul crâne, parmi les six, celui de la vieille femme de Feigneux, qui présente la cicatrice en T sans aucune solution de continuité. Sur les autres crânes, on peut observer sur l'une ou l'autre branche du T des interruptions, c'est-à-dire des places où il n'y a pas eu de lésion. Seules les extrémités des deux branches du T sont toujours nettement marquées, comme on le voit sur le dessin demi-schématique ci-joint.

Si la plaie en T a été produite par des incisions volontaires, ces incisions ont donc été interrompues par places, comme pour éviter un trop grand écartement des bords de la plaie et la dénudation très étendue qui aurait pu se produire, car on sait que le cuir chevelu et l'aponévrose épicrânienne, qui fait corps avec lui, glissent avec une grande facilité sur les parois du crâne.

Ce qui peut porter à croire qu'il s'agit d'incisions volontaires, c'est la présence constante des points les plus extrêmes des deux branches du T en des points du crâne toujours à peu près les mêmes. C'est, le plus souvent, un peu au-dessus des extrémités de la branche trans-

versale que la plaie semble avoir été interrompue. J'ajoute que la continuité de la ligne cicatricielle n'implique pas la continuité de la plaie, car s'il y a eu suppuration, celle-ci a très bien pu se continuer sous le cuir chevelu entre deux plaies assez distantes l'une de l'autre.

Il est possible aussi que les plaies aient été produites non seulement séparément, mais encore à des époques différentes, de sorte que la lésion de l'os ne se serait pas produite en même temps sur toute l'étendue du T. En faveur de l'hypothèse de lésions successives ou graduelles, milite le fait que la cicatrice la moins profonde et la plus interrompue est celle du crâne jeune de Vauréal.

Il me reste à justifier l'hypothèse que la forme en T de la mutilation, faite en une seule fois ou en plusieurs fois, a pu, en dépit de sa régularité constante sur tous les crânes, n'être pas intentionnelle. Je touche ici à un point important de la question.

Les cheveux sont implantés de telle sorte que ceux du vertex se dirigent en avant, ceux des régions latérales en bas de chaque côté, et ceux de la région postérieure en bas également. Sur la partie postérieure du vertex, au niveau des trous pariétaux, c'est-à-dire à l'obélion, se trouve le tourbillon des cheveux. Les cheveux sont donc implantés de telle sorte que, lorsqu'ils sont lisses et longs, la chevelure, écartée en avant pour laisser le visage découvert, se divise naturellement en trois larges nattes, l'une postérieure et deux latérales. Entre ces deux dernières se trouve la raie médiane. Entre la natte postérieure et les latérales se forme la raie transversale. Les deux raies formées sur le sommet de la tête par la division naturelle de la chevelure forment donc un T, que l'on n'aperçoit que trop bien si l'on regarde d'en haut la tête d'une femme dont les raies sont élargies par une calvitie commençante, et dont les trois nattes sont pendantes ou tirées en arrière pour la formation d'un chignon. Or, la cicatrice en T occupe exactement la place de ce T naturel qui offrait ainsi, en quelque sorte, une place tout indiquée pour les incisions du cuir chevelu.

En pratiquant une incision ou une série d'incisions, de meurtrissures, d'écorchures, de piqûres ou de brûlures sur ce T, on aurait produit sur le cuir chevelu et consécutivement sur le crâne, par suite de la suppuration des plaies et d'adhérences, précisément la grande cicatrice en T qui nous occupe.

Je viens de parler de brûlures pour trois raisons : la première, c'est qu'en Australie, et probablement dans d'autres pays, c'est parfois au moyen de tisons ardents que l'on balafre la peau ; la deuxième raison, c'est que, dans le cas où l'on n'aurait pas eu l'intention d'obtenir par de telles mutilations une certaine quantité de

sang, des brûlures auraient évité toute hémorragie; la troisième raison, c'est que la forme des cicatrices semble indiquer sur presque tous les crânes portant la marque en T plutôt des brûlures irrégulièrement larges et profondes que des incisions linéaires. Mais, en somme, il pourrait s'agir aussi bien de piqûres, d'incisions multiples ou de plaies produites par des moyens quelconques, voire même de simples écorchures qui auraient été assez profondes pour intéresser le périoste et qui auraient pu être produites sur les raies naturelles de la chevelure soit par des fardeaux portés sur la tête, soit par des chevilles ou autres ustensiles de coiffure. S'il faut en croire un rapport recueilli en Normandie par M. Arsène Dumont, les immenses coiffes autrefois portées par les dames normandes auraient été maintenues en position sur la tête par de longues épingles que l'on n'aurait pas craint, parfois, d'enfoncer dans le cuir chevelu. Si les dames de l'époque néolithique agissaient ainsi, elles devaient diriger leurs épingles de bois ou de silex très soigneusement, suivant les raies naturelles de la chevelure, car je n'ai pas trouvé la moindre trace de lésion en dehors du T que j'ai décrit.

On peut enfin noter que le T en question occupe les parties du cuir chevelu les moins exposées à une abondante hémorragie. En effet, le T ne commence en avant qu'en un point où les artères frontales sont déjà réduites à des ramuscules très ténus, et ce T se continue de façon à éviter tous les troncs artériels de la peau du crâne; les incisions ne pouvaient intéresser que les anastomoses des artères temporales superficielles entre elles et avec les artères frontales, auriculaires postérieures et occipitales. En outre, c'est sur le trajet de la suture sagittale que des incisions exposaient le moins aux décollements étendus du cuir chevelu, car c'est sur ce trajet que le tissu lamelleux sous-épicrânien est le plus dense. Par contre, c'est sur le même trajet que la suppuration risquait le plus d'entraîner des accidents mortels par suite des communications existant entre les veinules extérieures et le sinus longitudinal supérieur de la dure-mère, notamment au voisinage des trous pariétaux.

Quant à la douleur produite par les traumatismes quelconques qui ont produit la cicatrice en T, elle devait être très vive. Mais si elle était acceptée d'avance en vue de l'un des précieux avantages énumérés plus haut, elle se trouvait adoucie d'autant, comme celles que tolèrent si patiemment au pied nos messieurs et dames estropiés par leurs bottines. Ce n'est pas non plus sans courage que nos demoiselles à taille de guêpe s'infligent les tortures et les déformations du corset, pour réaliser l'idéal d'une esthétique ignare entretenue par les poètes et les romanciers.

Je termine ici les remarques et hypothèses que m'a paru comporter la description de la cicatrice en T. La longueur de cette note sera justifiée, je l'espère, par l'intérêt que présentent les moindres faits susceptibles d'éclairer l'ethnologie préhistorique. Il est malheureusement probable que nous serons toujours réduits à faire de simples conjectures sur la signification de cette cicatrice comme sur les trépanations néolithiques.

M. Léon COUTIL

Président de la Société normande d'Études préhistoriques,
Correspondant de la Sous-Commission des monuments mégalithiques,
aux Andelys (Eure).

INVENTAIRE DES MONUMENTS MÉGALITHIQUES DU DÉPARTEMENT DE L'ORNE

[571.94 (4422)]

— *Séance du 8 août 1895* —

Lors du Congrès de l'Association française à Caen, M. A. de Mortillet a communiqué un intéressant travail sur les monuments mégalithiques du Calvados. Il ajoutait que l'inventaire publié en 1880 par la Sous-Commission des monuments mégalithiques de France avait besoin d'une revision; aussi, depuis cette époque, cette Commission a décidé qu'un nouvel inventaire serait publié pour l'Exposition universelle en 1900.

La publication des inventaires de découvertes préhistoriques en Normandie que je poursuis depuis trois ans m'a amené à m'occuper des monuments mégalithiques de cette région.

J'ai pu voir, pour le département du Calvados, qu'il existait beau coup de lacunes; mais que pour celui de l'Orne la liste était un peu plus complète.

Cependant j'y ai signalé quatre dolmens nouveaux: *le Jarrier* (près Laigle); *la Pierre-des-Bignes* (commune de Habloville); *la Grotte-des-Fées* (commune de la Sauvagère); *la Chambre-à-la-Dame*, dans les bois de Sainte-Claire-d'Halouze; le dolmen d'Écublée et de Macé; le tumulus à galeries de Montmerrei, *la Pierre-*

Tournoire, celui de Sarceaux, *la Butte-de-Hou* d'Almenèches, de Nonant-le-Pin et de Saint-Brice-sur-Ranes. A cette liste, il faut ajouter deux autres menhirs : *la Droite-Pierre* (commune de Chenedouit); *la Pierre-des-Naudières*, près de Menil-Jean (commune de Putanges); *la Pierre-Levée,* d'Urou et Crennes; de Villers-en-Ouche?; *la Chevrolière* (commune d'Écublei), *le Caillou-du-Diable* (à Vaunoise); le menhir de Beauvain, de Champsecret, Coulonces: Lames; Menil-de-Briouze, *la Pierre-Levée* du Mont d'Hère; Magny-le-Désert; *la Pierre-Percée* et *la Pierre-Branlante* de Sainte-Claire-de-Halouze; Saint-Denis-sur-Sarthon; Tinchebray et Villers-en-Ouche. *Le Polissoir* de Saint-Germain-d'Aunay. J'ai dû rectifier une indication inexacte, celle des *Croûtes,* nom sous lequel on désigne les deux menhirs d'Échauffour, et supprimer le dolmen de Taillebois, et de Madeleine-Bouvet, de Rémalard, cités par l'Inventaire, et qui n'ont jamais existé.

Il y aurait lieu, dans le nouvel inventaire, d'ajouter le nom de la commune, du hameau et celui du monument : ces indications sont indispensables aux archéologues pour arriver plus facilement à se faire renseigner dans leurs excursions. Dans cet ordre d'idées, j'ai joint du reste, à la fin de cette notice, un tableau de tous les monuments du département.

ARRONDISSEMENT D'ALENÇON

Canton d'Alençon.

COLOMBIERS

L'Inventaire des monuments mégalithiques signale un menhir sur le territoire de cette commune.

HÉLOUP

M. l'abbé Gauthier, dans son histoire d'Alençon, nous apprend que deux menhirs remarquables, en grès, existaient sur le territoire de cette commune : ils ont été renversés vers 1865, mais on peut encore les voir, sur une bruyère d'où l'œil embrasse un horizon très vaste; un de ces menhirs est couché et porte le nom de *Pierre-Longue;* il mesure 2m30 de longueur et 1m25 de largeur. Quelques pas plus loin, on aperçoit un autre menhir; il mesure également 2m30, mais il est moins épais; il se trouve éloigné d'environ un kilomètre de l'église. La plupart des menhirs qui existaient dans la contrée ont été malheureusement brisés par les tailleurs de pavés. Ces menhirs sont décrits dans l'*Orne arch. et pittor.* de M. de La Sicotière; le *Dict. arch. de la Gaule,* fasc. 2, 1878, p. 13; dans l'*Orne* de M. Jouanne, 1892, p. 62, et dans les *Monuments hist. de l'arr. d'Alençon.* Extr. des *Mém. des Antiq. de Normandie*, 1835, t. IX, p. 1 à 11.

On a trouvé, près de ces pierres, une monnaie gauloise portant, sur une de

ses faces, une tête de cheval. Trois monnaies semblables ont été recueillies en 1831 à Paix, près les Andelys (Eure) (1).

SAINT-CÉNERI-LE-GÉRET

Pierre-Vénérée. — A la limite du département de la Sarthe et de l'Orne se trouve, dans la petite chapelle de Saint-Céneri, une pierre légèrement inclinée, qui passe pour avoir servi d'unique lit de repos à l'ermite Céneri (Mabillon, *Annales Ordinis S. Benedicti*, t. III). Cètte pierre est pointue au sommet et large à la base.

A la fin du siècle dernier, elle était encore debout. Les fidèles, à force d'y gratter pour en emporter de la poussière destinée à guérir les coliques des enfants, ont fini par y faire une cavité.

Plus loin, dans la rivière la Sarthe, une autre pierre passe pour servir de tombeau au saint ermite qui serait venu, au VIIe siècle, de Spolète (Italie), mourir en cet endroit.

. *Tumulus.* — Au point où la presqu'île s'unit à la plaine, se trouve une éminence qui pourrait être un tumulus. Cet endroit a du reste été fortifié ensuite, lors des invasions normandes. (*Almanach de l'Orne*, 1868, p. 80. — *Monuments druidiques du département de l'Orne.* — *Chronique de l'Ouest,* 23 fév. 1863, l'abbé Retours. — *Monuments hist. de l'arr. d'Alençon,* t. IX, p. 1 à 11, 1835. Extr. des *Mém. de la Soc. des Antiq. de Normandie.*)

SAINT-DENIS-SUR-SARTHON

Menhir. — On voyait encore, en 1835, sur la butte de *Fontaine-Riante*, un menhir qui fut renversé par de jeunes séminaristes.

Une sorte d'enceinte de pierres qui se trouve dans un bois, au triage de la Butte-Chaumont, paraît être plutôt un petit camp qu'un cromlech, ainsi qu'on l'avait désigné.

Canton de Carrouges.

LE CERCUEIL

Menhir. — Sur un défrichement de bruyères, se trouve une pierre debout de 4 mètres d'élévation et de 2m65 d'épaisseur, qui porte le nom de *Pierre-au-Busard*. Elle se trouve non loin du *Camp de César,* au milieu d'une plaine aride. Près d'elle, on distingue un second bloc renversé, à peu près de même forme, appelé pierre de *la Tremblaie*. C'est une pyramide quadrangulaire, dont la base mesure 1m60 de longueur et 0m80 de largeur. Il a été reproduit dans le *Cours d'antiquités* de M. de Caumont et il est cité dans les *Mémoires des Antiquaires de Normandie,* année 1835; quant au nom de *Pierre-au-Busard*, il lui a été donné parce que les oiseaux de proie (les buses) viennent se percher sur son sommet.

Le *Dict. arch. de la Gaule* (1875, p. 249) signale, en ce point, un menhir auquel il donne 2m50 d'épaisseur, au lieu de 2m65.

JOUÉ-DU-BOIS

Dès 1830, l'attention avait été attirée sur cette commune par les travaux

(1) L. COUTIL, *Le département de l'Eure, Archéologie gauloise, gallo-romaine et franque. Arrondissement des Andelys,* 1895, 16 planches, 80 pages.

de M. Galeron, publiés dans les Bulletins des Antiquaires de Normandie, 1830, t. V, p. 120-155 et 156-190; t. IX, p. 1-49 et 431-494, où il signalait deux menhirs et quelques monuments douteux que son imagination lu avait fait nommer... temples des druides.

L'*Almanach de l'Orne* de 1863 reproduisait à peu près les mêmes assertions. Toutefois, en 1867, M. Gauthier, dans sa *Géographie du département de l'Orne*, affirme qu'il ne les a pas retrouvés.

Le *Dict. arch. de la Gaule* (fasc. 2, p. 53, 1878) cite également un menhir ainsi que l'*Invent. des monum. mégal.*, p. 17, 1880.

M. de Contades voulut se rendre compte de l'état de ces monuments, et avec l'aide de ses collègues de la Société historique et archéologique de l'Orne, MM. J. Tirard, J. Appert et E. Vimont, il explora toute cette commune et eut le plaisir de découvrir deux dolmens et un menhir.

Nous empruntons à la notice de M. de Contades (*Les Monuments mégalithiques de Joué-du-Bois*. Paris, Champion, 1886. Ext. du *Bull. de la Soc. scient. d'Argentan*, p. 296, 304, 1886), la description des trois monuments qui vont suivre.

Menhir. — Presque à l'entrée du bourg, sur le bord du chemin de Domfront à Laigle, se trouve le troisième monument de la commune; c'est un menhir situé dans le *Champ-des-Outres* (Cadastre, section H, n° 107).

Le menhir des Outres, formé d'un bloc de granit rouge, s'élève à 2^m80 au-dessus du sol; sa largeur est de 2^m17, à l'endroit d'une brisure qui existe à peu près à moitié de sa hauteur; ses petits côtés ont une largeur d'environ 0^m84.

Des fouilles ont été opérées, vers 1880, autour de ce monument; elles ont permis de connaître sa hauteur totale, qui est de 3^m78. Des cales, extraites de la tranchée ouverte autour du menhir, indiquent qu'il a bien été dressé de main d'homme; les fouilles n'ont rien révélé comme instruments en pierre.

Ce menhir paraît orienté vers le sud-ouest: il est actuellement adossé au talus qui sépare le Champ des Outres de la pièce de terre voisine et qui, par les arbres qui le recouvrent, sert de fond à ce monument.

Quant au menhir indiqué en 1830 par M. Galeron *près de l'étang principal*, qui était à cette époque l'étang de la Gourbe, et a été desséché depuis longtemps, les personnes les plus âgées de la localité, interrogées à ce sujet, ne se souviennent pas de l'avoir vu.

Dolmen. — Le monument de beaucoup le plus important de Joué-du-Bois est le dolmen nommé *la Pierre-au-Loup*. Il est situé dans le taillis appelé *les Vallées-des-Rochers* (section E, n° 322, cadastre), entre les hameaux de la Fosse-aux-Petits et des Rochers.

La Pierre-au-Loup se compose d'une énorme table, de forme plutôt polygonale que circulaire, reposant sur trois appuis dont deux ont actuellement la position horizontale et un, qui doit fixer particulièrement l'attention, occupe la position verticale.

La table, d'une épaisseur variable, mais amincie de tous côtés, vers les bords, par l'action des gelées, repose, vers l'ouest, sur une forte pierre posée à plat. Dans sa partie nord, qui touche presque au sol, elle est soutenue par une pierre longue et couchée. La plus grande élévation de la table au-dessus du sol, à l'ouverture, du côté du sud, est de 1^m50. Dans sa plus grande longueur, elle mesure 5^m30 et sa plus grande largeur 4^m70.

La pierre verticale qui soutient la table, à l'est, est le seul support resté en place; sa hauteur est de 0m70 et sa largeur de 1m25.

La chambre qui existe sous la table, actuellement très inclinée, a une largeur de 2m66, une profondeur de 1m88 et une hauteur de 0m90 à son entrée, hauteur qui va en décroissant progressivement jusqu'au fond.

En avant de l'ouverture principale de la chambre, on remarque quatre pierres qui semblent être les vestiges d'un vestibule quasi circulaire, d'une profondeur de 1m80 et d'une largeur de 2m50. La première pierre, du côté de l'est, portant des traces évidentes de travail humain, est encore un signe manifeste de l'authenticité du monument.

La Pierre-au-Loup paraît orientée vers le sud. La chambre, outre son ouverture principale, en présente une autre vers l'ouest, qui forme de ce côté comme un second abri. A l'entrée de cette ouverture, une pierre dénudée, destinée sans doute à servir d'appui à la table et à clore la grotte, gît à plat sur le sol.

Le monument est entièrement composé de pierres de granit rouge qui ont vraisemblablement été prises sur place. Aucune fouille, de mémoire d'homme, n'a été faite à l'intérieur de la chambre, ni autour du dolmen. Aucune légende n'est attachée à *la Pierre-au-Loup*.

Dolmen. — Le second monument est le *Dolmen de la Grandière;* il est situé dans le taillis nommé la Couture et se trouve enclavé dans le champ de *la Grande-Couture* (section G; n° 211, Cadastre).

Ce dolmen est situé entre le hameau de ce nom et celui de la Fontenelle, qui est situé un peu plus loin, à une distance à peu près égale du chemin de grande communication de Domfront à Laigle, et du chemin d'intérêt commun de Faverolles à Joué-du-Bois; il s'élève auprès d'une carrière de granit qui a été abandonnée.

Le monument se compose, ainsi que *la Pierre-au-Loup*, d'une table reposant sur trois supports, dont deux ont actuellement la position verticale et un, au sud, la position horizontale.

La table, dont l'épaisseur varie, a une forme presque triangulaire, ses côtés ont une longueur de 2m50, 3m30 et 3m80; elle est élevée au-dessus du sol de 1m90. Deux des appuis se trouvent au nord, le troisième au sud. Ils entourent, sous la table de recouvrement, une chambre intérieure dont il est difficile, dans l'état actuel du monument, de connaître les proportions exactes.

Au sud-est de ce dolmen, deux tables de granit entièrement recouvertes de broussailles et appuyées sur des pierres enfouies dans le sol, présentent l'aspect de monuments mégalithiques, sans qu'il soit aujourd'hui possible de rien affirmer à cet égard.

Le dolmen de la Grandière occupe le sommet d'une sorte de petit monticule, environné de champs et de prairies; il a été signalé pour la première fois par M. Retout, maire de Joué-du-Bois.

Entre Joué-du-Bois et le *Champ-de-la-Pierre* existe une chapelle qui est bâtie sur un rocher creux portant le nom de *la Rêtière*. Une curieuse légende attire en ce lieu, depuis fort longtemps, des pèlerins le 2 juillet de chaque année.

Pour terminer la description des monuments de cette commune, nous croyons devoir attirer l'attention sur le nom significatif du *Champ-de-la Pierre*, qui paraît rappeler qu'un menhir existait jadis en cet endroit.

M. le chanoine Mallet a écrit un article sur ces monuments ; il est accompagné d'une planche en photogravure (*La Normandie monum. et pittor.* Édition Lemale, du Havre, 1896. Département de l'Orne).

LA LANDE-DE-GOULT

Menhir? — Un bloc de pierre se voit sur le tertre de La Lande-de-Goult, parmi un groupe de rochers ; il est difficile de savoir s'il a été dressé de main d'homme. L'*Invent. des mon. mégalith.* et le *Dict. arch. de la Gaule* (fasc. 2, p. 64, 1878) signalent des débris de menhirs en cet endroit.

SAINT-PATRICE-DU-DÉSERT

Pierre à légendes — Le 11 juin 1881, une Commission composée de MM. de Touchet, C. de Vauquelin, de Beaurepaire, A. de Brébisson et Galeron, s'était réunie pour inspecter les monuments de l'arrondissement d'Alençon. Elle étudia d'abord, sur le territoire de Saint-Patrice, le groupe des beaux rochers de quartz d'Orgères [1], qui était l'objet de curieuses superstitions sur des bœufs noirs.

Ces rochers, quoique posés naturellement, forment des escaliers, des couloirs, des grottes ; ils mesurent 80 mètres de longueur. Ils ont pu cependant jouir primitivement d'un certain culte : ces pratiques superstitieuses existaient aussi pour un rocher situé près de Mantilly, dans l'arrondissement de Domfront.

Menhirs. — A un kilomètre de ce point, se trouvent des triages qui portent des noms assez curieux : *la Tuarderie, la Boucherie* et *la Bruyère-de-Guerre-à-Mé,* sur laquelle M. Galeron a signalé deux menhirs de 1m95 de hauteur (*Mém. de la Soc. des Ant. de Normandie,* 1835, p. 431-443).

Au sud-est, au sud et au nord-ouest, sur cette bruyère et dans un vallon peu éloigné, se trouvent quelques pierres dont l'une porte le nom de *Pierre-Levée,* quoiqu'elle soit aujourd'hui tombée sur le sol : sa longueur est de 7m20 et sa largeur de 3 mètres.

De son sommet, on pouvait jadis apercevoir les rochers d'Orgères et dominer les environs. Près de là se trouve le menhir de *la Tremblaie* (voir ci-dessus commune de Cerqueil).

Orgères est à 8 kilomètres de Carrouges et à une distance égale de Bagnoles.

Canton de Sées.

MACÉ

Dolmen détruit. — Entre Échassé et Sées, se trouvait le dolmen de *la Pierre-Tourneresse,* qui a disparu vers 1840.

ARRONDISSEMENT D'ARGENTAN

Canton d'Argentan.

ARGENTAN

Dolmen et menhir. — L'inventaire des monuments mégalithiques publié, en 1880, indique sur cette commune un dolmen et un menhir dont nous n'avons pu retrouver les vestiges.

[1] Orgères est situé dans le département de la Mayenne, à la limite de celui de l'Orne.

M. Latour, ancien maire d'Argentan, a publié, vers 1865, des notes sur les monuments mégalithiques de la région; ce travail est fort rare et nous n'avons pu le consulter.

Un beau dolmen, aujourd'hui complètement détruit, existait dans l'ancien cimetière de Saint-Germain, transformé en place publique (*Dict. arch. de la Gaule*, 1875, p. 77). — *Monuments hist. de l'arr. d'Argentan*, t. IX, 1835, p. 431-443 (extr. des *Mém. de la Soc. des Ant. de Norm.)*. — *Monuments curieux et intéressants des environs d'Argentan* (ext. du *Bull. de la Soc. scient. d'Argentan,* 1883, p. 177-188). — E. Vimont, *Bull. Soc. scient. d'Argentan* (1884, p. 134). — Au hameau de Mauvaisville, il existe un champ appelé *la Pierre-Tourneresse,* ce qui paraît rappeler la présence, en ce lieu, d'un monument mégalithique disparu.

MOULINS-SUR-ORNE

Tumulus. — A 1,500 mètres d'Argentan, dans une prairie située à 100 mètres, sur la rive droite de l'Orne et à proximité des hameaux de Cuigny et de Brûle-Piquet, se trouve un tumulus de forme allongée qui porte le nom des *Hogues;* il est formé en moellons, ainsi que le tumulus de Fontenay-le-Marmion (1) (Calvados), qui porte aussi le même nom. Vers 1840, en y enlevant des matériaux destinés à la construction, on y a trouvé également, au centre, un marteau-hache de 0m05 de longueur; des pointes de flèches en silex et des haches à douille en bronze; des monnaies gauloises; des ossements humains et des charbons. Une allée double de blocs posés à sec semble se diriger vers le centre: il y avait également une chambre; une description de ce monument existe dans la *Normandie monumentale* (*Monuments, sites et costumes. Seine-Inférieure, Eure, Calvados, Manche.* Charpentier, Nantes, 1854, 2 vol.).

Au centre de la presqu'île, à la Courbe, se trouve un tumulus sur lequel on a dressé, bien après, un fortin.

L'inventaire des monuments mégalithiques signale un dolmen sur cette commune; aurait-on voulu désigner par là le tumulus que nous venons de décrire?

SARCEAUX

Dolmen? — Près de l'église, se trouve une table de dolmen en grès; sa longueur est de 2m50, sa largeur de 1m40 et son épaisseur de 0m45. En 1868, on déblaya le sol autour de cette pierre, mais ces fouilles n'amenèrent aucune découverte.

Tumulus. — Sur la rive gauche de l'Orne, à deux kilomètres de cette rivière, vers le sud-est, et à 350 mètres de l'église, on aperçoit une petite élévation de forme rectangulaire, longue de 50 mètres, large de 30 mètres, haute de 1m40 dans sa partie culminante; elle porte le nom de *Butte-du-Hou.* Les paysans croient qu'elle contient des trésors et qu'elle est hantée par les fées pendant la nuit de Noël.

Au mois de décembre 1811, des fouilles furent faites dans cette butte, et d'après une note manuscrite que possède M. Magny, notaire à Argentan, voici ce qui fut trouvé :

(1) *Dictionnaire paléoethnologique du département du Calvados,* par L. Coutil, p. 22-26, planches. Louviers, 1895.

Trois squelettes furent découverts dans la partie centrale, à laquelle on accédait à l'aide d'une galerie maçonnée avec des granits; deux des squelettes étaient adultes, le troisième était celui d'un enfant; sous chaque tête, il y avait un gros silex et aux côtés du squelette, sept pierres polies dont une hachette aplatie qui ne mesurait pas moins de 0m30 de longueur; les autres instruments étaient des marteaux-haches en diorite verte ou en jade.

M. Magny possède encore deux de ces instruments : l'un est une hache à tranchant mousse de 0m10 de longueur sur 0m05 à sa partie arquée; elle est plate et mince. L'autre hache mesure 0m078, le tranchant 0m039, et son épaisseur est de 0m015; elle est en diorite verte. Les fouilles continuèrent pendant plusieurs jours et amenèrent la découverte de pointes de flèches, de couteaux, etc.

Le *tumulus du Hou* se trouve à 2,400 mètres du tumulus des Hogues, lequel est situé près du village de Brûle-Piquet, commune de Moulins.

UROU ET CRENNES

Menhir? — A quatre kilomètres et à l'est d'Argentan, au sommet d'une petite éminence, à la limite du champ qui porte le nom de *Pierre-Levée,* au nord et à 300 mètres du village de Bordeaux, se trouve un petit menhir mutilé appelé *la Pierre-Levée d'Urou* ou *de Bordeaux;* sa hauteur n'est que de 0m90, sa longueur de 1m20 et son épaisseur de 0m35. D'après une légende, ce bloc aurait été apporté par les fées.

Canton de Briouze.

CRAMESNIL

Menhir. — A la limite des communes de Chênedouit et de Cramesnil, mais sur cette commune, au milieu des joncs, près de la ferme de Grandouit, à 20 mètres au sud du ruisseau de Maufy, se trouve *l'Affiloir-de-Gargantua,* pyramide quadrangulaire de granit rouge, mesurant 3m30 de hauteur, 1m45 sur les côtés nord et sud et 1m15 à l'ouest; son sommet est arrondi; il est incliné vers le sud. Sur cette pierre, croît une mousse à filaments déliés, que les gamins appellent *barbe de Gargantua;* ce lichen est connu sous le nom de *Alectoria jubata,* var. *chalybeiformis.*

Une légende est tout naturellement attachée à cette pierre, suivant laquelle Gargantua fauchait le pré de Grandouit en trois coups de faux. Ayant un jour brisé sa faux contre un des très nombreux blocs qui se trouvaient dans ce pré, il prit sa pierre à aiguiser devenue inutile, et l'ayant jetée par-dessus son épaule, elle vint se fixer près du ruisseau. Quant à l'*enclume* qui lui servait à battre sa faux, elle gît encore dans un tas de broussailles et d'épines. Cette légende a été transcrite par M. Chrétien, de Joué-du-Plain, et le manuscrit, offert à M. de La Sicotière, fait partie actuellement de la bibliothèque d'Alençon.

Il y est question d'une lutte entre saint Pierre et Gargantua, pour connaître celui qui faucherait le plus vite. Le rendez-vous avait été pris dans le pré de Grandouit; mais Gargantua ne pouvant suivre saint Pierre dans son travail, de dépit aurait lancé sa pierre à faux, et elle se serait enfoncée dans la terre où elle se trouve actuellement.

On raconte aussi que des fouilles auraient eu lieu la nuit, vers 1864,

pour chercher des trésors, mais les terrassiers auraient été effrayés dans leur travail par des cris humains qui paraissaient sortir du sol.

Galeron, *Mém. des Antiq. de Normandie,* 1835. — E. Vimont, *l'Orne pittoresque, l'Affiloir-de-Gargantua* (*Bull. Soc. scient. d'Argentan,* 1885, p. 59-60). — *Dict. arch. de la Gaule,* 1875, p. 319. — *Dép. de l'Orne,* par Joanne, 1892, p. 59. — *L'Affiloir-de-Gargantua,* par M. Montier (extr. de la *La Normandie mon. et pittor. Dép. de l'Orne,* 1896, édit. Lemale, du Havre).

Tumulus. — Près de là, se trouve une sorte de tumulus qui porte le nom de Mont-Petron.

LIGNOU

L'*Inventaire des monuments mégalithiques* (1880, p. 17) et le *Dict. arch. de la Gaule* (fasc. II, p. 94, 1878) signalent, sur cette commune, un champ portant le nom de *Pierre-Levée,* ce qui semble indiquer la présence d'un menhir ou d'un dolmen.

MÉNIL-DE-BRIOUZE

Menhir. — Non loin du village du Ménil-de-Briouze, sur le Mont-d'Hère, au bord de la route de la Sauvagère à Bellou, auprès d'un carrefour de routes, se trouve *la Pierre-Levée-du-Mont-d'Hère;* c'est un bloc de granit de 2 mètres de hauteur, sur 2m10 de largeur et 0m85 d'épaisseur. Les gens du pays prétendent qu'elle est profondément enfoncée dans le sol. On a fouillé au pied, jusqu'à 2 mètres de profondeur, sans trouver sa base. Les paysans crédules appliquent leur oreille près du bloc et croient entendre le bruit de la mer, avec laquelle elle serait, suivant eux, en contact. — *La Pierre-Levée-du-Mont-d'Hère,* par E. Vimont (extrait du *Bull. Soc. scient. d'Argentan,* 1884, p. 211).

Canton d'Écouché.

LA COURBE

Menhir. — A 300 mètres à l'ouest du moulin de la Querie, dans une des presqu'îles que forme l'Orne, au sommet du coteau et à 200 mètres au nord de l'église de la Courbe, se dresse un bloc, surnommé *la Pierre-qui-tourne,* ou *Pierre-Tournoire-de-la-Courbe.* C'est un silex carié, mélangé de limonite de l'étage du lias; cette roche se trouve en abondance à quelques kilomètres de là, sur la commune voisine de Montgaroult, mais ces silex n'ont jamais plus de 0m30 à 0m40 de longueur au maximum, tandis que cette pyramide quadrangulaire mesure 1m80 au-dessus du sol; sa longueur moyenne est de 1m60 et sa largeur de 0m70 à la base. Elle était primitivement à plat, sur le sol, mais des habitants la déplacèrent, vers 1850, pour chercher le trésor *caché par les Fées,* elle n'a donc plus sa place primitive. Jusqu'en 1850, elle était posée sur une autre pierre. Les dimensions et la rareté de la roche qui compose ce menhir en font donc un spécimen curieux, et il n'est pas étonnant qu'on l'ait dressé pour attirer l'attention : ce qui est encore plus surprenant, c'est qu'il ait résisté à l'action des gelées.

Le *Dict. arch. de la Gaule* (1875, p. 315) signale ce menhir sous le nom de *Pierre-Tournoire;* voir aussi : E. Vimont, *les Monuments de Menil-Glaise et de la Courbe* (*Bull. Soc. scient. d'Argentan,* 1883, p. 201-209).

L'*Inventaire des monuments mégalithiques* signale aussi un menhir sur cette commune.

Tumulus. — A 20 mètres et au sud de l'église, existe un énorme tumulus formé de morceaux de schiste argileux qui a été extrait du voisinage.

Ce tumulus se trouve situé à cheval sur les deux versants de l'Orne : il mesure 15 mètres de hauteur; son diamètre dépasse 45 mètres et sa circonférence est de 140 mètres; il a été fouillé, en 1835, par les gens du pays, qui firent une large tranchée du nord au sud; ils y trouvèrent des objets en fer : déçus dans leurs espérances, ils n'ont attaché aucune importance à ces ferrailles; leurs fouilles furent du reste arrêtées par un éboulement qui blessa plusieurs ouvriers.

JOUÉ-DU-PLAIN

Menhir? — Un bloc de granit portant le nom de *Pierre-du-Clos-de-Plaisance* existe dans un terrain inculte, couvert de broussailles; il est situé sur le flanc de la vallée de l'Udou. Les blocs de granit étant abondants dans cette région, on ne peut affirmer que ce soit un menhir.

SAINT-BRICE-SOUS-RANES

Tumulus? — Près de l'église, se voit un tumulus mesurant 30 mètres, de diamètre à la base et environ 10 mètres de hauteur : comme il existe des vestiges de fossés autour de cette butte de terre, il se pourrait aussi que ce fût une motte féodale. Des fouilles seules pourront trancher la question.

Canton d'Exmes.

EXMES

Menhir? — M. Florentin Loriot, dans une notice très fantaisiste, intitulée : *Essai sur les mégalithes* et insérée dans les *Mémoires de la Société arch. et hist. de l'Orne* (t. XI, p. 536), indique un menhir situé sur le seuil de l'église, absolument comme à l'église du Mans. Un menhir, dit *Pierre-Levée* ou de *la Hogue*, a été détruit avant 1870 (*Dict. arch. de la Gaule,* 1875, p. 187).

LE BOURG SAINT-LÉONARD

Menhir. — C'est à tort que le menhir dit *Pierre-Levée* ou *Pierre-de-la-Hogue* a été indiqué par le *Dict. arch. de la Gaule* (p. 187) comme détruit avant 1870. Ce monument existe dans la forêt de Gouffern, à mi-chemin entre Almenèches et le bourg Saint-Léonard, à l'endroit désigné sous le nom de la Manière.

SILLI-EN-GOUFFERN

Menhir. — Un menhir, connu sous le nom de *Pierre-levée-de-la-Vente-de-Gouffern* ou *Pierre-aux-Fées,* est situé dans la forêt de Gouffern, à 15 mètres de la route d'Almenèches, entre Silli et à 300 mètres du château de la Vente; il est limitrophe de la commune du Pin; il mesure 6 mètres de hauteur, sur 0^m75 d'épaisseur moyenne et 4^m30 de largeur à la base. La partie supérieure a été brisée, vers 1830. Primitivement ce bloc mesurait 8 mètres. Une des faces regarde le sud-est, l'autre le nord-est; sur le côté

nord se voient quelques cuvettes : ce monolithe est en grès rouge veiné ; il se trouve à 12 kilomètres de Trun, à 8 d'Argentan et non loin du menhir de Tournai-sur-Dive ; en se dirigeant vers le sud-est, après avoir traversé le ruisseau d'Ure, non loin de Saint-Léonard et à 450 mètres du château de la Vente.

Sur la face nord, on remarque deux rigoles assez profondes ; au centre, se voient quatre enfoncements, de forme ronde et d'un diamètre de 0^m20 ; presque en haut, existent des cavités qui, d'après une légende, seraient les traces des mains des géants ou des fées qui ont dressé cette pierre. En avant de la base, se trouve une petite excavation faite, vers 1840, pour chercher le trésor... enfoui par les fées.

Les personnes crédules de la localité prétendent aussi que les trous de la pierre sont les empreintes des griffes du diable. (*L'Orne pittoresque,* par M. de La Sicotière. — *Histoire d'Argentan*, par M. Germain.) Ce menhir est également signalé par M. Joanne dans son *Département de l'Orne* (1892, p. 71). Voir aussi : *La Pierre-Levée-de-Silli,* par M. Germain Lacour, et la *Normandie mon. et pitt.,* édition Lemale, du Havre. *Dép. de l'Orne,* 1896, photogravure. — *Les monuments curieux et intéressants des environs d'Argentan,* par E. Vimont (*Bull. Soc. scient. d'Argentan,* t. I, 1883, p. 179).

Canton de Gacé.

ORGÈRES

Menhir. — L'*Inventaire des monuments magalithiques* signale un menhir sur cette commune.

Il y a sans doute erreur ; on se sera servi, pour le rédiger, de la notice de M. Galeron, qui signale le menhir de *la Pierre-Levée,* actuellement tombé sur le sol : il mesure 7^m15 de longueur sur 2^m90 de largeur, et se trouve situé entre Joué-du-Bois et Orgères (Mayenne). Cette commune est à la limite des deux départements de l'Orne et de la Mayenne.

D'après une légende, des bœufs noirs gardent ces pierres. Une croyance semblable est attachée aux monuments de Passais et de Mantilly, arrondissement de Domfront.

Le menhir de *la Pierre-Levée,* signalé ci-dessus, est réellement sur la commune de Saint-Patrice-du-Désert. — *Monuments hist. de l'arr. d'Argentan,* t. IX, 1835, p. 431-443 (ext. des *Mém. Soc. Ant. Normandie*). — Le *Département de l'Orne,* de M. Joanne (1892, p. 66), indique trois menhirs sur cette commune, dont un est renversé.

Canton de Putanges.

CHENEDOUIT

Menhir. — Non loin du menhir du *Val-d'Orne,* dans un champ voisin du château, se trouve *la Droite-Pierre.* Ce mégalithe se trouve aujourd'hui légèrement incliné : il a la forme d'une pyramide ; il mesure 2^m30 de hauteur.

Ce menhir est signalé dans le *Dict. arch. de la Gaule* (p. 282, 1875). — Le *Départ. de l'Orne,* par Joanne (p. 59), l'appelle le menhir de *la Belle-Pierre.*

Dolmen. — A l'entrée du village se voit la table d'un ancien dolmen, détruit depuis 1838; il appartenait à cette époque à un sieur Guérin.

FORÊT-AUVRAI

Menhir. — Au centre de la prairie du Val-d'Orne, que dominent de hautes collines, et à 30 mètres de la rivière, se trouve le menhir du *Val-d'Orne,* qui porte aussi le nom de *Pierre-Levée* et celui de *Pierre-de-la-Roussellière.* Il mesure $2^{m}65$ de hauteur; sa forme est celle d'une pyramide



Fig. 1. — Giel, la Longue-Roche.

s'amincissant de la base au sommet. Il manque, à la partie supérieure, une longueur de $0^{m}35$, qui a été brisée. Ce menhir est mentionné dans le *Dict. arch. de la Gaule* (1875, p. 409), sous le nom de menhir de *la Mancellière,* et dans le *Département de l'Orne,* de Joanne (1892, p. 61).

GIEL

Menhir. — A 2 mètres et sur la rive droite de l'Orne, au triage de *la Vilette,* se trouve le menhir de *la Longue-Roche :* c'est un bloc de grès de

forme quadrangulaire, légèrement incliné au nord : ses dimensions sont au niveau du sol, à l'est 1m25, au nord 1m70, à l'ouest 0m40 et au sud 2m20; sa hauteur totale est de 3 mètres. (*Bull. Soc. scient. d'Argentan,* 1883, t. I, p. 214.)

PUTANGES

Menhir. — Au hameau du Mesnil-Jean se trouve un menhir un peu incliné vers l'ouest, formé d'un bloc de grès de 2m40 de hauteur, sur 0m90 de largeur. Ce monument, qui porte le nom de *Pierre-des-Naudières,* se trouve à 20 mètres de la route de Putanges, et à 4 kilomètres de cette localité, près de l'écluse des Naudières, dans un pré, à 30 mètres de l'Orne et à 800 mètres du château : à côté se voit une autre pierre plus petite.

Au nord, et à 300 mètres du château, se trouve un autre bloc de grès de 3m40 de hauteur, sur 2m50 de largeur.

Menhir. — A 1 kilomètre de *la Pierre-des-Naudières,* sur la rive droite de l'Orne, à 2 mètres de la rivière, se dresse *la Longue-Roche* de Giel. — *Les Pierres druidiques du Mesnil-Jean* (*Bull. Soc. scient. d'Argentan,* 1883, p. 209-214), par E. Vimont.

Pierre à légende. — *La Pierre-aux-Fées,* située non loin du Mesnil-Jean, mesure 1m10, sur 0m70 et 0m63 d'épaisseur; elle est orientée N.-S. et O.-E. (*Bull. Soc. scient. d'Argentan,* 1883, t. I, p. 213).

RONAI

Menhir détruit. — Il existe dans cette commune un champ portant le nom de *Pierrefitte,* ce qui semble indiquer que, jadis, il s'y trouvait un monument mégalithique.

Canton de Trun.

COUDEHARD

L'*Inventaire des monuments mégalithiques* signale la présence d'un dolmen sur le territoire de cette commune.

HABLOVILLE

Dolmen sur tumulus. — Au hameau de Fresnay-le-Buffard, en éventrant un des trois tumulus qui existent dans la plaine, on découvrit un dolmen connu dans le pays sous le nom de *Pierre-des-Bignes;* la table en granit mesure 12m20 de circonférence; elle varie comme épaisseur, au sud, entre 0m30 et 0m40, et atteint même 1 mètre d'épaisseur au centre; elle mesure 3m30 de longueur, sur 2m90 de largeur; elle se trouve actuellement à 1m20 du sol. Les deux supports du fond, à l'ouest, sont de même roche, tandis que les quatre autres sont en grès blanc; ceux qui sont à l'est sont très épais sur le devant. Il est à remarquer que les granits ne se trouvent plus qu'à environ 15 kilomètres, et que dans le pays on ne trouve que du grès et du quartz; on aura donc employé pour la table quelque bloc erratique qui se trouvait en cet endroit.

Les gens du pays ont creusé sous la table, de telle sorte qu'aujourd'hui une douzaine de personnes peuvent s'y mettre à l'abri.

L'inclinaison de la pierre est tournée de l'est, vers le sud. Une double rainure, ayant 0m10 de profondeur, part du centre de la table et parait se

diriger vers la partie la plus inclinée, ainsi que cela se remarque sur la table du dolmen du *Jarrier*, près Laigle.

Primitivement, la table était supportée par sept supports, mais, aujourd'hui, celui qui se trouve le plus au sud est renversé sur le sol, tandis que celui qui forme l'angle sud-est s'est enfoncé profondément dans la terre et ne soutient plus la table : celle-ci ne repose donc plus que sur cinq pierres, l'une située à l'angle nord-est, les quatre autres soutiennent le côté ouest et forment le fond de la Grotte.



Fig. 2. — Habloville, la Pierre-des-Bignes.

Ce dolmen a dû être primitivement recouvert de terre, et cela est facile à constater, puisque d'un côté il est moins dégagé des parois du tumulus qui le dominent.

Les supports sont épais sur le devant, vers l'est. Quant aux pierres qui gisent sur les côtés et qui devaient primitivement recouvrir la galerie, elles sont en grès : l'ouverture devait être vers l'est.

Le tumulus où se trouve le dolmen est situé au nord. A 30 mètres, au sud, s'élève un second tertre éventré, formé de blocs calcaires; il n'a pas été fouillé scientifiquement; son altitude est de 4 mètres, et ses diamètres sont de 25 mètres, sur 19 mètres; il se trouve éloigné de 75 mètres d'un troisième tertre très déprimé, situé à l'est; trois grès indiquent le centre du monument, lequel est éloigné aussi de 70 mètres du tumulus sur lequel se trouve le dolmen. Ces trois tertres, bien orientés, forment un triangle au milieu d'une plaine d'où l'on découvre, au nord, les hauteurs arides de Rosnay et de la Hoguette. Les deux plus petits tumulus avaient une forme à peu près rectangulaire.

La première indication se trouve dans les *Archives de la Normandie*, tome Ier, pages 262-266; c'est une note de M. Louis Dubois, publiée en 1815.

En 1830, Galeron l'a signalé dans une note intitulée : *Les Monuments druidiques du département de l'Orne,* publiée dans les *Mémoires de la Société des Antiquaires de Normandie* (1re série, t. V et IX).

En 1843, M. de Caumont, dans un compte rendu d'une visite faite à ce dolmen par l'Association normande, constate qu'autour se trouvaient des débris de pierres qui avaient formé la couverture et le vestibule du monument : il y avait encore à cette époque un talus provenant du déblaiement; la table portait sur six pierres et en avant se trouvaient, en outre, quatre des supports de la galerie. (*Annuaire des cinq dép. de la Normandie,* 1844, p. 151.)

En 1865, M. de Croisilles en a de nouveau parlé d'une manière très brève. — Le *Dict. arch. de la Gaule* (fasc. II, p. 1) en a donné également une description, mais il accorde pour la plus grande épaisseur de la table du dolmen 0m18, ce qui est une erreur, car elle atteint 1 mètre, et sa circonférence est de 12 mètres au lieu de 11 mètres. — Dans le *Départ. de l'Orne* (1892, p. 67), M. Joanne a signalé un cromlech, à Fresnay-le-Buffard; il n'en reste pas de traces et on a dû confondre avec les débris d'un dolmen qui existe sur un des tumulus. Ce dolmen est aussi décrit dans le *Bull. Soc. scient. d'Argentan* (1883, p. 155-159) : *La Pierre des Bignes et le tumulus des Hogues.*

Canton de Merlerault.

LES AUTHIEUX-DU-PUITS

L'*Inventaire des monuments mégalithiques* indique un dolmen dans cette commune. Il a été signalé aussi par M. de La Sicotière : *L'Orne monumental et pittoresque.* — Le *Dict. arch. de la Gaule* (1875, p. 99) rapporte que les recherches faites pour le retrouver n'ont pas été couronnées de succès. Ce dolmen est disparu depuis fort longtemps.

ÉCHAUFFOUR

A quatre kilomètres des menhirs appelés *les Gastines* (commune de Saint-Hilaire-sur-Rille), à 20 minutes de Sainte-Gauburge et à 300 mètres à gauche de la grande route, de l'autre côté de la Rille et sur la hauteur, au milieu du petit herbage de Fumeçon, se trouvent deux menhirs en grès qui portent le nom de *Croûtes;* ils mesurent 3m30 de hauteur et autant de largeur à la base; ils se trouvent à environ 30 mètres de distance l'un de l'autre, et il en existe un troisième renversé qui formait une sorte de triangle avec les deux autres : l'un est orienté E.-O., le second S.-O.

Dolmen. — Dans le même herbage, se voient trois pierres en trépied qui semblent avoir été destinées à soutenir une table de dolmen dont les morceaux sont épars aux environs. Ce monument est représenté en entier, avec les menhirs des Croûtes, sur une lithographie de l'ouvrage de M. de La Sicotière, intitulé : L'*Orne pittoresque;* on y voit figurer, à droite, *les Croûtes.* Nous n'avons pu savoir à quelle époque ce dolmen a été détruit.

Les Croûtes sont aussi mentionnées dans le *Dict. arch. de la Gaule* (1875, p. 327) et par l'*Inventaire des mon. mégal.* (1880, p. 17), qui les signalent par erreur dans la commune des Croûtes (localité qui n'existe que dans l'arrondissement d'Argentan). — Quant au *Département de l'Orne,*



Fig. 3. — Échauffour, les Croûtes.



Fig. 4. — Échauffour, la Pierre-Levée.

de M. Joanne (1892, p. 60), il signale les Croûtes comme étant des dolmens, ce qui est également une grosse erreur. — Voir aussi : E. Vimont, *Échauffour, ses monuments mégalithiques* (ext. du *Bull. Soc. scient. d'Argentan,* 1886, p. 255-257).

Dolmen. — Un autre dolmen se voit encore au bord du chemin de Sainte-Gauburge à Échauffour, à 3,500 mètres de Sainte-Gauburge et à 100 mètres de la route; il est un peu masqué par un buisson de coudriers. La table de grès fortement inclinée serait facile à remettre sur ses supports; elle mesure 5m50 de longueur de l'ouest à l'est, sur 2m50 du sud au nord; l'épaisseur est de 0m80 en moyenne.

Ce monument, qui porte le nom de *Pierre-Levée,* est en calcaire; il est orienté N.-S. et O.-E. Comme il est presque enterré, on ne peut se rendre exactement compte de sa construction. La table porte encore sur deux blocs



Fig. 5. — La Ferté-Fresnel, la Pierre-Couplée.

très apparents, mais il en existe réellement six : quatre à l'est, un à l'ouest et un au nord. De ce côté, des supports ont été enlevés, ce qui a fait pencher la table de 25° et fait poser l'angle nord-ouest sur le sol.

LA FERTÉ-FRESNEL

Dolmen. — A huit kilomètres de Laigle, vers le nord et avant d'arriver à La Ferté-Fresnel, sur le bord du chemin de Saint-Évroult, existe la table d'un dolmen connue sous le nom de *Pierre-Couplée,* qui rappelle le nom porté par des monuments du voisinage, situés dans le département de

l'Eure, dans les communes de Glos-la-Ferrière et Verneusse. Plusieurs mégalithes des environs de Chartres portent aussi le même nom.

La table paraît avoir été un peu dégrossie; elle est en calcaire et mesure 3m50 de diamètre, sur 3 mètres, et son épaisseur est de 0m60; elle est orientée N.-O. et S.-E., et son inclinaison va de l'ouest vers l'est. En 1820, elle reposait encore sur ses quatre supports; mais en 1825 l'un d'eux a été enlevé à la suite de fouilles.

Vers 1880, on chercha encore au pied de ce monument.

Le plus grand des trois supports qui existent aujourd'hui se trouve vers l'ouest; il mesure 1m65 de hauteur au-dessus du sol, et on remarque sur sa paroi intérieure une sorte de rainure artificielle. Les pierres qui composent ce monument sont en grès, roche qui se trouve fréquemment aux environs. — Ce dolmen avait été signalé précédemment dans les *Mém. de la Soc. des Antiq. de France,* 1821, t. III, p. 20. — M. A. Le Prévost indique que ce dolmen avait à cette époque trois supports un dessin accompagnait cette description.

M. La Renaudière a donné, dès 1823, une description de ce dolmen (*Mém. sur les Antiq. nation. — Soc. roy. des Antiq. de France,* t. V, 1823, p. 21). Ce dolmen se composait d'une table de grès de 0m65 d'épaisseur, orientée suivant les quatre points cardinaux et reposant alors sur trois piliers inégaux, de sorte que la table était inclinée vers le sud. Il y avait autrefois sept piliers; les deux plus grands existant à cette époque avaient 2 mètres de hauteur et le plus petit, situé au sud, mesurait 1 mètre.

Plus récemment, il a été signalé par M. Joanne, dans son *Département de l'Orne* (1892, p. 60), où la table du dolmen porte 5 mètres de longueur, ce qui est une erreur.

Canton de Mortrée.

ALMENÈCHES

Tumulus. — En quittant Almenèches et en prenant, près de l'école, le chemin du *Château,* après avoir passé le Don, on parvient au hameau situé à 900 mètres du bourg. Sur la rive gauche de la rivière, au bord du chemin vicinal et dans l'angle d'un pré, se voit un tumulus situé à droite, vers le sud, tandis qu'à l'est se trouve un camp désigné sous le nom de *Château,* en souvenir de la forteresse des Montgommery.

En enlevant de la terre aux talus, au sud et à l'ouest, on a trouvé des ossements humains et des silex taillés.

Le *tumulus* est au sud du *Château,* auprès du chemin vicinal. A l'ouest, au nord et à l'est, le monument est encore entouré de fossés qui communiquaient avec le fossé principal du camp.

La forme du tumulus est celle d'une calotte qui porte le nom de *Large;* sa longueur totale, du nord au sud, est d'environ 35 mètres; sa largeur est de 4 mètres au sommet, de 8 à 10 mètres à la base, et sa hauteur de 9 mètres au-dessus du fossé oriental. La partie culminante présente un affaissement, vers son millieu, mais chacune des deux extrémités, en particulier celle du sud, offre un renflement considérable, qui servait sans doute de poste d'observation aux guerriers gaulois. Dans ce point isolé, on domine le *Château* et la vallée du Don; au nord, on distingue Almenèches, le *camp*

de la Butte, la forêt de Gouffern et le château de la Motte ; au sud, le *camp du Châtellier* et le château de Blanche-Lande.

Ce tumulus a ses légendes : « Une fée, après avoir creusé un large fossé et mis la terre en tas, creusa ensuite une galerie longitudinale vers le centre de ce tertre, la maçonna et la ferma avec une porte en fer ; c'est dans cette grotte qu'elle avait enfermé ses trésors qui y sont restés ensevelis.

Lorsqu'on construisit le chemin vicinal qui avoisine le *tumulus du Château,* la tranchée avait 6 mètres de profondeur en cet endroit ; à chaque coup de pioche, les ouvriers ramassaient des ossements humains.

(E. Vimont, *Les camps d'Almenèches et du château d'Almenèches. — Bull. de la Soc. scient. d'Argentan,* t. II, 1884, p. 51-56.)

MARMOUILLÉ

Motte? — Sur la butte de Bonnevent, à proximité de la rivière, se voit une petite butte aplatie au sommet, ayant 12 mètres de diamètre à la base, 8 mètres de diamètre à la partie supérieure et $1^{m}80$ de hauteur.

Les habitants du pays sont persuadés que c'est un tombeau antique.

MONTMERREI

Dolmen. — A 2,500 mètres de Montmerrei, à mi-côte, sur la colline située en face et à un kilomètre du camp de Châtellier, au pied duquel coule le petit ruisseau des Vallées ou des Prés-Jean, parmi les ajoncs et les bruyères, se trouve dissimulée sur un tumulus allongé, mesurant $2^{m}50$ de hauteur, une large pierre de la forme d'un carré long, mesurant $4^{m}30$ de long au sud-est, sur $3^{m}30$ de large au nord-ouest, $4^{m}45$ au nord-est et au sud-ouest, et $0^{m}65$ d'épaisseur ; son contour est de $16^{m}65$ à cause des saillies qu'elle présente de deux côtés ; elle peut peser de 25 à 26,000 kilos.

Par ses dimensions, la *Pierre-Tournoire* se trouve être le plus grand dolmen de l'Orne. Il était presque entièrement couvert de terre et d'herbe du côté de la pente du coteau, mais il a été dégagé, en 1880, par M. H. Sevray et l'abbé M. Mallet, qui ont également exploré le dessous sans y rien trouver ; la table du dolmen repose sur trois supports.

A quelques pas plus haut, se trouve, paraît-il, un autre dolmen plus petit. Ces deux monuments ont leurs angles tournés vers les quatre points cardinaux.

A trente pas au-dessous, se trouvait une petite fontaine ; mais, depuis 1880, ses eaux ne sourdent plus.

D'après les légendes, un trésor serait caché sous la *Pierre-Tournoire* et à une époque reculée on y attela des chevaux pour la renverser. Elle aurait aussi, paraît-il, la propriété de s'ébranler d'elle-même tous les ans, au soleil levant, la veille de la Saint-Jean ; elle se dresserait, puis retomberait à sa place pour recommencer l'année suivante. On prétend aussi que la *pierre tournait à la nuit de Noël.*

Pour se rendre au dolmen, lorsqu'on vient en chemin de fer, il est préférable de descendre à la gare d'Almenèches.

En parcourant les landes, vers le nord-est, on trouve deux pierres dont l'une, sorte de pyramide triangulaire porte le nom de *Pierre-Aiguë :* les gens du pays prétendent qu'elle est tombée du ciel. On signale aussi la *Chaise-de-César* et le *dolmen de Saint-Hyver* dans les environs.

L'*Inventaire des monuments mégalithiques* (1880, p. 17) signale un dolmen en cet endroit, non loin de Fontaine-les-Bassets. Il s'agit du dolmen de *la Pierre-Levée* de Fontaine-les-Bassets, située tout près de Trun.

NONANT-LE-PIN

Tumulus? — Sur le vaste plateau où passe la route de Nonant au Merlerault, à 3 kilomètres de ces deux localités, se trouvent, parait-il, deux tumulus.

(E. Vimont, *Nonant, Clairefeuille et le Merlerault.* — *Bull. Soc. scient. d'Argentan,* 1894, p. 111-116.)

Canton de Trun.

BAILLEUL

Pierre-à-légende. — A 300 mètres du camp de Bières, dans les gorges de Vaudobin, à 15 mètres d'un énorme rocher de grès, se trouve un autre bloc sur lequel se voient les *empreintes de Vaudobin.* Elles étaient jadis très nombreuses, mais les nombreux touristes qui s'y rendent l'été les ont mutilées : elles mesurent de 10 à 15 centimètres de largeur, sur 20 à 25 de longueur et 3 à 5 de profondeur. L'une d'elles, qui mesurait 2 mètres de longueur, a disparu vers 1872. Ces empreintes sont dues à des algues de la période silurienne. (Voir ci-dessous Guêprei.)

COUDEHARD

Dolmen. — A deux mètres du mur et près de l'abside de l'église, se trouve un dolmen recouvert en grande partie de lierres et de clématites. La table est inclinée et s'appuie, en arrière, sur plusieurs blocs recouverts également de lierre. Cette table mesure 3^{m}10 de largeur sur 4^{m}25 de longueur, et son épaisseur est d'environ 1^{m}10; la roche a été altérée aux extrémités par les gelées. Il faut vraiment connaître l'endroit précis où se trouve ce monument pour le voir.

L'*Inventaire des monuments mégalithiques* (Orne) et le *Départ. de l'Orne,* de M. Joanne (1892, p. 59), signalent ce dolmen. — Le *Dict. arch. de la Gaule* (1875, p. 313) indique, derrière l'église, un dolmen renversé.

COULONCES

Sur cette commune, il existe un endroit portant le nom de *Pierre-Levée,* ce qui indique, bien certainement, la présence d'un menhir qui a disparu. (*Dict. arch. de la Gaule,* 1875, p. 314.)

GUÊPREI

Pierre-à-légende. — A 300 mètres du village de l'Aunay, se trouve un bloc de grès appelé *Pierre-des-Vaux-d'Aubin;* il était couvert de très belles empreintes d'algues et de bilobites, dont les plus grandes mesurent 2^{m}40 de longueur, sur 0^{m}05 de largeur. (*Dict. arch. de la Gaule,* 1875, p. 472.) Ces empreintes ont été mutilées par les touristes.

Voir ci-dessus, commune de Bailleul, les empreintes de Vaudobin ou de Vaux d'Aubin (mot qui s'écrit de deux manières).

FONTAINE-LES-BASSETS

Dolmen. — Les débris d'un dolmen se voient près de la Dive, sur le bord d'un chemin allant d'Ommoy à Jort, dans la plaine de Trun, à 8 kilomètres de Coudehard et à 400 mètres de Fontaine-les-Bassets. Ce monument porte le nom de *Pierre-Levée* ou *Pleureuse;* la table mesure 2m10 de largeur et 0m50 d'épaisseur moyenne; les côtés sud et nord, 3m70; le côté est, 2m60; le côté ouest, 4 mètres; près d'un de ses angles se trouvent deux rainures formant un angle droit. Une de ces rainures mesure 1m60 de longueur, 0m12 de largeur et 0m60 de profondeur. Le côté nord a été mutilé; une partie de 1m40 environ a dû être détachée. Cette table est formée d'un seul bloc de grès presque uni, surtout en dessous. Le seul des supports placé au sud mesure 1m15 pour la partie émergeant du sol; les deux autres, mesurant 3 mètres, gisent à peu de distance; ils sont en grès quartzeux et proviennent sans doute des rochers de Merrei ou de Villedieu. On prétend que deux des supports ont été enfouis près du dolmen, lors des fouilles faites pour chercher un trésor. Ces recherches doivent être antérieures à 1820, car la description de ce monument, faite par M. de Caumont à cette époque, coïncide avec celle qui a été donnée, en 1865, dans les *Mémoires des Antiquaires de Normandie,* où ce monument a même été gravé, description qui est conforme elle-même avec les documents ci-dessus.

Ce dolmen est encore signalé dans le *Dict. arch. de la Gaule* (1875, p. 405); par M. Joanne, *Départ. de l'Orne* (1892, p. 61), et aussi dans le *Bull. Soc. scient. d'Argentan,* 1883, t. I, p. 181. *Monum. curieux et intér. des environs d'Argentan,* par E. Vimont.

VILLEDIEU-LÈS-BAILLEUL

Dolmen en ruines. — A une dizaine de mètres de la grotte du *Trou-du-Serpent,* dans la pente du coteau, se voit la table du *dolmen de la Garenne,* elle mesure 4m30 de longueur, 1m60 de largeur; son épaisseur est de 0m40 à l'est et de 1 mètre à l'ouest; c'est un bloc de quartz parfaitement orienté et dont le dessus présente quelques cavités. Au-dessous, se trouvent les cinq supports qui ont été arrachés du sol, lorsqu'on a abattu ce dolmen. Plus loin, à gauche, se trouvent d'autres blocs de pierre.

Menhir? — Au sud, à 10 mètres du *Trou-du-Serpent* et du *dolmen de la Garenne,* il existe un très beau bloc erratique mesurant 7 mètres de hauteur, 5 mètres de largeur et 2m80 d'épaisseur. Il paraît qu'en 1815, les Alliés voulurent jeter ce bloc sur la route pour l'obstruer, mais son poids lui a fait conserver sa place primitive: c'est sans doute ce bloc qui porte le nom de *Pierre-Levée de Villedieu.* (E. Vimont, *Monuments curieux ou intéressants des environs d'Argentan. — Bull. de la Soc. scient. d'Argentan,* 1883, p. 183-188.) — M. Joanne, dans son *Département de l'Orne,* 1892, p. 72, signale deux menhirs dans cette commune. — L'*Inventaire des monuments mégal.* en indique un.

TOURNAI-SUR-DIVE

Menhir. — Au hameau et près de la ferme de Montmilcent, non loin de la Caverne-du-Serpent et de la Pierre-Levée de Villedieu, on voit sur la

hauteur, dans un herbage, un menhir connu dans la localité sous le nom de *Pierre-aux-Bordeux* ou de *Montmilcent :* c'est un bloc de grès plat, dont le sommet est arrondi; il mesure 3m50 de hauteur. Il a été décrit et figuré par M. de Caumont dans les *Mémoires des Antiquaires de Normandie,* 1835. — Le *Département de l'Orne* de M. Joanne (1892, p. 71) donne 4 mètres à ce menhir; il est également signalé dans l'*Inventaire des mon. mégal.* de 1880.

Les menhirs de Villedieu et de Tournai sont sur la rive droite de la Dive, tandis que le dolmen de Fontaine-des-Bassets, qui est peu éloigné de ces deux monuments, se trouve sur la rive gauche.

TRUN

Menhir. — Dans les environs de Trun, au milieu de la plaine, se trouve un petit menhir mesurant 2m30 de hauteur, sur 1 mètre d'épaisseur; il est légèrement incliné vers l'est. Ce monument est connu sous le nom de *Pierre-Levée-de-Trun;* c'est un quartz blanc dont le sommet paraît avoir été brisé et du haut duquel on peut distinguer dans certains moments le dolmen de Fontaine-les-Bassets.

Ce bloc pourrait avoir été choisi parmi ceux qui dominent le village et qui portent le nom de Rochers-du-Serpent; c'est au milieu de ces blocs que se trouve une caverne qui passe pour avoir abrité *jadis* un serpent fabuleux.

A peu de distance de ce site sauvage et pittoresque, vers le sud-est, se trouve dans un herbage un autre menhir connu sous le nom de *Pierre-aux-Bordeux* ou de *Montmilcent.*

Canton de Glos-la-Ferrière.

GLOS-LA-FERRIÈRE

Menhir. — A quinze mètres de la route de Laigle à Glos-la-Ferrière et à environ deux kilomètres de cette localité, on voit dans le bois de sapins de la Broudière, situé près du Boullay-Filleul, un menhir en poudingue mesurant 2m50 de hauteur, sur 2 mètres; il est un peu incliné. Il porte le nom de *Pierre-de-la-Broudière;* son sommet est arrondi en demi-circonférence et son épaisseur est de 0m80.

M. Gendrel, étant instituteur à Glos, a fouillé au pied de ce menhir et à côté; il a trouvé plusieurs percuteurs et deux haches en silex; ces objets, déposés au Musée scolaire, ont disparu depuis son départ.

Ce menhir est signalé dans le *Dict. arch. de la Gaule* (1875, p. 449) comme étant dans un bois de la ferme de la Boudière (c'est Broudière qu'il faut lire). — Le *Département de l'Orne*, de M. Joanne (1892, p. 62), signale aussi ce menhir.

Dolmen. — L'*Inventaire des monum. mégal.* (1880, p. 17) et le *Dict. arch. de la Gaule* (1875, p. 449) indiquent qu'un dolmen existait autrefois sur cette commune.

Tumulus? — Près du bourg de Glos, à 150 mètres environ, il existe une butte entourée d'un fossé qui porte le nom de *Haute-Butte;* des arbres la recouvrent, ainsi que les remblais extérieurs; sa hauteur verticale est de 6 à 8 mètres; elle est ronde et surmontée d'une plateforme d'environ 80 mètres

de diamètre. Cette butte nous paraît être une motte féodale; mais, toutefois, nous la signalons à ceux qui voudraient y faire des sondages.

VILLERS-EN-OUCHE

Menhir? — Un piton en grès, peu éloigné du dolmen de *la Pierre-Couplée* de la Ferté-Fresnel, pourrait être un menhir.

Canton de Vimoutiers.

SAINT-GERMAIN-D'AUNAY

Polissoir? — Dans un bois traversé par le chemin venant de Verneusses, M. A. Guilbert a dégagé, en 1883, un gros bloc de grès de forme rectangulaire, mesurant $1^{m}65$ de hauteur, sur 2 mètres de largeur et $2^{m}60$ de longueur. Cette pierre pourrait être un bloc erratique; mais ce qui la rend intéressante, ce sont deux profondes rainures qui se croisent en forme d'X.

ARRONDISSEMENT DE DOMFRONT

Canton d'Athis.

CHAMPSECRET

Menhir? — Près de la Fontaine-du-Château, dans une clairière étroite, surplombant une gorge resserrée, se dresse la Roche-au-Loup, énorme pyramide de quartz, ayant à la base $3^{m}50$ et comme hauteur $4^{m}50$. Une avité qui se trouve au sommet et qui renferme souvent de l'eau, passe pour être une source merveilleuse.

CEAUCÉ

Dolmen. — De l'autre côté de Mortagne, à mi-chemin de Longny à Rémalard, dans les bois de Saint-Laurent, se trouve un dolmen; sa table de grès mesure en largeur $2^{m}65$, en longueur $4^{m}30$ et en épaisseur $0^{m}70$; à la surface, on remarque deux enfoncements : le plus grand, situé au nord, communique avec le moins considérable au moyen d'une espèce de rigole, et ce dernier enfoncement traverse la pierre de part en part. Cette table est posée sur quatre supports et orientée du nord au sud, dans le sens de la longueur. Le *Dict. arch. de la Gaule* (1875, p. 245) et le *Département de l'Orne,* de M. Joanne (1892, p. 58) donnent à la table de ce dolmen $2^{m}35$ de longueur sur 2 mètres de largeur.

LA LANDE-SAINT-SIMÉON

Menhir. — Vers 1825, un menhir, connu sous le nom de *Pierre-Percée,* se voyait dans une clairière du petit bois de La Lande-de-Ronfit; mais un jour des chercheurs de trésors l'abattirent, en y attelant des chevaux et des bœufs pour le renverser.

On peut le voir aujourd'hui jeté sur le côté; la pointe paraît avoir été brisée; il mesure encore $3^{m}25$ de longueur; assez large à la base, il va en se rétrécissant vers le sommet, dont le diamètre est de $0^{m}50$. Le *Dict. arch.*

de la Gaule (fasc. II, p. 62, 1878) signale la *Pierre-Percée* ou *Pierre-de-la-Demoiselle.*

SAINTE-CLAIRE-DE-HALOUZE

Pierre-Branlante. — Sur le bord de la route de Flers à Domfront, à peu de distance des rochers et du Camp-du-Châtelier, dans la forêt de Halouze, se trouve *la Pierre-de-Halouze;* c'est un bloc rectangulaire surmonté d'une pierre plus petite et un peu pointue.

L'attention publique qui s'y attache est le motif qui nous la fait signaler ici.

Dans la même forêt, existe un dolmen connu sous le nom de *Chambre-à-la-Dame.*

TAILLEBOIS

M. Joanne, dans son *Département de l'Orne* (1892, p. 71), cite dans cette commune un monument mégalithique auquel on arrive... par un escalier? — L'*Inventaire des monuments mégalithiques* (1880, p. 17) signale aussi un dolmen en cet endroit. — Malgré toutes mes recherches, je n'ai pu le trouver; il doit y avoir une erreur.

Canton de La Ferté-Macé.

COUTERNE

Dolmen. — Pour la description du dolmen du *Lit-de-la-Gionne,* lire l'article sur La Chapelle-Moche; ce monument étant situé à la limite de ces deux communes, à la lisière de la forêt d'Andaine. Le lit de la Gionne a été reproduit (*Mém. Soc. antiq. Normandie,* t. V. — Une note lui a été consacrée dans le *Dict. arch. de la Gaule* (1875, p. 264). — Le *Dép. de l'Orne* (1892, p. 58) le signale, ainsi que le *Bull. Soc. hist. et arch. d'Alençon.*

LA SAUVAGÈRE

Allée couverte. — Au hameau de La Bertinière, au milieu de terrains cultivés et désignés sous le nom de *Champ-de-Bras* et qui, anciennement, portaient le nom de *Désert,* se trouve une allée couverte, découverte en 1880. Ce lieu est dominé par la colline dite *le Mont-de-Géraume,* dont l'altitude est de 325 mètres, lequel est séparé de La Bertinière par la vallée de la Vée, rivière qui traverse Bagnoles.

C'est en faisant des travaux de terrassement que fut découverte, au mois de septembre 1880, une allée couverte d'une longueur de $14^{m}70$, qui porte le nom de *Grotte-des-Fées* ou *Maison-des-Fées.*

L'année suivante, M. de Contades, propriétaire du monument, y fit exécuter des fouilles, avec le concours de MM. Appert et Tirard.

L'allée, inclinée de l'est à l'ouest, s'étend sur une longueur totale de $14^{m}70$; sa largeur varie de $1^{m}10$ à $1^{m}40$; sa hauteur intérieure est de $1^{m}10$: elle est séparée de la chambre par un orifice, et fermée, du côté de l'ouest, par deux blocs de granit moins élevés que les parois et paraissant avoir été travaillés.

Les supports, au nombre de dix-huit, sont formés de blocs de grès quartzeux. Ils étaient tous en place lors de la découverte; seules les pierres placées sous les tables 7 et 8, qui étaient inclinées du côté intérieur de la

galerie, furent redressées. A l'extrémité ouest de la paroi nord, quelques pierres encore debout paraissent être des débris d'une galerie latérale plus étroite. Primitivement, elle était couverte de neuf tables; trois d'entre elles se trouvaient encore à leur place; les cinq autres (les n°s 2, 4, 6, 8 et 9) étaient renversées : une extérieurement du côté sud (le n° 2); deux tombées dans la galerie intérieure (n°s 6 et 8), et une en dehors des parois actuelles de la galerie (n° 9).

Voici la disposition des tables, lorsqu'elles furent déblayées :

La table n° 1 recouvrait la chambre sépulcrale; elle était inclinée vers le couloir; sa forme est presque triangulaire.

La table n° 2 recouvrait les deux pierres qui forment l'orifice de la chambre; elle était tombée du côté sud de la galerie.

La table n° 3 a été retrouvée à sa place primitive.

La table n° 4 avait été posée sur la table n° 5, d'où on la fit glisser à sa place primitive.

La table n° 5 dépassait toutes les autres en longueur (elle a près de 3 mètres de longueur). Du côté nord, quelques pierres ont été ajoutées à celles de la paroi pour la supporter.

La table n° 6, ayant été brisée, est beaucoup plus courte que les autres; elle était tombée dans l'intérieur de l'allée, d'où il ne fut possible de l'extraire qu'avec beaucoup de peine.

La table n° 7, qui devait primitivement recouvrir l'allée, à la suite de la table n° 6, n'a pas été retrouvée.

La table n° 8 se trouve à l'extrémité actuelle de la galerie; elle est appuyée sur la paroi sud; ses grandes proportions n'ont pas permis de la relever.

La table n° 9, située en dehors de l'allée et de l'autre côté de la cloison qui ferme la galerie à l'ouest, devait recouvrir l'entrée du monument; une seule des deux pierres qui lui servaient d'appui a été retrouvée.

La chambre sépulcrale, qui se trouve placée à l'extrémité est du monument, est presque carrée; sa hauteur intérieure n'était que de 1^m65 et chaque côté de 1^m45; elle devait être fermée par deux pierres de forme ronde, dont une est encore debout; l'autre est tombée extérieurement, du côté nord, et n'a pas été relevée, pour permettre de voir l'intérieur de la chambre; cette pierre mesure 1^m80 de longueur, sur 1^m55. Ces deux cloisons paraissent avoir été travaillées.

La galerie communique avec la chambre par un orifice formé de deux blocs de granit juxtaposés, dont la partie supérieure est de forme ovale. Une pierre retrouvée dans les déblais semble avoir été destinée à fermer cette ouverture. Les dalles de recouvrement, ainsi que les pierres qui les supportent, ont une épaisseur qui varie entre 0^m25 et 0^m45; elles sont en grès quartzeux, sauf un seul, qui est en granit à gros grains.

Les fouilles ont donné peu de chose. Dans la chambre, on a trouvé : un ossement humain, une pierre presque ronde, polie avec soin et dont les bords sont tranchants; des fragments de poterie noire striée et avec des bourrelets; deux silex taillés. Dans la galerie, on a recueilli un fragment de crâne de carnassier, des pierres calcinées (une de ces pierres avait, paraît-il, la forme d'une tête humaine).

Dans une note que M. Duval, d'Alençon, a publiée dans le *Bulletin de la Société des Antiquaires de France* (année 1880, p. 226-227), on voit

qu'à ce monument étaient attachées quelques superstitions, celles de nains malfaisants et de lièvres fantastiques. Comme l'entrée de l'allée couverte permettait aux bestiaux d'y entrer, les habitants croyaient que leurs animaux étaient parfois enlevés par les fées. Des bergers prétendaient y avoir entendu des bruits semblables à ceux que produit le travail du boulanger en pétrissant son pain. Toutes ces légendes avaient décidé le propriétaire à fermer cette cavité et, pour cela, on déplaça les dalles de la couverture.

Dans la forêt d'Andaine et non loin de ce monument, se trouvent les dolmens : *le Lit-de-la-Gionne* ou de *la Gronne* et celui de *la Chambre-à-la-Dame,* situés dans le bois de Sainte-Claire-de-Halouze. Plus loin, dans la forêt de Gastel, au Mont-d'Hère, se trouve le menhir de *la Pierre-Levée.*

Sur l'allée couverte de la Bertinière, on peut consulter les ouvrages suivants : *Notes sur les fouilles opérées au hameau de la Bertinière* (*Bulletin de la Soc. des Antiquaires de Normandie,* t. XI, p. 226-230). — M. de Contades, *L'Allée couverte de la Bertinière* (*Matériaux pour l'histoire primitive et naturelle de l'homme,* XVIe année, 2e série, t. XII, 1881, p. 117-120). — La note de M. Blanchetière, *Bull. de la Soc. hist. et arch. de l'Orne,* t. XI, p. 479-481. — *Notice sur quelques monuments druidiques du département de l'Orne* (*Mém. de la Soc. des ant. de Normandie,* t. V, p. 120-155).— *L'Orne archéologique et pittoresque,* de La Sicotière. — *Un tumulus non catalogué : l'Allée couverte de la Bertinière* (*Science populaire,* 3e année, p. 438-439, avec une planche). — *L'Allée couverte de la Bertinière,* M. de Contades (*Bull. de la Soc. scient. d'Argentan,* 1883, p. 282-284). — *Note sur la Grotte-aux-Fées de la Bertinière,* par M. J. Tirard (*Ordre et liberté,* n° du 6 octobre 1880, et reproduite dans la *Rev. hist. et arch. du Maine,* t. VIII, p. 182-184). — *L'Allée couverte de la Bertinière,* par M. W. Challemel, avec une planche. — *La Normandie mon. et pittoresq.,* édition Lemale. *Département de l'Orne,* 1896 (avec une photogravure).

Parmi ces descriptions, il faut accepter, *sous toutes réserves,* celle de M. Vimont (*Bull. de la Soc. scient. d'Argentan,* 1884, p. 221-223). Cet archéologue signale un dolmen appelé *Marguerite-la-Fée,* non loin du village de la Laudière, dans un champ voisin de la route de la Sauvagère : la table mesure 3^{m}40. Après avoir décrit l'allée couverte de la Bertinière, il ajoute qu'il a noté, aux environs de l'allée, *150 monuments mégalithiques!* M. Vimont a dû compter *toutes* les pierres du chemin, bien certainement!

MAGNY-LE-DÉSERT

Menhirs? — Au hameau du Feu, M. E. Vimont a signalé deux menhirs sans les décrire. Nous les indiquons sous toutes réserves. (*Bull. Soc. scient. d'Argentan,* 1885, p. 305.)

Canton de Juvigny-sous-Andaine.

JUVIGNY-SOUS-ANDAINE

Dolmen. — A la limite des communes de la Chapelle-Moche et de Juvigny, se voit le dolmen du *Lit-de-la-Gionne* (on dit aussi *le Gîte-de-la-Gionne* ou *de la Gronne*). Ce monument se trouve au bord du petit chemin qui va

de Domfront à Bagnoles, au bord de la colline et sur le côté nord de la forêt d'Andaine. De ce point, on distingue le Mont-Margautin, les bourgs de Saint-Front, Lucé, La Basoche, Juvigny, La Chapelle-Moche et autres villages, avec une vue très étendue sur une partie de l'arrondissement de Mayenne.

Ce monument, qui, en 1835, était déjà dans l'état où il se trouve aujourd'hui, se compose seulement de deux blocs de grès recouverts de lichens gris. Le plus considérable est incliné et s'appuie au sud vers le sol et vers le nord sur une autre pierre; les deux autres supports gisent à côté. C'est cette disposition qui lui a valu son nom de *Lit* ou *Gîte*. Entre son point d'appui et le sol existe une distance de $1^{m}15$. La table mesure 3 mètres de longueur; sa largeur est de $2^{m}40$ et $2^{m}60$; son épaisseur, de $0^{m}45$, est à peu près régulière sur toute son étendue.

Des fouilles ont dû amener la chute de ce dolmen, car un trou se voit au pied d'un des supports qui gisent sur le côté. — L. Blanchetière, *Les Monuments mégalithiques des environs de Bagnoles* (ext. du *Bull. Soc. hist. et arch. de l'Orne*, t. XI, p. 482-483).

Canton de Messeï.

LA COULONCHE

Menhir. — Un menhir est signalé dans l'*Inventaire des monuments mégalithiques*. M. de Contades, qui a étudié attentivement les monuments de cette région, ne croit pas qu'il existe.

Canton de Passais.

PASSAIS

Menhir. — Au sud et à deux kilomètres de *la Table-du-Diable,* à quatre kilomètres de Passais et à l'entrée du village de Perron (n° 357. Cadastre, section E), dans une châtaigneraie, M. de Contades a découvert un menhir formé d'un bloc de diorite, dont la base très large forme, à $0^{m}40$ du sol, une sorte de socle : un des côtés s'élève en forme d'aiguille verticale, tandis que de l'autre côté il simule un dos d'âne arqué : sa hauteur est de 3 mètres et la base pentagonale mesure 5 mètres de circonférence. On le désigne sous le nom de *la Pierre* ou *Menhir-du-Perron*. A côté, se trouve une autre aiguille renversée, de $2^{m}60$ de longueur, qui semble être un autre menhir.

D'après une légende, lorsque le coucou chante pour la première fois de l'année et que l'on tâte son porte-monnaie, le menhir tourne trois fois sur sa base. Cette croyance est attachée à d'autres monuments voisins; nous citerons les menhirs de Culey-le-Patry, de la Pierre-Tournante de Livarot, et de la Roche-Folle (Avranchin).

(*Passais et ses monuments*, par M. de Contades. Ext. du *Bull. de la Soc. scient. d'Argentan*, 1887, p. 318-326.)

Dans la notice sur le *Département de l'Orne,* de M. Joanne (1892, p. 66), des menhirs sont signalés sur cette commune. Le rédacteur a eu des renseignements inexacts, il n'y a que celui du *Perron*. Le même ouvrage cite le dolmen de la *Table-du-Diable*, et à deux kilomètres un autre dolmen. Il y a là confusion, c'est le menhir qui se trouve à deux kilomètres de l'allée couverte de la Table-du-Diable.

Allée couverte. — Entre Passais et Mantilly, à l'endroit de la route où se trouve la chapelle de l'Oratoire, on voit presque en face un petit chemin bordé d'arbres qui traverse l'étang de Passais et conduit au village du Domaine. Après avoir traversé ce hameau et deux champs entourés d'arbres, situés au sud-ouest du village, on aperçoit à droite, dans une futaie de hêtres, de nombreux blocs de diorite entassés, les uns verticalement, les autres horizontalement; on pourrait croire qu'on a devant soi un dolmen, mais cet arrangement est dû à une cause géologique.

A cinquante mètres plus loin et vers l'est, au bord d'un talus formant la séparation de deux champs et dans la partie déclive du terrain, se trouvent les vestiges d'une allée couverte connue dans le pays sous le nom de *Table-du-Diable;* elle est entièrement composée de blocs de diorite *(grunstein),* roche très abondante dans cette région, où ils sont exploités actuellement. Le monument est encore en bon état, vers l'ouest; mais à l'est, il a été mutilé depuis fort longtemps, et la chute d'un gros châtaignier, pendant l'hiver de 1894, a encore déplacé les supports de la quatrième table.

Cette allée couverte se compose aujourd'hui : au nord, de sept supports mesurant environ 0m80 ou 1m30 de largeur, sur 40 centimètres d'épaisseur, et au sud, seulement de quatre; leur élévation au dessus du sol est de 1m30.

La première table, à l'ouest, est tombée verticalement contre les premiers supports; elle mesure 2m30 de longueur. La seconde table, bien en place, mesure 2m80 de longueur, sur 1m40 de large. La troisième, 2m60, sur 1m60, et enfin la quatrième, qui a été déplacée pendant l'hiver de 1894-1895, mesure 2m50 sur 1m50; l'épaisseur de ces tables varie entre 0m50 et 0m80.

La largeur du vestibule dans la partie ouest, seule bien conservée, est de 1m45. Cet espace se trouve formé par deux supports formant un angle obtus. La longueur totale de la partie de l'allée encore existante est de 6 mètres.

Du côté nord on voit, à un mètre des supports, un bloc de 2m50 qui est enfoncé obliquement dans le sol. De ce côté, du reste, le monument est enterré jusqu'à la hauteur des tables, tandis qu'au sud, les supports sont dégagés sur une hauteur de 1m50 environ.

Il serait à souhaiter que M. Hamond, avoué à Mayenne et propriétaire du monument, fît abattre, avec précaution, les gros châtaigniers qui l'entourent; car la chute d'un de ces arbres, dont nous avons signalé les dégâts précédents, pourrait également se reproduire et compromettre la partie intacte de ce beau monument.

Beaucoup de légendes ont cours dans le pays au sujet de cette allée couverte :

« On prétend que, le soir, on voit des lumières errer sur les pierres.

» Une vieille femme qui passait près du dolmen, un vendredi saint, à l'aube, aurait aperçu la terre couverte d'argent; elle aurait voulu se baisser pour en ramasser, mais elle s'évanouit aussitôt; à son réveil, l'argent avait disparu.

» Une nuit d'automne, un homme, passant près de ces pierres, aurait été saisi et battu par deux grands gaillards qui l'auraient laissé à moitié mort : il put rentrer chez lui, mais il mourut des suites de cette aventure.

» On raconte aussi que la nuit, on entend des bruits fantastiques et qu'il existe près de ces pierres, dans le champ, des trésors dont la place est indiquée par une inscription située au-dessus de la porte d'une maison du village des Plardières. »

Ce monument a été lithographié par Dulomboy, d'après un dessin de Veuquelin de Sassey. (*Mém. des Ant. de Normandie,* t. IV, 1829-1830). Mais cette lithographie a dû être faite de mémoire. Il est impossible d'y reconnaître une allée couverte: elle représente plutôt une chambre de dolmen, composée d'une table et de sept supports; ce qui n'a jamais existé pour la *Table-du-Diable.*

Tumulus? — A cinq kilomètres et au sud de Passais, du côté de Saint-Siméon, s'élève la Butte-à-Chopeau, près du hameau du Chêne-aux-Fées. La *Butte-à-Chopeau* est un monticule planté de châtaigniers et couronné de blocs énormes, comme ceux qui sont voisins de la Table-du-Diable. On prétend qu'une grotte s'ouvrait au pied de la croix qu'on avait dressée en cet endroit et qui a été renversée. Le sol sonne creux sur ce point et les personnes à l'imagination facile prétendent avoir entendu crier d'une voix flûtée : « Apportez le pain au four, car il est chaud ! » Le surnaturel est en vogue dans cette localité et on raconte aussi que dans le hameau du Chêne-aux-Fées, les fées avaient *jadis* deux grands bœufs noirs à la disposition des laboureurs besoigneux; mais il fallait, après le labour, placer sur leur joug un salaire de cinq sous; un ingrat les renvoya un jour, sans paiement et, depuis ce temps-là, ils ne sont plus revenus. La croyance au taureau noir a été signalée près de là, à Mantilly, pour *la Maison-des-Sarrasins;* celle du boulanger existe pour *la Grotte-des-Fées* de la Sauvagère.

MANTILLY

Abri sous roche? — A quatre-vingts mètres de la route de Saint-Mard-de-Grenne à Mantilly, et à quinze cents mètres de cette commune, dans la pente du coteau boisé du Mont-Richard, qui domine le petit ruisseau du Pont-Barrabé (appelé vulgairement le Fourziau), se trouve un rocher de diorite, au centre duquel existe une excavation. Elle était plus considérable, mais en extrayant des pierres au-dessus, les débris de taille ont roulé et l'ont en partie bouchée. La roche mesure sept mètres de façade et la cavité : 1m50 de largeur, 1m80 de profondeur et 1m20 de hauteur. Mon guide m'a affirmé que, vers 1880, elle avait près de quatre mètres de profondeur et qu'on pénétrait facilement jusqu'au fond. Cette cavité porte le nom de *Maison-des-Sarrasins.* D'après une légende qui avait cours dans le pays, un taureau noir se trouvait caché dans le fond de ce trou. Jadis, à cause de cette légende, peu de personnes osaient passer le soir par le chemin de Mantilly à Saint-Mard-de-Grenne. La croyance aux bœufs noirs a été signalée précédemment pour le menhir d'Orgères et l'allée couverte de Passais.

Il est à supposer qu'en cet endroit existait un abri sous roche, ou l'entrée d'une caverne qu'il serait intéressant de fouiller, car la légende qui a été conservée, semble indiquer que cette cavité a été habitée fort anciennement.

SAINT-SIMÉON

Menhir. — *L'Inventaire des monuments mégalithiques* (1880, p. 17) signale un menhir portant le nom de *Pierre-Levée.*

TINCHEBRAY

Pierre-à-légende. — A deux kilomètres du bourg se trouve la *Chaire-*

du-Diable, à laquelle est attachée une légende rappelant celle où le diable essaie de tenter le Christ en le conduisant sur une montagne, du haut de laquelle il lui montre ses royaumes.

ARRONDISSEMENT DE MORTAGNE

Canton de Bazoches-sur-Hoëne.

BAZOCHES-SUR-HOËNE

Dolmen détruit. — Il existait encore, vers 1825, à huit kilomètres de Mortagne et non loin du bois de Bazoches, un dolmen qui était situé dans un champ nommé *la Jarrière.* Ce nom rappelle celui du dolmen du Jarrier, à Saint-Sulpice-sur-Rille. (*Dict. arch. de la Gaule,* 1875, p. 127.)

Canton de Bellême.

SAINT-MARTIN-DU-VIEUX-BELLÊME

Dans le *Département de l'Orne,* de M. Joanne (1892, p. 69), on signale sur cette commune un dolmen portant le nom de *Table-des-Marchands,* nom qui rappelle celui du beau dolmen de Locmariaker (Morbihan). C'est la première fois que ce monument est signalé, il est du reste inconnu des habitants. On se demande où M. Joanne a pu se renseigner; bien souvent ses indications sont inexactes.

VAUNOISE

Menhir. — Au hameau de Fines, se trouve un menhir de 3 mètres de hauteur; il est situé sur le coteau de Thar et domine la rivière du même nom; il porte le nom de *Caillou-du-Diable.*

Canton de Laigle.

ÉCUBLEI

Menhir? — A 400 mètres à l'est de l'église de Saint-Sulpice-sur-Rille, à peu près à la même distance de la voie ferrée et de la ferme d'Écublei, à 40 mètres seulement de la Rille, dans une prairie située à quinze cents mètres environ du dolmen du Jarrier, se trouve un bloc de grès de $1^{m}60$: il est difficile d'affirmer que ce soit un menhir.

Il a été signalé pour la première fois, en 1828, par M. Galeron et plus récemment, en 1887, par M. E. Vimont; ce bloc rocheux s'appelle Gravois-de-Gargantua, nom que porte le menhir de Port-Mort (Eure). Une légende identique a été conservée pour l'origine de ces deux menhirs, qui sont cependant très éloignés l'un de l'autre.

Menhir. — A trois kilomètres environ de l'église de Saint-Sulpice-sur-Rille, sur la côte et à un kilomètre de Laigle, se trouve le menhir de *la Chevrolière;* c'est un poudingue siliceux, un peu pointu, de $2^{m}80$ de hauteur, du côté sud, sur $1^{m}50$ à 2 mètres de largeur à la base et $0^{m}60$ d'épaisseur au sommet. Sa face principale est tournée au sud et, de ce point, on distinguerait le dolmen du Jarrier, si les bois étaient coupés.

Dolmen. — Près de là, à 50 mètres de la route, se trouve une grande pierre plate de 13m20 de circonférence, sa longueur est de 6 mètres de l'est à l'ouest, sa largeur de 3m50 du nord au sud; elle est soutenue par un petit mur d'appui circulaire, au-dessous de laquelle se trouve un caveau de 2 mètres de diamètre; ses quatre angles sont orientés suivant les quatre points cardinaux. On prétend que des supports de grès sont enfermés



Fig. 6. — Écublei, la Chevrollière.

dans le mur en pierres sèches. L'entrée de ce dolmen est située au sud. — E. Vimont, *Saint-Sulpice-sur-Rille, ses monuments mégalithiques* (ext. du *Bul. Soc. scient. d'Argentan,* 1887, p. 257, 263).

LAIGLE

Dolmen. — Près de Laigle, au lieu dit *la Pierre,* M. Coquerel, avocat à la Cour d'appel de Caen, a pratiqué, vers 1880, des fouilles qui ont amené la découverte d'un dolmen enfoui sous la terre et les broussailles.

Ce dolmen, de grande dimension, est supporté par trois piliers.

Les fouilles exécutées en dessous, à 1m25 de profondeur, ont amené la découverte de pointes de flèches en silex et celle d'un grand nombre de fragments de poterie grossière. (*Association normande,* 48e année, 1882, séances tenues à Orbec, p. 385.)

SAINT-SULPICE-SUR-RILLE

Dolmen. — Sur le coteau du Jarrier et à douze cents mètres de la Rille et de Laigle, à l'angle sud d'un bois de sapins et à deux cents mètres à l'est du vieux manoir du Jarrier, existe un beau dolmen dont la table, en poudingue siliceux, mesure 14m50 de circonférence, sur 4 mètres de longueur, 2m45 de largeur et 0m50 d'épaisseur; elle est portée sur quatre supports en grès, dont un paraît avoir été équarri; il mesure 0m16 d'épaisseur et il est enfoncé de 0m30 dans le sol; la partie qui émerge est de 0m50. Il soutient la partie la plus épaisse de la table, qui s'incline ensuite vers les autres supports, lesquels n'émergent du sol que de 0m08, du côté opposé. Le support principal étant placé à l'est, l'inclinaison de la table a lieu par conséquent de l'est à l'ouest.



Fig. 7. — Saint-Sulpice-sur-Rille, le Jarrier.

La table est fruste et au centre se trouve une excavation d'où partent deux rainures s'étendant jusqu'aux parties les plus inclinées de la pierre; l'eau de pluie s'écoule par ces ouvertures naturelles.

M. Galeron avait remarqué, dès 1829, sur le support principal, des sortes de sculptures : à la partie supérieure se trouvent trois petits demi-cercles ayant un creux de 0m013; ils sont placés à peu de distance les uns des autres et disposés en triangle. Le croissant de droite présente, en relief, une sorte de boule à son centre; au-dessous, se trouve un cercle à relief et presque entier; à gauche, un autre demi-cercle est fortement creusé dans son centre. En outre, au-dessus, se trouve un cercle entier à peine tracé. Ces sculptures sont placées à 0m25 du sol et distantes de 0m195. M. Galeron voyait dans ces signes les quatre phases de la lune.

Lors de ses fouilles, exécutées en 1828, il fit pratiquer une tranchée, vers le nord-est, afin de pénétrer sous le dolmen. Il rencontra d'abord, sous la terre végétale, un lit d'argile jaune rapportée; plus bas et jusqu'à une profondeur d'environ 0m60, se trouvaient des couches de gravier et de sable mélangées et fortement associées, au point que ce conglomérat émoussait la pioche des terrassiers. Au-dessous de ce mélange, se trouvait un nouveau lit d'argile, comme à la partie supérieure, et enfin il trouva le sol naturel à un mètre de la surface.

Un gros silex de 2m65 de circonférence se trouvait entre le support nord et celui de l'est, à 0m30 du sol. L'intérieur du dolmen était soigneusement pavé avec des silex plats et taillés en carré, se touchant les uns les autres; malheureusement, ce pavage n'a pas été rétabli. En dessous, on ne trouva que des débris de charbon, un fragment de vase, près d'un des supports, et des ébauches de haches brisées.

A quarante mètres et au sud-ouest de ce monument se trouvent, au milieu des ronces, cinq blocs en poudingue siliceux et en grès, provenant sans doute d'une table de dolmen qui a été brisée; les supports sont en grès. — E. Vimont, *Saint-Sulpice-sur-Rille, ses monuments mégalithiques* (ext. du *Bul. Soc. scient. d'Argentan*, 1887, p. 257, 260). — Le *Dép. de l'Orne,* de M. Joanne (1892, p. 71) signale aussi, mais par erreur, le dolmen du *Jarrier* et le menhir de *la Chevrolière* qui se trouve sur la commune voisine d'Ecublei. — Le *Dolmen de Saint-Sulpice-sur-Rille,* par le Dr Rouyer (ext. de la *Norm. mon. et pittor., Dép. de l'Orne,* 1896, Lemale, édit., Le Havre).

Canton de Moulins-la-Marche.

SAINT-HILAIRE-SUR-RILLE

Menhir. — Après avoir quitté Laigle, en remontant la vallée, on passe non loin du menhir de *la Chevrolière* et du dolmen du *Jarrier.* A douze kilomètres plus loin, au sud-ouest, sur la hauteur, à gauche et à deux kilomètres de la rivière, on aperçoit deux grands grès, plus larges à la base qu'au sommet et qui portent le nom de *Gastines.* Le premier, séparé en deux vers le sommet, mesure 1m30 d'épaisseur, sur 2m65 de largeur à la base et 4m60 de hauteur; une de ses faces regarde le nord et le principal côté est tourné vers le sud.

Le plus petit menhir a 4 mètres de hauteur, 0m70 d'épaisseur et 2m65 également de largeur : ses faces regardent le nord-ouest et le sud-est; la distance de l'un à l'autre est de 82m50.

La plaine est élevée et dégarnie sur ce point, et la vue s'étend fort loin, surtout vers le sud.

Alignements? — Aux environs, à huit cents mètres de distance, on voit un nombre considérable de grès du même genre, renversés ou à demi brisés. On distingue encore le socle de l'un de ces menhirs, profondément enfoncé; à côté, gît la pyramide qui mesure 4m50, sur une largeur de 3m30 et une épaisseur de 1 mètre. Quelques blocs sont rapprochés les uns des autres de 15 à 20 mètres, tandis que d'autres sont distants de 200 mètres.

Par ce qui précède, on peut facilement supposer qu'en cet endroit existait un alignement de près de huit cents mètres d'étendue.

Cromlech? — A deux kilomètres plus loin, près de la rivière, se trouve

un arc de cercle composé de pierres saillantes de 13m10 de diamètre et qui a pu former jadis un cromlech. M. Galeron, qui l'a signalé le premier, vers 1820, lui donnait à cette époque 250 mètres de diamètre, mesure qui nous paraît avoir été toujours inexacte, même lorsque M. Galeron a mesuré ces pierres.

Canton de Nocé.

SAINT-CYR-LA-ROSIÈRE

Dolmen. — Sur la butte du Sablon se trouve *la Pierre-Procureuse;* c'est un dolmen à moitié renversé dont la table mesure 4 mètres de longueur sur 3 mètres de largeur.

En 1825, elle ne s'appuyait déjà plus que sur trois supports. Un autre bloc, qui existe à proximité, a pu appartenir à ce monument, qui est formé de grès quartzeux.

Il est signalé dans le *Département de l'Orne,* de M. Joanne (1892, p. 68).

Canton de Rémalard.

BOISSY-MAUGIS

Dolmen. — Sur le bord de l'ancien chemin de Longny à Rémalard, à cinq kilomètres de cette localité, sur un plateau élevé, couvert de sapins, de châtaigniers et de chênes, appartenant à M. de Mun, député, se trouve un dolmen qui porte le nom de *la Grosse-Pierre,* ou encore celui de *dolmen du Bois-de-la-Pierre.*

La route qui conduit à ce monument est bonne jusqu'à la lisière du bois, mais de ce point jusqu'au dolmen, il y a environ cinq cents mètres de chemin peu praticable.

Ce dolmen se compose de quatre supports et d'une énorme pierre de recouvrement, laquelle mesure 4 mètres de longueur sur 2 mètres de largeur en moyenne et 0m50 d'épaisseur : cette table se trouve à 0m60 du sol, elle est en quartzite. Elle présente des cavités nombreuses dont plusieurs communiquent entre elles; elle est, en outre, totalement perforée en plusieurs endroits. Les supports sont en grison; l'un d'eux est assez altéré.

Dans une carrière située à Bizou, commune voisine, on retrouve cette même roche.

On n'a jamais fait de fouilles sérieuses sous ce dolmen. Les élèves du pensionnat de M. Louvel, de Rémalard, lui ont remis, en 1852, une hache polie et, en 1868, un instrument semblable, ainsi qu'un grattoir, qui avaient été trouvés près du monument. En 1860, on y avait trouvé un instrument poli fusiforme qui est au Musée d'Alençon.

M. Behu, professeur au lycée de Rennes, y a recueilli aussi, en 1884, une hache polie qui était dissimulée, par de l'humus, dans l'anfractuosité d'un support.

On a trouvé, en outre, dans les environs, un assez grand nombre d'ébauches de haches.

D'après une légende conservée par les gens du pays, cette table aurait été apportée par la Vierge dans son tablier : une des anfractuosités qui, à cause de la nature imperméable de la roche, conserve l'eau toute l'année, porte le nom de *Source* où *Lavoir de la Vierge.* Lorsqu'une construction se fait

dans la localité, certaines personnes introduisent dans leur maçonnerie des fragments du dolmen, qui a ainsi subi de nombreuses mutilations; d'autres se contentent de prendre des pierres ramassées à proximité du monument.

M. Delbauve a fait un dessin sur zinc de ce dolmen; il a été publié dans la *Revue normande et percheronne* (1re année, 1892, p. 137), il accompagne un sonnet de M. le comte de Moucheron dédié à ce mégalithe.

Le dolmen de Boissy-Maugis, par M. le chanoine de Mallet, avec une photogr. (extr. de la *Normandie mon. et pittor. Le Dép. de l'Orne,* 1896, édit. Lemale, du Havre).

L'*Inventaire des monuments mégalithiques* a signalé aussi ce dolmen.

RÉMALARD

Dans un bois nommé Bois-de-la-Pierre, à cause d'un beau dolmen, les élèves du pensionnat Louvel ont trouvé, en 1852, une hache polie en creusant sous ce monument. (Voir à la page précédente la commune de Boissy-Maugis.)

MADELEINE-BOUVET

Dolmen. — L'*Inventaire des monuments mégalithiques* signale un dolmen dans cette localité. Il résulte d'informations prises auprès de M. Lorin, instituteur dans cette commune, qu'aucune grosse pierre intéressante n'est connue dans cette localité ni même aux environs. On aura pris quelques-uns des nombreux blocs de poudingue qui sont sur le plateau pour un dolmen.

Canton de Theil.

CETON

Tumulus? —A cent mètres du bourg se trouve *la Motte-de-Ceton* qui a été fouillée par M. Letrone; les fouilles lui ont donné des ossements calcinés, du charbon en grande quantité et des haches polies en silex.

SAINT-AGNAN-SUR-ERRE

Dolmen. — L'*Inventaire des monuments mégalithiques* indique un dolmen.

Il doit y avoir confusion avec le dolmen de *la Pierre-Procureuse,* située à huit kilomètres de cette commune. (Voir Saint-Cyr-la-Rosière.)

TABLEAU DES MONUMENTS MÉGALITHIQUES DU DÉPARTEMENT DE L'ORNE

COMMUNES	CANTONS	ARRONDISts	MONUMENTS MÉGALITHIQUES
—	—	—	—
Almenèches.	Mortrée.	Argentan.	Tumulus.
Argentan.	Argentan.	—	Dolmen et menhir disparus.
(Au hameau de Mauvaisville.)	—	—	Dolmen disparu: La Pierre-Tourneresse.
Les Authieux-du-Puits.	Le Merlerault.	—	Dolmen?
Bailleul.	Trun.	—	Les empreintes de Vaudobin.

COMMUNES	CANTONS	ARRONDIS[ts]	MONUMENTS MÉGALITHIQUES
—	—	—	—
Bazoches-sur-Hoëne.	Mortagne.	Mortagne.	Dolmen détruit. — La Jarrière.
Beauvain.	Exmes.	Argentan.	Menhir.
Boissy-Maugis.	—	—	Dolmen du Bois-de-la-Pierre ou Grosse-Pierre.
Le Bourg-Saint-Léonard.	—	—	Pierre-de-la-Hogue.
Ceaucé.	Domfront.	Domfront.	Dolmen.
Le Cercueil.	Carrouges.	Alençon.	Menhirs. — La Pierre-de-la-Tremblaie et Pierre-du-Busard.
Ceton.	Le Theil.	Mortagne.	La motte de Ceton.
Champsecret.	Athis.	Domfront.	Menhir?
Chenedouit (Le Repas).	Putanges.	Argentan.	Menhir. — La Droite-Pierre.
—	—	—	Dolmen en ruines.
Colombiers.	Alençon.	Alençon.	Menhir.
Coudehard.	Trun.	Argentan.	Dolmen en ruines.
Coulonces.	—	—	Menhir détruit. — La Pierre-Levée.
La Coulonche.	Messei.	Domfront.	Menhir?
La Courbe.	Ecouché.	Argentan.	Menhir. — La Pierre-qui-Tourne.
—	—	—	Tumulus.
Couterne (v. Juvigny-sous-Andaine).	La Ferté-Macé.	Domfront.	Dolmen. — Le lit de la Gionne.
Cramesnil.	Briouze.	Argentan.	Menhir. — L'Affiloir-de-Gargantua
Échauffour.	Le Merlerault.	—	Dolmen. — La Pierre-Levée.
—	—	—	Deux menhirs. — Les Croûtes.
Ecublei.	Laigle.	Mortagne.	Deux menhirs. — La Chevrolière.
—			— Dolmen.
Exmes.	Exmes.	Argentan.	Menhir détruit. — La Pierre-Levée-de-la-Hogue.
La Ferté-Fresnel.	Le Merlerault.	—	Dolmen. — La Pierre-Couplée.
Fontaine-les-Bassets.	Trun.	—	Dolmen. — La Pierre-Levée ou Pleureuse.
La Forêt-Auvrai.	Putanges.	—	Menhir. — La Pierre-de-la-Roussellière ou du Val-d'Orne.
Giel.	Argentan.	—	Menhir. — La Longue-Roche.
Glos-la-Ferrière.	Glos-la-Ferrière.	—	Dolmen détruit. — Tumulus. — La Haute-Butte.
—	—	—	Menhir. — La Pierre-de-la-Broudière.
Habloville.	Putanges.	—	Trois tumulus fouillés et un dolmen sur tumulus. — La Pierre-des-Bignes.
Héloup.	Alençon.	Alençon.	Menhir. — La Pierre-Longue.
Joué-du-Bois.	Carrouges.	—	Menhir du Champ-des-Outres. — Dolmen. — La Pierre-aux-Loups. — Dolmen de la Grandière.
Joué-du-Plain.	Ecouché.	Argentan.	Menhir. — La Pierre-du-Clos-de-Plaisance.
Juvigny-sous-Andaine.	Juvigny-s.-Andaine.	Domfront.	Dolmen. — Le lit de la Gionne ou de la Gronne.
Laigle.	Laigle.	Mortagne.	Dolmen. — La Pierre.
La Lande-le-Goult.	Carrouges.	Alençon.	Menhir?
La Lande-Saint-Siméon.	Athis.	Domfront.	Menhir. — La Pierre-Percée.
Lignon.	Briouze.	Argentan.	Dolmen? — La Pierre-Levée.

COMMUNES	CANTONS	ARRONDIS^{ts}	MONUMENTS MÉGALITHIQUES
Macé.	Sées.	Alençon.	Dolmen détruit. — La Pierre-Tourneresse.
Magny-le-Désert.	La Ferté-Macé.	Domfront.	Menhirs ?
Marmouillé.	Mortrée.	Mortrée.	Motte ?
Mantilly.	Passais.	Domfront.	Abri sous roche. — La Maison-aux-Sarrasins.
Menil-de-Briouze.	Briouze.	Argentan.	La Pierre-Levée du Mont-d'Hère.
Montmerrei.	Mortrée.	—	Dolmen sur tumulus. — La Pierre-Tournoire. — Menhir ? La Pierre-Aiguë. — Dolmen de Saint-Hyver.
Moulins-sur-Orne.	Argentan.	—	Tumulus à galeries. — Les Hogues — Dolmen ?
Nonant-le-Pin.	Mortrée.	—	Tumulus.
Orgères.	Gacé.	—	Menhir. — La Pierre-Levée.
Passais (Le domaine).	Passais.	Domfront.	Allée couverte. — La Table-du-diable. — Menhir du Perron.— Tumulus. La Butte-à-Chapeau.
Putanges (Le Mesnil Jean).	Putanges.	Argentan.	Menhir. — La Pierre-des-Naudières. — Pierre-à-légende : La Pierre-aux-Fées.
Rémalard. (V. commune de Boissy-Maugis.)	Rémalard.	Mortagne.	Dolmen. — Dolmen du bois de la Pierre.
Sarceaux.	Sarceaux.	Argentan.	Tumulus. — La butte du Hou. — Dolmen ?
La Sauvagère (la Bertinière).	La Ferté-Macé.	Domfront.	Allée couverte. — La Grotte-des-Fées ou Maison-des-Fées.
Silli-en-Gouffern.	Exmes.	Argentan.	Menhir. — La Pierre-Levée-de-la Vente ou Pierre-aux-Fées.
Saint-Agnan-sur-Erre.	Le Theil.	Mortagne.	Dolmen. (V. St-Cyr-la-Rosière.)
Saint-Brice-sur-Ranes.	Ecouché.	Argentan.	Tumulus?
Saint-Céneri-le-Gérei.	Alençon.	Alençon.	Pierre vénérée. — Tumulus.
Sainte-Claire-de-Halouse.	Athis.	Domfront.	Pierre branlante? La Pierre-de-Halouse. — Menhir. La Pierre-Percée.
Saint-Cyr-la-Rosière.	Nocé.	Mortagne.	Dolmen sur tumulus. — La Pierre-Procureuse.
Saint-Denis-sur-Sarthon.	Alençon.	Alençon.	Menhir renversé.
Saint-Germain-d'Aunay.	Vimoutiers.	Argentan.	Menhir avec deux rainures en croix
Saint-Hilaire-sur-Rille.	Moulins-la Marche.	Mortagne.	Cromlech ? — Deux menhirs, les Gastines.
Saint-Patrice-du-Désert.	Carrouges.	Alençon.	Menhir. — La Pierre Levée.
Saint-Siméon.	Passais.	Domfront.	Menhir. — La Pierre-Levée.
Saint-Sulpice-sur-Rille.	Laigle.	Mortagne.	Dolmen. — Le Jarrier.
Tinchebray.	Passais.	—	Pierre à légende. — La Chaire-du-Diable.
Tournai-sur-Dives (Montmilcent).	Trun.	Argentan.	Menhir. — La Pierre-au-Bordeux ou de Montmilcent.
Trun.	—	—	Menhir. — La Pierre-Levée-de-Trun.
Urou et Crennes.	Argentan.	—	Menhir. — La Pierre-Levée-d'Urou.
Vaunoise (Fines).	Bellême.	Mortagne.	Menhir. — Le Caillou-du-Diable.
Villedieu-les-Bailleul.	Trun.	Argentan.	Menhir. — La Pierre-Levée-de-Villedieu. — Dolmen de la Garenne.
Villers-en-Ouche.	La Ferté-Fresnel	—	Menhir ?

M. Léon COUTIL

Président de la Société normande d'Études préhistoriques,
Correspondant de la Sous-Commission des Monuments mégalithiques,
aux Andelys (Eure).

PLAQUE ZOOMORPHE DE STYLE BARBARE TROUVÉE A MUIDS (EURE)

[571.7 (4422)]

— *Séance du 8 août 1895* —

Dans la description que nous avons donnée, l'an passé, du cimetière mérovingien de Muids (Eure), nous avons signalé une plaque de ceinturon en bronze argenté représentant deux éléphants.

Cette plaque, qui mesure 0^m095 de longueur, est surtout remarquable par la perfection des formes données aux deux éléphants placés des deux côtés d'une bande d'entrelacs, décoration unique jusqu'ici, car les représentations animales connues ont toujours des formes assez indécises.

On nous avait signalé des gravures analogues; mais en nous reportant aux sources indiquées, nous avons pu voir, par exemple, que dans la série des objets recueillis par de Baudot, à Charnay, rien de semblable n'existait, ni dans sa notice, ni parmi les objets acquis par le musée de Saint-Germain.

Le musée de Boulogne-sur-Mer possède une belle plaque de bronze, découverte en 1863 à Hardenthun, près Boulogne (1); elle est munie de sa boucle et mesure 0^m15 de longueur totale, des bandes d'entrelacs placées en travers et huit cabochons la décorent; au centre, se trouve un animal aux formes indécises, sorte de pachyderme dont la longue queue se replie deux fois sur elle-même; la tête seule permettrait de croire que le graveur a voulu reproduire un éléphant.

Pour bien saisir la valeur artistique, la sincérité des formes et la différence d'attitude données aux deux éléphants reproduits sur la plaque de Muids, il faut les rapprocher d'autres représentations zoomorphiques offrant de vagues rapports avec les animaux qui nous occupent.

(1) *Quatre Cimetières du Boulonnais*, par l'abbé Haigneré (*Mém. de la Soc. Acad. de Boulogne-sur-Mer*, 1864-65, p. 60, pl. XV).

Dans l'ouvrage de M. Barrière-Flavy [1] se trouve figurée une plaque ajourée provenant de Sigean (Aude) et déposée au musée de Narbonne [2]; elle représente un animal à trompe, aux formes un peu vagues.

Le même ouvrage reproduit une plaque et sa contre-plaque trouvées à Salles-la-Source, lieu dit Souyri [3] (Aveyron); elles sont déposées au musée de Rodez et reproduisent aussi des têtes d'animaux dont la partie antérieure du crâne est ornée d'un appendice.

On peut reprocher un détail à la gravure de Muids : c'est que le maxillaire inférieur est également garni d'une longue lèvre simulant une seconde trompe, mais n'est-ce pas un simple accident ornemental cherché par le graveur? L'artiste qui a conçu ce travail a pu voir dans sa jeunesse des éléphants en Asie, et ce n'est que longtemps après, et de souvenir, qu'il a exécuté son travail. Toutefois, rien ne prouve que le graveur ait vu l'animal qu'il a représenté et qu'il ne se soit pas inspiré des revers de monnaies grecques de Philippe, de Seleucus et de Ptolémée Soter; des monnaies hispano-carthaginoises, ou plutôt des monnaies romaines qui sont les plus nombreuses et appartiennent aux règnes de César, Tibère, Antonin le Pieux, Marc-Aurèle, Commode, Gordien III, Dioclétien et Maximin, qui, comme on sait, portaient aussi des éléphants.

A l'époque mérovingienne, on reproduisait assez mal les objets; toute l'ornementation orientale, dont dérive l'industrie des Barbares, consistait en ornements, et même pour représenter la figure humaine dont le modèle était constamment sous les yeux du graveur, les déformations sont encore plus accusées. Ainsi les plaques trouvées aux environs de Toulouse (musée Saint-Raymond de Toulouse), celle d'Eymet-sur-Dropt (Dordogne), déposée au musée d'Agen [4], nous montrent des formes assez altérées : les bras sont brisés et relevés, les mollets énormes et ramenés en dedans, la tête est figurée seulement par les arcades sourcilières et une barre verticale représente le nez, absolument comme sur les dalles de Collorgues (Gard).

Par les spécimens d'industrie barbare recueillis en Crimée, nous avons pu remarquer une grande analogie avec le mobilier funéraire déposé dans nos sépultures dites saxonnes, mérovingiennes, burgondes et wisigothes.

Les éléphants que nous voyons reproduits sur la plaque de Muids,

(1) *Les Sépultures barbares du midi et de l'ouest de la France. Industrie wisigothique*, par Barrière-Flavy.
(2) *Les Sépultures barbares du midi et de l'ouest de la France*, par Barrière-Flavy, pl. XXIV, fig. 3.
(3) *Id., ibid.*, pl. XXV, fig. 3.
(4) *Id., ibid.*, pl. XXVI.

et peut-être aussi sur la plaque d'Hardenthun, c'est-à-dire à l'extrémité ouest de l'Europe, ne nous indiquent-ils pas aussi que les peuples nomades qui ont laissé leurs parures, en Crimée et chez nous, ont une origine caucasique, sinon complètement asiatique : car les éléphants n'étaient plus utilisés en Europe bien avant le IVe et, à plus forte raison, au Ve siècle. Nous espérons que de nouvelles découvertes confirmeront cette hypothèse, qui semble justifier que la marche de la plupart des invasions barbares se sont dirigées de l'est vers l'ouest, coutume qui subsiste encore de nos jours, car nous voyons les émigrants abandonner l'Europe pour se diriger vers l'Amérique (le Nouveau-Monde).

M. Émile RIVIÈRE

Sous-Directeur de Laboratoire au Collège de France.

LES MENHIRS DE BRUNOY [57194 (4436)

— *Séance du 9 août 1895* —

I

En 1882, M. le Dr Eugène Verrier, dans une petite notice intitulée *Nos Ancêtres* (1), consacrait quelques pages à des menhirs de Seine-et-Oise qu'il avait visités avec plusieurs des collègues de la Société d'Anthropologie de Paris, sous la direction de M. G. de Mortillet. Il citait notamment ceux de Brunoy, mais sans en donner la description, disant seulement : « Des trois menhirs que nous avons vus dans l'ex-propriété de Talma, l'un est encore debout, en parfait état de conservation, c'est celui du milieu. Celui qui est en avant s'est affaissé dans la petite rivière d'Yères (2), qui arrose Brunoy, à une époque où l'on avait rectifié ce cours d'eau en le faisant passer tout près du monu-

(1) *Nos Ancêtres,* causerie faite au Cercle républicain de Seine-et-Marne, siégeant à Paris. — Br. in-8°. Paris, Savy, 1882.
(2) L'Yères se jette dans la Seine à Villeneuve-Saint-Georges.

ment. Mais la pierre, quoique couchée dans le lit de la rivière, est entière. Enfin, le troisième a été cassé et il n'en reste que la base, qui s'élève à plus de 0m75 de terre, tandis que celui qui reste debout a environ 2 mètres de hauteur. Il est plus large au sommet qu'à la base; or, il faut dire que l'on trouve assez souvent cette disposition. Il y en a même qui forment tout à fait l'éventail, comme aussi il y en a de la forme pyramidale. Ces derniers sont plus rares. »

Puis, énumérant les menhirs de Brunoy, M. Verrier en compte sept : « Trois, dit-il, dans une propriété qui avait appartenu à Talma; deux autres qui existaient tout près de là, que nous avons pu voir de la route, et enfin deux autres encore, qui se trouvaient dans une propriété à vendre, dont le propriétaire habite l'Algérie [1], n'ont pu nous être montrés par la mauvaise volonté d'un notaire du pays, M. Pénaut, gérant de la propriété, qui, sans égards pour les intérêts sacrés de la science, nous refusa l'entrée du jardin où étaient ces monuments préhistoriques. » Mais l'auteur a commis une erreur; qu'il me permette de la lui signaler : « Les deux menhirs que l'on peut voir de la route » ne sont autres que ceux de l'ancienne propriété Talma (aujourd'hui propriété Lot), dont le troisième gît tout entier dans la rivière, où il est tombé autrefois, comme M. Verrier l'indique très exactement.

Quant aux deux autres — situés dans la propriété Verdier, — ils sont, en réalité, au nombre de trois également, l'un d'eux gisant aussi dans la rivière, où le Dr Verrier n'a pu le voir, l'entrée de la propriété ayant été interdite, comme il le dit, aux excursionnistes.

Enfin, un troisième m'a été signalé dans le lit également de l'Yères, à une assez grande distance — en amont — de ces derniers.

En somme, le nombre des menhirs existant actuellement à Brunoy serait, à ma connaissance, au nombre de sept : quatre encore debout, trois couchés dans la rivière. J'ai profité du séjour que j'ai été forcé de faire dans cette localité, pendant quinze mois consécutifs, par la santé d'un des miens, pour étudier ces mégalithes, sur lesquels M. Ch. Mottheau a, en 1893, appelé l'attention dans l'*Abeille de Seine-et-Oise*.

II

A mon arrivée à Brunoy, au mois de mai de l'année dernière, j'ignorais donc absolument l'existence de tout mégalithe sur son territoire. C'est tout à fait par hasard que la présence de trois menhirs dans l'ancien parc de Talma m'a été indiquée par Mme Lot, la pro-

[1] Une dame Verdier, décédée il y a quelques années.

priétaire actuelle, qui m'a dit aussi la visite faite en 1881 par M. de Mortillet, et a bien voulu, après m'avoir communiqué la brochure du Dr Verrier, m'autoriser à les étudier, tandis que l'un de ses fils, M. Émile Lot, avocat, avait l'amabilité de photographier à mon intention l'un des deux mégalithes restés debout.

Les deux menhirs encore en place sont situés dans la partie basse du parc, sur la rive gauche de l'Yères, tout près de la berge, et s'aperçoivent très bien — vu leur proximité — du pont de Brunoy; ils devaient, avec le troisième, celui « couché dans le lit de la rivière », former un alignement (1).

Le premier, c'est-à-dire le plus rapproché du pont de Brunoy, par conséquent le plus en aval, est celui qui se trouve dans le lit de la rivière, le long de la berge, dont la destruction lente, mais continue, par les eaux a dû déterminer, à un moment donné, la chute du menhir dans l'Yères. A l'aide d'une barque, j'ai pu en prendre les dimensions approximatives et constater aussi tout d'abord que, couché à peu près dans la direction de l'eau, il était complètement submergé, que sa forme était irrégulièrement pyramidale, la tête située en aval et la base en amont, enfin qu'il touchait la rive au point de paraître en partie s'y trouver engagé.

Quant à ses mensurations, autant du moins qu'il m'a été possible de les prendre, elles m'ont donné une hauteur de 4m40, une largeur maxima de 2m85, non compris la partie engagée dans la rive, une largeur minima — au niveau de la tête — de 0m66, enfin une épaisseur oscillant entre 0m18 et 0m38.

Les second et troisième menhirs sont connus dans le pays, depuis longtemps, sous les noms de la femme et de la fille de Loth. Mais ils sont surtout signalés sous le nom de *Pierres-Frittes* (2) dans d'anciens terriers et censiers qu'un érudit de Brunoy, M. Mottheau, dont la famille habite cette localité depuis au moins quatre siècles, a dépouillés avec nombre de documents relatifs à cette commune.

Parmi les pièces dont il a bien voulu me communiquer des extraits, je citerai :

a) Un dénombrement et aveu par Maistre Jehan Du Plessis, escuyer, à cause de sa femme pour les héritages de feu Maistre Jehan de Popincourt, qui jadis furent à Guillaume Le Borgne et par avant à Symon Belart pour trois quartiers de pré séant aux Maroys (3) dudit

(1) « Les deux grosses pierres dressées dans le bas de votre parc sont bien des menhirs. La troisième, couchée dans le lit de la rivière, est certainement aussi un menhir, malheureusement renversé, et forme un alignement avec les deux autres. » (Lettre de M. Gabriel de Mortillet à Mme Henri Lot, du 4 juin 1882.)

(2) Altération du mot bien connu de *Fitte (Pierre-Fitte)*.

(3) Pour *Marais*.

Brunoy, entre le pont et *Pierre-Fritte,* aboutissant à mon vivier qui fut à Messire Guichard de Montégu (¹).

b) Un censier de la terre et seigneurie de Brunoy appartenant à Rogerin de Lannoy et daté de février 1489, où se trouve la mention suivante : « Un arpent de pré au Maroys dudict Brunoy, vers le pont et la *Pierre-Fritte.* Maistre Claude Chamereuse (²), conseiller du Roy, nostre Syre, en sa cour de Parlement, pour un arpent de pré assis au lieudit la *Pierre-Fritte,* tenant d'un côté au fossé de ladite *Pierre-Fritte* et d'un bout à la rivière (³) ».

Le terme de *Pierre-Fritte* s'est maintenu jusqu'au siècle dernier, car nous le trouvons également mentionné au terrier de Brunoy de 1726 : « *Item,* un arpent de pré sis en la petite prairie, lieudit la *Pierre-Fritte* (⁴). »

c) Une déclaration à terrier par Noble Damoiselle Jacqueline de Bailly, vefve (⁵) de Noble homme et saige Messire Jehan Budé, tant en son nom que comme ayant la garde noble des enfants venus dudict défunct et d'Elle, pour cinq quartiers de pré au lieudit la *Pierre-Fritte,* charges de 2 sols parisis par arpent (⁶).

d) La vente le 26 septembre 1524, devant Olignon, notaire à Yerre, par Denyse Rouffart, vefve de Henry Le Clerc, et Pierre de Lannoy, Chevalier Seigneur de Brunoy et Suivry-en-Brie, d'un arpent et demi de pré à la *Pierre-Fritte,* tenant à Claude Chamereault, le fossé de la *Pierre-Fritte* entre deux, et à Jehan Grimault, d'autre part, au Seigneur de Brunoy et au Seigneur d'Yerre, d'un bout par haut à la Damoiselle de Nanterre et par bas à la rivière (⁷).

e) La vente, le 12 décembre 1524, devant Brion et Lecourt, notaires au Châtelet de Paris, par Messire Dreux Budé, notaire et secrétaire du Roy, notre Syre, Seigneur d'Yerre, à Pierre de Lannoy, Chevalier Seigneur de Brunoy, d'un arpent et demi de pré à Brunoy, au lieudit la *Pierre-Fritte* (⁸).

Mais, pour en revenir à la dénomination de femme et fille de Loth, donnée depuis longtemps aux deux menhirs du *Maroys* ou propriété Talma, il ne m'a pas été possible jusqu'à présent d'en connaître

(¹) *Archives nationales.* — Anciens aveux, p. 32, cote 235, par Rogerin de Lannoy, seigneur de Brunoy et de Suivry-en-Brie, du 9 janvier 1480.

(²) Ou mieux peut-être Chamereault, comme il est de nouveau dénommé ci-dessus dans l'acte de vente du 26 septembre 1524.

(³) *Archives de Seine-et-Oise.* — Série A, n° 722, folio 77, recto.

(⁴) *Archives de Seine-et-Oise.* — Série A, n° 708, t. II, p. 815.

(⁵) Pour *veuve.*

(⁶) *Archives de Seine-et-Oise.* — Série A, n° 706 (terrier de la seigneurie de Brunoy de 1555, f° 77).

(⁷) *Archives de Seine-et-Oise.* — Série A, n° 811.

(⁸) *Item.*

l'origine, car, dans aucun des titres consultés par M. Mottheau, les menhirs désignés sous le nom de *Pierres-Frittes* ne portent ce surnom.

Quoi qu'il en soit, de ces deux menhirs situés à trois mètres environ de distance l'un de l'autre et dans une même direction, légèrement



Fig. 1. — Menhir n° 2 de la propriété Lot, à Brunoy (d'après une photographie de M. Émile Lot).

oblique par rapport à la berge, le premier, c'est-à-dire le plus rapproché de celui qui est recouvert par les eaux, est aussi le plus grand. Il affecte une forme bizarre, sa partie supérieure ressemblant à la tête d'un animal séparée de la base par une sorte d'étranglement ou col (*fig. 1*). Sa hauteur au-dessus de la surface du sol [1] est

[1] Nous n'avons pas osé faire une fouille à la base pour avoir la hauteur exacte de la pierre, de peur d'en entraîner la chute par suite de son voisinage très rapproché de la rivière.

de 2m56; sa largeur à la base mesure 1m55, tandis qu'elle n'est plus que de 1m10 au niveau de l'étranglement, pour atteindre un peu au-dessus, c'est-à-dire dans la partie la plus large, qui correspondrait au museau de l'animal, 1m88 et 1m35 au niveau de ce qui représenterait la région frontale, enfin 1m01 un peu au-dessous du sommet



Fig. 2. — Menhir n° 2 de la propriété Verdier, à Brunoy (d'après une photographie de M. É. Lot).

lequel se termine légèrement en pointe. Quant à son épaisseur, elle varie également suivant les points où on la mesure : à la base, elle est de 0m82; au niveau de l'étranglement, elle est de 0m40; au niveau du museau de 0m65, pour aller assez rapidement en diminuant.

J'ajoute que cette pierre est, dans la partie qui s'en rapproche le plus, à 1^m85 de la rive et à 2^m25 à l'autre bout.

Le second des deux menhirs debout, le plus petit — il paraît avoir été autrefois brisé, — celui-là même qui est connu sous le nom de la fille de Loth, est à 3^m78 et à 3^m97 de la rivière. La face qui



Fig. 3. — Menhir n° 3 de la propriété Verdier, à Brunoy (d'après une photographie de M. É. Lot).

regarde l'Yères a la forme d'un pentagone irrégulier. Sa hauteur au-dessus du sol est de 1^m08, sa largeur à la base mesure 1^m38 pour

(1) Les anciens terriers portent indifféremment le mot *Fritte,* pris pour *Fille*, écri vec un ou deux *t*.

n'être plus que de 1m12 à 0m55 plus haut; enfin, son épaisseur la plus grande est de 0m78, son épaisseur la plus petite de 0m20 seulement.

J'ajoute, pour le dire tout de suite, que ces trois menhirs, de même que ceux qu'il me reste à décrire, sont des grès.

C'est à quelques centaines de mètres plus loin, en remontant la rivière et sur la rive opposée — la rive droite de l'Yères — que se trouvent les trois autres menhirs. Deux seulement sont debout : le premier et le troisième; le second, considéré comme un *gros caillou*, gît dans la rivière. Ils portent également le nom de *Pierres-Frites* et sont situés dans une propriété appartenant actuellement à l'État — ex-propriété Verdier — sise rue des Vallées, et dont le locataire actuel, M. Renauld, a bien voulu me permettre de les examiner et de les mesurer.

Un acte de 1480 donne aussi le nom de *Haulte-Borne* au terrain sur lequel se trouvent ces mégalithes : « Les hoirs ou ayant cause de feu Maistre Jehan de Haultencourt, pour une pièce de pré que l'on dit la *Haulte-Borne* ou la *Maistresse,* tenant d'une part à la rivière, d'autre part à la voie des Plantes, » actuellement la rue des Vallées (1).

Les deux pierres debout, quoique plongeant profondément par la base dans la rivière, tiennent encore à la rive. D'ailleurs, le terrain sur lequel elles se trouvent n'était, il y a quarante ans encore, qu'un marais presque entièrement submergé pendant une grande partie de l'année. L'une d'elles même — la première, c'est-à-dire celle qui est le plus en aval — était tombée dans la rivière il y a un certain nombre d'années, à la suite d'une forte crue, mais elle a été relevée à la même place, il y a une trentaine d'années, par M. Gerbold, entrepreneur de charpente, pour un M. Parrot, alors propriétaire du marais.

Ce menhir *(fig. 2),* du niveau du sol à son sommet, mesure 2m70 à 2m75 hauteur, à laquelle il faut ajouter 0m88 pour la partie plongeant dans l'eau, soit en tout 3m58 à 3m63 comme hauteur totale, non compris la partie engagée dans le sous-sol de la rivière. Il a la forme d'une pyramide tronquée à quatre pans (2); sa largeur la plus grande — au niveau de l'eau — est de 1m45; la plus petite, au sommet, est de 0m80; enfin, son épaisseur oscille entre 0m48 et 0m50.

Le second menhir, considéré comme un gros caillou, est couché dans le lit de la rivière le long de la berge, dans laquelle il est

(1) *Archives nationales*, p. 32, n° 235. — Anciens aveux au Roy, par Rogerin de Lannoy, seigneur de Brunoy, 9 janvier 1480.

(2) Les photographies, d'après lesquelles je reproduis ici les deux menhirs *(fig. 2 et 3)*, ont été faites aussi par M. Émile Lot, qui a bien voulu mettre, et de la meilleure grâce, — ce dont je le remercie vivement — son talent d'amateur à ma disposition.

encastré dans une sorte de maçonnerie destinée à maintenir les terres. De là l'impossibilité d'en donner la moindre description.

Quant au troisième (*fig. 3*), placé dans la même direction que le premier, parallèlement au cours de l'Yères, il plonge, comme celui-ci, profondément dans l'eau, tout en tenant aussi à la rive. Dix mètres à peine le séparent du premier. Sa forme est aussi celle d'une pyramide tronquée, dont le sommet — qui paraît avoir été taillé comme l'un de ses côtés, d'ailleurs — offre une surface plane, rectangulaire, mesurant $0^{m}62$ sur $0^{m}28$. Sa largeur n'est pas la même partout : ainsi, au sommet elle est de $0^{m}62$; tandis qu'elle mesure $1^{m}28$ à la base, au niveau du sol, et reste à peu près la même au-dessous de la surface de l'eau et jusqu'au point où la pierre pénètre dans le sous-sol de la rivière; enfin elle est de $1^{m}45$ à la jonction du tiers inférieur avec les deux tiers supérieurs. Sa hauteur est de $1^{m}53$ au-dessus de l'eau et de $1^{m}09$ dans l'eau, soit en tout de $2^{m}62$ jusqu'au fond de l'Yères. Enfin, l'épaisseur de la pierre oscille entre $0^{m}53$, chiffre le plus élevé, et $0^{m}28$ près du sommet.

Ces menhirs de l'ex-propriété Verdier devaient former, comme ceux de la propriété de Mme Lot, un alignement. Leur orientation est aussi la même. Ce sont également comme eux des grès. Mais tandis que les premiers, si nous en croyons les renseignements qui nous ont été fournis à la mairie de Brunoy, ont été classés, les autres ne le sont pas encore. Aussi, je crois devoir appeler sur eux, dans l'intérêt de leur conservation, l'attention de la Commission des monuments mégalithiques. Cette conservation sera, je crois, d'autant plus facile d'ailleurs que la propriété où ils se trouvent appartient, comme je l'ai dit plus haut, à l'État.

A ces six mégalithes je dois en ajouter un autre, tombé malheureusement aussi dans la rivière, dont la berge — la rive droite de l'Yères — dans laquelle il était autrefois implanté, est peu à peu rongée par les eaux, là où elle n'est pas soutenue par une maçonnerie quelconque. Il est situé en amont, à un peu plus d'un kilomètre des trois menhirs de l'État, au quartier des Vallées, entre la propriété Cherpin et certains terrains du bord de l'Yères appartenant à la commune de Brunoy.

Il est connu sous le nom de *Gros-Grès*. Jadis il n'était pas isolé, mais tout près de lui se trouvait une autre pierre plus petite. Celle-ci a disparu depuis plus de trente ans. Elle a été extraite de la rivière par un sieur Lamoues en 1862 ou 1863 (1). Les anciens terriers ne font pas mention du *Gros-Grès*, ce qui tient très probablement à ce que

(1) *Essais historiques sur Brunoy.* (Voir *l'Abeille de Seine-et-Oise* du 12 février 1893.)

le sentier qui desservait autrefois les Vallées de Brunoy — appelées en 1480 la *Vallée-des-Plantes* — passait tellement près de la berge, que les terrains en culture sont désignés « aboutissant au vieux chemin des Plantes ».

Quoi qu'il en soit, le mégalithe désigné sous le nom de Gros-Grès est couché en travers de la rivière, la tête touchant presque à la berge. Il est aujourd'hui en partie recouvert par les eaux, en temps ordinaire. Sa position au milieu de hautes herbes ne m'a pas permis de prendre ses dimensions. J'ai pu seulement constater que sa longueur dépassait 2m50, sur lesquels 1m70 environ apparaissent hors de l'eau, et que sa largeur était d'au moins 1m80, sur lesquels 1m20 de surface se trouvent également hors de l'eau. La face qui se trouve à l'air libre est légèrement et irrégulièrement convexe et dépasse de 0m15 à 0m20 la surface des eaux dans sa partie la plus bombée. Quant à son orientation, elle est, comme celle des autres menhirs, est-sud-est.

Enfin, à environ 20 mètres plus haut, en remontant la rivière, sur une sorte de petite terrasse construite aussi sur sa rive droite, et appartenant à M. Cuchet-Defforges, j'ai aperçu deux blocs de grès, de petites dimensions, que l'on m'a dit avoir été trouvés dans la rivière, près de la berge, en creusant le sol pour une gare à bateau. Je me borne à les signaler sans y attacher d'autre importance.

Par contre, je n'ai retrouvé aucune trace d'une excavation maintes fois désignée depuis le xve siècle sous le nom de la *Cave Gigoust* ou *Gigost* (1), et dont m'avait parlé M. Ch. Mottheau. Cette *cave,* ainsi dénommée, à l'époque, du nom de son possesseur, était « une petite excavation entre deux roches, qu'une autre surplombait, et servait d'abri aux vignerons ». Elle était située « près et presque immédiatement au-dessus du *Gros-Grès,* dans un endroit clos ».

Mais, pour en revenir à ce dernier, j'ajoute qu'il serait vivement à désirer qu'il fût relevé et réédifié solidement au point le plus rapproché de celui où il se trouvait autrefois, de même, d'ailleurs, que

(1) *Item* les hoirs de feu Gillet Heudé pour demi-arpent de vigne qui fut à Gillet Gigoust, séant en Montrouillé........, aboutissant au viel chemin des Plantes.

Item les enfants de Tristan Musson à cause de leur mère, fille de Jehan Logre, pour demi-quartier de terre séant en la Vallée des Plantes.

Item Girard Bureau pour un quartier de vigne en Montrouillé, aboutissant par le bas aux frisches de la *Cave Gigost*.

Item un arpent de frisches où souloit avoir vigne appelé le Grand-Arpent, Messire Arthur de Blaye, Chevalier, séant en Montrouillé, aboutissant par haut au chemin de Brunoy à Mandres et par bas à la *Cave Gigoust*. (Note de M. Ch. Mottheau, extraite des Archives nationales, p. 32, c^te 235. Anciens aveux au Roy, par Rogerin de Lannoy. — 9 janvier 1480.)

celui de la propriété Lot et celui de l'État, qui gisent également au fond de la rivière.

Existe-t-il encore d'autres menhirs isolés ou d'autres alignements dans la localité? Je l'ignore. Cependant, ces jours derniers, il m'a été signalé un gros bloc, entouré d'épaisses broussailles, du côté de Soulins (Brunoy), dans une propriété particulière, également près des bords de l'Yères, sur la rive gauche. Peut-être n'est-ce qu'un rocher. En tout cas, il ne m'a pas encore été loisible, jusqu'à présent, de le voir et de me rendre compte de sa nature. Dès mon retour du Congrès je m'en assurerai et, s'il s'agit réellement de quelque menhir, j'en donnerai la description ainsi que les dimensions l'année prochaine.

Mais ce que je sais, de par les nombreuses notes que M. Mottheau m'a obligeamment communiquées, — et je le prie ici d'en recevoir tous mes remerciements, — c'est que les anciens terriers, consultés par lui, mentionnent :

1° *Les Grès,* près la justice de Gaillonel, dans le clos actuel du domaine de M. Charles Talma [1], aux Bosserons, Beausserons ou Beaucerons [2], à gauche de l'avenue de la Pyramide. On les trouve mentionnés dans les documents suivants :

Item, certains heritaiges qui me sont demourés par fault d'aveu et de cens non payés, desquels la declairation s'en suit;

Item, un buisson seant en près *les Gres,* tenant d'une part au grand chemin de Meleun, qui passe parmi la Tasse Sainte-Geneviève [3] et d'autre part au lieu appelé la Festaye Madame, est aux hoirs de Jehan Grimault et aboutissant au chemin du Monceau [4], lequel fait le départ du Prieuré d'Essonne et de moi au long d'une pièce appelée le Clos Bonneau et par derrière les dits *Gres* à la rue Chollin [5].

Item, en ce lieu, une ecresne de bois seant entre deux chemins tenant d'une part et d'autre aux chemins qui se assèmblent aux dits *Gres* aboutissant au chemin de Monceau.

Item, Tristan Musson pour cinq arpents de bois seant aux *Gres,* aboutissant aux Seigneurs de Crosnes et par l'autre bout au prieuré d'Essonnes [6].

Déclaration à terrier par Estienne Charlot et Claude Milcens, pour un quartier de terre audict terrouer, lieudict *les Gres,* près la justice de Brunoy, tenant d'un bout par hault à Jehan Dantin [7].

(1) Il ne faut pas confondre cette propriété avec celle occupée autrefois par le grand tragédien et qui appartient depuis nombre d'années déjà à Mme Lot.

(2) Le nom de ce quartier de Brunoy est ainsi orthographié de façons différentes sur les plaques indicatrices des rues. J'en donnerai les étymologies proposées dans mon travail sur les lieuxdits de cette localité. On disait autrefois *Boscherons.*

(3) La rue Dupont-Chaumont actuelle.

(4) Actuellement l'avenue de la Pyramide.

(5) Rue Chollet anciennement et, actuellement, rue des Grès.

(6) *Archives nationales,* p. 32, cte 235. — Anciens aveux au Roy par Rogerin de Lannoy, Seigneur de Brunoy, 9 janvier 1480.

(7) La voie que l'on appelle la route d'Orléans, dans la forêt, portait en 1726 le nom de route d'Antin.

2° *Le Monceau* ou *Moncel* (1), aujourd'hui le haut de la propriété Lacasse. Il est signalé maintes fois, notamment en 1480 et 1555 :

Item, Gillet Heudé pour un jardin contenant un arpent assis au *Moncel.* Les hoirs de feu Huguet Heudé à cause de leur mère-grand, en son vivant femme de Gillet Heudé, pour un demi-quartier de bois assis au Moncel, tenant d'une part à la ruelle dudit *Moncel.*

Loys Travers le jeune pour cinq quartiers de terre en bois assis au *Moncel,* tenant à la ruelle aboutissant à la ruelle des Carrouges, en allant audit *Moncel.* Lui pour un jardin en bois assis au *Moncel* tenant à ladite ruelle. Lui pour son bois en ce lieu du *Moncel.*

L'hôtel Dieu de Corbueil pour sa vigne du *Moncel.*

La vefve Claudin Manière et la vefve Perrinet Ogier, pour leur part d'une masure et jardin seant au *Moncel,* tenant au chemin du *Moncel.* Lorence, vefve de feu Prinet Ogier, pour sa part de leur grande vigne tenant à leur masure aboutissant au chemin de la poste du *Moncel* (2).

Le *Monceau* tenant d'une part à la rue Chollet (3), d'un bout par bas à la rue qui vient de la fontaine couverte au *Monceau* (4).

3° *La Pierre-du-Tremble* ou *Tramble,* autrefois également dans les terrains faisant partie de la propriété de M. Charles Talma, à droite de la rue Tronchart. On la trouve citée dans le terrier de 1555 : « Un quartier de terre à la *Pierre-du-Tramble* (5). »

4° *La Pierre-Rousset,* qui est citée aussi dans les Archives de Seine-et-Oise : « Au lieu dit la *Pierre-Rousset,* tenant par bas à la rue Tronchart (6). »

Ces deux derniers, la *Pierre-du-Tremble* et la *Pierre-Rousset,* deux menhirs selon toute probabilité, ont disparu depuis très longtemps. Ils étaient dans le haut du quartier de Brunoy dénommé les Bosserons ou Beaucerons, à l'opposite des *Grès,* qui touchaient à l'avenue de la Pyramide, immédiatement au-dessus de la rue Dupont-Chaumont. Ces mégalithes étaient situés proche l'enclos actuel de la propriété de M. Charles Talma.

5° *La Haute-Borne* ou *Haulte-Bourne* (7). En tant que menhir, la Haute-Borne n'existe plus, mais on retrouve encore un lieudit de ce nom au cadastre (8). Le plus ancien titre qui en fasse mention est

(1) Les *Monceaux* rappellent souvent, comme les *tombelles* et les *tertres,* d'anciens tumulus.

(2) *Archives de Seine-et-Oise.* — Série A, n° 706. Terrier de 1555.

(3) La rue des *Grès* actuelle.

(4) La rue Talma dans sa partie comprise entre l'avenue Portalis et l'avenue de la Pyramide. La *fontaine couverte,* c'est la fontaine Jean-Luce; on descendait autrefois une douzaine de marches pour puiser l'eau au bassin souterrain de la fontaine.

(5 et 6) *Archives de Seine-et-Oise.* — Série A, n° 706. Terrier de 1555, f° 257 verso.

(7) Les *Hautes* ou *Haultes-Bornes* aussi n'étaient autres que des menhirs.

(8) Il ne faut pas confondre ce lieudit avec le terrain du même nom dont il est parlé plus haut et sur lequel se trouvent les menhirs de la propriété Verdier appartenant à l'État.

l'*Aveu au Roy par Arthur de Braye* en 1411. Les *Anciens aveux au Roy par Rogerin de Lannoy, Seigneur de Brunoy,* datés du 9 janvier 1480, en parlent aussi à plusieurs reprises. On lit entre autres :

Item, Plusieurs cens mitoyens, etc... Gillet Heudé pour trois quartiers de terre tenant à la *Haulte-Bourne.* — *Item,* environ, onze francs 12 sols de menus cens... Jehan Grimault pour sa part de demi-quartier de terre séant à la *Haulte-Borne.* Thomas Grimault pour sa part de demi-quartier de terre séant à la *Haulte-Borne.* Jehanne vefve de feu Simon Grimault, et les hoirs de Symon Grimault pour 20 arpents de terre en une pièce séant entre la *Haulte-Borne* et l'Ormetel, tenant au chemin par lequel on va de l'Abbaye d'Yerre *(sic)* à Braye-Comte-Robert, aboutissant au chemin de ladite *Haulte-Borne.* Eux pour leur part de demi-quartier de terre séant à la *Haulte-Borne.* Jacques Grimault pour demi-arpent de terre séant à la *Haulte-Borne,* aboutissant à la sente de la *Haulte-Borne.* Les hoirs de feu Huguet Heudé, à cause de leur mère-grand, en son vivant femme de Gillet Heudé, pour un quartier de terre à la *Haulte-Borne* aboutissant à la ruelle du Donjon. Jehan Ogier, pour un arpent de terre séant à la croix de Revillon, tenant au sentier par lequel on va de la croix à la *Haulte-Borne,* etc., etc. (1).

La *Haulte-Borne* est également citée, soixante-quinze ans plus tard, dans un terrier de Brunoy de 1555 :

Trois quartiers de terre assis audict terrouer près la croix de Révillon, tenant d'une part à la Cente des processions, aboutissant par bas à la grand'rue, tirant droit à Yeure (2). — La *Haulte-Borne* tenant d'un bout au Chemin des processions et d'autre bout sur le chemin de Donjon (3).

En 1879 ou 1880, on a mis à découvert au lieudit la Haulte-Borne, dans le clos actuel de la propriété Varin, et enfouie au-dessus du passage souterrain qui relie ce clos à la propriété principale, une pierre sur laquelle était sculpté un écusson aux armes soit d'une abbesse d'Yères, soit d'un sieur Donjon, Dongeon ou Dongion, descendant des anciens seigneurs d'Yères, qui fut évêque de Carcassonne vers 1196 (*Antiquités nationales,* t. II, p. 17).

6° *Les Maillettes* ou *Pommerets* (4) sont le nom d'un lieudit, dont il est fait mention pour la première fois en 1555, et que l'on retrouve encore désigné sous ce nom au cadastre de la commune de Brunoy. Les Pommerets sont situés entre la rue ou chemin des Vallées et le sentier qui fait suite à la rue du Rôle (autrefois la rue des Meillieux).

(1) *Archives nationales,* p. 32, cote 235. Anciens aveux au Roy par Rogerin de Lannoy, seigneur de Brunoy, 9 janvier 1480.
(2) *Archives de Seine-et-Oise.* — Série A, n° 706. Terrier de la seigneurie de Brunoy, 1555, fol. 84, n° 67.
(3) *Id.,* f° 148.
(4) Les Pommerets ou le Pommeret.

L'orthographe du mot *Maillettes* a varié, avec le temps, au gré des écrivains. C'est ainsi qu'on le trouve successivement écrit : Maillettes, Maliettes, Maihettes, enfin Mahiettes. Il y existait encore, il y a vingt-cinq ans, un menhir, ou du moins un grès de forme pyramidale, long et étroit, sans traces de taille, et de 2m50 environ de hauteur. Mais, gênant les travaux de culture dans le champ où il se trouvait dressé, il fut arraché du sol, en 1871, et brisé par le propriétaire du terrain, qui en ignorait, à cette époque, l'importance. Je tiens le fait de lui-même.

Dans les anciens *Aveux au Roy par Rogerin de Lannoy*, c'est le mot *Pommerets* qui prédomine (1). Ainsi on lit :

Item, les hoirs et ayant cause de feu Guillot Coffyneau pour trois quartiers de terre seant au *Pommeret*.

Item, les hoirs de Collin Bonque pour deux arpents de terre seant aux *Pommerets*.

Item, les hoirs de feu Huguet Heudé, à cause de leur mère-grand, en son vivant femme de Gillet Heudé, pour un arpent de terre au *Pommeret*, aboutissant par un bout au chemin du Roy (2).

Dans une pièce de 1555, on trouve cette mention d'un terrain :

Au vignoble de Brunoy, au lieu dit les *Mahiettes*, un arpent, etc. (3).

7° *La Mardelle* ou *les Mardelles* (4) sont aussi un nom de lieudit encore usité de nos jours et porté au cadastre. D'aucuns ont dénommé cet endroit *la Longue-Raye*, sans en donner le motif; M. Mottheau on a trouvé l'indication dans le dénombrement fait le 20 juillet 1619 par Charles de Lannoy, seigneur de Brunoy (5). Mais l'appellation *la* ou *les Mardelles* a prévalu et s'est perpétuée jusqu'à présent. On trouve ainsi mentionné dans les *Archives nationales* et dans les *Archives de Seine-et-Oise :*

Item, plusieurs cens mitoyens qui de présent ne sont point en valeur et ne sait où sont les héritages que plusieurs tiennent dont et desquels la déclaration s'en suit : 1° Les hoirs ou ayant cause de feu Robin de Fauville..., etc. (Robin Lemasson, dit de Fauville).

Item, Thévenin Guespin et les hoirs de Raoullet Guespin, pour un arpent et demi de terre séant à *la Mardelle*.

(1) *Archives nationales*. — Anciens aveux, p. 32, cote 235. — Aveu au Roy par Rogerin de Lannoy, écuyer, seigneur de Brunoy et Suivry-en-Brie, du 9 janvier 1480.

(2) Le vieux chemin de Mandres.

(3) *Archives de Seine-et-Oise*. — Série A, n° 706. Terrier de 1555, f° 153 v°.

(4) Les *Mardelles*, en Champagne et dans le centre de la France, sont les bases de cabanes gauloises, sinon préhistoriques. (Ph. Salmon, *in Dictionnaire des Sciences anthropologiques*.)

(5) *Archives de Seine-et-Oise*. — Série A, n° 1190.

Item, les hoirs de feu Raoullet Guespin et Thévenin Guespin pour un arpent de terre à *la Mardelle.*

Item, Jacques de la Planche pour un arpent de terre assis à *la Mardelle,* aboutissant aux jardins de Cercé (Cerçay), une ruelle entre deux (1).

Item, un arpent de terre séant au terroir dudit Brunoy, au lieu dit *la Mardelle,* aboutissant par haut au chemin qui va d'Ierre *(sic)* à Braye-Comte-Robert, en laquelle pièce ledit Fromont doit édifier *maison manable et granche* en dedans quatre ans (2).

III

Je ne veux pas finir ici cette petite notice relative aux menhirs de Brunoy, sans citer trois autres mégalithes qui m'ont été récemment signalés — j'en parlerai plus longuement dans la communication que je me propose de faire, l'année prochaine, au Congrès de Carthage — dans des communes voisines de cette localité.

C'est d'abord à Boussy-Saint-Antoine, dans la vallée de l'Yères, et sur les bords aussi de cette rivière (rive gauche), entre deux aulnes. Il est également cité, dans de vieux actes, sous le nom de *Pierre-Frite.*

C'est à Mandres, où il se trouvait autrefois, dans un champ situé à l'entrée du village, en venant de Brunoy, non loin de l'église. Il est indiqué sur le plan Migon, dressé au siècle dernier et coté série A, n° 867 *(Archives de Seine-et-Oise).*

C'est enfin à Epinay-sous-Sénart, où il existait il y a une cinquantaine d'années encore, dans un terrain communal, près des bois dits de Boussy, une pierre, surnommée le *Pas de Sainte-Geneviève,* « évidemment un menhir, dit M. Ch. Mottheau, où la légende voulait que la sainte, patronne de Paris, eût imprimé la place de son pied » (3). Il a été, non pas détruit, mais renversé vers 1845, à l'époque où l'État s'empara du dit terrain pour le faire boiser et l'enclaver dans la forêt de Sénart, dont il fait partie depuis lors. Il serait actuellement recouvert par la terre extraite d'un fossé voisin.

Ce menhir — si menhir il y a — un grès également, a été pendant longtemps un but de pèlerinage. Son surnom lui proviendrait d'une dépression de certaine dimension simulant l'empreinte d'un pied, dépression peu à peu agrandie, m'a-t-on dit, par l'habitude que les pélerins avaient d'y placer un pied, à l'instar de Sainte Geneviève,

(1) *Archives nationales,* p. 32, cote 235. Anciens aveux au Roy par Rogerin de Lannoy, seigneur de Brunoy, 9 janvier 1480.

(2) *Archives de Seine-et-Oise,* Série A, n° 722. Papier censier de la terre et seigneurie de Brunoy, appartenant à noble homme Rogerin de Lannoy. Février 1489.

(3) *Essais historiques sur Brunoy* (Voir *l'Abeille de Seine-et-Oise* du 26 février 1893).

leur prière terminée. Telle est, du moins, la légende qui m'a été racontée, d'une part par M. Ch. Mottheau, de l'autre par M. l'abbé Muret, curé de Brunoy, que je suis allé voir à ce sujet.

Je me propose également de découvrir l'endroit, si possible, où cette pierre est enterrée.

IV

Enfin, je ne crois pas devoir terminer non plus ma communication, sans faire part à la Section de la découverte d'objets mérovingiens associés à de nombreux ossements humains, dans des fouilles entreprises tout près de l'église de Brunoy, au mois d'août de l'année dernière, pour l'abaissement du sol de l'impasse des Écoles, qui fait communiquer la rue Saint-Nicolas avec la ruelle de l'église.

J'ai suivi ces fouilles avec la plus grande attention pendant les quelques jours qu'elles ont duré — du 13 au 25 août 1894 — et j'ai, par suite, assisté à la plupart des trouvailles qui ont été faites. J'ai obtenu ainsi, afin de pouvoir les étudier, le plus grand nombre des restes humains mis à découvert, tandis que les objets mérovingiens et autres étaient remis à l'abbé Muret, curé de Brunoy, propriétaire du terrain.

Déjà, il y a une douzaine d'années, on avait trouvé au même endroit, lors des premières fouilles, une plaque mérovingienne de ceinturon en bronze damasquiné d'argent, avec boucle et ardillon en même temps qu'un sarcophage en plâtre orné de dessins en relief, sur lesquels je n'ai pu avoir aucun renseignement.

Quant aux ossements humains que j'ai recueillis, ils proviennent *au moins* de quatorze individus; je dis au moins, car dans leur nombre je compte quatorze maxillaires inférieurs. Je compte aussi une tête entière, deux crânes entiers, plus un certain nombre de fragments de crânes, deux mâchoires supérieures, sept clavicules, treize humérus d'adultes, un humérus d'un jeune sujet, neuf cubitus, huit radius, sept fémurs, douze tibias, un péroné, une rotule, quelques os du pied et de la main et quatre vertèbres.

Ces ossements ont appartenu à des sujets d'âges différents et de tailles très différentes également; mais, n'en ayant pas encore terminé l'étude, je crois devoir me borner, pour aujourd'hui, à leur simple énumération.

J'ajouterai cependant que ces squelettes, dont les restes étaient en plus ou moins bon état de conservation, gisaient à une profondeur variant entre 0^{m}90 et 1^{m}20 — la fouille en certains endroits a atteint

1m40 de profondeur, — dans une terre noirâtre, grasse, compacte et humide, et qu'ils avaient été placés sans aucune direction, çà et là pour ainsi dire, à l'exception de trois d'entre eux couchés côte à côte et dirigés de l'ouest à l'est.

Nota. — Nous avons appris, peu après la mise en pages de ce mémoire, que M. Ph. Salmon avait signalé, dès 1875, les menhirs de Brunoy dans le *Dictionnaire archéologique de la Gaule, époque celtique,* tome I, p. 206, col. I. Nous en reparlerons l'année prochaine, au Congrès de Carthage, dans notre notice sur un menhir sis à Boussy-Saint-Antoine (Seine-et-Oise).

M. Louis DARBAS

Conservateur du Musée Labit, à Toulouse.

STATION DE MONTCONFORT A SAINT-MARTORY (HAUTE-GARONNE)

— *Séance du 9 août 1895* —

A environ 150 mètres de Saint-Martory, en suivant la route nationale qui conduit à Toulouse, le voyageur rencontre une petite chapelle, construite au pied du cimetière, et à laquelle se rattache une légende fort ancienne.

Au-dessus du cimetière s'ouvre l'abri de Montconfort; il domine la route de 20 mètres environ; on y parvient par un sentier très pénible, établi dans la roche de la montagne. Cet espace est cependant bien vite franchi vu le peu de distance qui sépare l'abri de la route.

Pour atteindre la plate-forme située devant l'abri, il faut gravir une sorte de marche taillée dans le roc de près de 1 mètre de hauteur. De là, les regards s'étendent sur toute la plaine de Saint-Martory, dans laquelle serpente la Garonne dont on suit le cours jusqu'à l'horizon. Ce splendide panorama est limité au sud par les Pyrénées dont on distingue les sommets depuis le mont Vallier jusqu'au Pic du Midi de Bigorre.

La plate-forme de l'abri mesure environ 16 mètres carrés. Autre-

fois elle a dû être couverte par la voûte rocheuse, mais la pierre s'est éboulée et a reculé jusqu'au point actuel (*fig. 1*).

L'abri lui-même, situé immédiatement à la suite de la plate-forme, est admirablement abrité contre tous les vents; il est exposé au midi et reçoit le soleil presque toute la journée. Large de 4 mètres à l'entrée, il va en se rétrécissant sur 5 mètres d'étendue et se termine par un boyau obstrué d'argile et dont nous connaîtrons la profondeur quand il aura été dégagé.

Au-dessus du terrain de remplissage, l'abri mesure à l'entrée 3 mètres de hauteur. Sa situation exceptionnelle devait infailliblement attirer l'attention des premières colonies qui ont occupé notre territoire.

A l'abri des inondations, à l'abri de toute surprise de la part de leurs ennemis, les occupants de Montconfort étaient là tout aussi tranquilles que dans un camp retranché. Mais le peu d'espace dont ils pouvaient disposer a dû limiter leur nombre; c'est ce que les fouilles que nous avons entreprises vont nous apprendre.

FOUILLES DE LA STATION

Dans le courant de février 1892, je commençai un sondage presque à l'aplomb de la voûte actuelle, au point marqué A sur le plan (*fig. 1*).

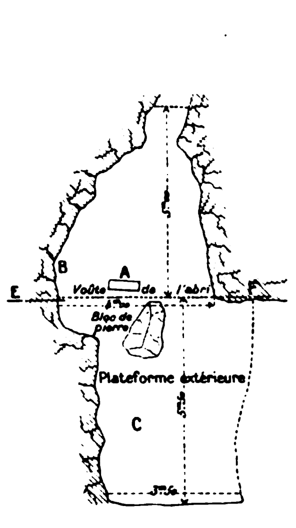




Fig. 1. — Plan.

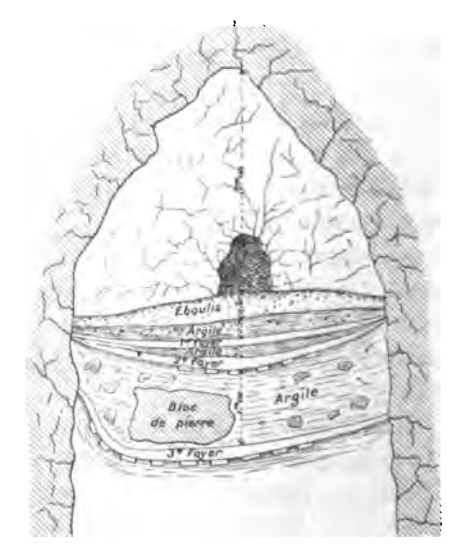


Fig. 2. — Abri de Montconfort (elévation).

Après avoir enlevé de ce point le terrain de remplissage dont la couche mesurait environ 30 centimètres, j'ai rencontré une couche

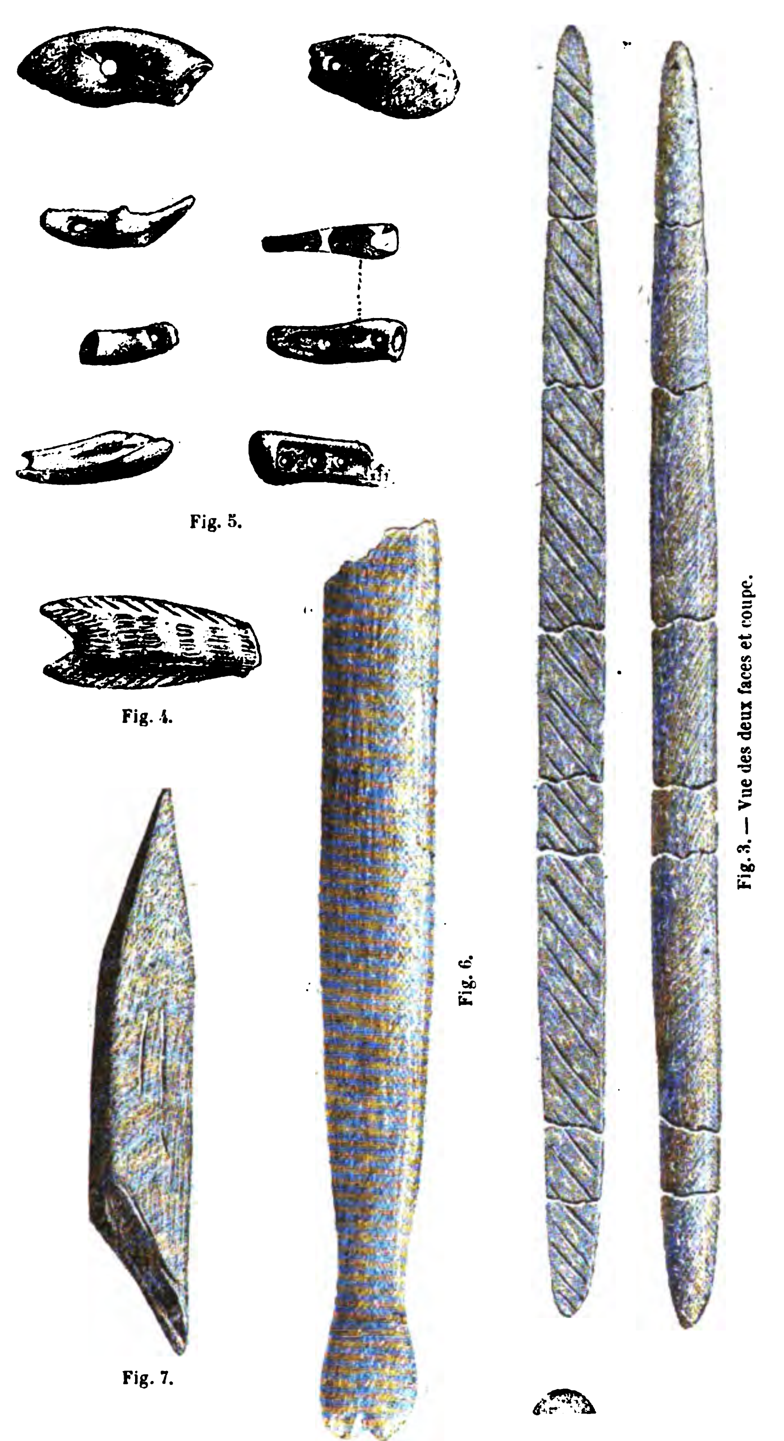


Fig. 5.

Fig. 4.

Fig. 7.

Fig. 6.

Fig. 3. — Vue des deux faces et coupe.

argileuse assez friable de 25 centimètres d'épaisseur dont je retirai quelques jolis silex. Au-dessous, je trouvai les traces d'un foyer très pauvre. A 15 centimètres plus bas m'est apparu un deuxième foyer établi sur des dalles plates portant encore les traces manifestes du feu qu'elles ont si longtemps supporté. Ce foyer, plus riche que le précédent, me donna des ossements de petite et de grande dimensions, en très mauvais état de conservation. La couche argileuse qui séparait les foyers, sans changer de nature, prenait une dureté telle qu'il fallait le pic pour l'attaquer. Elle renfermait des blocs de roche de toute dimension détachés de la voûte.

En avant du sondage, du côté de la plate-forme, j'ai mis à jour une énorme roche mesurant plus d'un mètre cube et probablement utilisée pour obstruer l'entrée de l'abri.

Autour de cette roche, j'ai recueilli, outre plusieurs silex et ossements, un poinçon de 12 centimètres de long pouvant être soit tenu à la main, soit emmanché. Sur le deuxième foyer, tout à côté d'une pierre mêlée à l'argile, j'ai trouvé un bâtonnet en bois de renne, demi rond, plat sur une face, de 26 centimètres de long; la partie plate porte des traits géométriques régulièrement espacés d'un bout à l'autre *(fig. 3)*. Il a été aussi retiré du même niveau un fragment d'os en forme de queue de poisson, bien travaillé sur ses deux faces *(fig. 4)*.

Après avoir soigneusement relevé la situation des terrains et des foyers, j'ai poursuivi le sondage et j'ai constaté que le deuxième foyer prenait une position verticale pour passer au-dessous de la roche et reprendre sa position horizontale à 1 mètre plus bas. Ce fait ne s'explique que par un tassement de terrain qui s'est produit lorsque la roche est tombée sur le foyer.

Ce nouveau foyer, situé à 2 mètres du niveau supérieur de l'abri, fouillé avec soin, m'a donné quatre fragments de crâne humain, et huit dents, restes de parure, peut-être d'une coiffure ou d'un collier, comprenant quatre dents incisives d'herbivore percées d'un, deux, trois et quatre petits trous. Deux de celles-ci ont un léger filet gravé en creux encadrant les trous *(fig. 5)*.

Ces dents étaient toutes placées contre la paroi ouest de l'abri, au point marqué B sur le plan. J'ai recueilli également d'autres petites dents percées à l'extrémité de la racine et deux incisives de cheval percées au centre; plusieurs lames en os très amincies et arrondies à leurs extrémités ayant absolument la forme d'une lame de grattoir; quelques fragments d'aiguilles en os, plusieurs silex retouchés, aux formes variées, parmi lesquels se trouvent plusieurs grattoirs doubles, ainsi qu'une lame de 14 centimètres de long, ce qui se

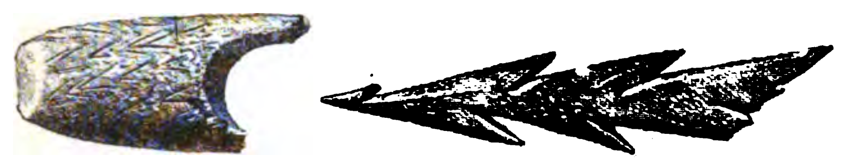


Fig. 8.

Fig. 10. — Grotte de la Tourrasse.





Fig. 11. — Grotte de la Tourrasse.

Fig. 9.

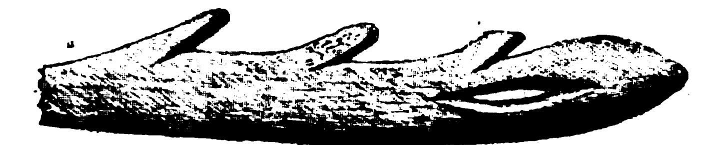


Fig. 12. — Grotte de la Tourrasse.



Fig. 13. — Grotte de la Tourrasse.

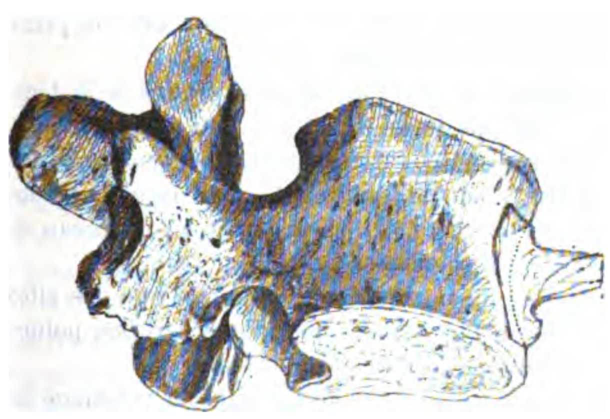


Fig. 14. — Grotte de la Tourrasse.

rencontre rarement dans les Pyrénées. La variété de silex jaspés utilisés à Montconfort était de bonne qualité. Le gisement était sans doute aux environs de la métairie de Paillon, signalée par M. L. Lartet.

Arrêté à 2^m50 de profondeur par la hauteur de la tranchée qui rendait fort difficile l'enlèvement des terres fouillées, j'ai ouvert une autre tranchée à l'entrée de la plate-forme, tout à fait à découvert, en me dirigeant vers l'abri. A 2 mètres de l'entrée, vers le point C du plan, j'ai retrouvé les foyers presque identiques à ceux de la première coupe. Le premier, à 80 centimètres de profondeur, était surtout riche en silex. Dans le deuxième, situé à 20 centimètres en dessous, j'ai recueilli une quantité d'os brisés, des dents de cerf, de cheval et de bœuf et une mandibule de renne, ainsi qu'une pièce *(fig. 6)* qui donne l'explication de l'os travaillé en forme de queue de poisson, signalé plus haut. Celui-ci est tout simplement l'extrémité d'une pièce semblable, mais très ornementé. Je citerai enfin deux mâchoires de blaireau et un fragment de mâchoire supérieure attribué au chat sauvage.

Dans les derniers jours de mars, le travail de la tranchée extérieure a été interrompu par les neiges. J'en profite pour déblayer le couloir qui paraît exister au fond de l'abri. Je trouve à l'entrée de ce couloir, à environ 30 centimètres de profondeur, un crâne de bœuf complètement écrasé.

Ce couloir déblayé sur une longueur de 5 à 6 mètres, j'ai pu pénétrer presque en rampant jusqu'à un endroit où s'ouvre une nouvelle salle large de 5 mètres très inclinée et dont le plafond très bas ne permet pas aux visiteurs de se tenir debout. Cette salle, d'une longueur d'environ 10 mètres, monte en pente assez raide vers l'extrémité de la montagne. Quelques stalactites nous sont apparus vers son extrémité. Sous le rapport des fouilles, elle ne présente aucun intérêt, le sol étant formé par la roche.

Le soleil étant revenu, j'ai repris le travail à la tranchée extérieure et je n'ai pas tardé à mettre à jour un singulier poinçon en os, carré sur ses quatre faces et terminé en pointe pyramidale très régulière *(fig. 7)*, un marteau en bois de renne ouvragé, avec un trou d'emmanchement *(fig. 8)*, ainsi qu'un morceau de sanguine avec son trou de suspension *(fig. 9)*.

En résumé, le foyer supérieur n'a donné que des silex peu intéressants. Tous les objets travaillés, dents percées, poinçons, aiguilles, etc., proviennent des foyers inférieurs.

Rappelons que nous avons déjà fouillé au voisinage immédiat de Saint-Martory (à 800 mètres) la station de la Tourrasse; 700 mètres

seulement séparent cette grotte de la station de Montconfort. Toutes deux appartiennent à des époques bien distinctes. Le renne abonde à Montconfort, il fait presque défaut à la Tourrasse. L'industrie que caractérise la présence d'os de cerf en quantité est également différente à Montconfort; nous ne trouvons ici aucune trace des harpons barbelés communs à la Tourrasse *(fig. 10, 11, 12, 13)*. Les silex grossièrement travaillés à la Tourrasse sont élégants et variés à Montconfort. Par contre, une seule dent percée a été recueillie à la Tourrasse où nous avons trouvé comme faune les animaux suivants : ours, lion, sanglier, loup, blaireau, castor, putois, cerf, chevreuil, élan, bœuf, cheval, oiseaux, poissons et deux ou trois pièces attribuables au renne; plus trois crânes humains privés de leur mâchoire inférieure, un squelette humain incomplet (Musées Saint-Germain et de Toulouse) et enfin la vertèbre humaine transpercée d'une flèche en silex *(fig. 14)*.

Les fouilles des deux stations désignées ci-dessus ont demandé trois années de travail.

M. Félix REGNAULT

à Toulouse.

FOYERS PALÉOLITHIQUES DE LA GROTTE DE GARGAS

— *Séance du 9 août 1895* —

I

Dans la monographie de Bagnères-de-Luchon, le Dr Garrigou et M. de Chastaigner signalent dans le talus de l'entrée de la grotte de Gargas des foyers de l'*âge du Renne*.

Pendant mes explorations dans les oubliettes de Gargas, puits vertical de 20 mètres de profondeur qui renfermait un grand nombre d'ossements du grand ours, du loup et de l'hyène, ensevelis entiers dans cette partie de la caverne, dans mes longues et difficiles fouilles qui ont duré plusieurs années, je ne manquais jamais de donner

quelques coups de pioche dans les foyers, et grâce aux matériaux accumulés peu à peu, il m'est possible de présenter aujourd'hui à l'examen des membres du Congrès les résultats de mes recherches.

La grotte de Gargas, d'un accès facile, est affermée tous les trois ans par la commune d'Aventignan. Une grille de fer ferme l'entrée. Cette entrée, faite il y a cinquante ans et creusée intentionnellement par les fermiers, n'a aucun rapport avec les ouvertures naturelles primitives, actuellement bouchées par les déblais de terre et de roches descendus de la montagne.

Il est certain qu'à l'époque préhistorique ces ouvertures permettaient à la tribu qui habitait l'entrée de la caverne de pénétrer dans la grande salle dite de l'Ours, qui offrait un refuge commode et précieux.

La coupe que j'ai l'honneur de présenter est ainsi composée (*fig. 1*). Un talus de terre T et de débris de roches fait par les fermiers pour faciliter la descente dans la grotte. S, un plancher stalag-

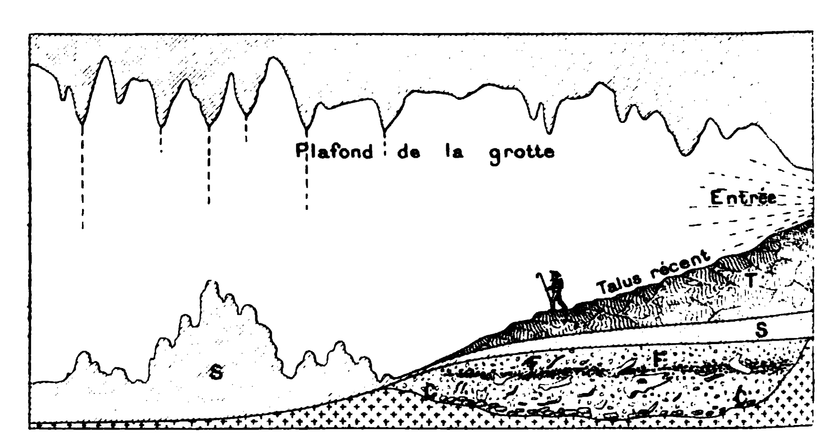


Fig. 1.

mitique dur et compact, d'une épaisseur variable de 0m40 à 0m50, repose sur F, les foyers anciens non remaniés, véritables charniers où sont accumulés une quantité d'ossements, de débris de toute sorte mélangés à une terre noire, grasse, épaisse de 0m30 à 0m60. La base de cette couche repose sur un grand nombre de cailloux de petite et moyenne grosseur, empâtés dans de l'argile jaune. La quatrième couche C pointillée de blanc représente le calcaire de la grotte.

La couche à foyers doit s'étendre probablement sous le talus, à droite et à gauche. C'est une poche de 4 mètres environ de profondeur sur 2 à 3 de large, que j'ai fouillée cette année principalement

et dont je présente la coupe. Les fouilles m'ont donné les résultats suivants :

1° *Objets travaillés de l'industrie de l'homme.* Ce sont des silex peu abondants, des éclats peu ou point retouchés en général, cependant il y a des grattoirs et des lames épaisses avec retouches sur les bords, deux pointes moustériennes très caractéristiques *(fig. 3 et 6).*

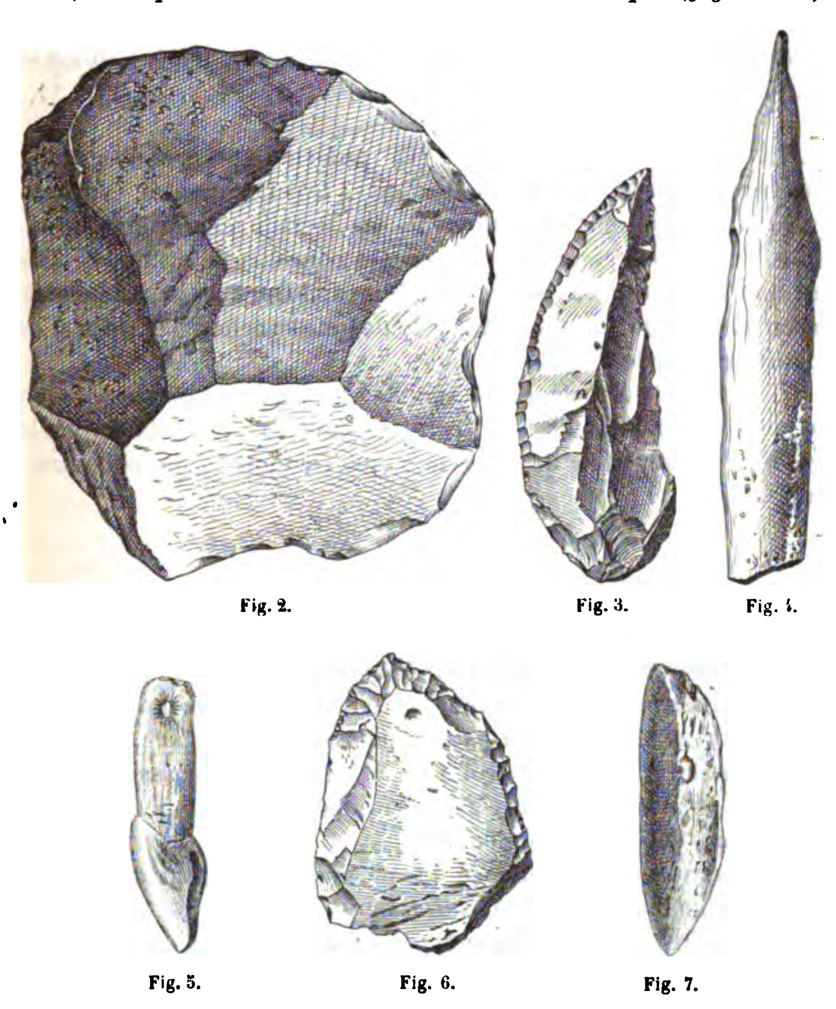


Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4.

Fig. 5. Fig. 6. Fig. 7.

Parmi ces débris j'ai recueilli, en présence de M. Roulle, professeur à la Faculté de Toulouse, un quartz taillé à grands éclats *(fig. 2)*, semblable à ceux des stations de Venerque et de l'Infernet, trouvés et décrits par M. le Dr Noulet *(Annales du Musée d'histoire naturelle de Toulouse)*, semblables aussi aux nombreux quartzites que j'ai recueillis en si grande abondance à la surface du sol aux sta-

tions de Montrabe, Montjoire, Balma et Saint-Martory (Haute-Gar.).

2° Les os travaillés ou objets de l'industrie primitive de l'homme, sont également très rares. Ce sont des poinçons, deux dents de cheval perforées *(fig. 5)*, fragments sans doute d'un collier ou de pendeloques, quelques éclats d'os, quelques-uns bien appointés, le plus grand nombre très grossièrement affûtés en pointe *(fig. 4 et 7)*. Les dessins que j'ai l'honneur de présenter, mieux que toute description, donneront l'état de ces objets, dont l'ensemble constitue un travail des plus primitifs.

Faune. — La couche à foyers (F) renferme une grande quantité d'ossements cassés intentionnellement et très fragmentés. Quelques-uns sont fendus longitudinalement, un certain nombre ont été calcinés. Les pièces, assez bien conservées pour être déterminées, nous ont donné les espèces suivantes : le grand Ours, le grand Bœuf, le grand Cerf et le Cheval. Malgré toutes mes recherches, je n'ai pu encore trouver le Renne.

Il m'a semblé important de signaler les résultats obtenus jusqu'à ce jour par mes fouilles, qui révèlent dans la grotte de Gargas la présence d'une tribu de chasseurs qui remonte à la plus haute antiquité.

II

SÉPULTURES DANS LA GROTTE SUPÉRIEURE DE GARGAS

Pour pénétrer dans la grotte supérieure de Gargas, en passant par la grotte inférieure bien connue, il fallait, il y a quelques années encore, cheminer à quatre pattes, puis ramper, et faire ainsi 60 à 70 mètres, la voûte de la grotte en cet endroit s'abaissant insensiblement; pour atteindre les galeries supérieures, il n'y avait pas d'autres moyens de locomotion.

J'ai fait creuser une tranchée qui permet maintenant de communiquer facilement jusqu'à la *Salle sépulcrale*. Tel est le nom que nous avons cru devoir donner à cette partie de la caverne encore imparfaitement explorée.

Cette salle, aux parois irrégulières, a 7 mètres de large sur 6 et 7 de longueur. Au centre, se dresse en piédestal une stalagmite qui, dans quelques milliers d'années, formera une énorme colonne, si les nombreuses gouttes d'eau continuent à tomber de la voûte sur ce point. Le sol est recouvert d'une épaisse couche stalagmitique blanche et très dure qu'il faut briser avec le pic. L'épaisseur de ce plancher protecteur varie de $0^{m}25$, $0^{m}30$ et $0^{m}40$. La couche sous-

stalagmitique est composée de terre argileuse, également d'une épaisseur variable.

Une tranchée pratiquée sur le côté droit de la salle, et poursuivie vers le centre, m'a permis de reconnaître l'existence de foyers, et, au milieu de ces foyers, des ossements humains amoncelés par groupes et mélangés à une poterie très grossière. Absence complète d'objets de l'industrie de l'homme.

Sur le côté gauche de la Salle sépulcrale se trouve une anfractuosité ou poche creusée naturellement contre les parois de la caverne. C'est sur ce point que j'ai entrepris des fouilles cette année en juillet et août (voir *fig. 8*). J'ai mis à découvert un plancher de stalagmite de 0m50 à 0m60 d'épaisseur, très dure et qu'il a fallu briser à coups de pic. Au-dessous, dans une couche de terre noirâtre de 0m10 à 0m30 entourée de charbons et de débris calcinés, se trouvait une urne funéraire renfermant un grand nombre d'ossements humains, les uns cassés, quelques-uns entiers. La forme de cette urne est primitive, sans anses, faite à la main, très évasée. Cette urne était brisée, étant naturellement très fragile par défaut de cuisson, et entourée d'argile humide, je n'ai pu recueillir que les fragments. A 0m05 ou 0m06 du bord, une ornementation grossière faite avec les doigts rappelle les poteries de Bordes-sur-Lez-Ariège, découvertes par l'abbé Cau-Durban, ou celles de Benqué (Haute-Garonne). La terre noire, en partie calcinée, renfermait une grande quantité de charbon de bois qui entourait l'urne et avait pénétré dans l'intérieur. Ne serait-il pas permis de supposer que le cadavre étant brûlé au dehors de la caverne, les os principaux du squelette auraient été recueillis dans cette urne, ensuite placée dans la Salle sépulcrale au fond de la poche dont je présente la coupe? Puis un foyer aurait été allumé autour de l'urne funéraire, un peu de terre jeté sur la sépulture pour la préserver; enfin, le plancher de stalagmite se forme peu à peu, protégeant à jamais ces restes d'une population qui offrait un vrai culte à ses morts.

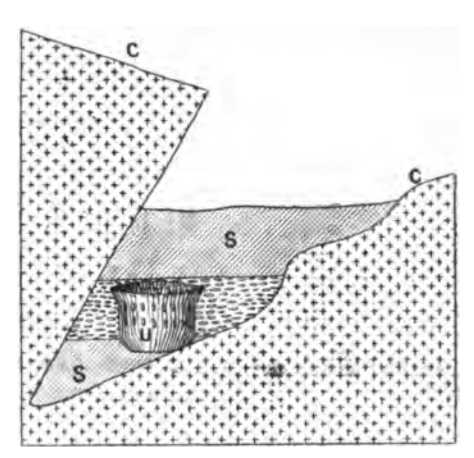


Fig. 8.

En terminant cette courte mais fidèle description, je suis frappé de

l'analogie qui existe entre la sépulture de Gargas et celle de la grotte de Segobrica.

Le R. P. Capelle, pendant son séjour en Espagne, plein d'ardeur pour les études et les recherches préhistoriques, a découvert dans la province de Cuenca (Espagne centrale) une grotte sépulcrale avec de nombreuses sépultures. Les poteries qui renfermaient les ossements se rapprochent sensiblement du type de Gargas, ainsi qu'il ressort d'un examen minutieux fait avec le R. P. Capelle et des échantillons rapportés par lui à Toulouse. Comme à Gargas, les urnes funéraires ont été façonnées à la main, offrant à l'orifice une grossière ornementation due à l'impression des doigts. Donc, de l'autre côté des Pyrénées, comme dans nos régions et un peu partout, les peuplades néolithiques vénéraient leurs morts et mettaient un soin extrême à préserver leurs sépultures de toute destruction.

M. le Dr É. LANTIER

à Tannay (Nièvre).

APERÇU DÉMOGRAPHIQUE DE SEPT COMMUNES DU CANTON DE TANNAY (NIÈVRE) DE L'ANNÉE 1885 A L'ANNÉE 1894 [312 (4456)]

— *Séance du 9 août 1895* —

Parmi les vingt communes qui composent le canton de Tannay, sept font l'objet de cet aperçu. Ce sont : les communes d'Asnois, de Flez-Cuzy, de La Maison-Dieu, de Monceaux-le-Comte, de Tannay, de Vignol et de Metz-le-Comte.

POPULATION

De six communes dans les années 1885, 1889 et 1894.

	En 1885	En 1889	En 1894
Asnois	407 hab.	400 hab.	347 hab.
Flez-Cuzy	324	340	325
La Maison-Dieu	375	324	309
Monceaux-le-Comte	360	348	346
Tannay	1.390	1.322	1.220
Vignol	355	310	319
Totaux	3.211 hab.	3.044 hab.	2.866 hab.

Les chiffres suivants relatifs à ces six communes sont dus à l'obligeance de M. N. Sery, secrétaire de la mairie de Tannay. Je les ai disposés en tableau synoptique.

DÉCADE 1885-1894

MARIAGES				NAISSANCES			DÉCÈS
COMMUNES		AGE MOYEN Hommes	AGE MOYEN Femmes	Enfants légitimes	Enfants naturels	TOTAUX	
Asnois	18	29	24	44	»	44	90
Flez-Cuzy	16	28	21	71	»	71	68
La Maison-Dieu	17	28	22	40	1	41	84
Monceaux-le-Comte	19	28	20	62	5	67	87
Tannay	90	28	22	224	4	228	299
Vignol	13	29	20	50	2	52	71
Totaux	173			491	12	503	699

MARIAGES A TANNAY PENDANT LA DÉCADE 1885-1894

NOMBRE		AGE MOYEN ANNUEL DES ÉPOUX Hommes	AGE MOYEN ANNUEL DES ÉPOUX Femmes
1885	9	29	24
1886	5	30	22
1887	12	30	24
1888	12	27	21
1889	8	27	20
1890	9	29	22
1891	8	32	23
1892	8	26	21
1893	12	28	22
1894	7	26	21
	90	284	220

Pendant cette période, il y a eu 90 mariages à Tannay avec moyenne générale d'âge de 28 ans pour les hommes et 22 ans pour les femmes.

Le tableau de la population, constatée officiellement, fournit ce document qu'il y avait en 1885, répartis dans les six communes précitées, 3,211 habitants; qu'en 1889 il n'y en avait plus que 3,044, soit en moins 167 habitants, et que ce chiffre s'est encore abaissé en 1894, dernière année de la période observée, à 2,866; soit par rapport à l'année 1885, une différence en moins de 345 habitants, représentant une réduction de plus d'un neuvième. A Tannay, ville et commune, en 1894, il y a 170 habitants de moins qu'en 1885.

L'éloignement du chemin de fer, le ralentissement des affaires commerciales, l'émigration vers les grands centres sont la principale

cause de ce dépeuplement, de même que l'incurie ou l'impossibilité d'y remédier. La discontinuation du service des Enfants assistés de la Seine dans le canton y contribue aussi d'une façon regrettable.

Dans les communes sus-désignées, et durant la décade 1885-1894 :

Les mariages célébrés se sont élevés à 173, soit une moyenne générale de 17,3 par an, les âges respectifs des époux étant 28 ans et 4 mois pour les hommes, et 21 ans et demi pour les femmes;

Le nombre total des naissances est de 503, dont 491 enfants légitimes et 12 enfants naturels, soit par année une moyenne de 50,3, dont 49,1 légitimes et 1,2 naturels;

Le nombre des décès s'est élevé à 699, soit une moyenne de 69,9 par an. Cette moyenne, plus forte que celle des naissances, la dépasse de 19,6. Le retard à appeler les soins médicaux, la vieillesse, sont les facteurs importants de ce contingent.

Autrefois, quand les affaires y étaient florissantes, il y avait à Tannay, tous les dimanches, des danses publiques très suivies et très appréciées de la jeunesse. Aujourd'hui elles n'existent plus. L'alcoolisme semble faire des progrès.

A titre de comparaison, j'ajoute les renseignements suivants sur la commune de Metz-le-Comte, qui me parviennent du maire de cette commune :

Années.	Nombre des naissances.	Nombre des décès.	Nombre des mariages.
1885.....	10	9	7
1886.....	11	12	4
1887.....	8	5	3
1888.....	6	14	7
1889.....	6	13	3
1890.....	2	7	2
1891.....	6	10	6
1892.....	6	7	6
1893.....	12	9	1
1894.....	9	7	2
TOTAUX..	76	93	41
Moyenne.	7.6	9.3	4.1

Les bals sont assez fréquents à Metz-le-Comte au printemps. On danse presque tous les dimanches dans la soirée, jusqu'à la nuit ordinairement. Aux autres saisons, il n'y a de bals que pour les fêtes. Ces bals se prolongent généralement jusqu'à une heure assez avancée.

Les personnes mariées assistent rarement aux danses, excepté toutefois pour les noces.

Quant aux effets ou conséquences des danses, il faudrait y assister et observer pour les connaître. M. le Maire croit cependant qu'ellse doivent apprendre aux jeunes gens et aux jeunes filles à mieux se connaître et favorisent le mariage.

M. Camille VIRÉ

Juge de paix, à Bordj-Menaïel.

ABRIS SOUS ROCHES DÉCOUVERTS A BORDJ-MENAÏEL

[57181 (65)]

— Séance du 9 août 1895 —

Le canton de Bordj Menaïel, arrondissement de Tizi-Ouzou, département d'Alger, s'étend sur une partie des riches vallées du Sebaou et de l'Isser. La mer le limite au nord, la chaîne des Flissas qu'il escalade en partie, au sud. Entre les deux vallées, largement ouvertes, et chemin naturel d'invasion de la mer dans l'intérieur, s'étend une double ligne de collines d'accès facile et de 150 à 300 mètres de hauteur. Ces collines ont une orientation générale et approximative nord-sud près de la mer, et est-ouest quand on se rapproche de la chaîne des Flissas.

En raison de sa richesse, de sa facilité d'accès et des abris naturels qu'offrent les élévations rocheuses, ce pays a été habité de fort bonne heure. On y trouve des pierres taillées éparses çà et là sur le sol, soit isolées, soit en nombre plus ou moins considérable rappelant « les ateliers de taille de silex », si communs en France. Mais la matière employée est rarement le silex, qui n'existe d'ailleurs pas, à ma connaissance, à l'état brut dans la région. C'est tantôt le grès dur, plus souvent une sorte de gneiss grossier, d'une compacité et d'une dureté assez faibles, parfois du granit, dont les filons ou les roches isolées sont abondants dans le voisinage de la mer. Laissant de côté pour aujourd'hui les vestiges de l'homme préhistorique épars à la surface du sol, je ne m'occuperai que des abris et stations sous roches.

Ces abris, ou naturels ou artificiellement creusés dans des masses rocheuses et formant alors la plupart du temps de simples postes de surveillance sur les vallées, existent en assez grand nombre dans le douar Raïcha. Je n'ai pas encore exploré ceux de ces abris situés sur le versant sud des collines. Ceux que j'ai visités dans la partie nord, principalement autour de Kara-Ahmed et de Sidi-Zerzor, se composent d'une ou plusieurs chambres isolées ou reliées, sans aucun vestige apparent de l'homme.

Mais si l'on s'éloigne de la mer, qu'on traverse la voie ferrée et la route d'Alger à Tizi-Ouzou et qu'on suive la ligne de hauteurs qui courent parallèlement à la chaîne des Flissas, on découvre une autre série de grottes et d'abris sous roches. La place et le temps me manquant pour entreprendre une description générale, je laisserai de côté la grotte remarquable d'Afir dans le douar Beni Chenacha, les grottes de l'Oued Chender et la grande grotte de Bou-Ifri pour ne parler que des abris du lieu dit « la Cascade ».

A quatre kilomètres au sud du village de Bordj-Menaïel, l'Oued Menaïel descendu de la chaîne des Flissas rencontre, venant de l'est, la ligne des collines rocheuses de Bou-Ifri parties de la rive gauche de l'Oued Chender, et arrivant de l'ouest la ligne des hauteurs de Baghla (1) nées à la rive droite de l'Oued Djemà (la rivière du vendredi), au Dra Zeg-et-ter (la colline de la fiente du vautour), où est l'ancien oppidum romain de *Vasara?* Elle se fraie en sautant de roches en roches et en formant dans le granit ces trous circulaires appelés dans certains pays « marmites de géants », un étroit passage de cinq à six mètres de largeur. Le point culminant de la gorge est sur la rive gauche au cimetière de Sidi Tadjine, à 228 mètres au-dessus du niveau de la mer, éloignée en ligne droite de 12 kilomètres environ, et sur la rive droite à 188 mètres seulement.

Le sommet de droite forme un plateau circulaire de moins de 100 mètres de diamètre. A peu près au milieu, près d'un rocher qui se dresse, vaguement semblable à un dolmen et qui paraît avoir été dégrossi de main d'homme, il y a des amas de pierre, et les vestiges d'un mur en gros blocs bruts affleurant le sol, et qui a peut-être fait le tour du plateau aménagé jadis en poste de surveillance et en lieu de refuge. Sur le sol, on remarque de rares débris de poteries et de briques de la période romaine, ou peut-être carthaginoise. C'est sur la pente assez raide qui descend du côté de l'ouest jusqu'à la rivière que se trouvent les abris. J'en ai relevé jusqu'à présent neuf qui n'affectent pas tous la même forme.

(1) Prononcez *Bar'la* (la mule).

Le premier se compose d'une petite caverne de 5 mètres de long sur 2 mètres de large et 1^{m}45 de hauteur actuelle. Le plafond porte des traces profondes de fumée ancienne. Dans le fond se remarque une petite excavation de 0^{m}30 de hauteur, autant de largeur et 0^{m}60 de profondeur. Dans la paroi nord de la caverne, à 0^{m}75 du sol, un conduit de 0^{m}80 de largeur et de 0^{m}30 de hauteur à l'entrée, s'enfonce dans la direction de l'est. Je n'ai pu déterminer sa profondeur. Une tranchée ouverte à l'entrée dans le sens de la largeur de l'abri découvre sous une couche de 0^{m}08 d'humus et de fumier une glaise jaune mêlée de pierrailles. A 0^{m}15 de profondeur dans la glaise je découvre un fragment de mâchoire humaine inférieure dans laquelle est encastrée une molaire, à 2 ou 3 centimètres plus bas le milieu de la même mâchoire dont toutes les dents sont tombées, puis des os longs humains engagés dans une terre brune, moelleuse, très friable, mélangée à des cendres. Quelques os semblent noircis par le feu. Aucun n'est intact. Avec ces os et comme enchevêtrés avec eux, plusieurs instruments en silex, en granit ou en pierre dure, notamment un burin triangulaire bien fini en beau silex brun jaunâtre ayant 0^{m}3 de longueur, 0^{m}005 de largeur et autant de hauteur; une pointe de flèche en silex noir dont la pointe est cassée et dont les dimensions sont de 0^{m}025 en longueur et 50^{m}015 dans sa plus grande largeur; une autre pointe en pierre dure à grain très fin, également cassée, de 0^{m}02 de longueur sur 0^{m}012 de largeur; une troisième intacte ayant 0^{m}04 de longueur et 0^{m}022 de largeur à la base, une boule en silex brun clair ayant subi l'action du feu, éclatée en plusieurs endroits et ayant 0^{m}03 de diamètre; une autre boule en granit ayant 0^{m}08 de diamètre, un tranchet en pierre dure de 0^{m}042 de longueur, 0^{m}041 de largeur à la base et 0^{m}026 de largeur au sommet. Parmi ces instruments se trouvaient deux minuscules fragments de poterie noire, très grossière, et un os taillé sur les deux côtés et aminci en biseau à une extrémité, ayant 0^{m}036 de longueur, 0^{m}002 de largeur et autant d'épaisseur.

En avant de cet abri existe une plate-forme de 17 mètres de longueur sur 9 mètres de largeur, dominant la rivière qui coule à 80 mètres en contre-bas. Un chemin dans le rocher, remarquable par l'usure de la pierre, amène du plateau supérieur à cette plate-forme. Celle-ci est fermée, par un demi-cercle, d'énormes blocs placés avec symétrie et probablement intentionnellement. Un passage au sud mène à un autre abri (n° 2) situé à 8 mètres dans le prolongement et à 2 mètres en contre-bas. Ce deuxième abri est rond; il a 4 mètres carrés à l'intérieur et 1^{m}50 de hauteur. Comme dans le premier, des traces de feu sont très visibles sur la voûte

supérieure. Je n'ai pas fouillé cet abri, non plus qu'un troisième situé à 5 mètres en contre-bas et un quatrième (3 *bis*) à 15 mètres au-dessous.

Abri nº 4.

Aux deux tiers de la pente existe un rocher évidé circulairement et présentant l'apparence d'un puits. L'évidement du rocher détermine les trois quarts d'un cercle dont le dernier quart est formé par une sorte de muraille en pierres sèches s'élevant en retrait, de manière à former les degrés d'un escalier permettant de descendre primitivement dans le puits. La longueur de l'ouverture au ras du rocher est de 1m50 et la largeur de 1m40. Une terre noire, grasse au toucher, très légère néanmoins et très meuble remplissait l'orifice jusqu'à 0m50 du sol. Un figuier avait poussé le long de la paroi nord couvrant toute l'ouverture. Le déblaiement entrepris, je découvre à 1m20 de profondeur comme l'entrée d'une galerie s'enfonçant dans la direction du sud. L'ouverture cintrée est de 0m55. A 1m40 de profondeur, une nouvelle voûte s'ouvrant à l'est et ayant 1m42 d'ouverture d'axe se relie à la précédente. Le déblaiement est continué jusqu'à 2 mètres de profondeur, démasquant de plus en plus l'abri dont la voûte cintrée est apparue la première. A cette profondeur, le travail devenant pénible, la quantité de terre à enlever paraissant encore considérable, aucune pierre taillée, aucun objet, aucun ossement n'ayant encore été découverts, les fouilles sont momentanément suspendues, et tout l'effort est concentré sur le curieux abri nº 5, infiniment plus riche.

Abri nº 5.

A 2m50 de l'abri nº 4, en forme de puits et à 1m50 plus bas, un rocher plat ayant 6 mètres de longueur est engagé dans la terre du côté du nord-est, dans le sens de la hauteur de la montagne. Du côté de la pente, il est muré par une muraille semi-circulaire en gros blocs bruts, à peu près enterrée, soit par suite du glissement lent des terres le long de la pente, soit plutôt par suite de l'action des eaux qui ont remanié le sol. Des touffes de palmiers nains avaient poussé de tous côtés. La muraille n'était par suite plus apparente à première inspection. Ayant, en me couchant sur le sol, remarqué du vide sous le rocher, je fis faire quelques déblais qui me permirent de découvrir cette muraille. Je fis ouvrir une tranchée sud-est-nord-ouest et enlever quelques-uns des blocs de la muraille. Je me trouvai en face d'un abri rempli de terre jusqu'à 0m20 du sommet. Je fis prolonger la tranchée et constatai que l'ouverture donnant accès

dans l'abri avait dû se trouver à 1m50 à peine de la tranchée entreprise, mais qu'elle était complètement obstruée de terre. Continuant à déblayer l'intérieur, je ne tardai pas à trouver, à partir de 0m60 de profondeur, de nombreux ossements brisés dont beaucoup avaient subi l'action du feu, des dents d'animaux, des fragments de charbon, de grossiers instruments de gneiss ou de silex d'eau douce en mauvais état généralement. Les plus remarquables sont : une énorme massue pesant 2k600 et ayant 0m28 de hauteur, 0m15 dans sa partie la plus large et 0m06 d'épaisseur ; une hache en silex d'eau douce, d'une belle forme, ayant 0m14 de longueur et 0m065 de largeur au taillant, d'autres haches en gneiss de forme particulière, à un seul tranchant. La plus grande a 0m27 de longueur, 0m07 de largeur et 0m10 de hauteur du tranchant au plat. Une deuxième a 0m16 de longueur, 0m10 de largeur et 0m11 de hauteur. Quelques pointes de lance sont de belle dimension (0m23 sur 0m11, — 0m20 sur 0m12). A côté des petites massues, des couteaux, quelques grattoirs, etc. Tous ces objets sont au nombre d'une centaine au moins. Quelques rares fragments de poterie fruste et de nombreux os taillés (grattoirs, pointes, etc.). Mais l'objet le plus curieux ramené dans les déblais est un petit hameçon en fer très oxydé de 0m025 de longueur. Cet hameçon de fer parmi des outils de pierre fort grossiers déroute au premier abord. On a tendance, en effet, à admettre le bronze comme le premier métal connu. L'imperfection des outils trouvés ici, la grossièreté de la matière première employée sembleraient de prime abord donner une très haute antiquité aux abris de la Cascade et les ramener à un âge antérieur même à celui du bronze. Mais, d'autre part, il ne saurait être question ici d'employer les classifications en usage dans la France et l'Europe occidentale. Tout ici est différent et comme facture et comme matière première. On n'y trouve aucune trace de bronze, mais un outil en fer, hameçon ou clou recourbé. Un seul, il est vrai, mais on n'en a pas moins à expliquer sa présence. Faudrait-il admettre avec le Dr L. Faure *(Recherches historico-métallurgiques tendant à prouver que le fer est le premier des métaux connus et utilisés par l'homme)*, que le fer, en raison de sa malléabilité et sa facilité relative de fabrication est le premier métal employé, et que si l'on n'en retrouve que rarement des restes, c'est à sa prompte oxydation qu'on le doit? Pourquoi pas? Peut-être au surplus a-t-on affaire ici à une race autochtone qui s'est développée elle-même. Cependant, la présence de quelques petits instruments de silex bien travaillés indiquent des relations avec l'extérieur. D'un autre côté, divers indices, qui me semblent probants, me permettent de croire que l'âge de la pierre dans la région

qui nous occupe a persisté, chez certains groupes de populations, jusqu'à la période historique carthaginoise et romaine. Le temps me manque pour développer aujourd'hui les raisons à l'appui de cette opinion, mais si l'on songe qu'il y a encore en Algérie des populations (j'en ai rencontré) qui, à l'heure actuelle, ne *savent* pas travailler les métaux, dont ils ne font d'ailleurs presque pas usage, l'opinion émise plus haut n'a rien d'extraordinaire. Il est possible que les habitants des abris de la Cascade soient demeurés à l'état primitif jusqu'à une époque où le fer était déjà travaillé chez des nations plus civilisées, et que par suite les objets de ce métal aient pu pénétrer chez eux par échange ou autrement.

Abri n° 6.

A moins de 100 mètres de là, sur la même ligne, se trouve un autre abri analogue avec muraille circulaire, non encore fouillé.

Abri n° 7.

Toujours sur la même ligne et en contournant la pente, à 50 mètres environ de l'abri n° 6, se trouve une grande plate-forme protégée par une ligne extérieure de gros blocs et précédant un abri. Une avant-salle, dont une partie du plafond est éboulé, conduit dans la salle du fond à demi-fermée par un renflement du rocher qui monte à plus de la moitié de sa hauteur. Cette salle a environ 4 mètres de long sur 2 mètres de large. Tout le plafond est noirci par une épaisse couche de fumée qui a déposé sur la paroi du rocher une forte couche de suie. Sur le renflement du rocher, à gauche en entrant, existent encore les traces d'un foyer. La fouille commencée à l'entrée de la salle donne d'abord, dans une terre rougeâtre très friable, les débris d'une mince rondelle de bronze d'origine romaine qui s'effrite à l'air, des fragments de grande poterie romaine et une masse considérable d'os calcinés avec beaucoup de charbons. A partir de $1^{m}20$ la poterie romaine cesse, la terre devient encore plus friable, les os ne sont plus calcinés mais seulement noircis au feu, des outils de gneiss grossièrement taillés apparaissent, puis au milieu de nombreux os taillés en forme de poinçons, de pointes, de lames, un os plat estampé et noirci (raie horizontale d'où partent des raies perpendiculaires), un os rond percé d'un trou, etc. En même temps les déblais ramènent de nombreux morceaux de soufre traités par le feu.

Les fouilles de cet abri étant loin d'être terminées, j'en resterai là pour le moment.

M. Claudius SAVOYE

Instituteur à Odenas (Rhône),
Membre correspondant de la Société d'Anthropologie de Lyon.

LES STATIONS PRÉHISTORIQUES DU BEAUJOLAIS

[5712 (4458)]

— *Séance du 9 août 1895* —

Le Beaujolais, comme toutes les autres régions de la France, a été habité dès les temps les plus reculés. Les nombreuses stations que nous y avons découvertes depuis quelques années, nous ont fourni une ample moisson d'instruments primitifs qui ne laissent aucun doute à cet égard.

Nous allons passer successivement en revue les principales de ces stations.

STATION D'ODENAS

(PALÉOLITHIQUE ET NÉOLITHIQUE)

Odenas est un petit village situé au nord-est du département du Rhône; il étale ses riches vignobles sur le versant oriental des monts du Beaujolais, à une dizaine de kilomètres de la Saône.

La situation est des plus belles, aussi a-t-elle été appréciée de toute antiquité et la pioche du vigneron y met bien souvent à jour des vestiges appartenant à des civilisations fort différentes : silex taillés, instruments en pierre polie, bronze, monnaies romaines, etc.

Les silex, surtout, s'y rencontrent en grande quantité; depuis le début de nos recherches nous en avons recueilli plusieurs milliers.

Au point de vue de leur taille, ces silex doivent être divisés en :

1° Paléolithique.

Racloirs très caractéristiques de l'époque moustérienne, une des faces sans retaille et l'autre présente des arêtes plus ou moins retouchées (vingt-huit spécimens).

Pointes avec face à arêtes et retouches, base brute épaisse (une centaine).

Grattoirs à base un peu retouchée et grattoir au sommet, forme ovalaire, identiques à ceux du Moustiers (quatre).

Nota. — Nous avons également recueilli une hache amygdaloïde paraissant chelléenne, mais ne présentant pas des caractères assez tranchés pour être datée sûrement.

2° Néolithique.

Grattoirs simples et doubles de toutes les formes connues (plus de cent cinquante).

Lames et couteaux (plusieurs centaines).

Nuclei (onze).

Percuteurs (trois).

Silex divers : scies, instruments brisés, éclats présentant des traces de taille (plusieurs milliers).

Pointes de flèches de formes diverses : à pédoncules, à barbelures horizontales, à bases concaves, convexes, rectilignes, etc. (une vingtaine).

Hache polie : Une hache brisée en roche porphyrique de la région. La hache entière devait avoir environ 12 centimètres de longueur.

Casse-tête : La moitié d'un casse-tête, également en roche porphyrique, d'une forme rare dans l'est de la France ; l'extrémité intacte et mousse montre bien que l'instrument a été fait pour servir d'arme contondante. Le trou d'emmanchement est d'une grande régularité.

Bracelet : Deux fragments en pierre schisteuse polie, l'un d'eux est percé de deux trous un peu obliques.

Poterie : Quelques fragments à pâte grossière sans grands caractères.

Ossements : Jusqu'à ce jour nous n'avons pu recueillir que des fragments d'os indéterminables : un crâne humain mis à jour à *Pierreux*, le lieudit le plus riche en silex, a malheureusement été détruit à notre insu.

Bronze.

Un fragment de lame d'épée.

Une bouterolle.

Fragments divers.

Il est regrettable que toutes ces trouvailles aient été faites dans des vignobles ayant beaucoup de valeur ; nos ressources ne nous ont pas permis d'y faire pratiquer des fouilles, qui n'auraient pu être que fructueuses.

STATION DE VILLEFRANCHE

(PALÉOLITHIQUE)

Sur le territoire de Villefranche, au lieu des Garrets, à 800 mètres de la Saône, existent deux carrières ouvertes dans les alluvions de cette rivière.

Un gîte fossilifère très important remontant, d'après M. Gabriel de Mortillet, au quaternaire ancien, y a été signalé depuis quelques années. Nous y avons recueilli pour le Muséum de Lyon une belle

collection de dents et d'ossements d'animaux divers, comprenant environ deux cents pièces.

Les déterminations de cette faune ont été faites par M. Ernest Chantre et pour quelques pièces par M. Gaudry, de l'Institut.

On y trouve les espèces suivantes :

Elephas primigenius.	*Cervus alus.*
Rhinoceros Merkii.	— *tarandus.*
Equus caballus.	*Ursus speleus.*
Bos primigenius.	

On y rencontre également un assez grand nombre de silex présentant le facies moustérien, ils sont ordinairement recueillis par les ouvriers au triage des sables. Nous avons personnellement récolté deux de ces silex en place, à quelques centimètres au-dessus de la couche fossilifère.

STATION DE BOITRAIT

(NÉOLITHIQUE)

Cette station occupe le versant oriental d'une petite éminence sableuse à peu de distance de la rive droite de la Saône, sur le territoire de la commune de Saint-Georges-de-Reneins.

Les instruments recueillis à la surface du sol sont généralement en silex rosâtre et peu cacholonnés; ils comprennent des pointes de flèche à base convexe, des couteaux, lames et nuclei, en tout soixante-quatre pièces.

En outre des instruments en silex nous avons trouvé une molette en grès, de forme ovale très régulière. Elle présente les dimensions suivantes : longueur, 10 centimètres; largeur, 16^{c}5; épaisseur, 4^{c}5. Malgré toutes nos recherches, la meule dormante n'a pu être retrouvée.

Un galet, en forme de disque, usé sur son pourtour d'une façon assez régulière, nous paraît digne d'être cité.

STATION DE BESSAY

(PALÉOLITHIQUE)

Au mont Bessay (490^{m}), communes de Juliénas (Rhône) et de Saint-Vérand (Saône-et-Loire), les silex ouvrés, généralement assez petits, au nombre d'environ deux cents, étaient répartis sur une surface d'une vingtaine d'hectares. Ils appartiennent aux genres solutréen et magdalénien. La pièce la plus remarquable est une pointe à cran dont l'extrémité manque.

Cette trouvaille, faite dans une station située à quelques kilomètres de Solutré, a son importance. Il n'a pas été trouvé, en effet, de pointes à cran dans cette belle station du Mâconnais, et comme cette forme est un progrès dans la taille du silex qui facilitait l'attache de la pointe de flèche sur la hampe, elle a dû rapidement se propager. Il est donc plausible de supposer que, lorsque l'homme primitif chassait sur le mont Bessay, la population de Solutré avait momentanément disparu. Les flèches à cran caractériseraient dans ce cas, pour la région, la fin de l'époque solutréenne.

Nota. — Une pointe, à cran entière, a également été recueillie à Charentay (Rhône).

STATION DE DAILLY-LE-PERDU OU DE ROLAND

(NÉOLITHIQUE)

Cette station est située à 650 mètres d'altitude autour d'une des sources de la Mauvaise, petit affluent de rive droite de la Saône, sur le territoire de la commune de Jullié. Les silex de petite dimension, au nombre de cent dix-huit, sont très finement taillés, certaines lames qui paraissent entières n'ont pas plus de 3 centimètres de long sur 5 à 6 millimètres de large.

Nous y avons récolté deux nuclei, les autres silex appartiennent aux genres couteaux et grattoirs; il faut y joindre un fragment de bracelet en jayet.

STATION DE FONTCRÉTY (commune de Claveisolles).

(PALÉOLITHIQUE ET NÉOLITHIQUE)

A 2 kilomètres sud du mont Soubran en Beaujolais, à peu près à égale distance des cols de la Croïx-de-Marchampt et du Rozier, sur le versant occidental de la Montagne granitique de la Sablière, se trouve une petite combe ou vallon appelé Fontcréty. La partie supérieure de ce vallon renferme une source abondante dont l'eau, après être sortie d'un petit bassin triangulaire, va grossir le ruisseau de Combignon, affluent de rive gauche de l'Azergues.

C'est autour de cette source qu'en 1890 nous fîmes la trouvaille de silex portant des traces indéniables de taille : plan de frappe, conchoïde et esquilles de percussion, etc. Le nombre des silex recueillis est d'une centaine; quelques-uns ont conservé leur couleur naturelle, mais la plupart sont cacholonnés profondément.

Trois des instruments récoltés sont évidemment des racloirs moustériens; quant aux couteaux et grattoirs qui forment la plus grande partie des pièces, ils paraissent beaucoup plus récents.

Il se tenait, autrefois, une vogue autour de cette fontaine solitaire, éloignée d'au moins 7 kilomètres de tout village. Nous n'avons pu recueillir aucune explication sur cette coutume bizarre au sujet de laquelle toute idée religieuse doit être écartée, le vallon de Fontcréty ne renfermant pas de croix et l'eau de la source ne possédant aucune de ces prétendues vertus miraculeuses attribuées par la crédulité populaire aux sources de Saint-Rigaud à Monsols et de la Vierge à Avenas.

STATIONS DES BORDS DE LA SAONE

(NÉOLITHIQUES)

Ces stations, au nombre de trois, sont situées sur la rive droite de la rivière. Les silex ont été extraits du lehm des berges, quelques pièces étaient en contact immédiat avec les marnes bleues occupant le niveau supérieur des terrains quaternaires.

La plus septentrionale de ces stations est à 50 mètres en aval du barrage de Thoissey, commune de Dracé. Elle a donné deux nuclei, trois grattoirs, des lames et pièces diverses, en tout trente-quatre pièces.

Une deuxième station, à 100 mètres en aval de Port-Rivière, a fourni des pointes de flèche qui se distinguent par le soigné et le fini de leur travail. Une surtout de forme triangulaire et de 18 millimètres seulement de longueur, en silex transparent, est un véritable petit bijou (vingt-sept pièces).

Le troisième gisement est situé non loin du confluent du Morgon, commune de Villefranche; il a fourni une quarantaine de silex, lames, grattoirs, pointes, mais peu de pièces intactes.

En outre des stations détaillées ci-contre, nous avons rencontré des instruments en silex dans les localités suivantes : La Fontaine des Chênes et aux Jonnery, commune de Quincié; château des Tours, commune de Saint-Étienne-la-Varenne; Néty et Milly (paléolithique trente pièces), commune de Saint-Étienne-des-Oullières; Rofray, commune de Saint-Georges; Pizay, commune de Saint-Jean-d'Ardières; Saint-Ennemond, commune de Cercié; le bourg de Saint-Lager; La Prat, commune de Juliénas; Aux Benons, commune d'Emeringes (hache en pierre polie); La Roche-aux-Loups, commune de Vauxrenard; Garanche et Monternot, commune de Charentay; La Cantinière, commune de Saint-Cyr-le-Chatoux; le Chatoux, commune de Saint-Paule; Buisante, commune de Limas, etc.

Les monuments mégalithiques de la région feront l'objet d'une communication ultérieure.

M. le Dr Edmond CHAUMIER

à Tours.

INFLUENCE DE L'ANTISEPSIE SUR LA VIRULENCE DU VACCIN DE GÉNISSE UTILITÉ DE L'ANTISEPSIE MÉDICALE EN GÉNÉRAL

[6144731]

— *Séance du 5 août 1895* —

Lorsqu'on vaccine un enfant par coupures, en étudiant le développement des pustules, on voit naître sur les coupures des boutons ronds — les pustules.

Quelquefois il ne se montre qu'un bouton à une extrémité ou au milieu de la coupure. Quelquefois sur six coupures, par exemple, il ne se développe qu'une pustule sur une seule coupure; ou bien une pustulesur deux ou trois coupures, les autres coupures séchant simplement.

Ces rares pustules se développent tardivement, et ce n'est que le quatrième, le cinquième, le sixième jour même qu'apparaît la pustule; quelquefois après le huitième jour.

Il peut arriver dans ce cas que le quatrième ou le cinquième jour on revaccine un enfant sur lequel la première vaccination semble avoir échoué, et quand cet enfant revient avec des pustules de sa deuxième vaccination, il présente une pustule de sa première, moins avancée peut-être que celle de la seconde.

Un vaccin fournissant ce nombre restreint de pustules est un vaccin peu virulent; et la preuve, c'est que sur un certain nombre d'enfants vaccinés en même temps, il s'en trouvera certainement plusieurs sur lesquels la vaccination aura complètement échoué.

Or, ce vaccin peu virulent est ou bien un vaccin primitivement très virulent, qui a perdu de sa virulence en vieillissant, ou du vaccin peu virulent d'emblée.

Par des vaccinations d'enfants, avec du vaccin de dates différentes, j'ai cherché à savoir la durée de la conservation du vaccin. Avec du vaccin de onze mois, primitivement très virulent, j'ai obtenu sept pustules multiples sur huit inoculations; après deux ans le même vaccin s'est montré complètement inefficace.

A côté de cela, d'autre vaccin un peu moins virulent à l'origine n'a donné qu'une ou deux pustules au bout de onze ou douze mois, sur certains enfants, et est resté inefficace sur d'autres.

Certains échantillons n'ont produit aucune pustule.

Des divers essais que j'ai faits, je peux conclure que si l'on avait du vaccin primitivement d'une grande virulence, on pourrait l'employer pendant toute une année sans risquer d'avoir trop de mécomptes.

Mais comment s'assurer de la virulence primitive, comment obtenir le plus haut degré de virulence?

Lorsque sur 10 enfants vaccinés il n'y a pas une seule inoculation qui ait échoué et que chaque coupure présente au moins une pustule, on est en présence de vaccin assez virulent; mais il faut encore distinguer celui qui, sur une coupure, donne une seule pustule et celui qui en donne plusieurs.

Dans ce dernier cas, les pustules se réunissent ensemble pour former une seule pustule conservant, pendant quelques jours, les traces des pustules primitives.

Lorsqu'on ne rencontre, sur un enfant, que des pustules jumelles ou bien des pustules jumelles et deux pustules simples, on peut être sûr qu'on a affaire à de très bon vaccin qui se conservera assez longtemps; mais ce n'est pas encore le vaccin très virulent qui, au bout d'un an, donnera six pustules sur six inoculations.

Avec ce vaccin extrêmement virulent, les pustules se développent très vite. Dès le quatrième jour, ou même dès la fin du troisième, on a une pustule unique englobant toute la coupure.

Cette pustule unique est assurément composée d'un certain nombre de boutons développés sur toute la longueur de la coupure, mais dès le troisième jour on ne peut les distinguer les uns des autres.

Cette vaccine très virulente ne donne pas lieu à une inflammation plus vive autour des pustules; mais, assez souvent, il se montre des pustules surnuméraires : on a fait six inoculations, on trouve sept ou huit pustules. Si on a vacciné par coupures, on a six pustules longues et une ou deux rondes venues spontanément en dehors des points d'inoculation, mais cependant dans le voisinage.

Il s'agit maintenant de savoir comment conserver cette virulence sur la génisse.

Le vaccin que l'on récolte sur une génisse peut être plus virulent que celui employé pour l'inoculer; c'est là l'augmentation de virulence obtenue dans les laboratoires par des passages successifs; mais, dans les laboratoires on se sert de cultures pures, tandis qu'on inocule le plus souvent du vaccin contenant différents microbes.

On peut cependant avoir du vaccin à peu près exempt de microbes étrangers, en le faisant vieillir suivant la méthode de Leoni.

J'ai fait, il y a quelques mois, des expériences avec deux vaccins d'origine différente : un vaccin très bon, qui donnait des pustules petites et lentes à se développer; un vaccin très virulent, donnant des pustules précoces, grandes et englobant la coupure entière en une seule pustule dès le troisième jour.

Deux génisses, vaccinées avec le premier vaccin, m'ont fourni de très bonne pulpe, mais donnant des pustules lentes à se développer. Ce vaccin, après plusieurs inoculations sur la génisse, a perdu très vite sa virulence, au point que j'ai dû détruire plusieurs récoltes.

Le deuxième vaccin, inoculé à des génisses, me donna une pulpe excessivement virulente. J'avais en même temps des génisses vaccinées avec le vaccin des deux provenances, et alors que chez les unes la virulence allait s'atténuant, elle se conservait chez les autres.

Ceci prouve que pour avoir du vaccin très virulent, il faut renouveler sa souche avec du vaccin de virulence extrême.

Ce point acquis, j'arrive à la question : « Comment conserver cette virulence? »

Dans tous les instituts vaccinaux, on a remarqué qu'à certains moments la virulence diminuait sans qu'on sache pourquoi.

A Florence, à l'Institut vaccinal, qui se trouve à l'hôpital des Innocents, lorsqu'on a commencé à vacciner des génisses, toutes les inoculations ratèrent et cela pendant des mois. À l'Institut de Milan, on a passé par des périodes de virulence très atténuée; à l'Institut de Saïgon, le Dr Calmettes, pendant très longtemps, a été obligé de renouveler tous les mois sa semence vaccinale avec du vaccin venant de France; au bout de deux ou trois passages, la virulence disparaissait. Haccius, de Genève, a eu aussi des moments où la virulence manquait. Le professeur Degive, de Bruxelles, m'écrivait il y a quelques mois que depuis un certain temps il n'obtenait pas de pustules normales.

D'un autre côté, dans tous les établissements on a observé, à la suite de la diminution de virulence, de la vaccine purulente.

L'existence de microbes divers dans la pustule vaccinale nous donne une explication de la perte de virulence. Le développement exagéré de certains microbes empêche celui des microbes de la vaccine et enlève leur virulence.

Mais comme après quelques semaines ces microbes n'existent plus, il semble très simple d'inoculer des génisses avec du vaccin très pur et de ramener la virulence; mais, dans ces cas, l'augmentation de virulence n'est pas constante.

En 1892, j'ai renouvelé ma souche vaccinale avec du vaccin très vieux de ma récolte, j'ai eu du vaccin très virulent; en 1894, j'ai voulu renouveler avec du vaccin de dix mois, et j'ai eu un vaccin peu virulent.

Pourquoi cette différence?

Très certainement, comme je l'ai déjà dit, le défaut de virulence vient du développement parallèle à celui du microbe vaccinal d'autres microbes qui nuisent à son évolution normale.

Or, ces microbes peuvent être ensemencés en même temps que le vaccin si l'on vaccine avec du vaccin frais et impur. Si, au contraire, on emploie une pulpe vieillie, l'ensemencement ne peut venir que du milieu extérieur, des gens qui soignent la génisse, des instruments, des couvertures qui habillent la génisse, de la litière, de l'écurie.

Or, j'ai toujours pris les plus grandes précautions au moment de la vaccination et de la récolte. La table est lavée au sublimé; le veau étant rasé, le champ vaccinal est vigoureusement savonné et lavé au sublimé. Les instruments sont bouillis; la couverture est bouillie; les mains sont désinfectées.

Pendant plusieurs années, mes veaux vaccinés étaient logés chez le boucher, mon fournisseur, et m'étaient amenés pour la vaccination et la récolte.

L'écurie du boucher n'était certainement pas aseptique; eh bien! pendant cette période j'ai rarement eu de diminution de virulence.

Plus tard, mon fournisseur se chargea de loger les veaux à l'abattoir. L'écurie de mon boucher à l'abattoir ne valait guère mieux que l'écurie de ville. Tout alla bien cependant jusqu'à un certain moment où je vis le vaccin ne plus réussir, même sur les veaux, et survenir la purulence.

Je me procurai alors une autre écurie à l'abattoir, dans laquelle mes veaux étaient seuls; les choses allèrent bien à nouveau; mais comme je ne pouvais surveiller journellement, je pensai qu'il valait mieux avoir une écurie sous ma main, que je pourrais surveiller à mon aise.

Je fis construire cette écurie dans la cour de mon dispensaire d'enfants. Cette écurie est tenue très proprement. Le sol est cimenté, ainsi que les murs jusqu'à un mètre afin de pouvoir laver à grande eau; le haut des murs et le plafond sont peints.

Le premier veau mis dans cette écurie, vacciné avec de très bon vaccin vieux, donna une pulpe de virulence insuffisante. Les veaux suivants donnèrent de bon vaccin. Cela dura quelques mois; puis, tout d'un coup, quatre animaux de suite donnèrent du vaccin absolument inefficace; le quatrième avait du pus.

Je ne m'expliquai pas cela; je redoublai de soins et de surveillance; je fis revêtir des blouses spéciales aux personnes chargées de soigner les veaux; ces blouses ne quittaient pas l'écurie. Je les fis se laver les mains au sublimé. Les choses semblèrent s'améliorer, mais il vint encore de mauvaises récoltes. La vaccine irrégulière, le champ vaccinal recouvert de petites élevures finies, pointues, remplies d'un magma blanc, épais, constitué par des leucocytes et contenant un grand nombre de staphylocoques; l'œdème envahissant le champ vaccinal et s'étendant loin au delà : tout cela se produisait assez souvent pour occasionner des pertes sérieuses.

J'avais déjà lavé deux fois l'écurie au sublimé, et un veau était mort très probablement empoisonné pour avoir léché les murs ou peut-être mangé des brins de paille sur lesquels il pouvait être tombé quelques gouttes de la solution. J'ai fait désinfecter de temps en temps mon écurie en lavant à grande eau, à l'aide d'une lance, les murs, les parois des stalles, le plafond, avec un liquide antiseptique. Mais, après l'accident déjà arrivé, je ne pouvais employer le sublimé et il me fallait un liquide non toxique pour les animaux.

J'eus recours au solutol dissous dans la proportion d'un demi-litre pour vingt litres d'eau. Le solutol est un excellent antiseptique et un antiseptique à bon marché.

Il y eut de l'amélioration, mais ce n'était pas parfait; j'étais encore obligé de supprimer certaines récoltes. Cependant divers accidents, notamment l'œdème, ne reparaissaient plus.

Je fis alors laver à l'éponge avec la solution de solutol, chaque jour, les séparations des stalles et la portion cimentée des murs, et une ou deux fois par semaine le haut des murs et le plafond.

Ce n'est qu'alors que j'eus des récoltes constamment bonnes. Je suis persuadé que dans cette écurie la virulence du vaccin diminue à cause du voisinage du dispensaire.

Et je suis amené à conclure qu'outre l'asepsie des instruments, des mains, du champ d'inoculation, il est nécessaire, dans les instituts vaccinaux, de faire l'antisepsie rigoureuse de l'écurie. Ce que j'ai dit en commençant du défaut de virulence observé dans la plupart des instituts vaccinaux prouve que partout cette désinfection est nécessaire. Il ne faudra pas employer le sublimé de peur d'accidents, mais un antiseptique moins dangereux quoique énergique, comme le solutol qui, chez moi, a donné les meilleurs résultats.

Malgré toutes ces précautions, il sera indispensable d'essayer chaque récolte en vaccinant un certain nombre d'enfants, et de détruire toutes celles qui, après des vaccinations bien faites, ne donneraient pas six pustules sur six vaccinations.

Si maintenant je cherche à généraliser les résultats de mon observation, je dirai ceci : Si dans les hôpitaux, salles d'asile, crèches, etc., on lavait journellement les murs avec une solution antiseptique, on aurait le plus grand avantage. Dans les hôpitaux, notamment, on empêcherait très souvent des infections secondaires plus redoutables que la maladie primitive.

Les essais d'antisepsie médicale du professeur Grancher ont déjà porté leurs fruits.

Le lavage journalier des murs et du sol n'a, du reste, rien d'extraordinaire, car il y a des hôpitaux dont les salles de chirurgie sont ainsi lavées tous les jours.

Pour ce lavage, le solutol pourrait être recommandé, et beaucoup d'autres antiseptiques avec lui ; mais avec le sublimé il y aurait peut-être à redouter à la longue l'absorption, par certains malades sensibles, de vapeurs ou de poussières mercurielles.

M. TACHARD

Médecin principal de 1re classe, à Toulouse.

KYSTE SÉREUX DU MÉSENTÈRE [616.38]

— *Séance du 5 août 1895* —

Je viens vous soumettre quelques réflexions à propos d'un cas de kyste séreux du mésentère, traité avec succès par la ponction capillaire. J'aurais résisté à la tentation de prendre ici la parole, si en compulsant les auteurs à propos de ce cas, je n'avais trouvé, dans l'excellent traité de pathologie chirurgicale de notre collègue et ami le professeur Gross [1], le conseil suivant : « Le seul traitement est l'extirpation, mais il importe de poser les indications. »

L'extirpation ! Mais lorsqu'il s'agit du mésentère, c'est la plus difficile, la plus dangereuse et parfois la plus impraticable des opérations. Ne la fait pas qui veut l'extirpation. Lorsque les malades viennent

(1) *Traité Path.*, t. II, p. 659.

consulter, il y a toujours quelque temps qu'ils portent leur tumeur, découverte par hasard, et dont l'existence a souvent donné lieu, avant d'être reconnue, à de fortes erreurs de diagnostic.

Quénu (1), sans rejeter la ponction, déclare que « l'ablation, si elle doit être facile, est la méthode de choix ».

Mais comment savoir si l'opération sera facile? Ouvrir, pour cela, le ventre me semble périlleux et d'un goût clinique fort discutable, de nature à jeter un certain discrédit sur les chirurgiens. Difficilement je me prêterais à ce genre de recherches, et volontiers je classerais quelques-unes de ces opérations au nombre des maladies évitables faisant encourir à ceux qui les provoquent une responsabilité en dommages-intérêts.

Nulle exagération dans ce qui précède, et dans sa thèse, soutenue l'année dernière, Deffains donne les conclusions suivantes: « La ponction est un procédé dangereux auquel on doit préférer la laparotomie exploratrice. » « La marsupialisation est le procédé de choix. »

Je ne sais si le kangourou est fier de nous voir contrefaire sa poche; mais ce dont je ne puis douter, c'est la préférence marquée que M... accorda à la ponction, dont je ne cachais pas les terribles dangers, tandis que je chantais les charmes de la marsupialisation.

A dire vrai, ces dangers de la ponction, dont les auteurs nous effarouchent, sont-ils réellement si effrayants? Même avec un trocart aseptique et une paroi abdominale antiseptisée, on ne doit pas sans motif faire une ponction abdominale; il est élémentaire de respecter les anses intestinales, mais si d'aventure l'une d'elles est perforée, où sera le mal?

Je me souviens d'avoir fait, il y a longtemps, des ponctions capillaires dans des cas d'occlusion intestinale, et dans une autopsie bien présente à mon souvenir je recherchai, sans les retrouver, les traces des piqûres faites. Dans ce cas, je ponctionnais l'intestin de propos délibéré; cet intestin était dans de très mauvaises conditions, le trocart n'était pas aseptique, et cependant cette blessure, si redoutable aujourd'hui, n'avait à cette époque aucune gravité.

En serait-il de la ponction capillaire comme de certains médicaments, qui ne guérissent que lorsqu'ils sont à la mode?

La vérité est qu'elle est dédaignée, qu'elle n'est pas une méthode chirurgicale à grand orchestre, qu'elle est tout au plus bonne pour les médecins, auxquels les chirurgiens contemporains me semblent en train de rendre en capital et intérêts la défaveur dont ils étaient jadis l'objet de leur part.

(1) *Traité Chir.*, t. VII, p. 171.

Je rappellerai ici le mémoire de M. Demons au Congrès de Chirurgie de 1889, sur la valeur des ponctions capillaires de l'intestin dans certains cas d'occlusion intestinale, parce qu'il démontre l'innocuité des ponctions capillaires de l'intestin, dont on nous fait aujourd'hui un épouvantail, tandis que la laparotomie serait un jeu d'enfant.

Prenons garde, à force de répéter qu'il faut laparotomiser, que les interventions de ce genre ne multiplient les décès; bien que partisan d'une sage décentralisation chirurgicale, je crains que les fautes des imprudents et des téméraires mal préparés ne fassent le plus grand tort à la chirurgie contemporaine.

Nous n'avons pas encore de statistiques générales sur les résultats de la laparotomie; si elles étaient matériellement possibles, si elles étaient intégrales, il est probable que le pourcentage des décès imputables à des opérations mal conduites ou trop périlleuses ramènerait la chirurgie à des règles de prudence que ne connaissent plus les jeunes générations.

Les critiques générales qui précèdent trouveront leur justification dans le fait suivant :

Observation. — M..., vingt-deux ans, de robuste constitution, ex-ouvrier au chemin de fer d'Orléans, sans antécédents morbides ou héréditaires, entre à l'hôpital de Montauban, dans les salles militaires, le 28 mars 1895. Il est atteint de tumeur abdominale sous-ombilicale.

Le début de sa maladie remonte à quatre ans; M... raconte qu'il ressentit subitement, pendant le repas, une violente douleur; ce ne fut que quelque temps plus tard que la persistance du mal lui fit reconnaître l'existence d'une tumeur.

La douleur atroce ressentie par le malade en pleine santé fut suivie pendant quatre jours d'une rétention absolue des matières intestinales; les médecins de la Compagnie appelés diagnostiquèrent : l'un, une occlusion intestinale; l'autre, une hernie de la ligne blanche. Au bout de quinze jours environ, l'acuité du mal céda et, au dire du malade, la tumeur disparut complètement au bout de trois mois. Depuis cette époque, M... dit avoir vu plusieurs fois paraître et disparaître sa tumeur, ce qui est peu probable.

Ne nous attachant qu'aux accidents qui ont motivé son envoi à l'hôpital, il y a lieu de bien mettre en relief que depuis son incorporation M... n'a jamais été malade; que le samedi 23 mars il ressentit, en se levant, une légère douleur qui ne l'empêcha pas d'aller à la marche militaire; qu'après avoir fait six kilomètres, il éprouva subitement une douleur si atroce dans la région périombilicale, que l'aide-major de service reconnut nécessaire de le faire transporter d'urgence en voiture à l'infirmerie du corps.

Jusqu'au 25 à midi, sans fièvre vive, le malade ne cesse de souffrir; sa respiration est anxieuse, il a des efforts de vomissement, il ne peut rester allongé dans son lit, il est complètement privé de sommeil.

Envoyé à l'hôpital le 26 au matin, il souffre encore, mais son malaise est tolérable. L'examen du ventre donne les renseignements suivants : à la vue on reconnait une saillie très notable au-dessous de l'ombilic, sans déplis-

sement de la cicatrice et sans élargissement des côtés; à la palpation, on trouve une tumeur arrondie, sans bosselures, indolente, non réductible, paraissant profondément implantée sur le côté droit, peu mobile transversalement, d'une consistance molle et fluctuante, sans corrélation avec le foie, la rate ou les reins. Le volume de la tumeur est comparable à une tête de fœtus.

La percussion donne une sonorité superficielle remplacée par de la matité dès qu'on exerce une pression avec la main gauche. S'il se fût agi d'une femme, la vue et le palper auraient fait penser à une grossesse de trois mois.

Les parois de l'abdomen sont normales, la contraction vigoureuse des muscles droits empêche de retrouver la tumeur, les mouvements respiratoires sont sans influence sur sa position.

Le frémissement hydatique, plusieurs fois recherché, n'a pas été trouvé.

Après examen, je pose le diagnostic de kyste séreux du mésentère.

La consistance de la tumeur, son existence reconnue il y a quatre ans, éloignent l'idée de tumeur lipomateuse, dont le développement suit en général une évolution rapide. Le sexe du malade facilitait le diagnostic et la localisation exacte de la tumeur démontrait son indépendance des viscères voisins.

Le diagnostic n'était certainement pas positif et une laparotomie exploratrice m'aurait beaucoup mieux renseigné. Me croyant cependant suffisamment armé, le 28 mars je fais une ponction avec le fin trocart de Potain, que j'espérais devoir être suffisante si je m'en rapportais à la bonne opinion qu'en avait Augagneur.

Le point central de la tumeur fut le lieu d'élection choisi, après nettoyage antiseptique de la peau.

La ponction, immédiatement suivie d'aspiration, amène l'issue d'un liquide roussâtre, dont la quantité recueillie est d'environ 350 grammes. Le liquide n'est ni filant ni visqueux; il ne graisse pas le papier, l'addition d'acide azotique ne le coagule pas; sous l'effet de la chaleur, il se décolore légèrement mais reste liquide. Après la ponction, le malade accuse d'assez vives douleurs, qui cèdent du reste sous l'effet d'une injection hypodermique de morphine.

Apyrexie complète les jours suivants; le 29 au soir la température est de 37°5, maximum observé.

Le 2 avril, le malade se lève pour la première fois, fonctions digestives normales. Le 10 avril, il est envoyé en convalescence dans sa famille. M... a été revu et examiné par plusieurs chirurgiens à la fin de juillet, la tumeur n'a point reparu. (Au 10 février 1896, pas de récidive; M... continue son service militaire.)

CONCLUSION

Malgré son mauvais renom actuel, la ponction capillaire a si bien réalisé le précepte des anciens, *tuto, cito et jucunde,* qu'elle devait trouver un avocat pour la défendre.

Si cette opération, qu'on traite d'aveugle, ne suffit pas, elle n'a aucune gravité et ne saurait empêcher l'extirpation ou la marsupialisation.

MM. M. LANELONGUE et Ch. FAGUET

de Bordeaux.

HÉPATOPTOSE TOTALE, FOIE CIRRHOTIQUE, HÉPATOPEXIE

[616.36]

— *Séance du 5 août 1895* —

Observation. — Mme X..., cinquante-deux ans, marchande des quatre saisons, entre à l'hôpital Saint-André, salle 8, pour une tumeur abdominale, dans les premiers jours du mois de juin 1892.

Aucun antécédent héréditaire. Personnellement, cette femme a toujours eu une bonne santé; règles régulières et normales; deux grossesses physiologiques.

Début de l'affection. — Il y a quatre ans environ, cette malade commença à éprouver dans le flanc droit une sensation de pesanteur notablement accrue par la fatigue. Ce fut le premier symptôme qui attira son attention; mais quelques mois après, elle s'aperçut que son abdomen augmentait de volume, et elle crut constater la présence d'une tumeur volumineuse relativement peu douloureuse par elle-même. Peu soigneuse de sa santé, et obligée par sa situation de fortune de continuer à travailler pour gagner sa vie, Mme X... attendit jusqu'à l'époque actuelle pour soumettre son cas à un médecin qui l'adressa à M. le professeur Lanelongue. Pendant tout ce temps, la pesanteur et les douleurs avaient beaucoup augmenté.

L'interrogatoire nous apprend encore que cette malade s'est livrée à des excès alcooliques et qu'elle présente depuis longtemps déjà des troubles gastriques : troubles de la digestion, pituite matinale, vomissements, etc.

État actuel (juin 1893). — L'abdomen est volumineux et contraste avec la maigreur de la malade ; circulation supplémentaire très développée.

Au palper, on trouve une tumeur très volumineuse et qui occupe une grande partie de la cavité abdominale. Matité absolue sur toute l'étendue du néoplasme, pas d'ascite cliniquement appréciable. Cette tumeur, de forme régulière, de consistance uniformément dure, est limitée à sa partie inférieure par un bord saillant très facilement perceptible; elle est, en outre, très mobile dans l'abdomen dans le sens vertical et dans le sens transversal.

La percussion permet de reconnaître qu'elle paraît indépendante du foie et de la rate dont elle est séparée par une zone de sonorité ; elle ne plonge pas dans l'excavation pelvienne qui est tout à fait libre, mais elle affleure presque au niveau du détroit supérieur. Les mouvements respiratoires ne lui communiquent aucune locomotion.

L'estomac est un peu dilaté ; le foie paraît très diminué de volume. L'utérus et ses annexes, les reins et les autres organes sont normaux.

Ajoutons enfin que si on a soin de faire contracter les muscles de la paroi abdominale, on s'aperçoit d'une façon bien évidente qu'on se trouve en présence d'une tumeur abdominale proprement dite.

En présence de ces signes, M. le professeur Lanelongue porte le diagnostic de tumeur de l'épiploon, coïncidant avec une cirrhose atrophique probable, et se décide à une intervention.

Opération (29 juin 1892). — Après les soins antiseptiques habituels et anesthésie au chloroforme, M. le professeur Lanelongue fait une laparotomie médiane et constate alors qu'il s'agit d'un *foie cirrhotique prolabé et extrêmement mobile.* La surface de l'organe est inégale, mamelonnée, hérissée de granulations; sa coloration est grisâtre et sa consistance dure. Il présente, en un mot, tous les caractères macroscopiques d'un foie atteint de cirrhose atrophique à un degré assez avancé.

Le ligament suspenseur ou falciforme est complètement détruit; petite quantité de liquide ascitique. L'épiploon, le mésentère, etc., sont sains; le rein est en situation normale.

M. le professeur Lanelongue avive au bistouri la face convexe du foie précisément au niveau du point où existait le ligament falciforme, sur une étendue qui mesure environ six centimètres de longueur et trois centimètres de largeur. Ce temps opératoire s'accompagne d'une hémorragie peu abondante.

Des tentatives de réduction faites ensuite ne permettent pas de maintenir le foie dans sa situation normale; trois points de suture au catgut, comprenant toute la paroi abdominale et une tranche assez épaisse de tissu hépatique mettent la région avivée de l'organe en contact avec le feuillet pariétal du péritoine. Ces trois points de suture sont éloignés les uns des autres par un intervalle qui mesure environ deux centimètres; ils sont étagés les uns au-dessous des autres. Le plus élevé est situé dans le dernier espace intercostal, mais n'embrasse pas dans son anse la côte correspondante.

Toilette de la cavité péritonéale, qui est fermée par une suture à trois étages.

Suites opératoires excellentes; réunion totale *(per primam).*

A sa sortie de l'hôpital, on indique à cette malade les inconvénients graves de l'abus de l'alcool, et on lui conseille un traitement ioduré.

Mars 1895. — Cette malade vient nous voir sur notre demande. A la suite de l'intervention qu'elle a subie il y a *deux ans et neuf mois,* les douleurs abdominales et les troubles fonctionnels ont disparu, ce qui lui a permis de reprendre ses occupations antérieures. Son foie est toujours prolabé, mais il a totalement perdu sa mobilité, et on constate qu'il est fixé à la paroi abdominale par des adhérences très étendues. L'état général de Mme X... est bon. La cirrhose ne paraît pas avoir fait de progrès appréciables.

En résumé, il s'agit, dans ce cas, d'une hépatoptose totale d'un foie cirrhotique; la fixation de l'organe à la paroi abdominale a suffi pour faire disparaître les douleurs.

MM. CARRION et CAUTRU

à Paris.

DE LA DIGESTION DES BOISSONS. — CIDRE, CHAMPAGNE, EAU DE SELTZ (1)

[612.32]

— *Séance du 6 août 1895* —

Un certain nombre de travaux ont déjà été faits, tant en France qu'à l'étranger, pour étudier la façon dont se digèrent les différents aliments; mais nous ne croyons pas que, jusqu'ici, l'on se soit beaucoup occupé de l'étude spéciale des boissons. C'est cette étude que nous nous proposons de faire. Malheureusement ce travail demande un grand nombre d'analyses faites sur les types gastriques les plus divers et avec un nombre de liquides considérable; aussi ne présentons-nous aujourd'hui qu'un début, lui-même incomplet, de ce colossal travail, nous proposant, dans cette communication, d'ébaucher l'étude du cidre mousseux et de lui comparer l'effet sur le travail digestif de deux boissons gazeuses : l'eau de seltz et le champagne.

Nous avons adopté, pour exécuter le présent travail, le procédé d'analyse de M. Winter, et pour nous mettre à l'abri des perturbations apportées dans la marche de la digestion par l'influence de la température des aliments ingérés (Linossier, Congrès des Sociétés savantes, 1894; Dr Schneyer, travail inédit en cours de publication dans les *Annales de Médecine*), nous avons eu soin de donner toujours nos liquides à la température des laboratoires (de 15 à 25°).

Le premier malade sur lequel ont été faites nos recherches appartient, comme il est facile d'en juger par le tableau ci-dessous, à la catégorie que M. le professeur Hayem a désignée sous le nom d'hypopeptique.

TUBAGE EN SÉRIE A LA SUITE DU REPAS D'EWALD

	Après 28 m.	Après 59 m.	Après 97 m.
A	33	66	83
H........	0	0	0
C........	44	119	101
H + C...	44	119	101
T........	233	319	310
F........	189	200	209
α........	0,75	0,55	0,82
T/F......	1,23	1,59	1,48

(1) Travail fait dans le laboratoire de M. le professeur Hayem à l'hôpital Saint-Antoine.

La digestion, chez ce malade, se fait sensiblement dans le temps normal, car le maximum se trouve évidemment entre les deux dernières analyses, et son estomac était vide après 120 minutes environ.

Nous avions à notre disposition trois espèces de cidre d'origine connue et de pureté parfaite : l'un, très mousseux, mis en bouteilles depuis plusieurs mois, avant sa fermentation, pouvait être considéré comme type du cidre dit « bouché », appelé encore « champagne normand » ; le second, mis en bouteilles depuis quelques jours seulement, avait fait sa fermentation dans le tonneau, répondant au cidre dit « cidre plat », ces deux cidres faits avec des pommes du Calvados; le troisième, originaire de l'Orne, mis en bouteilles depuis un mois, après sa fermentation, et peu mousseux.

Le degré alcoolique de ces cidres variait entre 3 et 3,9.

L'acidité avant l'évaporation, exprimée en HCl, variait entre 3,39 et 3,50 0/00, après l'évaporation entre 0,80 et 1,25 0/00.

Nous avons fait prendre à notre sujet des repas d'épreuve analogues à celui d'Ewald, mais nous remplacions le thé par une quantité égale du cidre que nous voulions étudier. Voici les résultats que nous avons obtenus :

	Après 34 m.	Après 68 m.	Après 94 m.	Après 124 m.
A.	159	146	153	191
H.	0	0	0	0
C.	22	51	106	151
H + C.	22	51	106	151
T.	160	237	306	365
F.	138	186	200	214
α.	7,22	2,86	1,44	1,26
T/F.	1,23	1,27	1,53	1,70

	Après 35 m.	Après 67 m.	Après 101 m.	Après 132 m.
A.	119	139	186	49
H.	0	0	0	0
C.	26	75	175	73
H + C.	26	75	175	73
T.	208	312	386	319
F.	182	237	211	246
α.	4,58	1,85	1,06	0,67
T/F.	1,14	1,31	1,83	1,29

	Après 33 m.	Après 64 m.	Après 75 m.
A.	139	116	186
H.	0	0	0
C.	11	63	134
H + C.	11	63	134
T.	182	323	356
F.	171	260	222
α.	12,636	1,84	1,38
T/F.	1,06	1,24	1,60

Comparons successivement les chiffres de ces différents tableaux avec les valeurs obtenues après le repas d'Ewald :

Le tableau 1 nous montre que la digestion se prolonge beaucoup plus. En effet, tandis que l'acmé après le repas d'Ewald simple se trouve entre la 59e et 97e minute, après le repas de pain et de cidre il se trouve après la 124e minute : c'est ce que démontre le rapport T/F (voir la communication de M. Winter à l'Académie des Sciences, 3 juillet 1893); mais, par contre, le travail effectué par l'estomac est beaucoup plus considérable, comme le prouvent l'élévation du rapport T/F et l'accroissement de la valeur C.

L'augmentation de l'acidité A et du rapport α s'expliquent par l'acidité du liquide ingéré.

Le tableau 2 donne les mêmes résultats; le maximum du travail stomacal est atteint entre la 101e et 132e minute; mais, ici encore, en même temps qu'il y a prolongation de la digestion, on observe une intensité plus grande du travail digestif.

Il en est vraisemblablement de même dans le tableau 3 : nous n'avons pas trouvé de liquide après 110 minutes; la digestion a dû s'élever encore et l'estomac s'évacuer rapidement.

Nous n'avons pu faire qu'une autre expérience avec le cidre sur un malade possédant un type gastrique tout différent du précédent, comme en fait foi la série ci-dessous, obtenue à la suite de l'ingestion de pain et de thé :

	Après 25 m.	Après 53 m.	Après 85 m.
A........	133	239	259
H........	0	164	187
C........	146	115	109
H + C...	146	279	296
T........	292	412	438
F........	146	133	142
α........	92	65	66
T/F......	2	3,09	3,08

Nous avons fait prendre à ce malade du cidre n° 1. Voici les résultats :

	Après 31 m.	Après 64 m.	Après 92 m.	Après 124 m.
A........	241	293	153	266
H........	15	76	113	100
C........	102	124	95	128
H + C...	117	200	208	228
T........	328	375	394	396
F........	211	175	186	168
α........	2,21	1,75	0,42	1,25
T/F......	1,55	2,14	2,11	2,35

Comparons les deux tableaux; les résultats sont des plus nets: Comme dans les cas précédents, il y a prolongation de la durée du travail digestif: T/F n'est que 2,35 après 124 minutes, lorsque après le repas d'Ewald T/F est de 3,09 après 53 minutes; il y a également exagération du travail, car l'acide chlorhydrique libre apparaît après 34 minutes alors que C égale seulement 102.

En résumé, s'il nous est permis de tirer une conclusion des renseignements qui précèdent, le cidre ayant fermenté (nous n'avons pu faire encore d'expériences avec le cidre doux non fermenté), quelle que soit son origine ou son degré de fermentation, produirait en tous les cas une *augmentation dans la durée de la digestion* et en même temps une *intensité plus grande dans le travail digestif.*

Il paraissait donc indiqué de conseiller le cidre en mangeant aux hypopeptiques ou aux apeptiques, avec évacuation hâtive de l'estomac. C'est ce qu'a fait l'un de nous chez plusieurs malades, et entre autres chez quatre d'entre eux qui, mis au képhyr, ont remplacé cette boisson par du cidre mousseux, obtenant des résultats cliniques identiques. Malheureusement, il nous a été impossible jusqu'alors de vérifier par une seconde analyse les résultats chimiques de ce mode de traitement, encore trop nouveau pour que nous nous permettions de tirer des conclusions qui seraient trop hâtives aujourd'hui.

Sur notre premier sujet, nous avons encore pu faire deux autres épreuves: l'une avec de la tisane de champagne, l'autre avec de l'eau de seltz.

Pain, 60; champagne, 250:

	Après 33 m.	Après 67 m.	Après 101 m.	Après 134 m.
A........	259	226	193	216
H........	0	0	0	0
C........	63	88	130	178
H + B...	63	88	130	178
T........	149	226	312	374
F........	86	138	182	196
α........	4,11	2,56	1,48	1,21
T/F......	1,73	1,63	1,71	1,90

Si nous comparons ces résultats avec le chimisme normal de notre sujet, nous voyons que l'effet du champagne est analogue à celui du cidre: on constate également une prolongation dans le travail digestif et, en même temps, une augmentation dans ce travail.

Pain, 60; eau de seltz, 250:

	Après 36 m.	Après 65 m.	Après 106 m.	Après 143 m.
A........	41	166	149	93
H........	0	0	0	0
C........	96	196	182	139
H + C...	96	196	182	139
T........	360	410	419	394
F........	264	214	237	255
α........	42	84	81	66
T/F......	1,36	1,91	1,76	1,54

Si l'on compare les valeurs ci-dessus avec celles qui sont consignées dans notre premier tableau, on voit que la digestion se fait sensiblement dans le même temps, mais que l'intensité du travail stomacal est considérablement augmentée.

De la comparaison des effets en apparence identiques de ces trois liquides gazeux sur la digestion: cidre mousseux, champagne, eau de seltz, nous ne voulons pas tirer une conclusion qui paraît cependant s'imposer, car là ne se borne pas l'action du cidre. Cette boisson agit encore et surtout sur la nutrition générale, et ses bons effets dans la diathèse urique, vantés déjà par Denis Dumont, qui constate l'extrême rareté en Normandie de la goutte, de la gravelle et de la maladie de la pierre, méritent d'être étudiés à nouveau. C'est ce que nous nous proposons de faire dans une communication ultérieure, où le rôle du cidre sera enfin, nous l'espérons, complètement étudié d'une façon scientifique.

M. G. FERRÉ

Professeur de Médecine expérimentale à la Faculté de Médecine de Bordeaux.

DE QUELQUES RÉSULTATS FOURNIS PAR LA PRATIQUE RÉGULIÈRE DU DIAGNOSTIC BACTÉRIOLOGIQUE DE LA DIPHTÉRIE [616.931

— *Séance du 8 août 1895* —

Depuis le mois d'octobre dernier, la Municipalité bordelaise, sur la proposition de M. le Dr Lande, adjoint délégué à l'Hygiène, a fondé un service antidiphtérique et m'en a confié la direction technique

en ma qualité de professeur de médecine expérimentale. Ce service comporte la pratique régulière du diagnostic bactériologique et la préparation du sérum.

Le service du diagnostic fonctionne régulièrement depuis le mois de novembre 1894 (22 novembre), irrégulièrement depuis le commencement du même mois; notre sérum a pu être distribué à partir du 26 janvier 1895.

Pour la pratique du diagnostic, des nécessaires contenant : 1° deux tubes de sérum gélatinisé; 2° une spatule stérilisée (le tout préparé dans mon laboratoire); 3° une feuille d'instruction pour l'ensemencement; 4° une feuille de renseignements, sont déposés dans les commissariats de police. Ils ne sont délivrés qu'aux médecins et sur leur signature. Ceux-ci les ensemencent, puis les envoient à mon laboratoire. Dans les 24 heures, le diagnostic leur est renvoyé par les soins de l'Administration municipale. On conçoit l'immense bénéfice que peuvent retirer de cette manière de procéder les enfants atteints de diphtérie : le mal connu dès ses premières atteintes sera sûrement enrayé par l'injection de sérum.

Le nombre de ces diagnostics s'élève actuellement à 570 : la comparaison de ces examens a fourni un certain nombre de résultats qu'il m'a paru intéressant de vous communiquer.

1° *Durée du temps nécessaire à la pratique du diagnostic.* — Quand il s'agit de diphtérie vivace, le diagnostic peut se faire régulièrement dans les 24 heures et même dans un laps de temps plus court : souvent vers la 15ᵉ, vers la 18ᵉ heure, les colonies sont suffisamment développées pour qu'on puisse les distinguer et les examiner au microscope. Dans tous les cas il est absolument nécessaire de faire l'examen des colonies au microscope : la forme des colonies des microbes associés peut donner le change, surtout quand l'ensemencement n'a pas été suffisamment discret, ce qui arrive généralement dans les tubes qu'on nous envoie. Ce laps de temps de 24 heures est généralement suffisant quand il s'agit de la variété longue du bacille diphtérique : cependant, même dans ce cas spécial, lorsque les colonies diphtériques sont peu nombreuses tandis que le nombre des colonies des microbes associés est très considérable, les colonies diphtériques ne deviennent bien apparentes qu'après le temps normal.

Dans les mêmes conditions, lorsqu'il s'agit du bacille moyen ou du bacille court, cette difficulté de donner un diagnostic précis dans les 24 heures se produit plus fréquemment encore.

Cette marche lente dans la formation du bacille définitif crée dans

certains cas de très grandes difficultés pour la rapidité et la précision du diagnostic. Ajoutez à cela que le bacille diphtérique semble quelquefois dériver de formes presque arrondies qui s'étirent de plus en plus pour donner lieu à la forme bacillaire vraie. Dans ces cas, il ne faut pas se hâter de donner un diagnostic, il serait erroné.

2° *Formes bacillaires diphtériques.* — Nous avons observé la plupart des formes déjà décrites du bacille diphtérique : les formes longues avec ou sans vacuoles; les formes moyennes ou courtes; les formes filamenteuses, en battant de cloche, en navette. Nous l'avons vu dans certains cas, assez rares, s'entourer d'une sorte de gaine claire mais ne possédant pas le double contour d'une capsule vraie.

Chez de tout jeunes enfants (un mois, quatre mois, six mois, il s'est présenté avec un diamètre longitudinal extrêmement ténu.

3° *Le diagnostic bactériologique peut seul donner la certitude sur la nature diphtérique d'une lésion.* — D'après les faits cliniques sommaires indiqués dans les feuilles de renseignements, et d'après les communications écrites ou verbales d'un certain nombre de nos confrères, nous avons acquis depuis longtemps la conviction, à l'exemple de Roux et de Martin, que le diagnostic bactériologique peut seul caractériser la nature diphtérique d'une lésion quelconque: telle angine qui ne paraît pas se présenter avec les symptômes cliniques de l'angine diphtérique, qui offre, par exemple, l'aspect de l'angine herpétique, contient en réalité du bacille spécifique. Inversement, dans un certain nombre d'angines, de rhinites pseudo-membraneuses, dans certains cas de croup ayant toutes les allures du croup diphtérique, nous n'avons pu déceler le bacille de Löffler, mais bien du staphylocoque ou du streptocoque purs. Nous pourrions multiplier les exemples, mais il nous paraît inutile d'insister sur ces faits qui sont généralement admis par la plupart des médecins.

4° *Les microbes des lésions pseudo-membraneuses semblent végéter par efflorescences.* — Un autre point intéressant, point que j'ai déjà signalé à mon cours au mois de mai, et que seul le diagnostic bactériologique pratiqué régulièrement pour un endroit déterminé pouvait mettre en évidence, c'est que les diverses formes du bacille diphtérique, les formes microbiennes associées et les microbes des inflammations naso-pharyngo-laryngées pseudo-membraneuses non diphtériques, semblent se produire par poussées, par efflorescences. Il nous est arrivé de constater pendant un certain nombre de jours un certain nombre de diphtéries pures à bacille long; puis à une autre

époque, le mois dernier, par exemple, un certain nombre de cas de diphtérie à bacille moyen ou court, à l'exception presque absolue du bacille long. Dans certaines circonstances l'association avec le staphylocoque prédominait; dans d'autres cas, la diphtérie était dans un plus grand nombre de cas associée au streptocoque. Quelques exemples fixeront les idées. En décembre 1894 et janvier 1895, nous avons noté plus fréquemment qu'à toute autre époque l'association du bacille diphtérique avec le pneumocoque. En mars, nous observons 8 diphtéries avec streptocoques contre 16 diphtéries associées au staphylocoque, et dans le même mois, 20 angines pures à staphylocoques contre 5 angines à streptocoques. En mars, par conséquent, le staphylocoque est donc entré pour une large part dans la production des lésions pseudo-membraneuses du pharynx. Fait des plus curieux, en avril nous observons 4 diphtéries associées au staphylocoque contre 13 cas d'association au streptocoque et 3 cas d'inflammation pseudo-membraneuse à staphylocoques contre 6 cas de lésion de même nature à streptocoques. Il nous est arrivé fréquemment à un moment donné de constater dans les ensemencements provenant de différents quartiers de la ville des associations identiques.

Est-ce un pur hasard que la production de ces efflorescences?

Je ne le pense pas, car l'évolution des microbes est soumise aux variations des conditions climatériques: ces constatations opérées à l'occasion de la pratique régulière du diagnostic de la diphtérie semblent le démontrer d'une façon prérемptoire, ce qui, je crois, n'avait pas été fait jusqu'ici.

5° *Des variations du nombre de cas de diphtérie par rapport à certaines conditions climatériques.* — Ayant en main un nombre assez considérable d'éléments, j'ai recherché si certaines conditions climatériques, la quantité de pluie tombée, par exemple, pouvaient influencer le nombre des cas de diphtérie. J'ai mis en regard deux courbes dont l'inférieure représente les variations du pluviomètre de l'observatoire de Floirac, indication que je dois à l'obligeance de M. Rayet. La courbe supérieure représente en ordonnées le nombre des cas de diphtérie reconnus chaque jour et comptés au jour de début de la maladie. De la comparaison de ces deux courbes tracées pour un espace de six mois, rien de précis ne peut être tiré. Du reste, la question est des plus complexes: il faut tenir compte, en effet, de la durée de la période d'incubation, et d'autres facteurs climatériques tels que la température, l'état hygrométrique. Ces courbes seront cependant tracées ultérieurement d'une façon continue: peut-

être nous apprendront-elles quelque chose de précis. Ce qu'elles démontrent actuellement d'une façon graphique, c'est que la diphtérie est plus fréquente dans la saison humide, fait déjà connu par l'observation clinique.

6° *Importance du diagnostic bactériologique de la diphtérie au point de vue prophylactique dans les différentes collectivités et en particulier dans les écoles.* — Les résultats que nous venons d'indiquer offrent certainement quelque importance; mais nos observations nous ont permis d'en obtenir d'autres d'une importance pratique beaucoup plus grande.

Comme l'avaient démontré les expériences de Roux avant l'emploi du sérum, comme l'ont démontré depuis lors les recherches de Roux et Martin, de Sevestre et d'autres auteurs, recherches auxquelles nous nous permettons de rattacher les nôtres qui datent du mois d'octobre dernier, le bacille diphtérique ne disparaît pas des voies respiratoires forcément lorsque les fausses membranes sont tombées. Dans certains cas, il disparaît, ainsi que l'a constaté M. Martin. Mais dans bien d'autres cas, comme l'a constaté M. Sevestre, comme nous l'avons constaté maintes fois nous-mêmes, l'ensemencement du mucus pharyngien sur le sérum gélatinisé donne des résultats positifs au point de vue de la persistance du bacille. Il arrive même que cette persistance est d'une ténacité extrême. Nous l'avons retrouvé un mois, quarante jours, quarante-cinq jours, deux mois, et même, dans un cas de diphtérie généralisée des fosses nasales du pharynx et du larynx, quatre mois après la disparition des fausses membranes.

Deux indications pratiques découlent de ces faits : puisque le sérum ne tue pas le bacille diphtérique, il faut débarrasser au plus vite le malade de ce microbe; d'autre part, pour éviter toute contagion, il faut le tenir isolé jusqu'à complète disparition du bacille.

Pour satisfaire à la première condition, il faut, comme l'ont dit M. Roux et M. Martin, comme je l'ai répété dans mon cours de cette année, en y insistant d'une façon toute spéciale, il faut, dis-je, pratiquer d'une manière rigoureuse et continue la désinfection des voies naso-bucco-pharyngiennes de l'enfant atteint de diphtérie avec des antiseptiques diffusibles et non coagulants tant qu'il existe des fausses membranes, avec des antiseptiques forts dès que les fausses membranes auront disparu. En pratiquant cette antisepsie, on gagnera certainement beaucoup de temps.

Pour satisfaire à la seconde condition, il n'existe qu'un seul moyen sérieux : c'est de pratiquer l'examen bactériologique du mucus nasal ou pharyngien, de l'enfant qui vient d'être atteint de diphtérie et de

ne permettre son retour dans le milieu familial ou bien à l'école que lorsque le bacille aura disparu. Je sais bien qu'il existe un moyen beaucoup plus radical, à savoir l'injection préventive de faibles doses de sérum (de 5 à 10 centimètres cubes) aux personnes de l'entourage. Ce moyen a été mis en œuvre par un certain nombre de médecins qui, du reste, en majorité, en ont obtenu de bons résultats. Ces injections préventives, quoi qu'on en ait dit, peuvent rendre de grands services, et leur emploi est nécessaire dans certains cas, en particulier lorsque des enfants atteints de lésions douteuses sont introduits dans les pavillons de diphtérie. Il en est de même lorsque, dans certains cas, l'isolement ne peut être pratiqué. Mais, il faut bien le dire, beaucoup de médecins répugnent à les pratiquer, et bon nombre de parents refuseraient de laisser injecter préventivement leurs enfants. La seule solution pratique est donc de faire l'examen bactériologique du mucus buccal ou nasal.

Plusieurs de nos confrères ont fait pratiquer cet examen pour savoir si leurs petits malades pouvaient être mis au contact de leur entourage habituel, et il serait à désirer que cette mesure fût adoptée par tous les médecins; mais cette ligne de conduite est laissée à l'initiative de chacun d'entre eux, aucune obligation ne peut être imposée.

Il n'en est pas de même pour la réadmission dans les écoles. Les règlements sanitaires des écoles exigent à la suite d'une atteinte de diphtérie un éloignement fixé à quarante jours. Avec les notions acquises à la suite de la pratique du diagnostic bactériologique, cette limite est trop faible dans beaucoup de cas et des éléments de contagion sont rapportés certainement dans l'école. Il faudrait pour que l'éloignement de l'école portât tous ses fruits au point de vue prophylactique, il faudrait, dis-je, qu'au voisinage du quarantième jour, le diagnostic bactériologique fût fait : pas de bacille diphtérique dans les mucus, l'enfant serait réadmis; dans le cas contraire, sa réadmission serait éloignée et autorisée seulement après un laps de temps qui varierait suivant la quantité de bacilles ou de colonies trouvés dans l'ensemencement de contrôle.

Dans les villes où le diagnostic bactériologique de la diphtérie se pratique couramment, ce contrôle pourrait être établi facilement. Il pourrait en être ainsi partout ailleurs, si la voie ouverte par un certain nombre de recteurs, et notamment par M. Couat, recteur de l'Académie de Bordeaux, était suivie : les écoles de tout notre ressort académique peuvent faire pratiquer dans notre service antidiphtérique tous les diagnostics bactériologiques nécessaires.

Ces indications ont été mises en pratique par des médecins inspec-

teurs scolaires, en particulier par M. Layet et par moi. J'ai refusé personnellement la rentrée de l'école à un certain nombre d'enfants qui possédaient encore des bacilles diphtériques dans leur mucus pharyngien.

J'ai dit et je maintiens que la réadmission ne devait être autorisée dans l'école qu'après disparition de tout bacille diphtérique. On pourrait observer que cette conclusion est trop absolue, car il peut exister dans les voies respiratoires du bacille qui n'est pas virulent. Oui, certainement, mais comment agirez-vous pratiquement pour reconnaître la non-virulence des colonies développées sur le sérum? Il vous faudra pour cela employer un temps considérable, mettre en œuvre un appareil expérimental énorme, car, ne l'oubliez pas, il vous faudra dans ce cas examiner la virulence de chaque colonie. Et, d'autre part, si la virulence de quelques-unes de ces colonies est extrêmement faible, assez faible pour qu'elle ne produise chez le cobaye inoculé que des phénomènes pouvant passer inaperçus, un très léger œdème par exemple, ces microbes très peu virulents, s'ils rencontrent des organismes très réceptifs, s'ils viennent à s'associer avec d'autres microbes, ne pourront-ils pas récupérer toute leur virulence? M. Roux n'a-t-il pas démontré avec M. Yersin que l'association du streptocoque avec un bacille diphtérique peu virulent suffisait pour rendre à ce dernier une virulence extrême? Donc, en pratique, je le répète, on ne devra réadmettre dans les écoles les enfants venant de subir une atteinte de diphtérie que lorsque le bacille de Löffler aura complètement disparu.

Voilà les principaux résultats sur lesquels je désirais appeler l'attention : il en est bien d'autres que l'on pourra obtenir par la pratique régulière dés examens bactériologiques des lésions diphtéritiques. On saura dans quelques années, et on ne le saura que par ce moyen, quelle est la durée moyenne de l'immunité conférée par une atteinte de diphtérie, quelle est la durée de la protection déterminée par l'injection de sérum. Nous n'avons pu encore obtenir rien de bien précis à ce sujet, les cas de rechute observés ne pouvant être scientifiquement admis comme vrais, l'examen bactériologique n'ayant pas été fait lors de la première atteinte.

MM. J. FERRÉ et E. FAGUET

à Bordeaux.

ABCÈS DU CERVEAU A STREPTOTHRIX 617.23

— *Séance du 8 août 1895* —

Les abcès du cerveau ne sont point rares. Rappelons en quelques mots que *Biermer, Hanot* et *Boix* admettent que les maladies infectieuses, septicémie, pyohémie, ostéomyélite, phlegmon diffus, pneumonie suppurative, endocardite végétante, bronchectasie fétide, sont souvent le point de départ de la formation d'abcès dans le cerveau. De toutes les causes, la suppuration otique est certainement la plus fréquente. L. Picqué et Ch. Février[1] lui attribuent plus de la moitié des cas. Ce sont alors les agents ordinaires de la suppuration qui sont mis en cause, streptocoque, staphylocoque, pneumocoque de Friedländer, bacille pyocyanique[2]. *Kanthack* cite l'influence de bacilles saprogènes; deux fois le bacille de Koch a été trouvé à l'état de pureté dans deux abcès du cerveau[3]. De tous ces microbes, le streptocoque est de beaucoup le plus fréquent.

En 1890, *Alinquist* signale un streptothrix dans un abcès du cerveau. En même temps, *Eppinger* décrivit sous le nom de *Cladothrix astéroïdes* un organisme que *MM. Radais* et *Sauvageau*[4] rangent parmi les streptothrix. Ce sont là les seuls cas déjà signalés.

Au mois de janvier 1894, nous avons pu observer un cas d'abcès du cerveau chez un malade du service de M. le professeur *Vergely*.

Observation. — J. M..., trente-cinq ans, camionneur, a eu, il y a trois semaines, une crise épileptiforme qui a duré trente-cinq minutes; elle fut suivie de violents maux de tête à gauche. Le 26 décembre, nouvelle crise, le malade reste dans le coma toute la nuit et, dans cet état, est porté à l'hôpital où il est placé salle XIV, lit 12. On nous a signalé que depuis

(1) L. Picqué et Ch. Février, *Annales des maladies de l'oreille,* 1892, n° 12.
(2) Martha, *Des microbes de l'oreille*. Paris, Steinheil, 1893.
(3) Observations de Frankœl et de Rendu et Boulloche.
(4) Radais et Sauvageau, *Annales de l'Institut Pasteur,* 1892.

quelque temps, il vomissait fréquemment et avait une constipation opiniâtre.

Examen du malade. — Le malade est dans le coma le plus profond; couché dans le décubitus dorsal, il pousse de temps en temps de profonds soupirs. Du côté de la face, rien d'anormal, soit dans la motilité, soit dans la sensibilité. Au tronc, monoplégie brachio-crurale droite, anesthésie et contracture dans ces deux membres. L'examen des réflexes nous a donné les résultats suivants :

Réflexe rotulien aboli.
Réflexe de Rosenbach aboli.
Réflexe testiculaire aboli.
Réflexe cornéen conservé.

Nous n'avons constaté ni trépidation épileptoïde ni analgésie testiculaire; le malade présente le phénomène de la raie méningitique, mais n'a pas de dermographisme.

La respiration est calme et régulière, 28 inspirations à la minute.

Le pouls est irrégulier, 56 pulsations.

Température rectale, 37°8; température axillaire, 37°.

L'examen de l'urine ne décèle la présence ni du sucre ni de l'albumine. Le malade meurt le lendemain.

Autopsie. — Le poumon gauche est légèrement induré au sommet; le rein droit pèse 80 grammes, le rein gauche 250 grammes; ce dernier contient un infarctus, gros comme une noisette, rempli d'une matière jaunâtre semi-liquide. L'examen des autres organes ne permet de signaler rien de particulier; on ne trouve ni otite suppurée, ni abcès de la bouche.

Le cerveau est enlevé avec toutes les précautions habituelles, il ne présente rien d'anormal à sa surface. En pratiquant des coupes horizontales dans son épaisseur, on arrive sur un abcès gros comme une petite noix, nettement délimité par une membrane pyogénique, entouré d'une zone de ramollissement, et d'où il s'échappe un pus jaune verdâtre crémeux. Cet abcès est situé dans le centre ovale. Le point le plus haut de l'abcès est à 2 centimètres environ de l'écorce. Il correspond par sa masse à une zone antérieure de 1 centimètre environ aux pédicules de la première et de la deuxième frontale.

Le ventricule gauche contient du pus, et un examen plus minutieux permet de constater la présence de deux petits trous sur la paroi. C'est vraisemblablement à l'irruption brusque du pus dans le ventricule qu'il faut attribuer l'ictus apoplectiforme qui a frappé notre malade.

Des morceaux de la paroi de l'abcès et du rein au niveau de l'infarctus ont été pris par M. Sabrazès qui y a constaté la présence de filaments plus ou moins longs, se colorant très bien par la méthode de Gram. Nous avons recueilli, de notre côté, du pus de l'abcès du cerveau avec toutes les précautions voulues. Ce pus, examiné au microscope suivant les méthodes appropriées, contenait des filaments se colorant par la méthode de Gram, souvent courts et enchevêtrés les uns dans les autres, quelquefois longs et bien étalés, mais réellement ramifiés dans les deux cas *(fig. 1, 2)*. Le protoplasme n'y est pas absolument homogène, mais disposé sous forme de grains plus ou moins longs. Quelques-uns de ces prolongements portent à

leur extrémité un renflement en massue. Ce sont bien là les caractères que nous reconnaissons aux streptothrix, depuis les importants travaux de MM. Sauvageau et Radais.

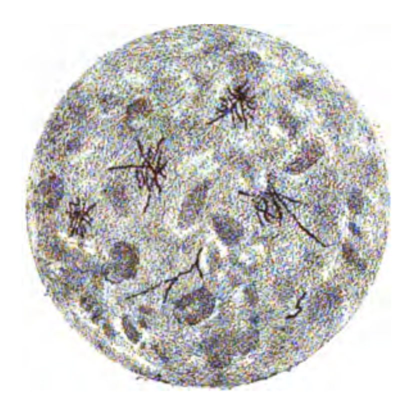




Fig. 1.

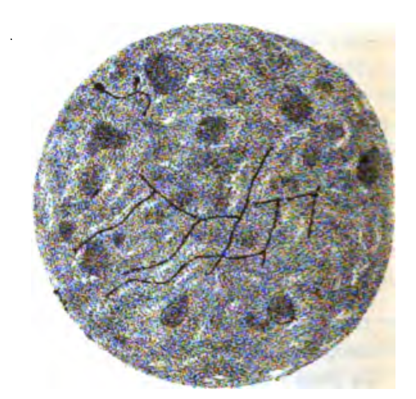


Fig. 2.

Cultures. — *Aérobies.* — *a)* Gélose. Le pus recueilli est ensemencé sur gélose. La culture se développe très rapidement, et au bout de trois ou quatre jours, nous avons des colonies blanches, rondes, surélevées. Ces colonies envoient une sorte de racine dans la gélose, et nous figurent assez parfaitement l'aspect d'un gros clou de sabot. L'examen fait au microscope nous donne des filaments très courts, à protoplasma non homogène, ramifiés, terminés pour la plupart par un léger renflement, se colorant bien par la méthode de Gram.

b) Pomme de terre. La culture sur pomme de terre présente un aspect assez particulier. Les colonies se surélèvent très légèrement au point d'ensemencement. Puis la surface de la pomme de terre devient un peu glaireuse et grisâtre. Les colonies sont peu visibles et le parasite se développe dans l'intérieur de la pomme de terre. C'est le milieu le plus favorable au développement morphologique de ce streptothrix, car les filaments s'y montrent très longs, quelquefois même aussi longs que ceux que nous avons vus dans le pus.

L'extrémité de presque tous ces filaments est renflée en massue. Cette formation est très probablement liée à la production de spores.

Au bout d'un an et demi, la surface de la pomme de terre est grise, légèrement chagrinée, mais sans efflorescence blanche, et les formes filamenteuses longues terminées par des renflements parfois gros et longs y sont conservées.

c) Gélatine. La gélatine n'est jamais liquéfiée, les colonies s'y développent bien, en formant de petites sphères d'une teinte faiblement ocreuse.

d) Bouillon. Après ensemencement dans le bouillon, il se produit de petits grumaux en forme de houppes, mais le développement de ces colonies est très lent. Un très léger trouble apparaît au bout de quinze à vingt jours.

2° *Anaérobies.* — Gélose. Deux tubes de gélose ont été ensemencés en piqûre suivant les règles voulues. Le développement des colonies a été assez lent. Tout le long de la strie d'ensemencement, il se forme de petits grains

en forme de houppes qui deviennent bientôt confluents et finissent par donner à la culture un aspect particulier. La culture bien développée se présente sous la forme d'une masse allongée, d'où se détachent des masses secondaires en forme de poires, dont la queue regarde vers la ligne de piqûre.

L'examen microscopique a été fait pour chaque culture et nous a toujours donné des résultats constants : gélose, bouillon, gélatine, filaments courts; pomme de terre, filaments longs. Toutes ces cultures, sauf celles sur gélatine, ont été faites à une température qui varie entre 36° et 38°.

Inoculations. — Le 3 janvier 1894 un cobaye a été inoculé sous la peau avec 2 centimètres cubes d'un mélange fait d'eau stérilisée et de pus. Cette inoculation ne nous a donné aucune modification, soit de l'état général, soit de l'état local.

Le 27 janvier, un lapin reçoit sous la dure-mère 1 centimètre cube d'un mélange fait avec des colonies développées sur gélose et du bouillon. Après avoir maigri, il meurt le 15 février. Rien d'apparent du côté du cerveau et des méninges. Sur l'intestin et le mésentère, de nombreuses colonies de coccidies. Le foie, mais surtout les reins présentent extérieurement des taches blanchâtres assez étendues. Des coupes de ces organes sont faites ultérieurement et permettent de constater, disséminés dans toutes les parties, de petits amas formés de filaments ramifiés, se colorant très bien par la méthode de Gram, semblables à ceux que nous ont donnés les cultures sur gélose.

Les amas de streptothrix ne sont généralement pas entourés de cellules leucocytaires, ce qui ne nous permet pas d'affirmer que le parasite avait de la tendance à former des abcès ou des pseudo-tubercules. Il est difficile de dire si la mort de l'animal est due au développement de ce streptothrix ou bien à l'évolution des coccidies, car l'intestin en était farci.

Du côté de la rate, rien de particulier à signaler.

En résumé, de l'étude qui précède, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

1° L'organisme trouvé dans le pus est un streptothrix, étant données sa forme ramifiée et ses terminaisons en bouton ;

2° Ce streptothrix se développe bien sur gélatine, pomme de terre et bouillon, sur gélose, en culture aérobie et anaérobie. La pomme de terre est le meilleur milieu de culture pour son développement morphologique complet;

Il se développe dans l'organisme du lapin et ne paraît pas y donner de phénomènes réactionnels;

4° Il semble être le même que celui qu'*Eppinger* a décrit en 1890, sous le nom de *Cladothrix astéroïdes*, et appartenir au genre *Oospora* de *MM. Radais* et *Sauvageau*.

M. Henry BORDIER

Médecin électricien, à Lyon.

RECHERCHES SUR LA TEMPÉRATURE LOCALE DES RÉGIONS SOUMISES A L'ACTION DU COURANT GALVANIQUE [612.54]

— *Séance du 8 août 1895* —

Lorsque le courant galvanique est appliqué sur la peau à l'aide d'électrodes, on voit apparaître des modifications dans la vascularisation cutanée, et en même temps, le sujet éprouve une sensation spéciale, excentrique et étreignante, dans laquelle domine le sentiment de brûlure.

Boudet de Pâris a cherché à expliquer cette sensation de chaleur aux points d'application des électrodes par la transformation de l'énergie électrique en énergie calorifique; il s'est demandé si la loi de Joule ne permettrait pas d'expliquer cette sensation par la quantité de chaleur libérée par le courant.

L'épiderme, comme on sait, possède une grande résistance; il ressemble, au point de vue électrique, à un vernis recouvrant tout le corps humain. Le courant arrivant au corps par les électrodes a donc à vaincre une grande résistance. Or, d'après la loi de Joule, la quantité de chaleur qui apparaît dans un conducteur dont la résistance est R s'exprime par la formule

$$Q = K \times R \times I^2 \times T:$$

pour une intensité donnée, la quantité de chaleur est proportionnelle à la résistance du conducteur.

Boudet de Pâris a essayé d'appliquer cette loi au corps humain traversé par un courant d'intensité connue; il admet, d'après Du Bois-Reymond, que la résistance de l'épiderme est égale aux 4/5 de la résistance totale du corps.

Pour une surface donnée des électrodes, si la résistance totale comprise entre ces électrodes est de 1,000 ohms, la résistance de l'épiderme seul est de $1000 \times \frac{4}{5} = 800$ ohms.

Dans ces conditions, un courant de 20 mA. produit, après un quart

d'heure, une quantité de chaleur de 84,7 calories-grammes-degrés pour 1000 ohms, ce qui fait 67,92 calories pour les 800 ohms de l'épiderme; si cette quantité de chaleur se répartit également aux deux électrodes, il reste 34 colories pour chacune d'elles.

On pourrait, d'après cela, calculer le nombre de degrés dont la température doit s'élever si l'on connaissait le poids de l'eau imbibant les électrodes. Boudet de Pâris admet que chaque électrode retient 20 grammes d'eau. Ce nombre est bien variable et il dépend de bien des conditions! En faisant le calcul, on trouve comme élévation de température 1°,7. Ainsi, en admettant ce qui précède, un courant de 20 mA. élève la température de l'épiderme recouvert par les électrodes de 1°,7 après un quart d'heure de passage.

Boudet de Pâris a tenté de vérifier par l'expérience (1) ce que le calcul indique; pour cela, il a placé un thermomètre entre l'électrode et la peau et avec un courant de 20 mA. il a trouvé, après un quart d'heure, que son thermomètre marquait 1°,4 de plus qu'avant le passage du courant.

Il y a lieu de se demander si cette méthode de détermination des températures est bien exacte : on comprend, en effet, combien il doit être difficile d'appliquer exactement une électrode sur la peau lorsqu'il y a au-dessous d'elle un réservoir thermométrique; la surface cutanée est nécessairement diminuée dans ces conditions; de plus la dimension de l'électrode utilisée par cet auteur n'est pas mentionnée; le signe du pôle de cette électrode n'est pas non plus indiqué. Enfin, nous ne croyons pas qu'il soit possible d'appliquer le calcul et les résultats qu'il fournit à un conducteur doué de vie, comme le corps humain; les conditions se compliquent immédiatement par suite des phénomènes circulatoires et des actions vasomotrices.

Il n'y a, par conséquent, que l'expérience qui puisse fournir des indications exactes sur l'effet thermique cutané produit par le passage du courant galvanique, et dans ces expériences, il est indispensable de tenir compte du signe de l'électrode dont on étudie l'action sur la température locale de la région soumise à l'électrisation.

L'expérience que nous venons de mentionner est, croyons-nous, la seule qui ait été faite sur cette question intéressante; aussi avons-nous entrepris des recherches méthodiques dans ce sens.

Nous avons pensé à employer l'électrode particulière imaginée par M. le professeur Bergonié et présentée par lui à la Société d'Anatomie et de Physiologie de Bordeaux.

(1) *Revue générale de Médecine*, 1882, p. 261.

Elle se compose de deux cylindres en verre concentriques soudés à leur partie supérieure : le premier cylindre est prolongé par un goulot où l'on peut fixer un bouchon destiné à maintenir différentes tiges. Le cylindre extérieur, qui forme un manchon au premier, porte deux tubulures qui permettent de produire un vide partiel dans l'espace annulaire compris entre les deux cylindres. C'est cette disposition qui est utilisée dans le stéthoscope de Constantin Paul. La partie inférieure de ces cylindres de verre est bien rodée et peut s'appliquer exactement sur une région quelconque du corps.

Si l'on place un liquide dans la cupule intérieure, ce liquide repose sur la peau et peut amener le courant dans cette région; si l'on place, comme l'a fait M. Bergonié, une solution NaCl à 7 p. 1000 dans cette cupule et que l'on fasse passer dans le bouchon une tige d'argent, terminée par un disque d'argent recouvert de chlorure d'argent fondu, on réalise une électrode impolarisable, comme celle du professeur d'Arsonval pour l'électrophysiologie. Par cette disposition, on voit que l'on a une véritable électrode liquide, très commode pour le genre de recherches que nous nous sommes proposées.

Les expériences de Boudet de Pâris, comme on l'a vu, ne tiennent aucun compte du signe du pôle appliqué sur la peau; nous en avons toujours tenu compte, au contraire, et les résultats obtenus prouvent que cette précaution est utile à prendre.

Voici comment nous avons procédé dans nos premières expériences : la cupule était fixée par une bande de caoutchouc sur l'avant-bras; dans le cylindre central était placée de l'eau et dans le bouchon passaient : 1° la tige d'argent terminée par le disque; 2° un thermomètre à échelle fractionnée et gradué de 20° à 45° en dixièmes de degré.

On attendait, avant de faire passer le courant, que la température fût bien stationnaire; dans ces conditions, cette fixité de la colonne mercurielle était très lente à se produire, plus d'une heure. On faisait alors commencer le courant et la variation thermométrique était notée avec soin.

1re Expérience. — La cupule servant d'électrode était fixée sur l'avant-bras, face antérieure et au milieu ; l'électrode indifférente avait une surface de 200 centimètres carrés et était appliquée dans le dos en dessous de la nuque. Le thermomètre, après une heure un quart, devient stationnaire et indique 30°8. On fait passer le courant de manière à rendre positif le liquide de la cupule dont la surface est de 7 centimètres carrés. L'intensité du courant est portée à $3^{mA}5$. Le sujet éprouve une vive sensation de brûlure au niveau du liquide. Durée du passage du courant 8 minutes, le thermomètre était à ce moment à 41°5. Il y a eu une élévation de température de 0°,7.

2e Expérience. — Sans changer l'électrode de place, on attend que la température soit bien devenue stationnaire. Voici les valeurs numériques:
Température initiale de l'eau de la cupule, 31°,6;
Intensité employée, 5 mA.;
Durée du passage du courant, 8 minutes;
Liquide de la cupule relié au pôle positif;
Température finale, 32°.

L'élévation de température a eu lieu encore et sa valeur est à peu près la même que dans l'expérience précédente. Ainsi, dans ces deux expériences faites avec le *pôle positif,* comme pôle actif, il y a eu échauffement de l'eau contenue dans la cupule; mais pour mieux connaître la marche de cet échauffement, nous avons, dans les expériences suivantes, noté la température plusieurs fois pendant la durée du passage du courant.

Le pôle actif a été le *pôle négatif.*

1re Expérience. — Cupule fixée sur l'avant-bras, face antérieure, tiers supérieur.
Température initiale stationnaire, 32°.
Intensité, 4 mA.
Durée, 7 minutes :

1re minute	32, »	4e minute	31,1
3e —	32,05	7e —	32,3

Il y a eu ascension de la colonne thermométrique, mais cette ascension s'est faite lentement et de plus elle n'est que de 0°3.

2e Expérience. — Électrode liquide négative fixée sur l'avant-bras, température initiale, 31°.
Intensité du courant, 6,5 mA.
Durée, 8 minutes :

1re minute	31°, »	5e minute	31°.02
2e —	31 , »	6e —	31 ,25
3e —	31 ,05	7e —	31 ,3
4e —	31 ,1	8e —	51 ,4

Accroissement de la température, 0°,4.

Ces deux expériences, faites avec le *pôle négatif,* comme pôle actif, semblent indiquer que l'ascension du thermomètre, ne se fait pas aussi rapidement que dans les expériences où le pôle positif est actif.

De plus, on peut voir que ce n'est que vers la 2e ou la 3e minute que le thermomètre se met à monter.

Pour pouvoir comparer entre elles les ascensions thermométriques et leur marche, il était utile de refaire une expérience avec le pôle

positif, en employant la même intensité et en notant, toutes les minutes, la température.

Pôle positif actif; température initiale, 32°.
Intensité, 6,5 mA.
Durée, 8 minutes.

1re minute	32°,05	5e minute	32°,4
2e —	32 ,1	6e —	32 ,6
3e —	32 ,2	7e —	32 ,75
4e —	32 ,35	8e —	32 ,8

L'élévation est ici de 0°,6.

On voit par ce tableau que l'élévation s'est faite *aussitôt* la fermeture du courant, contrairement à ce qui s'était passé avec le pôle négatif.

Devant ces résultats il était permis de se demander si la marche ascensionnelle, différente pour les deux pôles, était due à un phénomène purement physique ou bien à un phénomène biologique résultant d'actions vasomotrices; nous avons ainsi été amené à faire des expériences en opérant sur un corps inerte : pour cela nous avons remplacé la peau par des couches de papier buvard.

Sur une électrode ordinaire, nous avons mis un paquet de papier buvard formé de vingt feuilles, le tout étant bien humecté, nous avons placé, par-dessus, notre cupule contenant de l'eau à la température ambiante, En exerçant une pression suffisante on obtient une fermeture hermétique pendant le temps de l'expérience. Voici les chiffres obtenus :

Pôle positif. Température initiale, 20°,7;
Intensité du courant, 6,5 mA.
Durée, 5 minutes :

1re minute	20°,8	4e minute	21°,2
2e —	20 ,9	5e —	21 ,3
3e —	21 ,1		

Élévation de température, 0°,6; on remarquera que l'ascension du thermomètre s'est faite régulièrement et d'une façon continue.

Pôle négatif. Température initiale, 20°,8.
Intensité, 6,5 mA.
Durée, 5 minutes :

1re minute	20°,9	4e minute	21°,3
2e —	21 ,»	5e —	21 ,4
3e —	21 ,2		

L'élévation de température est encore de 0°,6 et l'on peut voir que la marche ascensionnelle est exactement la même qu'avec le pôle positif. Le

résultat n'a rien de surprenant, car l'accroissement de température constaté ici est régi par la loi de Joule, et l'on sait que les effets calorifiques des courants sont indépendants du sens de ces courants.

Quoi qu'il en soit, ces expériences permettent de penser que les phénomènes circulatoires interviennent pour une certaine part dans l'accroissement de température constatée précédemment, lorsque la cupule est placée sur la peau.

Nous avons continué alors nos recherches dans ce sens et nous nous sommes demandé si l'eau, étant mauvaise conductrice, il n'y avait avantage à la remplacer dans notre cupule par un liquide bon conducteur. Nous lui avons, en effet, substitué le mercure; la résistance de ce métal, sous la petite épaisseur présentée, était évidemment négligeable; il ne pouvait donc pas y avoir apparition de chaleur sensible par suite de cette très faible résistance; enfin, la conductibilité du mercure pour la chaleur était une considération importante au point de vue des indications fournies par le thermomètre. L'inconvénient de l'emploi du mercure à la place de l'eau, c'est la vive douleur que produit le courant lorsque l'électrode appliquée sur la peau est métallique, aussi on ne peut employer que de faibles intensités.

La cupule étant fixée sur l'avant-bras du sujet on la remplit de mercure; par le bouchon passent le thermomètre et un crayon de charbon qui plonge dans le mercure; lorsque la température est bien stationnaire, on relie le charbon au fil conducteur à l'aide d'un serre-fil.

Expérience avec le pôle négatif actif. — Température initiale, 30°,8.
Intensité, 2,5 mA.
Durée, 5 minutes :

1re minute	30°,8	4e minute	31°,15
2e —	30 ,9	5e —	31 ,2
3e —	31 ,»		

La colonne thermométrique s'est élevée de 0°,4, l'ascension s'est faite lentement, elle n'a commencé que vers la 2e minute. Le sujet a éprouvé une vive brûlure au niveau de l'électrode de mercure et il s'est formé de petites phlyctènes.

Expérience avec le pôle positif. — Température initiale, 30°,6.
Intensité, 2m5 mA. :

1re minute	30°,7	4e minute	31°,2
2e —	30 ,85	5e —	31 ,3
3e —	30 ,95		

L'élévation de température est de 0°,7.

On voit que l'ascension thermométrique a eu lieu de suite, ce qui est bien différent de ce qui s'est produit avec le pôle négatif. Il faut encore mentionner que la douleur a été moins vive que durant l'expérience précédente.

Si on exprime graphiquement la variation de température correspondant à chaque pôle, on constate que l'élévation de la température locale de la région cutanée soumise à l'action du courant se fait au pôle négatif suivant une courbe dont la concavité est tournée vers le haut, tandis que l'élévation qui correspond au pôle positif est représentée par une courbe à concavité tournée vers le bas. De plus, cette dernière courbe s'élève plus haut que la première.

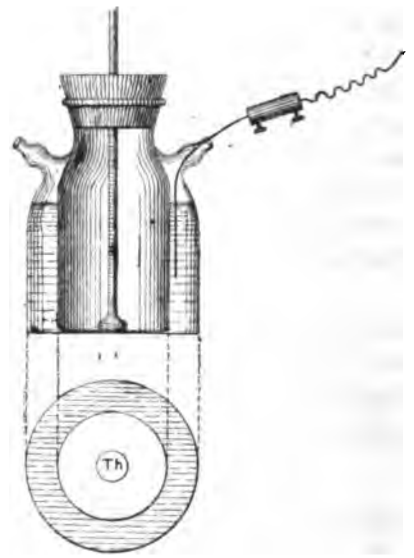


Fig. 1. — Cupule-électrode du prof. Bergonié.

Ces résultats expérimentaux sont, comme on le voit, intéressants, en même temps que nouveaux.

Mais une question pouvait encore se poser : l'élévation de température mise en évidence par toutes les expériences précédentes est-elle due à une transformation d'énergie électrique en énergie calorifique s'effectuant au niveau de l'épiderme très résistant, ou bien cette élévation est-elle le résultat d'actions vaso-motrices produites par le passage du courant ?

Pour résoudre, nettement cette question, nous avons pu faire des expériences qui ne laissent aucun doute ; il s'agissait de soumettre une certaine région à l'action du courant galvanique et de voir ce que devenait la température locale de cette région.

Grâce à la cupule-électrode du professeur Bergonié, nous avons

pu faire très commodément cette détermination. Ayant fixé solidement l'électrode sur l'avant-bras, nous avons introduit, *dans l'espace annulaire,* de l'eau, et par une des tubulures un fil de platine relié soit au pôle positif, soit au pôle négatif. Dans le cylindre intérieur, et maintenu par un bouchon de caoutchouc, était un thermomètre à température locale de Seguin; dans ces conditions, le courant agit sur une *portion annulaire* de la peau et c'est la température du centre de cette région cutanée que l'on observe : il est évident que si le thermomètre indique une variation de température, celle-ci ne pourra être due qu'à des phénomènes vaso-moteurs.

Or, voici les résultats d'expériences faites avec le pôle négatif et avec le pôle positif. Avant de faire passer le courant on a attendu que le thermomètre se fixe bien.

1re Expérience. — Pôle négatif. Température initiale, 32°,4.
Intensité, 4 mA.
Durée, 5 minutes :

		ÉLÉVATION			ÉLÉVATION
1re minute	32°,4	0 »	4e minute	32°,65	0,25
2e —	32 ,5	0,1	5e —	32 ,7	0,3
3e —	32 ,6	0,2			

Il y a eu élévation de la température de la région autour de laquelle passait le courant. Cette élévation a été faible (0°,3), et elle s'est faite comme dans les autres expériences relatives au pôle négatif, c'est-à-dire lentement et seulement vers la 2e minute.

2e Expérience. — Pôle positif. Température initiale, 32°,5.
Intensité, 4 mA.
Durée, 5 minutes :

1re minute	32°,6 32 ,7	4e minute	33°,5 33 ,1
2e —	32 ,8 32 ,9	5e —	33 ,2
3e —	32 ,95 33 »		

L'élévation a été plus prononcée qu'avec le pôle négatif, elle est de 0°,7; de plus, la marche ascensionnelle s'est faite ici rapidement, dès l'établissement du courant. C'est ce que nous avons déjà vu dans les expériences précédentes.

Si on rapproche les élévations de température constatées dans ces deux expériences de celles obtenues précédemment, on voit qu'elles sont du même ordre de grandeur.

Comme par le dispositif employé l'accroissement de la tempéra-

ture ne peut pas être attribué à une transformation d'énergie, on est obligé de conclure que cet accroissement est le résultat des actions vaso-motrices produites par le courant galvanique.

Les courbes construites en prenant les accroissements thermiques pour ordonnées et les minutes pour abscisses présentent la même allure que celle dont nous avons parlé précédemment; la courbe correspondant à la cathode est, jusqu'à la 3e minute, concave en haut; celle correspondant à l'anode est concave en bas; ces graphiques peuvent se traduire en langage ordinaire et l'on peut dire que les phénomènes vaso-moteurs apparaissent lentement à la cathode, beaucoup plus vite à l'anode.

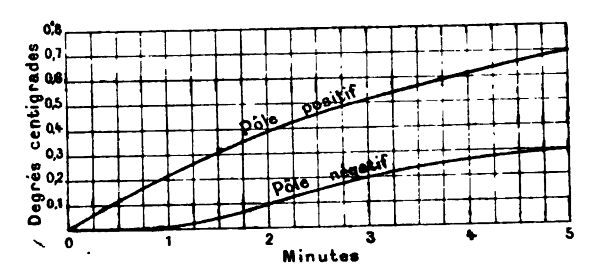


Fig. 2. — Variations de température locale de la peau.

Ces résultats se vérifient exactement pendant l'expérience : notre électrode de verre, par sa transparence, permet de voir les modifications de circulation dans l'espace circulaire entouré par le liquide conduisant le courant. Or, on constate très nettement qu'au début du passage du courant, *quand le liquide est relié au pôle négatif*, la peau prend une teinte pâle ; après une ou deux minutes, elle commence à devenir rose, puis rouge, lorsque le courant dure un certain temps.

Avec le pôle positif, au contraire, on voit *d'emblée* apparaître une rougeur de la peau très accentuée qui persiste pendant tout le passage du courant. Ces apparences vasculaires des régions cutanées sont, comme on peut le constater, bien en rapport avec les indications thermométriques.

D'ailleurs, l'électrothérapeute bien connu Erb, avait remarqué ces apparences que présente la peau, et voici comment il s'exprime : « A la cathode, vous voyez fréquemment au début un retrécissement des vaisseaux et de la pâleur de la peau, puis une rougeur pâle et rosée; lors de l'ouverture du courant, une rougeur longue et intense se montre et reste à la place de l'électrode. A l'anode, se manifeste instantanément une rougeur intense, foncée et pareille à l'écarlate;

après l'ouverture, la rougeur se maintient très longtemps, puis vient une desquamation abondante de l'épiderme (¹). »

Ces lignes sont tout à fait conformes à ce que nous avons observé nous-même et sont une véritable confirmation de nos résultats expérimentaux.

M. M. DESPREZ

Chirurgien en chef de l'Hôtel-Dieu, à Saint-Quentin.

DE LA DÉAMBULATION PRECOCE PENDANT LE TRAITEMENT DES FRACTURES DE LA JAMBE A L'AIDE DES BANDES DE GUTTA-PERCHA PERFECTIONNÉES

[617.15]

— *Séance du 8 août 1895* —

Avant d'aborder la question des appareils perfectionnés de gutta-percha dans le traitement des fractures de la jambe, je dois rappeler en quelques mots les propriétés extraordinaires que possède la gutta-percha, résine de la famille des Sapotacées.

Ce corps est insoluble dans l'eau, où il se conserve indéfiniment.

S'il est plongé dans de l'eau de 60° à 80°, il se ramollit, devient très malléable, et c'est surtout dans l'eau qu'on lui imprime facilement différentes formes; dès qu'il est soumis à la température ambiante ordinaire, il devient résistant.

On a depuis longtemps utilisé en chirurgie ces deux précieuses qualités. C'est généralement sous forme de feuilles ou de plaques que la gutta-percha était employée jusqu'alors.

Sous cette forme simple, l'usage de la gutta-percha est difficile; il est limité à des surfaces restreintes, et si la chaleur est un peu exagérée, la gutta-percha se déforme, adhère aux doigts du chirurgien et au linge de pansement et ne devient que très difficilement applicable.

Si elle reste quelque temps exposée à l'air, elle devient cassante si elle n'est pas ramollie par la chaleur avant d'y toucher.

Les choses en étaient là, lorsqu'il y a quelques années l'idée me vint d'incorporer sur les deux surfaces d'une feuille de gutta-percha un tissu à larges mailles, comme la tarlatane.

(¹) ERB, *Traite d'Électrothérapie*, p. 108.

Je choisis à cet effet une plaque de gutta-percha qui était devenue cassante comme verre; je la plongeais dans de l'eau chaude et, par compression, je faisais pénétrer la toile sur les deux faces de la gutta-percha.

Avant de l'essayer, j'étais déjà convaincu que cette nouvelle préparation allait réaliser des qualités nouvelles très importantes.

En effet, ramollie dans l'eau suffisamment chaude, elle devenait souple comme un gant; mais elle cessait de se déformer et de s'allonger sous la moindre traction.

Je l'ai ainsi employée plusieurs fois avec revêtement de tarlatane.

Les résultats étaient bons; mais il me fut bientôt démontré que la qualité du revêtement employé donnait à l'appareil une valeur proportionnelle; j'appliquai alors à la préparation d'attelles de gutta-percha un tissu à larges mailles qu'on appelle étamine et qui est d'une grande solidité.

J'ai fait plus : j'ai fait tisser une étoffe à larges mailles en tissu de ramie; un appareil ainsi préparé avec une feuille assez mince de gutta-percha prend une solidité extraordinaire qu'une traction du poids de 200 kilogrammes serait loin de rompre.

On peut ainsi obtenir un appareil très solide, très léger, de dimensions largement suffisantes pour les fractures de la cuisse, d'une application très exacte sur la jambe et sur le genou, pour permettre une extension vigoureuse et bien supportée.

J'en présente un spécimen qui ne laissera de doute dans l'esprit de personne.

INDICATION D'UNE COUCHE D'OUATE INTERPOSÉE ENTRE LE MEMBRE FRACTURÉ ET L'APPAREIL DE GUTTA-PERCHA

Les belles qualités de la feuille ainsi préparée de gutta-percha ne suffisent pas pour un bon appareil; il faut interposer une bonne couche d'ouate entre le membre fracturé et les nouvelles attelles.

L'ouate sert beaucoup, au moment de l'application des valves de l'appareil, à rendre celle-ci très exacte et très régulière; elle préserve parfois le membre fracturé d'une chaleur désagréable des bandes, préalablement ramollies à une température de 60 à 80°; elle permet de faire une compression suffisante pour avoir une application correspondant très exactement à la forme du membre fracturé pendant que la coaptation des fragments est solidement maintenue et l'extension faite avec beaucoup de soin; c'est là une indispensable condition de traitement pour assurer un bon résultat définitif.

Nous savons tous qu'une bonne couche d'ouate se tasse assez pour n'avoir pas à redouter une compression largement suffisante; aussi,

est-il presque toujours nécessaire, le lendemain même de l'application et plus tard encore, de voir si les deux valves de l'appareil ne laissent pas un peu de jeu autour du membre fracturé.

L'application méthodique d'un appareil en gutta perfectionné comporte l'emploi bien dirigé de bandes ordinaires de coton ou de toile pour bien assujettir les attelles en gutta-percha autour d'un membre fracturé; les premiers tours de bandes doivent être appliqués rapidement, de manière à fixer l'appareil; il faut ensuite explorer avec soin la régularité de l'appareil, et s'il existe un vide appréciable il faut immédiatement le combler par des tours de bandes appliqués à l'endroit qui laisse à désirer.

Le chirurgien ne doit pas quitter son appareil avant d'avoir constaté qu'il n'aura plus guère, à l'avenir, qu'une légère surveillance à exercer pour arriver à un résultat complet.

Du reste, la solidité de l'appareil se réalise très vite; souvent, la gutta devient déjà sonore à la percussion lorsque les bandes circulaires viennent d'être appliquées.

Il est nécessaire de veiller à ce que les valves de l'appareil soient toujours bien en contact avec le membre fracturé; l'insuffisance de pression de l'appareil est beaucoup plus à *surveiller* que l'excès de compression, que je n'ai jamais eue à rectifier dans les cas déjà nombreux de fractures que j'ai eues à traiter, soit à l'Hôtel-Dieu, soit dans ma clientèle privée.

Cet avantage énorme d'une modification instantanée de l'appareil en gutta-percha, s'il y a lieu, de sa solidité parfaite et rapidement acquise, laisse loin en arrière les appareils en amidon, dextrine, silicate et en plâtre. Ces derniers, qui sont d'un usage si répandu, présentent un inconvénient grave : c'est celui du resserrement de l'appareil plâtré quand il a été appliqué.

Le danger d'une compression exagérée, de douleurs vives, etc., après son application, fait qu'il est *impossible* d'obtenir de l'appareil plâtré une compression méthodique suffisante, comme on l'obtient toujours avec l'appareil en gutta-percha.

PÉRIODE DU TRAITEMENT DE LA FRACTURE OU LA MARCHE PRÉCOCE EST AUTORISÉE

Pour effectuer cet important progrès de rétablir de très bonne heure les mouvements d'un membre fracturé, il faut réaliser plusieurs conditions importantes. Il est nécessaire :

1° Qu'il ne reste plus la moindre douleur spontanée ou provoquée par une pression exploratrice à la surface de l'appareil;

2° Que celui-ci présente une grande solidité, de manière à n'avoir pas à redouter la déformation du membre par une marche prématurée;

3° Que la compression soit assez exacte pour ne pas permettre le gonflement du membre dans la position verticale, ni le moindre mouvement des fragments en voie de consolidation.

C'est en réalisant ces différentes conditions qu'on arrive à obtenir une guérison rapide, sans raideurs articulaires, sans adhérences résistantes des tendons à leurs gaines et sans les inconvénients graves de l'immobilité prolongée pour la santé générale.

DU CAL EXTÉRIEUR

L'emploi bien dirigé de l'appareil fait qu'après une guérison en général très rapide, le cal extérieur est si peu prononcé, que des doutes sur l'existence d'une fracture antérieure pourraient s'élever si les accidents de traumatisme n'avaient été rigoureusement établis.

Ce résultat, constant après l'application des appareils en gutta-percha, est très rare avec les appareils ordinairement employés; il est dû, sans aucun doute, à une compression très douce des fragments et à leur immobilisation absolue.

Parmi les cas assez nombreux déjà de fractures de l'articulation tibio-péronière de ma pratique hospitalière ou privée, je présente aujourd'hui une observation très intéressante et qui démontre d'une manière certaine la valeur de la thèse que je soutiens aujourd'hui :

Obs. I. — Gruny, peintre, soixante-cinq ans, tombe, le 12 novembre dernier, d'une hauteur de sept mètres, sur le timon d'une voiture d'ardoises attelée et au repos.

Il entre dans mon service à l'Hôtel-Dieu après une luxation de l'épaule réduite, et présente les signes d'une fracture grave de l'articulation tibio-tarsienne. Des compresses résolutives sont appliquées, et le lendemain matin je constate une fracture des deux malléoles avec tassement du pied entre les fragments largement écartés.

Après une réduction de la fracture faite avec de grands efforts, j'applique une large bande de gutta-percha passée en étrier sous la plante du pied, et remontant assez haut sur les deux faces latérales de la jambe; l'appareil est, comme toujours, doublé d'une bonne couche d'ouate; j'applique des tours de bande ordinaire en faisant une compression méthodique vigoureuse pour maintenir bien rapprochés les fragments osseux.

Le lendemain, je constate que la compression a été très bien supportée et que la douleur résultant de l'accident a disparu.

L'articulation est si bien maintenue dans son ensemble, que les mouvements de la jambe sont absolument indolores.

Vingt-huit jours après son entrée à l'Hôtel-Dieu, le blessé commençait à marcher avec son appareil.

Le 15 décembre, trente-trois jours après l'accident, il sortait si bien guéri qu'aujourd'hui c'est à peine s'il présente des signes de sa fracture.

Obs. II. — Marlin, manouvrier, quarante ans, entré à l'Hôtel-Dieu pour une fracture de la jambe le 17 août 1894, sort parfaitement guéri le 13 octobre suivant, sans la moindre raideur articulaire, sans cal extérieur appréciable.

Obs. III. — Lefin, manouvrier, cinquante-six ans, entre à l'Hôtel-Dieu le 20 février, avec fracture de la jambe avec plaie. Pansement à l'iodoforme, la gaze iodoformée, une bonne couche d'ouate hydrophile et un appareil en gutta-percha; il sort parfaitement guéri le 30 avril.

Obs. IV. — Lefèvre, manouvrier, quarante ans, entré le 4 mai 1894, sort parfaitement guéri le 14 juillet.

Obs. V. — Delhay, manouvrier, soixante ans, entre à l'Hôtel-Dieu pour une fracture de la jambe en bec de flûte. Un appareil plâtré est appliqué avec soin par un de mes collègues; au bout de quatre mois, la consolidation est insuffisante, les fragments sont mobiles.

Je propose l'emploi de mon appareil en gutta-percha, qui est appliqué; le blessé, au bout de six semaines, marche assez librement avec son appareil; quinze jours plus tard, c'est-à-dire après deux mois de traitement à la gutta-percha, une guérison solide est constatée; la mobilité des fragments a complètement disparu.

Ce dernier résultat est remarquable. On sait que les fractures qui ont de la peine à se consolider sont très réfractaires à une bonne consolidation ultérieure.

J'aurais encore à présenter un certain nombre d'observations de fractures graves guéries par le même procédé, les malades ayant toujours évité les ennuis d'une immobilité absolue; les faits que j'ai cités, et qui sont démonstratifs, suffisent et au delà pour élucider complètement la question.

M. VERCHÈRE

Chirurgien de Saint-Lazare, à Paris.

RUSES FÉMININES ET CATHÉTÉRISME UTÉRIN

[618.1483]

— *Séance du 9 août 1875* —

Dernièrement, c'est-à-dire l'année dernière, nous avons assisté au malheureux procès, qui a fait à juste titre un bruit si considérable non seulement dans la presse médicale, d'un de nos confrères condamné pour s'être servi de tampons intravaginaux et de pinces pour les appliquer. Ce procès lamentable montre à quoi on est exposé lorsque l'on se trouve en présence de femmes se croyant ou se sachant enceintes, désirant avorter par quelque moyen que ce soit. Dans le procès que je viens de citer, la fille origine de tout le mal n'avait certes eu d'autre but que de se faire avorter, et elle a sans vergogne accusé le médecin, qui n'était nullement responsable de ce qui était survenu en dehors de lui. Que serait-ce donc si le tribunal avait à juger des avortements inconsciemment déterminés par une exploration utérine en apparence bénigne, que les femmes la plupart du temps réclament, que l'antisepsie autorise et que le diagnostic exige parfois?

Les femmes connaissent merveilleusement les effets heureux, suivant elles, du cathétérisme utérin dans les cas de grossesse gênante au début. Voulez-vous que je vous raconte une histoire qui s'est passée il y a une dizaine d'années dans un des grands hôpitaux de Paris, dans un service de clinique chirurgicale, et où le professeur fut amené, innocemment, à pratiquer un avortement sur un utérus gros de deux mois et demi? Vous allez voir l'accumulation de moyens apportés pour le duper. Un jeune étudiant en médecine amène au professeur une jeune malade, qui, dit-elle, est atteinte de pertes abondantes, de douleurs dans le ventre, probablement une métrite survenue depuis déjà plusieurs mois. Inutile de dire que la jeune malade était la maîtresse du jeune étudiant. On interroge la jeune malade, on prend des notes soigneusement et elle donne tous les renseignements voulus, les plus détaillés, qui constituaient une

observation symptomatique, type de métrite hémorragique. — Avez-vous vos règles? — Toujours très régulièrement. — Avez-vous eu des retards? — Jamais. — Perdez-vous actuellement? — J'ai attendu que mes règles soient terminées pour venir me faire soigner.

Telles sont les réponses que font toujours les malades dont je parle. A l'examen, on trouve un utérus (primipare) à col conique, non ramolli (deux mois et demi) et augmenté de volume. Aucun signe de grossesse qui puisse attirer l'attention. La malade dissimule avec soin les nausées et les vomissements qu'elle a ou qu'elle a pu avoir, et l'examen au spéculum pratiqué ne révèle aucun signe qui puisse faire croire à une grossesse. L'air de candeur et de vérité avec lequel la jeune malade donne tout le tableau de la métrite fongueuse, ne semble pas permettre le doute, et pour vérifier l'état de l'endomètre, pour vérifier s'il n'existe pas quelque polype cause des métrorrhagies indiquées, pour constater la profondeur de la cavité utérine, le professeur fait le cathétérisme avec l'hystéromètre rigide. On constate une augmentation de longueur, le diagnostic suggéré se vérifiait: endométrite fongueuse avec gros utérus. Le cathétérisme fut fait à plusieurs reprises sans amener de modification dans l'état de la malade. Les fœtus sont parfois plus résistants qu'on ne le croit, et on était à cent lieues de penser à une grossesse. La dilatation fut pratiquée et sous le chloroforme on fit le curettage. La curette ramena un fœtus de deux mois et demi. Je n'ai pas à dépeindre la surprise et la fureur du professeur, ni à indiquer la décision qu'il prit vis-à-vis de l'étudiant en médecine qui, tranquillement, avait appris à sa jeune maîtresse les réponses qu'elle devait faire pour entraîner l'erreur de diagnostic qui devait déterminer le professeur à lui pratiquer sans danger un avortement désiré.

Le procédé est souvent moins bien combiné, mais les femmes d'elles-mêmes savent parfaitement trouver les réponses qui doivent entraîner un chirurgien à pratiquer le cathétérisme; les choses se passent généralement de la façon suivante: Une dame, mariée souvent, ayant eu antérieurement de la métrite, ayant déjà été soignée pour cette métrite, se trouve enceinte et veut avorter. Elle sait que l'on fait le cathétérisme utérin, elle connaît même les gynécologues qui toujours, pour affirmer leur diagnostic, pratiquent ce cathétérisme utérin sur la simple affirmation que les règles n'ont eu aucun retard et viennent de cesser.

J'ai vu une dame m'affirmer avoir vu deux jours avant moi un gynécologue distingué qui, disait-elle, avait eu besoin de la cathétériser pour constater la longueur de sa cavité utérine, qu'il avait diagnostiqué une métrite, mais qu'elle désirait que je vérifie le diag-

nostic, pour savoir si elle devait se soumettre au curettage. Je ne sais pourquoi, je me méfiai et me contentai de l'examiner par le toucher et la palpation. Elle me rappela à la nécessité du cathétérisme. Je lui dis que je le considérais comme inutile, et elle s'en fut désappointée. J'ai appris qu'elle était enceinte et que la visite faite antérieurement, suivant elle, au gynécologue n'était qu'illusoire et un procédé pour me rassurer sur les effets possibles d'un cathétérisme qu'elle désirait.

Le Dr Nitot, auquel je parlai de ces faits, me raconta le suivant: Une mère et sa fille viennent le trouver. La mère explique que sa fille souffre du bas-ventre, qu'elle a des pertes blanches, que les règles sont très abondantes, etc. Rien ne semblait devoir être en rapport avec une grossesse probable, d'après les dires de la mère, qui réclame un examen de sa fille si souffrante et si intéressante. Le Dr Nitot pratique un examen discret par le toucher, qui ne présente pas une grande résistance, et constate un utérus un peu plus gros que normalement; au spéculum qui fut appliqué avec prudence, on ne trouvait qu'un col congestionné, un peu plus rouge, un peu plus violet, mais rien qui pût expliquer le tableau complet d'une métrite présenté par la mère éplorée.

Aussi se contentait-il de dire qu'il voyait peu de gravité dans cet état, lorsque la mère lui fit remarquer que l'examen n'était pas complet, qu'il n'était pas possible qu'il n'y eût rien, qu'elle avait eu autrefois de la métrite, qu'elle savait ce qu'il en était, et que, pour la soigner, on avait toujours pratiqué le cathétérisme. Cette insistance même ouvrit les yeux du Dr Nitot, qui n'hésita plus à refuser toute explication plus complète et à diagnostiquer : grossesse avec tentative maternelle d'avortement médical.

Avant d'en terminer avec ces exemples, qui pourraient se multiplier à l'infini, laissez-moi encore vous dire une histoire peut-être un peu en dehors du sujet, mais qui montre bien quelle duplicité peut présenter la femme qui veut avorter : Un jour, il y a peu de temps, vient dans mon cabinet, amenée par sa mère, une jeune femme mariée, que je connaissais, que j'avais accouchée il y a cinq ou six ans, et qui me pose à brûle-pourpoint la question suivante : « La bicyclette peut-elle avoir des inconvénients quand on est enceinte? Car je suis enceinte de deux mois, et *je commence par vous dire que je suis tout à fait décidée à continuer à en faire, quelle que soit votre réponse.* » Ceci dit avec un petit air de bravade qui me fit de suite réfléchir. J'interrogeai d'abord ma patiente sur sa grossesse, sur les phénomènes qui lui faisaient croire qu'elle était enceinte, sur l'inutilité de venir me demander un conseil au sujet de

la bicyclette, puisqu'elle était décidée à n'en tenir aucun compte; elle me répondit à ce propos que c'était son mari qui lui avait conseillé de venir me consulter à cet égard, parce qu'il redoutait un accident, mais qu'elle-même aimerait mieux un accident que de cesser ce sport qui la charmait. Ma religion était éclairée. La machination était limpide. Faire de la bicyclette, trouver un procédé pour obtenir un avortement et rentrer un jour chez soi avec une hémorragie, une fausse couche, en disant que la bicyclette était la cause de cet avortement artificiellement provoqué. « Le Dr Verchère qui me l'avait défendu m'avait bien prévenue. Hélas! je n'ai pas su résister à la tentation, j'en ai fait malgré tout, et le résultat est celui qui avait été annoncé par lui, une fausse couche. »

Tout s'expliquait clairement et nul ne pouvait soupçonner la manœuvre criminelle qui avait été faite, la bicyclette pouvait tout porter. Malheureusement pour ce petit programme, je ne me laissai pas prendre. Et après avoir su que cette bicycliste fervente ne faisait chaque jour qu'une heure de machine, sur une piste de vélodrome, je lui dis très posément et très tranquillement que je ne voyais aucun inconvénient à ce qu'elle continuât à en faire, que jamais la bicyclette n'avait amené d'avortement, et que si elle faisait une fausse couche, je ne croirais pas et qu'elle ne pourrait faire croire à personne que la bicyclette en était l'origine.

Elle partit fort désappointée, et a dû trouver quelque autre prétexte pour expliquer une fausse couche, que certainement elle trouvera moyen de provoquer.

Cette courte histoire nous montre à quel point peuvent être poussées les ruses de la femme pour rendre plausible un avortement qu'elle demande et qu'elle fait souvent pratiquer.

Il faut se défier, et je le répète depuis de longues années, le cathétérisme utérin pratiqué inconsidérément a certainement provoqué plus d'avortements qu'il n'a donné de renseignements utiles au diagnostic.

En effet, que peut-il donner? La profondeur de la cavité utérine et l'existence dans son intérieur d'une tumeur qui vient la remplir, et c'est tout.

Pour connaître la profondeur de la cavité utérine, est-il bien nécessaire d'avoir recours à l'introduction d'une tige rigide dans son intérieur? Le toucher, aidé du palper, renseignera dans la plupart des cas, sinon dans tous, beaucoup plus exactement, et ce n'est pas une erreur d'un centimètre (la plus grosse que l'on puisse faire) qui pourra influer sur la détermination thérapeutique à prendre et sur le mode opératoire à choisir. Est-ce le cathétérisme qui nous donnera

des notions exactes sur la situation ou la forme de l'utérus? On connaît tous les hystéromètres plus ou moins coudés, plus ou moins brisés, qui permettent soi-disant de reconnaître une antéversion, une rétroversion, une antéflexion, une rétroflexion, et qui n'ont jamais démontré quoi que ce soit. Le doigt et la main, le toucher et le palper, si l'on sait les pratiquer, si l'on a quelque expérience, vous rendront beaucoup mieux compte de la forme et de la situation d'un utérus que le cathéter le plus compliqué et le plus ingénieux.

Pourra-t-il trouver son utilité dans les allongements du col? Je ne le crois pas, car il ne donnera pas plus que le toucher et le palper. Il indiquera la longueur totale de l'utérus entier, mais non la longueur comparative du col et du corps, c'est-à-dire qu'il n'éclairera pas plus l'observateur que le palper et le toucher. Est-ce qu'il peut quelque chose pour nous renseigner sur l'état de la muqueuse utérine dans l'endométrite? Nullement. Pour toutes les affections de l'utérus, son inutilité est flagrante, et il ne donne aucun renseignement qui soit de valeur à compenser les dangers qu'il fait courir. En sera-t-il de même dans les cas où il existe une tumeur soit utérine, soit périutérine?

La tumeur utérine que peut indiquer le cathétérisme utérin est le polype intra-utérin; dans ces cas il peut donner quelques renseignements; mais ceux-ci n'ont d'importance qu'au point de vue opératoire; c'est sous le chloroforme, c'est pendant l'acte opératoire qu'il est nécessaire de les obtenir, et dans ces cas je crois que la prudence exige toujours d'avoir soumis la malade à une observation assez prolongée, pour que toute supposition de grossesse puisse être écartée; c'est donc moins un véritable cathétérisme utérin qu'une intervention intra-utérine après dilatation que l'on devra pratiquer.

Si la tumeur présente un siège douteux, s'il est permis d'hésiter sur sa situation; a-t-on affaire, par exemple, à un corps fibreux utérin ou à une salpingite? Cet exemple paraît difficile à réaliser: il n'en est rien. Cette difficulté se présente souvent. A quoi sert encore le cathéter? A montrer une cavité utérine augmentée dans le corps fibreux et de capacité normale dans la salpingite. Cela est vrai; mais quelle sera l'utilité de cette reconnaissance? La détermination opératoire en sera-t-elle modifiée et ce seul signe permettra-t-il de lever tous les doutes et d'affirmer un diagnostic sans lui douteux et difficile?

Le cathétérisme utérin, s'il est devenu une manœuvre sans danger au point de vue de l'infection, s'est beaucoup trop acclimaté dans nos mœurs gynécologiques. On le fait toujours, à tout propos, avec ou sans raison, peu importe. Le résultat est que les femmes le savent et

amènent souvent sciemment le médecin à provoquer un avortement dont il est innocent, et qu'il ne sait même pas très souvent avoir commis.

Si le cathétérisme utérin, dans de très rares exceptions, peut paraître indispensable, il ne faut le pratiquer qu'après avoir à plusieurs reprises examiné la malade et vérifié *soi-même* l'existence des règles. C'est dans les quatre ou cinq jours qui suivent les règles qu'on peut être autorisé à le pratiquer, et, *seulement dans ces conditions*, on peut se mettre à l'abri des dangers que cette petite opération, en apparence bénigne, peut faire courir non seulement à l'embryon, mais encore au médecin lui-même.

Le cathétérisme utérin a produit plus d'avortements inconnus et méconnus qu'il n'a donné de renseignements utiles; aussi je ne saurais trop m'élever contre l'abus que l'on en fait actuellement, et je serais très heureux de le voir reléguer par les médecins prudents au nombre des explorations inutiles et dangereuses, et, par suite, exceptionnelles.

M. Georges THIBIERGE

Médecin des Hôpitaux de Paris.

TRAITEMENT DES AFFECTIONS PRURIGINEUSES PAR LES APPLICATIONS DE GÉLATINES [616.5018]

— *Séance du 9 août 1895* —

La gélatine a été introduite dans la thérapeutique dermatologique, comme excipient de diverses substances médicamenteuses, par Pick.

L'éminent professeur de Prague se proposait de fournir ainsi des préparations désignées sous le nom de colles ou de gélatines médicamenteuses, qui, étendues à la surface de la peau à l'état liquide, se solidifiaient par refroidissement, en formant un enduit résistant qui maintenait au contact des parties malades les substances médicamenteuses incorporées à la gélatine : ayant, sur les pommades, l'avantage de ne pas salir le linge du malade et de ne pas nécessiter

l'application d'un pansement spécial, elles avaient sur les vernis à base d'alcool ou d'éther celui de s'enlever facilement dans un bain ou même par un lavage à l'eau chaude.

Avec les formules proposées par Pick et les préparations qui leur ont été d'abord substituées, ou bien l'enduit, trop sec, s'écaillait facilement et tombait en entraînant les substances médicamenteuses, ou bien, trop fluide et peu siccatif, il formait une couche molle, onctueuse, qui adhérait aux vêtements et était plus incommode encore qu'une couche de pommade. Aussi, les colles n'ont-elles obtenu d'abord qu'un médiocre succès.

Unna parvint pourtant, en variant les proportions d'eau, de gélatine et de glycérine, à obtenir des préparations répondant mieux au but que s'était proposé Pick. Malgré ces perfectionnements, l'emploi des gélatines médicamenteuses ne s'est pas répandu et les échecs des premiers médecins qui les ont expérimentées ont continué à jeter la défaveur sur elles.

Les essais que j'ai faits à l'hôpital Saint-Louis, pendant que j'avais l'honneur d'y suppléer mon maître, M. Ernest Besnier, m'ont convaincu qu'il fallait en appeler de ce jugement.

Je n'ai pas l'intention d'exposer ici les applications multiples dont les colles médicamenteuses sont susceptibles; je me bornerai à leur emploi dans le traitement des affections prurigineuses, qui me parait d'ailleurs leur indication capitale.

Je dois tout d'abord résumer très brièvement la technique de ce traitement :

Sur la peau nettoyée et débarrassée de toute trace de corps gras par un bain tiède savonneux ou des lavages à l'eau chaude savonneuse, on étend, au moyen d'une de ces larges brosses de crin que les peintres désignent sous le nom de queue de morue, la préparation gélatineuse liquéfiée par immersion dans l'eau chaude (il importe de ne pas chauffer directement sur le feu le récipient contenant la colle : une température supérieure à 100° modifierait la gélatine et l'empêcherait de se prendre en masse par le refroidissement); la fluidité de la préparation, comparable à celle d'un lait de chaux, rend son application facile; après en avoir étendu deux ou trois couches successives sur toutes les régions prurigineuses, et avant qu'elles ne se soient desséchées, on a soin de fustiger la surface encollée avec de l'ouate hydrophile préalablement détassée : ce petit artifice, proposé par M. Tenneson, a pour but de faire adhérer à la colle des parcelles d'ouate qui facilitent sa dessiccation et donnent plus de résistance à l'enduit.

En dix ou quinze minutes la colle est sèche, elle ne happe plus au

doigt; le malade peut mettre ses vêtements et reprendre ses occupations; il est recouvert d'un enduit à la fois continu, résistant, souple comme la peau des plus fins gants de Suède, ne gênant en aucune façon les mouvements. Cet enduit, à la vérité, se rétracte quelque peu et exerce une légère compression sur les téguments, mais le malade n'en est nullement gêné et n'éprouve pas la sensation désagréable de contraction que provoquent toujours les collodions, même les plus élastiques.

Après avoir essayé les diverses formules de colles proposées par Pick, Unna, M. Tenneson, Menahem Hodara, etc., et de nombreuses variantes de ces préparations, j'ai définitivement adopté la formule suivante, que je dois à mon ancien interne en pharmacie M. Milliet :

Gélatine	150 gr.
Grénétine	100 gr.
Gomme arabique...	5 gr.
Glycérine .... }	ãã
Eau bouillie....... }	300 gr.
Oxyde de zinc......	100 gr.
Phéno-salyl........	2 gr.

C'est avec cette préparation que j'ai obtenu les résultats les plus remarquables, non pas au point de vue de la disparition du prurit, — toute colle susceptible de faire prise le calme au moins temporairement, — mais au point de vue de la conservation de l'enduit; or, là avait été l'écueil dans bien des essais antérieurs. Grâce à cette préparation, j'ai pu faire des enduits de colle qui, même dans la saison la plus chaude de l'année, restaient en place, sans s'écailler et sans se détacher, pendant huit et dix jours, et cela non seulement chez des malades hospitalisés, soumis par suite à un repos relatif, mais encore chez des malades de la ville, clients de ma policlinique hospitalière, qui continuaient à se livrer à leurs occupations habituelles; chez quelques-uns même, il suffisait d'un badigeonnage tous les quinze jours. Dans ces conditions, le traitement par les colles médicamenteuses est véritablement pratique; il entrave beaucoup moins l'existence que les applications de pommades, est plus propre que celles-ci, ne nécessite pas de changements répétés de linge de corps et réalise ainsi une économie de temps et d'argent qui compense largement le prix, un peu élevé, il faut le reconnaître, de la préparation.

L'application de colle a pour premier effet de calmer le prurit. Cette action analgésiante est certainement due, pour la plus grande part, à l'occlusion du tégument, à l'interposition entre celui-ci et l'air extérieur d'une couche isolante. On sait en effet, et les expé-

riences de M. Jacquet ont surtout contribué à le montrer, que le contact de l'air entre pour une grande part dans la production du symptôme prurit, quelle qu'en soit la cause, et que l'occlusion temporaire de la peau au moyen d'un bandage ouaté ou d'un emplâtre adhésif peut en empêcher la manifestation. Sans doute aussi doit-on faire intervenir pour une part dans son explication l'effet frigorifique que détermine l'enduit de colle et sur lequel nous reviendrons. Ne sait-on pas que quelques-unes des substances antiprurigineuses les plus recommandables, en particulier le menthol, agissent en produisant une sensation de refroidissement tégumentaire?

Outre son action favorable sur le prurit, l'enduit de colle en possède une de même ordre sur les lésions cutanées métaprurigineuses, ou du moins sur certaines de ces lésions; il faut, en effet, faire une distinction entre les excoriations et les lésions suintantes de tout ordre, eczématiformes ou autres, qui subissent une aggravation constante sous le badigeonnage de colle, et les simples infiltrations dermiques, lichéniennes ou lichénoïdes, qui sont modifiées en bien par lui et qui souvent n'existent plus qu'à l'état de vestige lorsqu'on l'enlève. A ce résultat participent la suppression du prurit et des traumatismes de grattage qu'il entraîne, la suppression du contact de l'air, enfin l'asepsie relative du tégument, protégé par une sorte d'épiderme supplémentaire.

Tels sont les effets thérapeutiques de l'application de colle. Je dois revenir sur la sensation de refroidissement qu'elle provoque et que j'ai déjà signalée incidemment. C'est là un effet constant et presque immédiat de ce mode de traitement, effet souvent très accusé, parfois pénible. Quelques malades, même pendant la saison chaude, éprouvaient cette sensation à un degré tel qu'ils devaient, une fois enduits de colle, s'exposer à la chaleur d'un foyer ardent, même après avoir marché pendant un certain temps. Cette sensation de refroidissement est surtout accusée le premier jour qui suit l'application de la colle, mais persiste quelquefois, quoique à un moindre degré, tant que celle-ci est adhérente. Elle n'est pas due seulement à l'évaporation de l'eau contenue dans la colle ou à des modifications chimiques dans la constitution de ses substances composantes, car elle persiste encore alors que celle-ci est desséchée depuis longtemps; il faut l'attribuer à l'évaporation des sécrétions cutanées qui, ainsi que l'a montré Unna, persistent et sont même exagérées au-dessous de l'enduit de colle, à tel point qu'il a pu, chez les sujets atteints d'affections cardiaques, amener la disparition d'œdèmes sous-cutanés considérables par de simples applications de gélatine sur les membres inférieurs.

La sensation de refroidissement est le seul phénomène gênant qui succède aux applications de colles. On pourrait craindre, sur la foi des expériences des physiologistes, de provoquer, en recouvrant d'un semblable enduit une partie étendue de la surface cutanée, des accidents généraux graves, analogues à ceux qui suivent le vernissage cutané des animaux. Il n'en est rien. J'ai plus d'une fois fait à des malades un vêtement complet de colle, ne laissant libre que les régions découvertes des extrémités et jamais je n'ai vu le moindre trouble de la santé générale s'ensuivre; jamais les urines n'ont renfermé d'éléments anormaux, jamais même leur teneur en acide urique et en urée n'a éprouvé de modifications appréciables.

Cette contradiction entre l'observation clinique et le dogme physiologique est plus apparente que réelle : l'enduit de gélatine n'est que grossièrement l'analogue du vernis des physiologistes, il n'entrave pas les excrétions cutanées; l'homme simplement enduit de colle, pas plus que l'homme atteint d'une dermatose généralisée, n'est pas fonctionnellement assimilable à l'animal rasé, puis verni.

Quoi qu'il en soit de l'explication de cette sorte de paradoxe physiologique et quelle que soit l'innocuité des badigeonnages généraux chez l'adulte, je n'ai pas osé recourir à ce traitement chez des sujets jeunes, ou du moins l'appliquer chez eux à la totalité du tégument : le souvenir de quelques faits de mort rapide et mal expliquée chez des enfants jeunes, à la suite d'onctions avec des pommades antiseptiques, m'a jusqu'ici arrêté dans cette voie.

Je pense également qu'il serait prudent de ne pas enduire de colle la totalité de la surface cutanée chez des sujets cachectiques ou dont la dépuration urinaire se ferait d'une manière défectueuse : je ferai cependant observer que j'ai pu, sans inconvénient, recourir à ce traitement chez des sujets présentant des signes encore peu accusés de néphrite interstitielle.

Avant d'exposer les résultats que j'ai obtenus par les badigeonnages de colle dans les diverses affections prurigineuses, je dois faire une dernière remarque. L'existence de lésions suintantes, d'excoriations un peu étendues laissant exsuder un liquide séreux ou purulent, est une contre-indication absolue à ce traitement. En pareil cas, non seulement le prurit n'est pas soulagé, mais encore il est exaspéré et souvent de façon considérable; en outre, les altérations du tégument s'étendent et s'aggravent, les excoriations deviennent plus nombreuses et plus suintantes et, s'il existe de la suppuration, celle-ci envahit des surfaces plus étendues, pousse des fusées interminables sous la couche de colle. Lorsque ces lésions existent, elles

doivent être, préalablement à l'emploi de la colle, traitées et guéries par les moyens appropriés.

Voyons maintenant les résultats de ce mode de traitement dans les diverses dermatoses prurigineuses.

M. Tenneson (¹) a, avec juste raison, préconisé les colles médicamenteuses dans le traitement du prurigo de Hebra : c'est par cette affection que j'ai commencé mes expériences, et les résultats très satisfaisants que j'ai obtenus m'ont conduit à les étendre à d'autres dermatoses prurigineuses.

Dans le prurigo de Hebra, j'ai constamment observé une sédation rapide du prurit; au bout de quelques minutes, le malade éprouvait un calme qu'il ne connaissait pas depuis longtemps; le sommeil, précédemment entravé par le prurit, reparaissait. Cette accalmie persistait tant que l'enduit restait intact, et, lorsque celui-ci se détachait, les lésions cutanées provoquées par le prurit, papules, état urticarien, avaient presque complètement disparu. Cessait-on trop tôt les applications de colle, le prurit reparaissait, généralement moins intense qu'avant le traitement; mais en y recourant à nouveau, je suis toujours venu à bout de cette affection, même dans les cas les plus intenses et les plus rebelles en apparence. Est-ce à dire que l'affection était guérie? Assurément non; il s'agit d'une maladie essentiellement chronique, persistante, soumise à des exacerbations périodiques, saisonnières, d'une affection constitutionnelle, dont les causes profondes, relevant d'un état dystrophique et névropathique, ne peuvent pas être atteintes par une médication externe et temporaire; et c'est seulement par une médication générale et longtemps prolongée qu'on peut espérer venir à bout de la maladie elle-même et en empêcher les récidives; mais quand ces récidives existent, il faut bien, par un traitement local, s'efforcer de modérer ou supprimer le prurit, de ramener le sommeil; ce résultat, l'application de colle le produit plus rapidement, plus sûrement que les différents traitements locaux employés contre cette affection; son mode d'emploi est plus pratique,. plus propre; ses effets sont plus prolongés et peut-être même les récidives qui le suivent sont-elles plus éloignées et moins accusées. Pour ces raisons, les applications de colle doivent être mises au premier rang des traitements symptomatiques du prurigo de Hebra.

A côté du prurigo de Hebra, se place un grand groupe, encore mal délimité, le groupe des prurigos diathésiques de M. Besnier, dans l'étiologie desquels intervient, outre une disposition névropathique

(¹) Barjon, *Prurigo et Prurit* (thèse de Paris, 21 juillet 1891).
Tenneson, *Médecine moderne*, 11 août 1892.

générale, l'influence des émotions morales, des dépressions et des excitations psychiques de tout ordre, parfois aussi celle des désordres viscéraux, gastriques, rénaux ou autres. Dans ces cas encore, les applications de colle ont la plus heureuse influence; elles calment ou même suppriment le prurit, tant que l'enduit artificiel conserve son intégrité, permettent le sommeil alors que l'insomnie, en altérant la santé générale, est une cause seconde de persistance et d'aggravation du prurit. Mais, ici, le calme est plus éphémère que dans le prurigo de Hebra; la maladie prurigène est encore plus difficile à déraciner que dans ce dernier; il faut répéter, parfois pendant des semaines, les badigeonnages de colle; chacun d'eux produit toujours, temporairement, la même accalmie, et dans des proportions qu'aucun autre topique ne permet d'obtenir. D'ailleurs, les localisations du prurit étant moins étendues que dans le prurigo de Hebra, il n'y a pas nécessité de badigeonner de colle toute la surface cutanée : on peut se limiter aux parties qui sont le siège du prurit le plus accusé. Ici encore, les badigeonnages de colle rendent donc des services très appréciables, supérieurs, dans certains cas, à ceux que rendent les douches tièdes qui, par contre, sont plus efficaces dans d'autres cas; ils doivent être employés lorsque les antiprurigineux classiques ne provoquent pas une amélioration suffisante.

Les prurits par auto-intoxication, d'origine hépatique ou rénale, sont également amendés par les applications de colle : j'ai vu se calmer très rapidement par ce moyen un prurit violent lié à un ictère par rétention chez une femme enceinte.

Le prurit d'origine rénale en bénéficie; de même le prurit dit sénile, qui n'est, le plus souvent, qu'un prurit par insuffisance urinaire. Cependant, dans ce dernier cas, les résultats sont moins remarquables; toujours, il est vrai, les premières applications de colle ont calmé le prurit, l'ont fait cesser temporairement, ont ramené le sommeil pour quelques nuits; mais cet effet n'a pas duré et au bout de quelques jours une nouvelle tentative de traitement était inefficace : il semblait que son action fût épuisée. On sait, d'ailleurs, quelle ténacité est le propre de cette forme de prurit, combien tous les agents les plus divers, et cela sans exception, échouent dans son traitement. Après avoir, sur l'observation des résultats immédiats, eu quelque confiance dans les applications de colle, j'ai dû reconnaître qu'elles ne pouvaient donner grand espoir d'arriver à calmer les malheureux vieillards que je ne savais comment soulager.

Une des affections les plus pénibles par l'intensité du prurit et sa résistance aux divers moyens de traitement est le lichen plan, ou lichen de Wilson. Les divers topiques et les divers médicaments

internes échouent ou ne réussissent qu'incomplètement, lentement, très lentement même. L'hydrothérapie, parfois plus efficace, échoue encore trop fréquemment et on peut dire que le traitement du lichen de Wilson est encore à trouver. Les premiers essais que j'ai faits des applications de colle dans cette affection n'ont pas été satisfaisants, et, après n'avoir obtenu chez trois malades aucune sédation du prurit, j'étais presque décidé à ne plus poursuivre l'expérimentation, lorsque se présenta à moi un malade atteint de lichen de Wilson généralisé, extraordinairement prurigineux, datant de quinze jours à peine; je voulus tenter encore une fois l'essai des applications de colle, d'autant que le malade ne pouvait se soumettre aux douches quotidiennes que je lui conseillais. Le résultat fut des plus remarquables: dès la première application de colle, le prurit cessa, le sommeil revint, et après une deuxième il put se considérer comme guéri; de fait, il vint au bout de quelques jours nous montrer son éruption partout affaissée, laissant des macules brunâtres et ne déterminant plus le moindre prurit. Deux autres faits analogues m'ont montré que la colle peut venir à bout de certains cas de lichen de Wilson; ces faits se rapportent à des formes très étendues, presque généralisées, exanthématiques de cette affection, traitées près de leur début. Dans les cas anciens, j'ai toujours échoué et je pense que, si la première application ne détermine pas une sédation, ou à plus forte raison provoque une exacerbation du prurit, il faut abandonner ce mode de traitement et tenter une des nombreuses autres médications proposées contre le lichen de Wilson.

Dans le lichen circonscrit des anciens auteurs (eczéma lichénoïde des auteurs allemands, névrodermite circonscrite de Brocq), les badigeonnages de colle m'ont donné des résultats variables, tantôt satisfaisants, tantôt insuffisants ou nuls. Cependant, la proportion des succès est encore assez notable pour que je les classe parmi les meilleurs topiques à opposer à cette affection, au même titre que les emplâtres adhésifs, dont ils partagent l'action occlusive et sur lesquels ils ont l'avantage d'être d'un prix moindre.

Les essais que j'ai faits de ce traitement dans l'urticaire chronique n'ont pas été encourageants, mais sont encore trop peu nombreux pour que je puisse en tirer une conclusion définitive.

Quant aux autres affections prurigineuses, ou bien elles s'accompagnent de leur essence même de lésions épidermiques qui contre-indiquent toute tentative de ce genre, ou bien elles sont éphémères et les topiques ordinaires parviennent à en calmer les symptômes assez facilement pour qu'il n'y ait pas à recourir aux applications de colle.

En résumé, les applications de gélatines médicamenteuses méritent d'entrer dans la thérapeutique courante des affections prurigineuses subaiguës et chroniques : sans en constituer la panacée, elles présentent, dans certains cas de ces affections, sur les topiques habituellement usités, des avantages notables au point de vue de la rapidité et de la persistance d'action, de la propreté et de la commodité de leur emploi.

M. J. GEOFFROY

à Paris.

SPASME ET CONTRACTURE DU TUBE DIGESTIF. DIAGNOSTIC ET TRAITEMENT

[616.33]

— *Séance du 9 août 1895* —

Tout ce que l'on sait actuellement du spasme et de la contracture du tube digestif se résume au *spasme* bien connu et fréquemment signalé *du pharynx,* sur lequel M. Bouveret a particulièrement insisté en 1891 (n° 2 de la *Revue de médecine*) ; à *l'œsophagisme* dont la connaissance remonte à Willis (1676), mais qui a été surtout bien décrit par Mondière en 1833 ; et aux *vomissements spasmodiques* qui, aux yeux de la plupart des observateurs, paraissent être la principale ou même l'unique manifestation de la contracture gastrique.

Sur le spasme du pharynx et l'œsophagisme, je n'ai aucune lumière nouvelle à apporter, si ce n'est qu'à mon avis, ils existent rarement isolés et que, pour moi, ils sont ordinairement l'effet, la conséquence d'un spasme plus généralisé de l'estomac et de l'intestin.

Quant aux vomissements spasmodiques, je pense que l'on a tort de limiter à ce symptôme la description de la contracture gastrique et que celle-ci existe en dehors du vomissement, qui n'en constitue que la manifestation la plus apparente et la plus grossière.

Je sais bien qu'en dehors des vomissements on a signalé la *gastralgie* et la *gastrodynie.* Mais ici ce n'est plus la contracture

qui est l'élément important pour les observateurs qui en ont rapporté des cas, c'est la douleur. MM. Gilles de la Tourette et Sollier ont décrit tous deux, en 1891, des attaques de gastralgie dues à la compression d'une *zone hystérogène de la muqueuse* par l'aliment. L'existence de zones hystérogènes de la muqueuse digestive est une découverte importante et de nature à éclairer bien des problèmes pathologiques, entre autres celui de la contracture hystérique de l'estomac et de l'intestin. Si ces savants observateurs avaient, en effet, pratiqué la palpation prolongée de la région épigastrique, et abdominale, comme je le recommande, ils auraient complété leur intéressante découverte, en observant que, chez beaucoup de malades, qui ne se plaignent pas particulièrement de leur estomac, ou qui ne s'en plaignent que d'une façon accessoire et secondaire et qui, en tout cas, ne vomissent pas, cette palpation ainsi pratiquée, cette sorte de massage révèle des contractures réelles de l'estomac et du pylore, quelquefois accompagnées de douleur, quelquefois absolument indolores et ne donnant lieu qu'à des symptômes de malaise vague et général, sur la nature desquels il faut être prévenu pour ne pas les négliger ou les attribuer à une autre maladie.

Les douleurs atroces et tout l'appareil symptomatique redoutable qui l'accompagne, ne sont donc pas les seules manifestations de la *gastralgie spasmodique*. Avant l'apparition de ces *phénomènes à grand fracas,* il peut exister un état de spasme, de contracture gastrique qui donne lieu soit à des phénomènes locaux, soit à des phénomènes généraux, pour la genèse desquels on pourrait invoquer une tout autre cause, si l'on ne pensait à palper lentement et profondément, à masser le creux épigastrique. Telles sont la rachialgie, les palpitations, la dyspnée, auxquelles il faut joindre tous les symptômes de la neurasthénie. Beaucoup de neurasthéniques — où de prétendus neurasthéniques — ne sont, en effet, que des contracturés du tube digestif. Si les zones hystérogènes muqueuses de MM. Gilles de la Tourette et Sollier sont aptes à produire de la douleur, il est logique de penser qu'elles peuvent aussi bien produire de la contracture.

I. — C'est ainsi que je citerai l'exemple d'un vieillard de soixante-huit ans, qui vint dernièrement chez moi, se plaignant de mal respirer et me priant d'examiner sérieusement son cœur, dont il disait souffrir par moments. Je ne trouvai rien à l'auscultation ni du poumon, ni du cœur, en dehors de son anhélation, de sa dyspnée et de ses palpitations.

Comme il était en pleine période digestive, il éprouvait, à ce moment, les phénomènes dont il venait me demander de le débarrasser. J'examinai le creux épigastrique et l'abdomen de mon client : Creux épigastrique et

abdomen étaient distendus d'une façon générale et ne permettaient pas à la main de pénétrer même légèrement pour se livrer à un examen suffisant des organes. Après un léger massage de toute cette région, la contracture des muscles de la paroi abdominale cède rapidement et je puis constater une augmentation de consistance du pylore; l'intestin lui aussi, que l'on sentait encore dur et résistant, cède presque aussi rapidement que la paroi, sauf sur quelques points disséminés, où l'on trouvait encore des duretés. La main, qui pénétrait déjà assez profondément dans l'abdomen (le sujet étant maigre), arrivait, à la partie supérieure et gauche, sur une tumeur assez considérable, très dure, qui avait la forme et tenait la place de l'estomac, et n'était autre, en définitive, que le viscère contracturé. La main finit par passer assez facilement sous la grande courbure qu'elle sentait parfaitement; je tenais, pour ainsi dire, l'estomac à pleine main. — La percussion ne donnait qu'une matité absolue. — Cette pseudo-tumeur céda elle aussi au traitement manuel, dès qu'il fut porté sur la région pylorique; et, avec elle, disparurent les phénomènes morbides qui avaient amené le patient chez moi.

Je ne crois pas que l'on puisse faire rentrer ce cas et bien d'autres que je pourrais rapporter, dans ceux qui ont été décrits sous les noms de tympanites, tympanisme, pneumatose par Racle, Cadet, Huchard, Deniau et Ebstein. Chaque fois d'ailleurs que l'estomac et surtout l'intestin entrent en état de contracture, ils se contractent d'une façon inégale et irrégulière emprisonnant ainsi les gaz qui se trouvent retenus en place par la contracture même; et, chose curieuse, quand la contracture cesse, ces gaz disparaissent comme par enchantement, et on se demande ce qu'ils sont devenus. Je suis même amené par mon expérience personnelle à croire que le tympanisme ne peut pas exister sans contracture localisée, ni la contracture sans un certain degré de tympanisme ou de distension plus ou moins forte et souvent absolument mate.

J'arrive ainsi à la détermination de la contracture sur l'intestin, qui est encore beaucoup moins connue. Je passerai rapidement sur les nombreux cas de constipation et de diarrhée nerveuses ou hystériques qui ont souvent attiré l'attention des observateurs, depuis Carré de Mongeron en 1745, Sydenham, Pomme, Briquet, jusqu'à MM. Fabre, Axenfeld et Huchard, Stéphanidès (de Carlsbad) en 1883, M. le professeur Pitres en 1891, et M. Eybert qui a consacré sa thèse à ce sujet (Lyon, 1892). La plupart de ces auteurs ne donnent pas d'explication satisfaisante de ces états.

Cependant MM. Oulmont et Touchard, et M. Gilles de la Tourette invoquent, comme cause de flux diarrhéique, les troubles trophiques de l'hystérie, ce qui est parfaitement admissible pour certains cas. Seul M. Stéphanidès (de Carlsbad) a songé à faire intervenir *un état de spasme des muscles intestinaux* et *une exagération du péri-*

staltisme. D'après moi, l'hyperesthésie et la contracture suffisent en général à expliquer la plupart de ces cas, et je vais donner quelques exemples probants de cette contracture.

II. — Mlle A..., seize ans. Fille d'un père mort d'une maladie des centres nerveux et d'une mère ayant succombé à la tuberculose pulmonaire, qu'elle semble avoir contractée en soignant son fils, accidentellement atteint lui-même de cette affection. Tels sont du moins les dires de la famille. Comme sa mère, elle est d'une apparence très vigoureuse : forte charpente osseuse, muscles et tissu adipeux en bel état de développement ; elle est au-dessus de la moyenne comme grandeur et comme grosseur. Règles normales.

Cette superbe fille m'est amenée, parce que l'on a constaté qu'elle a par moments, et assez fréquemment, des mouvements respiratoires précipités (160 par minute) sans que l'on ait pu jusqu'ici en trouver le motif. Le pouls est normal ; il n'y a pas de fièvre ; mais cette jeune fille n'a pas d'appétit, et se plaint souvent de maux de cœur. Elle a une petite toux sèche, fréquente ; se plaint d'une grande faiblesse générale ; ne peut marcher parce que ses jambes lui refusent le service, et la plus petite promenade la fatigue et l'essouffle. Courbature et maux de tête fréquents. Pas de constipation. Vu les antécédents héréditaires, la famille est très inquiète.

A l'examen : rien au cœur, rien au poumon. Quelques granulations pharyngées causées probablement par la répétition de la toux et la fréquence de la respiration.

La jeune fille déclare n'avoir jamais souffert de l'estomac, ni de l'intestin. Cependant, en la pressant un peu, elle finit par reconnaître que c'est pendant et après les repas que sa respiration devient courte, fréquente.

L'épigastre est tendu, mais non proéminent. Un léger massage porté sur la région pylorique augmentée de consistance diminue cette tension et je peux bientôt constater l'existence dans la région abdominale d'un point douloureux sur la ligne médiane, un peu au-dessus de l'ombilic ; un second à droite, immédiatement au-dessous du foie, au niveau de la vésicule biliaire. Si l'on touche même légèrement un de ces points, la malade se met à respirer fréquemment, presque bruyamment ; elle étouffe, écarte les ailes du nez et est prise de mouvements nerveux de la face, des membres et de tout le corps. Elle devient rouge et cherche à se dérober à cette légère pression, qui lui serre la gorge, l'étouffe et l'énerve. La sensibilité locale est telle qu'elle supporte difficilement l'attouchement le plus léger et qu'il est absolument impossible de faire pénétrer assez profondément la main pour sentir la région contracturée, origine de cette hyperesthésie qui n'appartient pas en propre à la peau, comme on l'a dit, mais aux organes sous-jacents, en état de contracture. Le massage vibratoire, suivant la méthode de Kelgren, est essayé au niveau des points sensibles. Il est désagréable, mais il est supporté. Peu à peu l'épigastre se creuse, et au fur et à mesure qu'il se creuse, la malade dit qu'elle dégonfle, sa respiration se calme et, après quelques séances, elle est tout à fait normale, même pendant le massage. Tous les symptômes précédents s'atténuent et finissent par disparaitre, mais pour se représenter chaque fois que la malade prend un aliment difficile à digérer. En peu de temps sa santé générale est remise. Mais elle se rend très bien compte maintenant qu'elle souffre quelquefois de l'estomac, alors qu'elle ne croyait pas auparavant y avoir mal.

III. — Mlle C..., quarante-deux ans. D'une bonne santé et d'une constitution vigoureuse; elle n'est malade que depuis deux ans. A ce moment, elle a perdu sa mère qu'elle avait soignée avec beaucoup de dévouement, pendant treize ans, pour une affection du tube digestif dont elle ignore le nom, passant une nuit sur deux, mangeant très irrégulièrement, se fatiguant beaucoup et ayant un profond chagrin. Elle est alors tombée malade elle-même et déclare que la maladie, qui lui a fait garder le lit pendant trois semaines, a été dénommée fièvre gastralgique(?). Elle souffrait surtout de la tête et avait des douleurs d'estomac. Actuellement, elle se plaint d'être d'une faiblesse telle qu'elle craint de devenir paralysée; ses jambes ne peuvent plus la porter. Elle est très amaigrie. Anorexie complète, nausées. Elle ne peut avaler ses aliments (spasme du pharynx); pas de constipation marquée. Dès qu'elle mange, elle souffre et son état empire.

A l'examen: le pylore et la région pylorique sont légèrement contractés; bruit de clapotage, mais l'estomac n'est ni gros ni dur. On trouve sur la ligne médiane de l'abdomen, au niveau du nombril, une grosseur à contour arrondi, irrégulier; aplatie d'avant en arrière. Son diamètre est d'environ trois travers de doigt. Elle transmet au doigt les battements aortiques.

De cette première grosseur, et remontant obliquement sur le côté gauche de la colonne vertébrale, part un bourrelet qui donne la sensation d'une corde qui paraît grosse comme le pouce, légèrement mobile, comme une corde à demi tendue, et passant obliquement au-devant de l'aorte dont elle transmet les battements au doigt.

A droite, on trouve aussi une masse beaucoup plus grosse que celle de gauche, dure, résistante, et dont la direction générale forme une concavité regardant à gauche. Le massage est appliqué : au bout de quelques séances, la malade peut marcher, les jambes sont plus solides. Elle a moins de dégoût pour les aliments qu'elle avale plus facilement, et elle se déclare guérie, quoique la contracture existe encore un peu au point situé sur la ligne médiane, au-dessus du nombril. A droite et à gauche tout a disparu; il est impossible de distinguer les anses intestinales les unes des autres.

Je ne veux pas multiplier inutilement ici les observations, qui se ressemblent toutes. Elles ne diffèrent guère que sur des points secondaires : le plus ou moins d'étendue, de dureté, de tension de ces pseudo-tumeurs. On a quelquefois la sensation d'une résistance, d'une dureté égale à celle d'un organe ou d'une tumeur solide; quelquefois, la masse est moins tendue, plus élastique et donne mieux la sensation que l'on touche une anse d'intestin. Ce qu'il m'importe, c'est d'attirer l'attention sur la constatation, dans la région abdominale, de un, deux ou trois points douloureux, quelquefois spontanément, souvent à la palpation seulement, dans la profondeur de l'abdomen, et l'existence, au niveau de ces trois points, de pseudo-tumeurs qu'une palpation méthodique, pratiquée sous forme de léger massage, peut seule suffisament révéler.

De ces pseudo-tumeurs, celle qui siège sur la ligne médiane, au-

dessus du nombril, est toujours plus ou moins arrondie sur son contour, aplatie d'avant en arrière et hérissée d'inégalités sur son rebord. Les deux autres sont plus ou moins allongées, celle de droite a souvent la forme d'un croissant à concavité gauche; celle de gauche, d'un bourrelet se dirigeant obliquement, et de bas en haut, de l'ombilic aux cartilages costaux. L'aorte leur communique des battements faciles à percevoir, mais qui manquent souvent pour celle de droite, qui s'écarte parfois assez notablement de la colonne vertébrale.

En un temps relativement court, un massage méthodique diminue leur résistance et leur consistance, les rend de plus en plus élastiques, amène la plupart du temps la production de gargouillements perceptibles au doigt et même à l'oreille, et la tumeur disparaît.

La première grosseur — celle de droite — est située le long du côté droit de la colonne vertébrale, dont elle s'écarte plus ou moins; mais elle remonte toujours vers la face inférieure du foie, avec lequel elle finit par se confondre, en un point voisin de la vésicule biliaire.

Elle est toujours inscrite dans un triangle formé : à gauche, par la ligne xypho-ombilicale; à droite et en bas, par une ligne oblique joignant l'ombilic aux cartilages des neuvième et dixième côtes; en haut, par la série des cartilages costaux jusqu'à l'appendice xiphoïde. C'est la plus large et la plus étendue.

La deuxième grosseur qui, avons-nous dit, forme une sorte de gâteau plat, arrondi et à rebord inégal plus ou moins épais, est située sur la ligne médiane, à cheval sur l'aorte et la colonne vertébrale, quelquefois au niveau, plus souvent au-dessus du nombril. Son diamètre varie de 2 à 4 centimètres. Enfin, la troisième, située à gauche, d'un diamètre beaucoup plus petit que la première, affecte généralement la forme d'un bourrelet et se dirige obliquement de droite à gauche, de bas en haut, en suivant d'abord le côté gauche de la colone vertébrale, pour aller se perdre dans la masse intestinale, au niveau et en arrière de la grande courbure de l'estomac. Souvent les doigts peuvent faire vibrer ce bourrelet, comme une corde modérément tendue. On se rend alors très bien compte de sa direction oblique.

La première (celle de droite) n'est pas susceptible d'un pareil déplacement; elle semble plus fixée dans sa profondeur. Mais quand elle n'est pas trop distendue, sa face antérieure donne la sensation d'une assez grande mobilité. La seconde (médiane) est absolument fixe et immobile.

Ces pseudo-tumeurs n'existent pas toujours en même temps chez le même malade; quand elles coexistent, on peut, par le massage,

faire passer les gaz de l'une à l'autre, dès que leur tension et leur consistance a commencé à céder. Ces trois pseudo-tumeurs, dont la réunion forme une sorte de fer à cheval, irrégulier, ouvert en haut, sont évidemment constituées par une seule et même anse intestinale : leur situation anatomique, leurs rapports, leur fixité et leur calibre ne permettent de les rapporter qu'au *duodénum*. La première (droite) est formée par la deuxième portion du duodénum, portion prérénale ou descendante; la deuxième (médiane) est formée par la troisième portion, portion horizontale ou *prévertébrale* du duodénum; la troisième (gauche) par la portion ascendante de cette partie de l'intestin grêle.

On trouve dans la littérature un certain nombre de cas de ces pseudo-tumeurs, sur la nature desquelles les observateurs paraissent s'être souvent mépris. M. Potain (cité par M. Moizard) a rapporté le fait d'une jeune fille présentant à la région épigastrique une tumeur dure, mate, mal délimitée qu'on supposait être un *kyste hydatique*. Deux ponctions exploratrices avaient été faites sans résultat. M. Potain, rattachant tous les accidents à des contractures hystériques du diaphragme et des muscles de la paroi abdominale, administra le chloroforme à la malade. Tout rentra dans l'ordre, au moment de la résolution musculaire; mais les symptômes reparurent aussitôt que le chloroforme eut cessé son action. Dans cette intéressante observation de pseudo-tumeur abdominale, il n'est pas du tout parlé de l'intestin, aux dépens duquel il semble pourtant qu'elle était formée : ce que l'on aurait facilement reconnu, si l'on avait employé la palpation suivant la méthode que je recommande. On aurait d'abord fait cesser la contracture de la paroi et l'on aurait ensuite constaté la contracture gastro-intestinale. Le chloroforme, en amenant subitement la résolution musculaire, n'a laissé voir qu'une partie de la vérité. Il n'en faut pas moins rendre justice à la clairvoyance et au grand sens clinique du professeur Potain qui a su voir une contracture là où d'autres avant lui avaient fait le diagnostic de tumeur et avaient été jusqu'à la ponction.

M. Moizard (1894) a rapporté aussi le cas d'une *tumeur volumineuse* occupant tout l'épigastre et envahissant les deux régions hypocondriaques, chez une enfant de onze ans. Comme M. Potain, il ne fait mention que de la contracture des muscles de la paroi abdominale, sans parler ni de l'estomac ni de l'intestin. Il semble, en effet, plus que probable que c'étaient ces organes contracturés qui devaient constituer cette *tumeur volumineuse occupant tout l'hypogastre et envahissant les deux régions hypocondriaques!* La contracture de la paroi n'était qu'un épiphénomène.

Dès 1891, notre très distingué président, M. le professeur Pitres, avait rapporté, dans ses leçons cliniques sur l'hystérie, l'exemple d'une femme qui, dès l'âge de cinq ans, présenta de la contracture gastrique avec vomissements continuels et qui plus tard eut des accidents abdominaux caractérisés surtout par un gonflement énorme du ventre : un moment, le diagnostic de *carreau* fut porté, mais la maladie disparut brusquement.

Dans ces différents cas fort intéressants, le développement abdominal était tel que les observateurs ont été surtout frappés par la pneumatose intestinale et la contracture des muscles de la paroi : ils n'avaient pas le moyen de faire cesser cette contracture de la paroi pour pénétrer ensuite directement sur l'intestin et vérifier son état. L'observation suivante va nous montrer un cas de contracture ocalisée à une anse intestinale, formant tumeur, cette fois sans contracture de la paroi abdominale.

IV. — Mme L..., trente-deux ans, souffre, depuis onze ans, de malaises perpétuels, mal définis, avec accès de migraines. Elle est devenue d'une grande faiblesse et peut à peine marcher. Elle doit rester étendue sur sa chaise longue, parce que c'est dans cette position qu'elle souffre le moins.

Elle a beaucoup maigri, et, malgré sa stature qui est moyenne, elle ne pèse plus que 76 livres. Anorexie complète : elle souffre davantage quand elle a mangé ; constipation légère, règles régulières, mais très peu abondantes. Parmi les nombreux médecins qui l'ont examinée, les uns ont incriminé la *matrice* et ont proposé des opérations variées, parce que l'origine de la maladie semble remonter à l'unique grossesse de la malade, il y a onze ans. D'autres, en la voyant si maigre et si affaiblie, ont recommandé de surveiller les *poumons*. D'autres encore ont déclaré qu'il s'agissait tout simplement d'un cas de *neurasthénie*. Deux médecins consultants de Paris, dont l'expérience et l'autorité scientifique sont au-dessus de toute contestation, ont constaté tous les symptômes d'un rein mobile dans la fosse iliaque droite. Le régime et le traitement complets de cette affection ont été imposés, sans amener de changement bien notable dans l'état de la malade. Enfin, sur le conseil de l'un de ces médecins, elle s'est fait masser par une masseuse de profession, qui, tous les jours, pendant un an, lui a fait le massage abdominal. Après chaque massage, la malade se trouvait un peu soulagée, *son manger passait*, dit-elle ; mais la souffrance revenait bientôt. Elle a eu des périodes où sa situation semblait vouloir s'améliorer ; mais bientôt elle retombait dans son état de faiblesse et de souffrance ordinaires.

A l'examen, on trouve l'épigastre dur et tendu, et, dans le flanc droit, on constate un corps dur, allongé, ayant la consistance, la forme, la grosseur et la largeur d'un rein. Mobile, il se déplace et glisse sous le pouce. Si l'on vient à pétrir directement ce corps dur, on n'obtient d'autre résultat que de faire souffrir la malade ; si l'on fait porter l'action du massage sur ses extrémités, c'est-à-dire en haut, dans la région sous-hépatique où l'on perçoit un certain empâtement dans lequel on finit par

reconnaître le pylore et la première portion du duodénum contracturés, et, en bas, vers le cul-de-sac cœcal et la terminaison de l'iléon qui sont durcis et résistants, on obtient bientôt un gargouillement et une diminution de consistance de la tumeur, qui finit par disparaître complètement à la troisième séance. Il ne reste plus que quelques ampoules faiblement résistantes soit au point où était le pseudo-rein mobile, soit dans les environs. En deux mois, la malade a repris son appétit et ses forces sans autre traitement. Dans les trois dernières semaines elle a augmenté de 7 livres et, depuis trois mois qu'elle a cessé les massages, elle a continué à engraisser et à reprendre des forces.

Dès que la tumeuur a eu diminué de volume, il a été facile de voir qu'elle était formée, non par le cœcum, ni par le côlon ascendant que l'on n'avait pas cessé de sentir parallèlement à la tumeur et rejeté par elle d'abord en bas, puis un peu en dehors. Ce ne pouvait être qu'une anse d'intestin grêle, probablement même la portion descendante du duodénum. Nous savons, en effet, que la seconde portion du duodénum qui mesure 9 1/2 à 10 1/2 centimètres, quand le duodénum est en U, 11 à 12 centimètres, quand il prend la forme d'un V, descend parallèlement au côlon ascendant et, tantôt s'accole à lui, tantôt s'en écarte plus ou moins pour se coucher directement, sans interposition de péritoine, sur les vaisseaux rénaux et spermatiques, le bassinet, l'uretère et passe assez souvent devant le hile ou la face antérieure du rein droit. A gauche, la disposition est bien différente, et ce n'est que rarement que la portion ascendante du duodénum atteint le bassinet et le hile du rein gauche. Ce serait pour ce motif que le pseudo-rein mobile est beaucoup plus rare à gauche qu'à droite.

Dans l'observation précédente, j'ai signalé la présence d'ampoules, offrant une certaine résistance, situées sur les diverses anses de l'intestin grêle. C'est une constatation que le palper abdominal permet de faire souvent chez les malades qui se plaignent d'un état douloureux de l'abdomen. On les fait disparaître facilement à la main, mais elles ont une grande tendance à se reformer, ce qui oblige à prolonger le traitement. Ces sortes d'ampoules sont encore produites sans aucun doute par le spasme de l'intestin grêle.

V. — Mme H..., trente-huit ans, commerçante : petite, pâle, mince, très active et d'un tempérament très nerveux, elle a toujours souffert du ventre, mais dans des points différents, à droite, à gauche, en haut, en bas : ce sont des coliques atroces, des crampes qui la forcent à se tordre, à se plier en deux. Ces coliques reviennent par accès assez fréquents, surtout au moment de ses règles, et lui rendent l'existence insupportable. La douleur est quelquefois assez vive pour amener soit une perte de connaissance, soit une crise de nerfs.

Actuellement, elle présente au milieu de la fosse iliaque droite, à 3 ou 4 centimètres environ au-dessous des côtes, une tumeur très dure, très peu mobile, paraissant se terminer en pointe d'arrière en avant, de droite à gauche et de bas en haut, et qui, à la partie postéro-inférieure, s'enfonce plus profondément et se confond avec les autres parties dures du bassin. Elle glisse un peu sous le pouce : comme volume, comme forme et comme situation, on ne peut la comparer qu'à une pointe de rein mobile.

Une seconde tumeur de forme plus arrondie, se rencontre au niveau et à gauche de la région ombilicale, le long de la colonne vertébrale.

Elle est moins dure que la précédente.

Enfin, il existe une troisième tumeur, plus petite, située au-dessus de l'arcade de Fallope. Celle-ci, assez molle, produit à la palpation des gargouillements; elle est évidemment formée par le cul-de-sac arrondi et modérément contracté du cœcum et la fin de l'iléon.

La seconde fait partie de la quatrième portion du duodénum ou d'une anse d'intestin grêle.

Que peut être la première ?

Si l'on attaque directement cette première tumeur, on n'obtient aucun résultat utile, et la malade se plaint que l'on réveille les douleurs de rein qu'elle éprouve spontanément au moment des crises.

Si l'on porte l'effort simultanément vers la tumeur pylorique et duodénale et vers l'ombilic, la malade se déclare soulagée, dit qu'on la calme et qu'on l'endort. Si, après quelques minutes de ce massage, on vient à palper la tumeur qui auparavant pouvait en imposer pour une pointe de rein mobile, on trouve que sa tension a diminué, qu'elle est plus élastique et l'on reconnaît facilement une anse d'intestin grêle, située en dedans du côlon ascendant, et le repoussant en dehors et derrière elle.

Le surlendemain, je revois ma malade et suis très étonné de constater que les tumeurs qui n'avaient pas été complètement réduites à la première séance, n'existent cependant plus du tout. Il est maintenant impossible d'en soupçonner l'existence et la malade se déclare guérie, avant que je l'aie examinée. Elle qui serait restée plus de huit jours sans aller à la selle, si elle n'avait eu recours à des remèdes, a été tous les jours à la selle, naturellement, spontanément, sans y penser. Son teint auparavant jaune et parcheminé est déjà plus rose, ses traits sont moins tirés, elle ne souffre plus et elle se trouve rajeunie! Le diagnostic de rein mobile avait été aussi porté chez cette malade qui souffrait depuis son enfance et qui, en effet, présentait la plupart des symptômes de cette affection. Elle a été guérie en vingt minutes et, chose curieuse, n'a pas présenté de récidives depuis quatre mois. Généralement, en effet, la contracture se reproduit et ne disparait complètement qu'après un certain nombre de retours offensifs.

La contracture du gros intestin est mieux connue et plus facile à apprécier que celle de l'intestin grêle. Il n'y a de difficultés que quand l'intestin grêle et le gros intestin sont contracturés en masse : on ne sent plus alors qu'une masse uniformément dure, dans laquelle il est impossible de pénétrer et de distinguer les organes les uns des autres; on arrive facilement à les réduire, à les séparer et à les distinguer par un massage de quelques minutes de durée.

La contracture siège plus généralement sur le cœcum et simule alors la typhlite; aux angles et surtout à l'angle droit du côlon; enfin au côlon iliaque, sur le trajet duquel on rencontre assez souvent des ampoules que l'on prend presque toujours pour des matières agglomérées et durcies.

Dans ces cas, le massage méthodiquement pratiqué vient encore au secours du diagnostic et constitue en même temps la meilleure méthode de traitement.

M. Félix LAGRANGE

Agrégé à la Faculté de Médecine, chirurgien des Hôpitaux
Oculiste à l'Hôpital des Enfants de Bordeaux.

NOUVEAU PROCÉDÉ DE PUPILLE ARTIFICIELLE PAR L'IRITOMIE A CIEL OUVERT [617.72]

— Séance du 9 août 1895 —

La pupille artificielle peut être pratiquée dans des conditions très différentes qu'on peut ranger sous deux chefs principaux : 1° le cristallin est absent et il s'agit d'une cataracte secondaire plus ou moins complexe; 2° l'appareil cristallinien est à sa place normale.

Nous ne parlons ici que de la création d'une pupille artificielle dans ce second cas. Ainsi faite pour permettre aux rayons lumineux de pénétrer dans l'œil à travers les parties excentriques du système dioptrique, cette opération donne très souvent de médiocres résultats à cause de l'astigmatisme cornéen si marqué dans les cas de kératite ancienne et de l'aberration de sphéricité.

Ces défauts optiques de la cornée et des parties périphériques du cristallin sont d'autant plus sensibles que le colobome chirurgical est plus large, et presque toujours la pupille artificielle pèche par l'excès de largeur de l'ouverture. Tous les ophtalmologistes reconnaissent l'utilité des pupilles étroites et s'appliquent à limiter le plus possible l'iridectomie optique, mais bien rarement, jamais peut-être, ils n'obtiennent toute l'étroitesse désirée.

L'iritomie seule, en n'entraînant pas de perte de substance, peut donner le maximum d'effet utile; elle place la pupille artificielle dans les conditions avantageuses de la fente sténopéique.

Nous ne disons rien de nouveau en appelant l'attention sur les avantages de l'iritomie. Déjà Janin insiste sur la valeur de cette

opération, mais seulement lorsque le cristallin est absent. « Dans le cas contraire, il faudrait, dit-il, imaginer une opération qui pût mettre le corps cristalloïde à l'abri de l'atteinte de l'instrument, sans quoi l'opération serait imparfaite ou, pour mieux dire, vicieuse[1]. »

Dans les cas de cataracte zonulaire, Bowmann, au congrès de Londres de 1872, propose de substituer à l'iridectomie, l'iritomie, en incisant les fibres circulaires du sphincter de l'iris. Pour cela, cet auteur pénètre avec un très étroit couteau lancéolaire à peu près au milieu du rayon de la cornée qui correspond au diamètre horizontal de cette membrane. L'ouverture doit être assez grande pour livrer passage à un petit couteau mousse large d'un millimètre qu'on introduit à plat à travers le champ de la pupille, sous le bord pupillaire opposé à la section. La pointe mousse du couteau ayant cheminé entre l'iris et le cristallin et se trouvant près de l'insertion de l'iris, l'opérateur tourne le tranchant de l'instrument en avant et par un mouvement combiné de traction et de pression il sectionne le sphincter irien.

Mais, ainsi que de Wecker le fait judicieusement remarquer, il est presque impossible par ce procédé de limiter la section aux fibres de l'iris et de ne pas entamer la cornée, grave inconvénient.

Aussi, pour pratiquer l'iritomie dans les cas où il faut respecter le cristallin, ce dernier auteur conseille-t-il l'usage de pince-ciseaux, instrument qui, entre les mains de tous, a si bien fait ses preuves pour la section de l'iris lorsque le cristallin est absent.

De Wecker a recommandé l'iritomie aux pince-ciseaux dans les cas de cataracte zonulaire. Il utilise l'instrument à pointes mousses et après une ouverture convenable de la cornée, il introduit une branche derrière l'iris, l'autre branche devant et sectionne le sphincter [2].

Mais il est très difficile de manœuvrer ainsi la pince dans la chambre antérieure vide de son humeur aqueuse, et de Wecker lui-même reconnaît que c'est là une opération très dangereuse. « Elle restera, dit-il, comme certaines opérations de chirurgie générale, l'apanage d'une nombre restreint de praticiens et ne semble pas appelée dans le sens propre du mot à la vulgarisation. »

Cette réflexion, parfaitement juste, explique pourquoi dans les cas où il faut pratiquer une pupille artificielle chez un sujet (dont le cris-

(1) JANIN, *Mémoires et Observations anatomiques, physiologiques et physiques sur l'œil et sur les maladies qui affectent cet organe.* Lyon et Paris, 1772, p. 190.

(2) Voir les thèses de Fontaine (Paris, 1873) et de Michelin (Paris, 1876), dans lesquelles la pratique de Wecker est longuement exposée d'après les conseils et sous la direction du maître lui-même.

tallin doit être soigneusement respecté), que ce sujet soit atteint de cataracte centrale, de taie cornéenne, de kératocone, les ophtalmologistes ont toujours recours à l'iridectomie. Sans doute on s'applique à la faire très étroite, on la limite au sphincter (sphinctérectomie), mais en somme on excise un lambeau plus ou moins étendu de l'iris. La crainte extrêmement légitime de blesser le cristallin a empêché de Wecker d'avoir des émules et nous croyons même que ce dernier opérateur n'a pas très souvent utilisé son très dangereux procédé.

Il existe un moyen de pratiquer l'iritomie sans aucun danger et d'obtenir ainsi dans tous les cas une pupille artificielle beaucoup plus étroite et, par conséquent, bien supérieure à celle que donne l'iridectomie.

C'est ce moyen que nous désirons faire connaître.

II

IRITOMIE A CIEL OUVERT. MANUEL OPÉRATOIRE

Notre procédé consiste essentiellement : 1° dans une incision de la cornée siégeant un peu en avant du limbe, et assez large pour permettre facilement le passage d'une petite partie de l'iris ; 2° à l'aide d'une pince à iridectomie, l'iris est doucement attiré hors de la plaie ; 3° la pince-ciseau incise le sphincter dans une étendue un peu variable selon les cas, de deux millimètres environ ; 4° après cette incision l'iris est replacé dans la chambre antérieure.

Par ces diverses manœuvres se trouve réalisée sans aucun risque l'opération très dangereuse que Wecker se propose de faire en introduisant ses pince-ciseaux dans la chambre antérieure.

Revenons sur les divers temps de cette opération.

Tout d'abord, sans insister sur l'antisepsie qui doit être rigoureuse (lavage du sac congestival à l'aide de notre laveur, etc.), remarquons qu'il est indispensable de bien cocaïniser le patient et d'instiller quelques gouttes d'ésérine cinq minutes avant d'intervenir. La cocaïne diminue suffisamment la tension de l'œil pour que le replacement de l'iris dans la chambre antérieure soit toujours facile et l'ésérine maintient cette membrane à sa place d'autant plus aisément qu'il suffit pour cette opération d'une étroite plaie cornéenne dont les bords se coaptent très exactement. Dix gouttes de cocaïne à 4 p. 100 instillées dix minutes avant l'opération, cinq autres gouttes cinq minutes avant, en même temps que trois ou quatre gouttes d'ésérine sont indispensables à la fois pour l'anesthésie qui est ainsi complète, et pour la mise en jeu très utile de la contractilité de l'iris.

Premier temps. L'incision de la cornée pourrait être placée au niveau du limbe, et lorsqu'il y a nécessité de respecter le plus possible cette membrane on pourra la pratiquer à ce niveau, mais le point d'élection est à trois quarts de millimètre environ en avant de la sclérotique. Le siège de l'incision est d'ailleurs subordonné à la nature des lésions pour lesquelles on intervient. Elle doit avoir en moyenne cinq millimètres d'étendue; plus elle est étroite et plus la cicatrisation est rapide, mais d'autre part il convient que l'iris, s'il ne vient pas spontanément se projeter dans la plaie, puisse être facilement attiré au dehors sans subir ni pression, ni traction notables.

Deuxième temps. L'iris est étalée au-devant de la partie correspondante de la sclérotique; l'opérateur tire doucement de façon à ne faire sortir de l'œil que la région sphinctérienne qui doit être incisée, et une partie plus ou moins grande de cette région selon l'étendue qu'il veut donner à l'iritomie. Mais, s'il arrive que l'iris vienne en grande quantité par l'ouverture, il ne doit pas s'en émouvoir; ce prolapsus n'a pas grande importance.

La pince qui a saisi l'iris pour l'attirer au dehors doit lâcher prise et venir saisir le sphincter lui-même de telle sorte que l'une des branches soit placée contre la face postérieure de l'iris, et l'autre branche en avant. Il suffit alors d'une légère traction pour que cette membrane soit étalée et prête pour l'incision.

Troisième temps. Au point même que tient la pince et contre elle, les pince-ciseaux, une branche en avant de l'iris, l'autre derrière, viennent sectionner cette membrane. On fait ainsi la sphinctérotomie. La pupille artificielle va évidemment dépendre dans ses dimensions de l'étendue de cette section qui variera au gré de l'opérateur. On pourrait aussi pratiquer l'incision par transfixion avec un couteau à cataracte bien aiguisé, mais un coup de ciseau nous paraît préférable.

Quatrième temps. Ce quatrième temps consiste à remettre l'iris à sa place. Rien n'est plus facile; si la cocaïnisation et l'ésérinisation ont été bien faites, cette membrane rentre d'elle-même. D'ailleurs la spatule en argent, agent ordinaire du reposement de l'iris et quelques légères frictions pratiquées à travers les paupières, peuvent rendre tous les services qu'on attend d'elles en pareilles circonstances.

Un bandeau compressif modérément serré comme celui qu'on applique après l'opération de la cataracte termine l'acte chirurgical.

Le malade est mis au lit, au repos complet, avec le libre usage de l'autre œil et dans une pièce assez éclairée. Les sensations lumineuses éprouvées par l'œil sain agissent dans le sens de l'ésérine en provoquant la contractilité irienne de l'œil opéré.

Telle est l'opération que nous croyons devoir recommander à la pratique de nos confrères; nous aurons épuisé tout ce qu'il importe de dire ici à son sujet quand nous en aurons précisé les indications et les contre-indications.

INDICATIONS ET CONTRE-INDICATIONS DE L'IRITOMIE A CIEL OUVERT

En principe, l'iritomie est indiquée de préférence à l'iridectomie toutes les fois qu'il y a avantage à obtenir une pupille artificielle étroite. Il nous paraît inutile d'insister ici après tous les auteurs sur le rôle de fente sténopéique qu'on obtient par l'iritomie. Cette fente lutte efficacement dans les cas de taie cornéenne contre la diffusion des rayons lumineux résultant de l'astigmatisme et de l'opalescence qui entoure le leucome central.

Toutefois, quand le leucome est adhérent, on ne peut faire l'iritomie que lorsqu'une partie notable du bord pupillaire est libre; mais dans cette circonstance où nous n'avons pas eu encore l'occasion d'intervenir, il est permis d'en espérer les meilleurs résultats; la pupille sera même plus étroite que dans les autres cas à cause des adhérences de la cornée avec le sphincter irien, adhérences qui servent à brider l'orifice pupillaire.

Il n'en est pas de même lorsque la cicatrice cornéenne est ectatique, que l'œil est atteint ou menacé de staphylome, dans ce cas l'iridectomie reste l'opération de choix à cause de son rôle modérateur de la tension de l'œil.

Dans le kératocone où il importe de diminuer aussi la tension oculaire, l'iridectomie nous paraît devoir être préférée à l'iritomie, mais nous regrettons de n'avoir pas à ce sujet une expérience suffisante pour être affirmatif.

L'iritomie donnerait certainement un résultat optique meilleur; mais en principe on doit la considérer comme moins capable que la première opération d'arrêter la marche progressive de l'ectasie conique.

Lorsque le kératocone aura été, au préalable, traité par la cautérisation du sommet cornéen, après l'opacification centrale et résistante ainsi obtenue, l'iritomie doit reprendre tous ses droits.

Dans les cas d'opacification centrale du cristallin, l'iritomie est très supérieure à l'iridectomie; ceci ne peut être contesté; Bowmann et

de Wecker ont été, de l'avis de tous, bien inspirés en insistant sur l'utilité d'une pupille étroite, et sans nul doute cette opération serait devenue classique si les procédés donnés par ces auteurs avaient été vraiment utilisables. Notre procédé d'iritomie est de nature à lever ces difficultés.

Une seule objection de second ordre, d'ailleurs, peut être faite. La pupille artificielle pratiquée pour la cataracte centrale est d'habitude faite chez des enfants indociles, gardant mal l'immobilité après l'opération; chez eux il faudra redoubler de surveillance pour que le bandeau soit exactement appliqué.

Telles sont les indications principales de l'opération que nous préconisons. On a remarqué qu'il n'est question dans tout ceci que de la pupille artificielle faite dans le cas où le cristallin est conservé. Nous voyons qu'il n'y a rien à changer à la pratique actuelle de l'iritomie ou iridodectomie dans les cas où elle est indiquée après l'extraction du cristallin.

En réservant l'iritomie à ciel ouvert aux cas que nous avons indiqués, elle sera toujours exempte d'inconvénient; le seul accident consécutif redoutable est l'adhérence de l'iris à la plaie cornéenne ou son enclavement; si l'œil a été avant l'opération soigneusement ésériné et cocaïnisé, le prolapsus n'est pas à craindre, mais l'adhérence aux lèvres de la plaie n'est pas impossible; nous avons observé une fois cet accident, mais est-il si fâcheux? On réalise ainsi l'idéal de l'opération de Critchett, c'est-à-dire la pupille artificielle par iridésis. Nous ne croyons pas que ce soit là un résultat parfait et par une immobilité complète, un pansement bien fait, un reposement bien régulier de l'iris, il faut s'appliquer à éviter l'iridésis. Toutefois, l'on voudra bien remarquer que l'opération de Critchett a joui longtemps d'une grande vogue, qu'elle est encore communément pratiquée en Angleterre et que par conséquent le seul accident auquel expose (rarement d'ailleurs) l'iritomie à ciel ouvert ne peut être considéré comme étant d'une grande importance.

Nous avons pratiqué quatre fois chez l'adulte, pour leucome central de la cornée, l'opération dont il est ici question.

Chez le premier malade il s'agissait d'un leucome très étendu occupant toute la partie moyenne et inférieure de la cornée tranparente seulement dans son quart supérieur; l'iris était libre. Les divers temps de l'acte opératoire s'exécutèrent sans difficultés et le résultat définitif fut une pupille très étroite sans aucune adhérence anormale. L'acuité visuelle, nulle avant l'opération, devint suffisante pour permettre au malade illettré de voir de menus objets (environ 1/4).

La deuxième malade avait les deux yeux atteints dans les mêmes

conditions que le premier; pratiquée successivement à droite et à gauche à quinze jours d'intervalle, l'opération donna les mêmes résultats. Notre opérée, campagnarde du Périgord, aveugle avant l'intervention, a pu reprendre depuis tous ses travaux ordinaires. La quatrième opération a été faite chez un marin d'Arcachon atteint depuis quelques années d'une kératite chronique terminée par un leucome central. Chez lui, la pupille artificielle fut faite en bas et en dedans, et soit que la réduction fût insuffisante, soit que le malade n'ait pas gardé une immobilité parfaite, il se produisit un enclavement de l'iris dans la plaie, si bien que tout se termina comme si le malade avait été opéré par iridésis. D'ailleurs, la pupille était étroite et la vision est devenue, chez ce sujet, encore meilleure que chez les deux autres.

Ces faits sont insuffisants pour indiquer d'une manière définitive la valeur du procédé que nous recommandons. Nous avons l'espoir que des observations nouvelles prises par nous et par nos confrères ne tarderont pas à déterminer la juste valeur de ce nouveau procédé pour l'établissement de la pupille artificielle.

M. SORDES

à Paris.

PANSEMENT DES MÉTRITES PAR LES GLYCÉRO-PESSAIRES [618.14]

— *Séance du 9 août 1895* —

Depuis quelques années j'emploie, comme pansement dans les métrites et endométrites du début, ou quand elles sont encore de moyenne intensité, un nouveau mode de pansement qui m'a donné les meilleurs résultats.

Je fais ces pansements au moyen d'un pessaire, en forme d'anneau, en glycérine solidifiée et associée à des principes médicamenteux : antiseptique calmant, résolutif: thymol ou ichtyol, jusquiame, iode, 0 gr. 10 de chaque produit, par pessaire, que j'ai désigné sous un nom

qui rappelle à la fois leur composition et leur forme, celui de glycéro-pessaire.

Si j'ai introduit dans cette préparation les produits ci-dessus, c'est pour obtenir par le thymol ou par l'ichtyol un pansement antiseptique puissant et enlever aux exsudats leur odeur désagréable et rendre l'organe après chaque pansement dans un état d'asepsie aussi complet que possible.

L'iode aide, de son côté, à la résolution rapide de ces mêmes exsudats.

Enfin, la jusquiame, grâce à l'hyociamine qu'elle renferme, calme d'une manière remarquable les douleurs qui accompagnent souvent certaines affections utérines, et, à leur début, les douleurs de la salpingite.

En outre, ajoutons que les avantages que présentent encore les glycéro-pessaires sont multiples. Je vais vous en signaler les principaux :

1° Leur consistance ferme, élastique, jointe à leur forme, permet de les placer sur le segment antérieur de l'utérus. Ils entourent le col adhérent à la base de l'utérus et sont, ainsi, en contact permanent avec la zone enflammée;

2° Composés de glycérine pure cristallisée, ces glycéro-pessaires ont une action osmotique très grande, et, à ce titre, jouissent d'une puissance anti-congestive très grande;

3° Leur préparation exigeant une température de 250°, les divers produits qui la composent étant tous obligés de subir cette même température, sont d'une asepsie rigoureuse;

4° Leur fusion, pour s'opérer complètement, demandant de dix à douze heures, assure, par ce fait, une action lente, mais continue des principes médicamenteux;

5° Un point très essentiel à signaler encore, c'est que les malades ne pouvant elles-mêmes faire ce pansement, sont obligées de recourir à leur médecin qui pourra ainsi *suivre* et *surveiller* la marche de la maladie.

L'introduction de cette préparation dans le vagin est très facile; on réunit les bords du glycéro-pessaire en leur donnant une forme allongée, comme dans les pessaires à caoutchouc et à ressort, et on l'introduit ainsi dans la cavité vaginale.

Par son élasticité, il se place, comme ces derniers, dans les culs-de-sac vaginaux entourant les parties malades, le col et la base de l'utérus.

Un tampon d'ouate hydrophile boriquée ou salolée est ensuite placé dans le vagin; il permet à la malade de quitter le cabinet du

médecin et même de vaquer à ses occupations habituelles, sans inconvénient et sans nuire au bon effet du pansement.

Je me suis arrêté, dans ma pratique, à la formule indiquée plus haut, parce qu'elle m'a paru réunir tous les desiderata; mais j'ai aussi fait préparer, dans certains cas, des glycéro-pessaires avec l'iodoforme, l'antipyrine, les opiacés ou avec les sels de morphine. J'ai ainsi obtenu souvent de bons résultats : soulagement, suppression de l'élément inflammatoire et quelquefois de sérieuses améliorations.

Le médecin peut faire préparer lui-même des glycéro-pessaires avec telle formule qu'il voudra, en employant soit des antiseptiques comme le thymol, le naphtol, l'ichtyol, le salol, soit des astringents comme les sels de zinc, le tannin, l'alun, l'extrait de ratanhia; soit encore des résolutifs ou bien des calmants, suivant l'effet que l'on désire obtenir.

En résumé, les pansements par les glycéro-pessaires permettent de traiter avec succès les affections utérines qui sont encore dans la période de début et d'éviter ainsi aux malades les ennuis d'un traitement plus compliqué.

M. THIROUX

à Saint-Amand-les-Eaux.

TRAITEMENT PAR LES BOUES THERMALES DES TROUBLES CHRONIQUES DE LA CIRCULATION VEINEUSE DES MEMBRES INFÉRIEURS

[616.14]

— Séance du 9 août 1895 —

Les effets puissamment résolutifs des bains de boues végéto-minérales, sulfureuses et alcalines, et la sédation rapide de la douleur qui résulte de l'emploi de cette médication thermale, m'ayant frappé dans le traitement de certaines affections chroniques, telles que : goutte, rhumatisme et arthrites diverses, mon attention fut également attirée, dans ces dernières années, par les résultats obtenus en faisant usage de cette balnéothérapie spéciale dans le traitement

des troubles chroniques engendrés par une mauvaise circulation dans les membres inférieurs.

J'élimine d'abord tous les troubles circulatoires du membre inférieur inhérents à un vice de la circulation générale (affection cardiaque, mal de Bright) ou à une compression des veines iliaques, fémorales ou saphènes par une tumeur (néoplasme du petit bassin, utérus gravide).

Je ne veux parler ici que des cas où, par suite d'un processus inflammatoire ancien ou d'une altération chronique des veines, il s'est fait, dans ce membre inférieur, un ralentissement continu du sang noir. Sous l'influence de cette stagnation apparaît la série des troubles classiques : œdème, hydarthrose, troubles trophiques cutanés, musculaires et osseux; troubles sensitifs variés, depuis les sensations les plus diverses de chaleur et de froid jusqu'aux névralgies les plus douloureuses, résumant toute la séméiologie des varices du membre inférieur.

A côté des varices et des troubles trophiques qui en sont la conséquence, prend place une affection chronique qui n'a pas encore provoqué les études des hydrologistes, puisqu'on en recherche vainement sa seule énumération dans les livres les plus classiques : je veux parler de la *phlegmatia alba dolens* et des divers accidents consécutifs aux phlébites.

La *phlegmatia alba dolens*, quelle que soit son origine : nettement infectieuse *(phlébite des accouchées, des pyrexies : fièvre typhoïde, grippe)*, ou constitutionnelle *(phlébite des arthritiques, des goutteux, des chlorotiques)*, ou toxique *(alcoolisme, saturnisme)*, laisse souvent après elle une série d'accidents tardifs.

L'œdème persiste, tantôt d'une façon intermittente, disparaissant le matin pour réapparaître le soir, tantôt d'une façon continue et donnant au membre un aspect éléphantiasique. Les muscles restent quelquefois douloureux, leur atrophie a été constatée. Il n'est pas jusqu'à un certain degré d'équinisme (pied-bot phlébitique de Verneuil) qui n'ait été décrit. Enfin les troubles nerveux divers (névralgies, altérations de la sensibilité cutanée, troubles vaso-moteurs et trophiques) sont fréquents.

Il serait difficile de nier, dans la pathogénie de ces divers accidents, l'influence de l'altération des nerfs périphériques; il y a là une action dystrophique nerveuse indubitable. Mais il est non moins certain que la difficulté de la circulation en retour entre en ligne de compte pour une large part. Que, dans leur ensemble, les veines du membre atteint soient, en tout ou partie de leur étendue, partiellement ou complètement oblitérées (phlébite adhésive), il y a là un obstacle

mécanique permanent au retour du sang noir vers le cœur : il y a exagération de pression dans tout le système veineux du membre malade.

Les moyens thérapeutiques multiples employés pour combattre ces divers accidents sont souvent peu ou très lentement efficaces, et point n'est besoin d'une grande pratique hospitalière pour avoir vu des phlébitiques couchés pendant de longs mois, la jambe œdématiée, et sans que le traitement apporte à leur état une amélioration sensible. Seul, le massage est efficace, mais il exige une grande prudence, et les bons masseurs sont rares. La compression par l'ouate est difficile à bien établir; les bas élastiques compriment inégalement les membres : ils sont souvent mal supportés par le malade.

Les nombreux succès que j'ai obtenus depuis quelques années dans la cure des phlébites anciennes et de leurs résidus par l'application des bains de boue, permettent d'affirmer la grande efficacité de cette médication thermale dans le traitement des troubles chroniques engendrés par une mauvaise circulation du sang noir dans les membres inférieurs.

A Saint-Amand, par exemple, la boue constitue une masse compacte, onctueuse, bien liée, dont la densité est quelque peu supérieure à celle du corps humain. Le malade, plongé dans cette masse, s'y enfonce peu à peu, en vertu de son poids, puis l'immersion arrive à son maximum lorsque la quantité de boue déplacée est égale, en poids, à celui du corps. Ce n'est plus là le simple bain pris dans une baignoire au fond de laquelle on a déposé quelques centimètres de boue. A côté de l'action de contact, de l'action calorifique, etc., prend place un acte beaucoup plus important : la compression; et c'est bien là la compression idéale. Elle est constante, égale sur tous les points d'une même surface horizontale; elle atteint son maximum à l'extrémité du membre, au point le plus déclive, elle diminue progressivement de cette extrémité vers la racine.

D'autre part, la boue agissant comme un excellent cataplasme chaud et humide, ramollissant les tissus indurés, les rend plus aptes à subir cette compression; en outre, les éléments minéraux contenus dans le bain de boue, les carbonates alcalins, le soufre et le fer surtout jouant un rôle à la fois excitant et tonique, fortifient la peau et les muscles peaussiers, excitent les filets nerveux périphériques et combattent puissamment de la sorte l'atrophie cutanée et musculaire. Comme conséquence, les extrémités nerveuses, moins enserrées par les tissus en voie de sclérose, retrouvent rapidement une vitalité meilleure, la nutrition du membre s'active, les névralgies disparaissent peu à peu; les muscles mieux irrigués, partant mieux nourris,

se contractent plus aisément; la marche devient plus facile; la peau s'assouplit et les lésions cutanées, quand elles existent, disparaissent peu à peu.

De plus, la circulation en retour se faisant plus active dans les veines iliaques externes, il se produit un véritable appel du sang dans le domaine des veines hypogastriques, et la pression de la boue s'exerçant parallèlement sur les organes du petit bassin au même titre et dans les mêmes conditions qu'elle s'exerce sur les membres inférieurs, il en résulte que la balnéothérapie par les boues thermales a également une action très nettement favorable sur toutes les congestions des organes du petit bassin (rectum et prostate chez l'homme, utérus et annexes chez la femme), dans les résidus d'hématocèle pelvienne, les noyaux anciens de périmétrite, les métrites parenchymateuses.

Enfin, la boue constituant aussi un moyen parfait de contention compressive, excite les contractions du scrotum et détermine une véritable décongestion de l'appareil génital masculin; d'où les excellents résultats obtenus dans le varicocèle, dans la résolution de certains noyaux épididymaires consécutifs à la blennorragie et dans les orchites d'origine infectieuse ou traumatique.

En résumé, et comme conclusion pratique, le malade plongé pendant plusieurs heures dans un milieu chaud, très dense, minéralisé, et où il se trouve très à son aise, est, au sortir du bain, douché puis massé avec précaution. Les résultats ne se font pas attendre, et je cite à l'appui de mon dire l'observation suivante, prise comme exemple parmi les nombreux cas que je pourrais publier.

OBSERVATION. — M. N..., de Paris. Entré à l'Établissement thermal le 30 août 1893.

Age. — Soixante ans.

Antécédents héréditaires. — Nuls.

Antécédents personnels. — Bien portant jusqu'en 1892, époque à laquelle il contracte l'influenza. L'affection se complique de phlébite de la saphène interne gauche. Passage de cette phlegmatia à l'état chronique.

Etat actuel. — A son entrée à l'établissement, M. N... a la jambe gauche énorme. Sur tout le trajet de la saphène, on constate l'existence d'une zone d'empâtement, dure au centre et diminuant insensiblement de consistance pour se confondre avec les tissus œdématiés. Le membre entier est luisant, tendu; le derme et le tissu cellulaire sous-cutané sont infiltrés.

Douleurs sourdes, à maximum vespéral, siégeant en deux points principaux : malléole interne d'une part, point situé à 5 centimètres au-dessus du bord inférieur de la rotule, et sur le trajet de la veine d'autre part. Impotence fonctionnelle et marche impossible depuis dix-huit mois.

Traitement minéro-thermal à partir du :

1er septembre. — 1° Bains de boue végéto-minérales sulfureuses chaudes;

immersion à mi-corps. Température, 38 à 39° centigrades. Durée: 1 heure.

2° Après le bain, lavage général à l'eau thermale très chaude (40°).

3° Le malade, reconduit dans sa chambre, est placé dans un fauteuil ou sur son lit, la jambe étendue sur la cuisse et le talon élevé de façon à favoriser la circulation en retour. On procède, dans cette position, à l'application d'un enveloppement ouaté légèrement compressif.

5 septembre. — La durée du bain est portée à une heure et demie. Le malade accuse une sensation de très grande chaleur dans tout le membre inférieur; le volume de celui-ci n'a pas sensiblement diminué, l'empâtement reste le même. Coloration rouge vif.

8 septembre. — La durée du bain est portée à deux heures. A la sensation de chaleur ont fait place de vives démangeaisons. Apparition sur tout le membre d'un érythème fréquemment observé à Saint-Amand et dû à l'action des boues. (Poussée thermale.)

L'empâtement s'atténue au tiers supérieur de la saphène, la flexion du genou est facile; la gêne diminue.

A partir de ce jour : Massage léger et superficiel après le bain de boue. On aura soin d'éviter le trajet de la saphène. Réapplication de la compression. Conseil est donné au malade d'essayer quelques pas dans sa chambre. Cet exercice se fait l'après-midi, de quatre à six heures, et il sera suivi d'une douche tiède, courte et en jet très brisé.

13 septembre. — Les bains sont de trois heures. L'érythème et les démangeaisons s'atténuent. L'empâtement sur le trajet de la saphène est presque disparu dans toute la région crurale et la cuisse est sensiblement moins volumineuse.

La jambe est plus souple et moins œdématiée. Sa couleur est moins rouge; les douleurs ont presque totalement disparu. On conseille un massage un peu plus profond, mais toujours très prudemment exécuté dans la région de la saphène. Le malade peut se promener, la jambe toujours entourée de son appareil compressif.

18 septembre. — Les bains sont de quatre heures; la cuisse a presque son élasticité habituelle. La flexion de la jambe sur la cuisse est facile. Le volume du membre presque normal — douleurs très atténuées. Marche moins pénible et de plus longue durée.

22 septembre. — Le malade quitte l'établissement thermal, la marche est de plus en plus facile, l'empâtement sur le trajet de la veine a presque totalement disparu. La douleur lancinante au niveau de la malléole interne n'apparait plus qu'avec la fatigue.

Etat général excellent.

F. LALESQUE

Ancien interne des Hôpitaux de Paris, lauréat de la Société de Biologie à Arcachon.

VALEUR HYGIÉNIQUE DE L'EAU POTABLE D'ARCACHON [613.34]

— Séance du 9 août 1895 —

Parmi les questions qui, aux stations de santé, doivent préoccuper médecins et malades, celle des eaux potables figure parmi les plus importantes.

Une préoccupation inquiète s'est longtemps manifestée, en ce qui concerne Arcachon. Une double raison rendait légitime cette préoccupation: d'abord parce que le passé de notre ville n'était point exempt de justes critiques à cet égard, et en second lieu, parce que rarement on trouve au bord de la mer une eau abondante et d'excellente qualité.

Nous supposions cette inquiétude calmée, après les analyses de J.-B. Dumas (de l'Institut), de Robinet (de l'Académie de Médecine), de Fauré, ancien chimiste distingué de Bordeaux, de M. Léon Brasse, préparateur au Collège de France, et après l'étude documentée que nous avions publiée en 1886; lorsque, en 1890, le Dr E. Pineau (Congrès de Limoges, section d'hygiène et médecine publique) vint dire en parlant d'Arcachon: « J'ajouterai que l'eau y est mauvaise, à cause de la couche d'*alios* et de la nitrification rapide des abondants détritus végétaux répandus sur le sol. »

Condamnée devant votre Congrès, c'est devant lui que je viens défendre notre eau potable, et aux affirmations catégoriques de notre confrère, mal informé, opposer des documents purement scientifiques et probants.

Tout comme Glasgow qui prend son eau au lac Katrine, Chicago au lac Michigan, Boston au lac Cochituate, Arcachon est allé chercher la sienne au lac de Cazeaux ou de Sanguinet.

Ce lac, qui au dire de M. Pineau serait « un étang saumâtre, un marécage, un véritable chott », est en réalité une des plus belles nappes d'eau douce de France, et de tous les lacs du golfe de Gascogne le plus vaste, le plus profond, le plus élevé. Il n'a pas moins de

5,750 hectares de superficie, et son périmètre mesure une trentaine de kilomètres. Ses grandes profondeurs varient de 35 à 40 et 60 (?) mètres. Ses eaux sont bleues, limpides, transparentes, son lit uniquement composé de sable fin et blanc, sur lequel poussent des plantes riches en chlorophylle, l'*Isoetes Boryana*, en particulier. Il est peu de nappes d'eau douce, aussi riches en poissons : les brochets, les tanches, les perches, les anguilles y atteignent des proportions remarquables.

Les analyses chimiques de cette eau ont été nombreuses. Elles ont toutes abouti à cette démonstration : richesse en oxygène, pauvreté en sels minéraux, qui est la règle dans tous les lacs ou étangs. L'analyse la plus récente (mars 1892), encore inédite, est celle du professeur Blarez, faite sur la demande de la Commission d'hygiène de la Ville. Elle a porté, et c'est là son côté original et démonstratif, sur les dépôts provenant de nos eaux d'alimentation, dépôts recueillis, les uns dans les tuyaux d'amenée, les autres dans les réservoirs de la ville.

Voici dans leur teneur importante les conclusions de ce rapport : « Étant donnés les résultats de ces analyses, la connaissance très ancienne que nous avons des eaux du lac de Cazeaux que nous avons examinées, tant au point de vue général que chimique, à plusieurs reprises, il nous est facile d'émettre une opinion très motivée sur cette question.

» Nous persistons à dire que les eaux du lac de Cazeaux, qui alimentent la ville d'Arcachon, sont *excellentes*. Elles sont pures, tant au point de vue de la minéralisation qu'à celui des matières organiques dissoutes. Ces eaux sont saturées d'air et d'oxygène; la décomposition des matières organiques y est très active, et les eaux sont peu aptes à conserver et à faciliter la pullulation des germes pathogènes, attendu qu'elles renferment des quantités considérables d'algues vertes et de diatomées, et qu'il est à peu près établi aujourd'hui que les milieux qui favorisent la vie de tels végétaux, ne sont pas les lieux de prédilection des germes pathogènes. Le lac de Cazeaux est très poissonneux et sa souillure par des immondices ou excréments humains est chose difficile. Dans tous les cas, vu son immense étendue par rapport aux rares habitants qui vivent sur ses bords, et étant donnés les moyens puissants de purification que la nature s'est octroyée, plus particulièrement à Cazeaux qu'ailleurs, il n'est pas dans les choses raisonnables de suspecter l'eau du lac de Cazeaux à ce point de vue spécial.

» Les eaux prises et consommées dans le lac ou dans le voisinage présentent, à notre avis, le maximum de garanties que l'on est en

droit d'exiger d'une eau potable. Mais ces eaux s'altèrent dans les 24 kilomètres de conduite qui les amènent à Arcachon. Toutefois, vu la disposition siphoïde concave de la canalisation d'amenée, la pression étant toujours dirigée de dedans en dehors, par rapport aux parois des conduites, aucune filtration ne peut venir les souiller pendant leur parcours; un peu de fer de fonte des tuyaux s'y dissolvant, elles deviennent légèrement ferrugineuses et elles renferment une quantité de matières organiques solubles plus fortes à l'arrivée qu'au départ. En outre, comme nous l'avons antérieurement constaté, les matières organiques augmentent encore dans les canalisations de distribution.

» Les phénomènes qui occasionnent cette altération sont faciles à expliquer. L'eau charrie des algues et des diatomées; au contact de l'air et à la lumière, ces êtres vivent en purifiant et en oxygénant l'eau dans laquelle ils se trouvent. Dans des conduites fermées, en l'absence de la lumière, ces mêmes organismes se désagrègent, leur carbone produit avec l'oxygène dissous dans l'eau des composés ulmiques solubles, et les sels minéraux, la silice notamment, entrent en dissolution. L'eau se colore et se désaère.

» Les eaux qui sont donc distribuées à Arcachon renferment des matières ulmiques provenant de la décomposition d'algues et de diatomées, et elles sont légèrement ferrugineuses. Elles ne sont pas nuisibles pour cela, car la matière ulmique est absolument inoffensive. »

A ces conclusions claires et précises, nous pouvons ajouter celles qui résultent de l'étude bactériologique de trois échantillons recueillis (28 septembre 1894): l'un au niveau de la prise d'eau, le second vers l'endroit le plus profond du lac, le troisième à la station zoologique, ce dernier par conséquent relatif à l'eau distribuée dans l'intérieur de la ville.

Cette étude bactériologique, poursuivie d'après la méthode de M. G. Roux (de Lyon), et commencée immédiatement après la récolte aux laboratoires de la station zoologique, s'est continuée dans le laboratoire des cliniques de la Faculté de Bordeaux, avec mon collaborateur et ami M. Rivière.

La numération des bactéries, isolées dans chacun des trois échantillons, a donné par centicube :

55 pour l'eau prélevée à la prise,

60 pour l'eau prélevée au large,

80 pour l'eau prélevée dans l'intérieur de la ville.

Si nous rapprochons ces résultats de l'échelle dressée par Miquel, indiquant de façon approximative quelle doit être la teneur en bacté-

ries des différentes catégories d'eau, nous voyons que l'eau de Cazeaux reste dans la catégorie des *eaux très pures*.

Les colonies obtenues par l'ensemencement sur gélatine nutritive, ont été isolées, puis transportées dans des milieux variés.

Pour les deux échantillons prélevés à la source, on a observé *sept* micro-organismes différents. L'étude de ces germes a permis de les identifier avec le *Micrococcus caudicans*, le *Bacillus mesentericus vulgatus*, le *Bacillus fluorescens putridus*, le *Bacillus aureus*, le *Bacillus subtilis*, le *Bacillus flavus*, et avec deux moisissures vulgaires : le *Penicillium glaucum* et l'*Aspergillus glaucus*.

Pour l'échantillon des eaux distribuées dans la ville, la plupart sont des colonies identiques à celles provenant du lac même. Mais il s'en est ajouté deux nouvelles, celles du *Cladothrix dichotoma* et celles du *Bacillus fluorescens non liquefaciens*.

Les neuf variétés constatées et déterminées, sont toutes des espèces *non pathogènes*, d'après la classification de M. Roux (de Lyon).

La recherche systématique du *Bacterium coli commune* est restée infructueuse.

Les documents qui précèdent autorisent la conclusion : l'eau potable d'Arcachon est *excellente* et *pure*. Ils démontrent que les nouveaux procédés d'analyses confirment la conclusion de Robinet : « Je puis vous dire, sans m'exposer à aucun mécompte, que l'eau de Cazeaux est une eau excellente, d'une pureté remarquable, très bonne pour la boisson et tous les usages domestiques et industriels : une eau enfin qu'on vous enviera et que maintes villes, y compris Paris, seraient bien heureuses de posséder. »

M. SELLIER

à Bordeaux.

INFLUENCE DE LA TENSION DE L'OXYGÈNE SUR L'HÉMATOPOIÈSE ET SUR LES COMBUSTIONS RESPIRATOIRES

— *Séance du 9 août 1895* —

Nos recherches ont eu pour point de départ les travaux de M. le professeur Viault, qui ont établi :

1° Que le sang des animaux et de l'homme vivant sur les hauts plateaux est beaucoup plus riche en hématies que celui des animaux de même espèce vivant dans les basses régions ;

2° Que les animaux de la plaine, subitement transportés à de grandes altitudes, ne tardent pas à avoir dans leur sang un nombre considérable de jeunes globules qui n'y existaient pas avant leur arrivée à ces hauteurs.

Les très nombreux expérimentateurs qui ont vérifié ces résultats, ont fourni des explications diverses.

A notre avis, l'expérimentation directe était seule capable d'établir quelle était la cause du phénomène. Dans cette intention, nous avons reproduit artificiellement les conditions des hautes altitudes et étudié toutes les actions de nature atmosphérique susceptibles d'exercer une influence sur l'hématopoïèse.

L'air étant composé d'un mélange d'oxygène et d'azote, la formule de Dalton sur le mélange des gaz (en la faisant varier dans toutes les conditions possibles) devait nous indiquer le plan général de nos recherches.

Cette formule est exprimée par la relation

$$\frac{T}{H} = \frac{P}{100}$$

dans laquelle (cas de nos expériences) :

T = la tension de l'oxygène dans l'air ;

H = la pression atmosphérique ;

$\frac{P}{100}$ = la proportion centésimale du volume de l'oxygène dans l'air.

Cette formule donne :

$$T = H \times \frac{P}{100}.$$

Il est facile de voir que cette tension T peut varier selon qu'on modifiera la valeur de $\frac{P}{100}$ ou celle de H.

Par exemple, on peut diminuer la valeur T de deux façons :

1° En diminuant $\frac{P}{100}$, H ne changeant pas de valeur;

2° En diminuant H, $\frac{P}{100}$ ne changeant pas de valeur.

De même, on peut augmenter cette valeur de deux manières :

1° Soit en augmentant $\frac{P}{100}$, H ne changeant pas de valeur;

2° Soit en augmentant H, $\frac{P}{100}$ ne changeant pas de valeur.

On peut aussi conserver à T une valeur constante en faisant varier à la fois H et $\frac{P}{100}$.

Il y avait donc lieu d'instituer cinq séries d'expériences avec les milieux atmosphériques indiqués par les diverses valeurs que prend T dans toutes les variations possibles que peut subir la formule de Dalton, savoir :

1° Milieu plus pauvre en oxygène que le milieu normal, la pression (H) restant constante et égale à la pression atmosphérique;

2° Milieu de faible pression (H diminuant), la proportion centésimale $\left(\frac{P}{100}\right)$ de l'oxygène dans l'air restant la même que celle qui existe à la surface du sol à la pression ordinaire;

3° Milieu plus riche en oxygène que le milieu normal, la pression (H) restant constante et égale à la pression atmosphérique;

4° Milieu atmosphérique de forte pression (H augmentant), la proportion centésimale $\left(\frac{P}{100}\right)$ de l'oxygène dans l'air restant la même que celle qui existe à la surface du sol à la pression ordinaire;

5° Milieu dont la tension de l'oxygène est la même que celle qui existe dans le milieu ordinaire, la proportion centésimale $\left(\frac{P}{100}\right)$ et la pression totale (H) possédant une valeur différente de celle qu'ont ces facteurs dans l'air normal.

Nous avons donc fait vivre des animaux, pendant des espaces de

temps variables, dans des milieux atmosphériques réalisant les diverses conditions sus-indiquées.

Voici, au point de vue de l'influence de ces milieux sur l'hématopoièse, quels sont les résultats obtenus :

PREMIÈRE SÉRIE D'EXPÉRIENCES

Milieu plus pauvre en oxygène que le milieu normal, la pression restant constante et égale à la pression atmosphérique.

Les animaux que nous avons fait vivre pendant un espace de temps variant de sept jours à un mois dans des milieux atmosphériques contenant 14 0/0 d'oxygène, et à une pression voisine de 760, se sont constamment hyperglobulisés.

L'action mécanique de la pression sur les organes n'exerce donc aucune influence sur la production de l'hyperglobulie.

DEUXIÈME SÉRIE D'EXPÉRIENCES

Milieu à pression diminuée (H diminuant), *la proportion centésimale* $\left(\frac{P}{100}\right)$ *de l'oxygène dans l'air restant la même que celle qui existe à la surface du sol à la pression ordinaire (conditions des hauts lieux).*

Dans toutes les expériences que nous avons pratiquées sur des animaux soumis à un séjour dans les conditions indiquées, variant de six à dix-neuf jours, nous avons constamment trouvé l'hyperglobulie.

Ce résultat, rapproché de celui obtenu dans la première série d'expériences, permet de formuler la conclusion suivante :

L'influence de la faible tension de l'oxygène du milieu atmosphérique est la cause unique de l'hyperglobulie.

TROISIÈME SÉRIE D'EXPÉRIENCES

Milieu plus riche en oxygène que le milieu normal, la pression (H) *restant constante et égale à la pression atmosphérique.*

Nous avons fait vivre des animaux (oiseaux et cobayes) pendant un temps variant de six à dix-neuf jours dans des milieux gazeux (oxygène et azote), à la pression ordinaire, et renfermant les uns 40 0/0 d'oxygène, les autres 60 0/0. A la fin de l'expérience, le nombre des globules du sang était sensiblement le même que celui du début.

Donc, l'oxygène à une tension plus grande que celle qu'il possède dans le milieu normal, c'est-à-dire, dans le cas de nos expériences à 40 0/0 et à 60 0/0, n'exerce aucune action sur le globule du sang.

QUATRIÈME SÉRIE D'EXPÉRIENCES

Milieu atmosphérique de forte pression (H augmentant), *la proportion centésimale* $\left(\frac{P}{100}\right)$ *de l'oxygène dans l'air restant la même que celle qui existe à la surface du sol à la pression ordinaire.*

Nous n'avons pas encore fait d'expériences sur ce point.

CINQUIÈME SÉRIE D'EXPÉRIENCES

Milieu dont la tension de l'oxygène est la même que celle qui existe dans le milieu ordinaire, la proportion centésimale $\left(\frac{P}{100}\right)$ *et la pression totale* (H) *possédant une valeur différente de celle que possèdent ces facteurs à l'état normal.*

Des oiseaux qui ont vécu pendant dix jours dans un appareil réalisant les conditions susindiquées ont, à la fin de l'expérience, dans leur sang, un nombre de globules sensiblement le même que celui du début.

Ces expériences ajoutent une preuve de plus au fait que l'hyperglobulie est uniquement due à la faible tension de l'oxygène du milieu atmosphérique.

DEUXIÈME PARTIE

MESURE DES COMBUSTIONS RESPIRATOIRES

On connaît certaines expériences de P. Bert établissant que les animaux qui vivent momentanément sous dépression, ont dans leur sang une quantité d'oxygène moindre que celle qu'ils avaient dans le milieu normal.

Il était intéressant de rechercher, par des mesures, quelle est exactement la quantité d'oxygène consommée dans un temps donné par un animal placé dans un milieu raréfié.

L'animal qui séjourne un certain temps dans un pareil milieu s'hyperglobulise, comme nos expériences le prouvent.

Y a-t-il un rapport entre la production de l'hyperglobulie et les combustions respiratoires?

En un mot, l'augmentation du nombre des globules n'est-elle point produite dans le but unique de permettre une plus facile oxygénation des éléments anatomiques?

Nos expériences démontrent que la quantité d'oxygène consommée par un animal placé en milieu raréfié augmente au fur et à mesure que se produit l'hyperglobulie, jusqu'à se rapprocher, sans cependant l'atteindre, du chiffre qui représente celle qui est consommée dans le milieu normal.

Toutes les expériences précédentes nous ont aussi permis de constater que lorsqu'on faisait cesser l'influence du milieu atmosphérique, l'hyperglobulie produite ne tardait pas à disparaître.

Les divers auteurs qui se sont occupés de cette question et qui ont observé le phénomène sur la montagne, concluent qu'il n'y a pas de

conséquences thérapeutiques à attendre de cette hyperglobulie passagère.

Nous ne croyons pas qu'on soit en droit de tirer de pareilles conclusions. Les très nombreuses expériences qui ont été faites ont été pratiquées en grande partie soit sur l'homme sain, soit sur des animaux également sains. On ne doit pas être surpris, à notre avis, qu'un animal bien portant, placé dans un milieu à 14 0/0 d'oxygène, par exemple, et ayant acquis dans ce milieu un nombre considérable de globules afin de pouvoir toujours fixer la même quantité d'oxygène, perde, lorsqu'il revient aux conditions premières, l'excédent acquis dans l'air raréfié.

C'est le contraire qui serait surprenant. La disparition des globules qui constituent l'excédent numérique acquis sous l'influence du milieu à faible tension d'oxygène, lorsque l'animal revient dans les conditions ordinaires, est un phénomène normal. Nous insistons sur ce point parce qu'il nous semble qu'on ne l'a pas jusqu'ici suffisamment précisé.

Est-on cependant en droit de conclure que l'influence du séjour des animaux dans des milieux atmosphériques raréfiés est impuissante à produire un effet thérapeutique bienfaisant? Nous ne le pensons pas. Tout le monde connaît l'action salutaire produite sur les anémiques, chlorotiques, phtisiques, etc., par le séjour dans la montagne. Il est vrai que dans les hauts lieux, indépendamment de l'action de l'air raréfié, il y a aussi celle de la pureté du milieu atmosphérique, de la température, de l'état hygrométrique, et toutes les autres conditions qui semblent concourir vers le même but. Mais ne faut-il pas plutôt maintenant attribuer cette action favorable à l'influence prépondérante de la faible tension de l'oxygène modifiant la constitution du sang, si profondément troublée dans ces maladies?

Ce qui est certain, c'est que ces malades retirent de l'influence des hautes altitudes un bénéfice incontestable, tandis que nos expériences démontrent de la façon la plus évidente que la faible tension de l'oxygène du milieu dans lequel l'animal séjourne, est suffisante pour produire l'augmentation du nombre des hématies.

Les ressources de la nature sont seules mises en jeu lorsque l'animal est placé dans de telles conditions. Il y a un véritable coup de fouet donné à l'organisme qui doit lutter pour maintenir l'activité de ses combustions et qui, au bout d'un certain temps, revenant dans le milieu normal, ne perd pas forcément les globules qui lui sont utiles, et ne constituent nullement un superflu, comme il arrive dans le cas de l'homme sain soumis aux mêmes variations de milieux.

Ces réflexions paraissent naturelles si l'on veut bien considérer ce

qui se produit dans le cas du traitement de certaines maladies par les médicaments thermiques. Certains de ces médicaments, en effet, n'ont aucune influence sur la température normale de l'homme sain, alors qu'ils produisent un abaissement notable de la température chez les malades en hyperthermie.

Par comparaison, il est permis de supposer qu'un séjour temporaire dans un milieu contenant de l'oxygène à faible tension ne changera que momentanément l'état de l'homme bien portant, tandis qu'il pourra apporter chez le malade une amélioration définitive. Cette influence étant surtout due à la faible tension de l'oxygène, rien ne s'oppose à la réalisation de ces conditions dans un lieu quelconque. Pour cela, on construirait des chambres closes dans lesquelles on placerait les malades. La tension de l'oxygène dans l'air de ces chambres serait réglée au gré du médecin. Il serait possible d'établir dans ces appareils une ventilation suffisante qui permettrait un renouvellement d'air constant, tout en conservant la même composition atmosphérique. Les malades trop affaiblis seraient successivement placés dans des milieux variant peu au point de vue de la teneur en oxygène. On pourrait ainsi, successivement et insensiblement, les amener à vivre dans des milieux correspondant à une altitude élevée. Du reste, à ce traitement gazeux, dont l'innocuité est absolue, rien n'empêcherait de joindre un traitement thérapeutique nutritif et réparateur.

Indépendamment de l'intérêt pratique que nous croyons devoir attacher au résultat de nos expériences, il y a aussi la possibilité, en employant nos procédés, d'arriver peut-être à éclairer, grâce à des méthodes plus simples que celles qui ont été employées jusqu'à ce jour, le mystère qui plane encore sur le processus de l'hématopoièse.

M. L.-H. PETIT

à Paris.

DES RAPPORTS DE LA NEURASTHÉNIE AVEC LA SCOLIOSE ET QUELQUES AUTRES DIFFORMITÉS ORTHOPÉDIQUES [616.73]

— *Séance du 9 août 1895* —

Aucune des hypothèses émises sur la pathogénie de la scoliose dite essentielle de l'adolescence ne rend suffisamment compte des faits observés et n'est à l'abri de la critique; aussi aucune d'elles ne met-elle le praticien sur la voie d'un traitement rationnel et efficace.

On a soutenu, tour à tour, une théorie musculaire (par rétraction ou par paralysie), une théorie ligamenteuse et une théorie osseuse, suivant que l'on donnait la priorité dans les lésions observées aux muscles ou aux ligaments péri-rachidiens, ou aux vertèbres.

Dans ces derniers temps, on s'est efforcé de rattacher les lésions osseuses au rachitisme et de faire de la scoliose essentielle de l'adolescence un véritable rachitisme vertébral primitif, les lésions ligamenteuses et musculaires n'étant que consécutives. Cette opinion, que je ne puis adopter pour les raisons que je donnerai plus loin, a été soutenue il y a une quinzaine d'années, en particulier, par M. le professeur Lannelongue, et tout récemment encore notre éminent maître consacrait à cette question un article instructif dans le *Bulletin médical* (31 juillet 1895, p. 719).

Sans avoir la prétention de résoudre cette difficile question, je pense qu'une opinion nouvelle, basée sur un assez grand nombre de faits, permettra peut-être de se faire une idée plus exacte sur la nature de la scoliose dite essentielle des adolescents.

En 1891, au Congrès de l'Association française à Marseille, j'ai fait une communication dans le but de démontrer que la cause primordiale de cette affection n'est pas le rachitisme, mais, dans beaucoup de cas, la neurasthénie, et que s'il fallait rattacher la scoliose essentielle à un état général c'était à l'arthritisme et non au rachitisme; et je me basais sur les faits suivants :

1° La presque totalité des adolescents, atteints de scoliose essen-

tielle, quel que soit leur sexe, ont dans leurs antécédents héréditaires des parents atteints d'arthritisme et d'affections nerveuses diverses,

Cette hérédité morbide va plus loin chez un certain nombre d'entre eux dont les parents (mère, tantes, grand'mère) ont été névropathes et scoliotiques dès l'enfance.

2° La presque totalité de ces sujets, filles ou garçons, les filles étant en grande majorité ([1]), sont eux-mêmes des arthritiques, des névropathes appartenant plus particulièrement à cette variété qu'on a désignée sous le nom de neurasthénie, et qui présentent comme principaux symptômes : faiblesse de la volonté (aboulie), fatigue rapide physique et morale, céphalée, migraines fréquentes tenant probablement souvent, mais non toujours, à des troubles digestifs dont la dilatation de l'estomac, constatée chez beaucoup de malades, est la cause la plus fréquente; névralgies diverses, phénomènes hystériques plus ou moins marqués; menstruations irrégulières et douloureuses chez les filles, etc.

Les trente-deux dernières fillettes, âgées de 10 à 15 ans, que j'ai soignées pour scoliose étaient toutes neurasthéniques, présentant tout ou partie des symptômes que je viens d'énumérer, mais toujours ceux qui dépendent de l'épuisement nerveux : aboulie, fatigue rapide, dyspepsie, céphalée.

Beaucoup d'auteurs ont déjà attribué la scoliose à des affections nerveuses; mais Redard, qui a bien résumé toutes ces opinions dans son *Traité de Chirurgie orthopédique,* p. 355, mentionne presque toutes les névropathies sans parler ni de la neurasthénie ni de l'arthritisme. Cependant, d'après ce qu'il dit en maints passages de la scoliose des adolescents, on voit bien qu'il a dû observer les faits sur lesquels nous voulons attirer spécialement l'attention.

3° On remarquera enfin la rareté extrême des lésions rachitiques sur les divers points du squelette, déjà signalée par Bouvier et Bouland, et sur laquelle ce dernier a insisté de nouveau au Congrès de Marseille.

La scoliose rachitique ne se voit guère que dans les premières années, avant l'âge de six ans.

Si le rachitisme était la cause de la scoliose, on ne s'expliquerait pas pourquoi celle-ci serait rare chez les garçons et fréquente chez les filles, alors que le rachitisme se montre à peu près également dans les deux sexes et rarement à l'âge où survient la scoliose des adolescents. Au contraire, la neurasthénie est bien plus fréquente

([1]) On sait qu'il y a à peine, chez ces adolescents scoliotiques, 5 à 10 garçons sur 100 filles.

chez les filles que chez les garçons à cet âge où s'établit la menstruation. On est donc, de ce chef, bien plus autorisé à incriminer la neurasthénie vraie ou fausse, que le rachitisme.

Je dois ajouter que mon regretté maître, M. Verneuil, qui a vu un grand nombre de scolioses de l'adolescence, dont j'ai soigné la plupart sous sa direction, rattachait cette affection à l'arthritisme et nullement au rachitisme.

Les malades que j'ai pu observer depuis quatre années n'ont fait que me confirmer dans ma première opinion.

Ces nouveaux faits m'ont aussi permis de mieux préciser la manière dont la neurasthénie agit pour produire la scoliose chez les adolescents.

Plus que jamais donc je pense que la scoliose a pour cause primitive la neurasthénie, qui agit de la manière suivante :

Chez les sujets prédisposés par une tare héréditaire, arthritisme ou neurasthénie, cette dernière, au moment de la puberté, se manifeste avec une intensité variable.

Parmi ses manifestations, celle qui nous intéresse le plus est le retentissement sur le système musculaire, dont la nutrition est profondément atteinte. Cette altération du système musculaire (amyosthénie) se traduit par un affaiblissement des forces, une fatigue rapide, l'amaigrissement et la mollesse des muscles [1]. Alors ne tardent pas à apparaître les difformités du squelette : scoliose, cyphose, lordose, *genu valgum*, pied-plat, etc. La colonne vertébrale, dont la forme normale est maintenue par l'application des vertèbres l'une contre l'autre, grâce à l'action combinée des ligaments et des muscles, s'infléchit en divers sens lorsque les ligaments ne sont plus suffisamment aidés par les muscles des gouttières vertébrales : les courbures normales s'accentuent et il s'en produit de nouvelles, d'où l'apparition de la cyphose par exagération de la convexité cervicale, de la lordose par exagération de la concavité lombaire et de la scoliose par courbure latérale du rachis.

Le pied plat, coïncidant avec la scoliose, se produit de la même manière : par suite de la parésie des muscles de la jambe et du pied, en particulier des péroniers latéraux, du jambier antérieur et du pédieux, les ligaments du tarse ne suffisent plus à maintenir la voûte du pied, qui s'affaisse peu à peu dans la marche et la station debout.

(1) Souvent, bien que les muscles aient conservé leur volume, ils paraissent sans force parce que la volonté manque. Ainsi, nous voyons des fillettes robustes faire de longues promenades, jouer des heures entières à courir et être incapables de se tenir bien debout ou assises, parce qu'alors la volonté doit intervenir pour faire une chose qui leur est désagréable. Elles ne peuvent avoir de volonté pendant quelques minutes et la fatigue vient alors très vite; par suite, les mauvaises attitudes.

Certains auteurs, Redard entre autres, considèrent dans ces cas le pied-plat comme cause de la scoliose; je crois au contraire que ces deux affections apparaissent presque simultanément, le pied plat précédant la scoliose, sous l'influence de la même cause, la faiblesse musculaire généralisée.

D'autres articulations subissent aussi l'influence de cette parésie musculaire; ainsi divers observateurs ont signalé la coïncidence du *genu valgum* avec la scoliose essentielle des adolescents et le pied-plat; j'ai constaté aussi cette laxité articulaire par affaiblissement musculaire à la hanche, donnant ainsi lieu à un raccourcissement apparent du membre inférieur dans la station debout, raccourcissement qui n'existait plus lorsqu'on mesurait le sujet couché; je l'ai constatée également à l'épaule, au coude et au poignet, en particulier dans un cas où il y avait une véritable subluxation du cubitus sur le radius et le carpe, plus marquée du côté droit où siégeait la scoliose.

En partant de cette donnée que la neurasthénie des adolescents détermine un affaiblissement musculaire général, la production de la scoliose s'explique parfaitement.

On sait que la scoliose, dans l'immense majorité des cas, débute par la partie supérieure de la région dorsale, à la partie correspondante à l'épaule, formant une convexité à droite; plus tard il se forme des courbures de compensation en sens inverse aux régions cervicale et lombaire.

Jusqu'alors, avec les théories admises, on ne s'expliquait pas bien pourquoi la scoliose débutait toujours par une convexité droite au niveau de l'épaule, en même temps que l'épaule droite proéminait en avant et l'épaule gauche en arrière et en haut. Mais si on admet un affaiblissement des muscles de chaque côté de la colonne vertébrale, il est facile de comprendre que, par suite de la prédominance de l'usage du membre supérieur droit sur le membre supérieur gauche, le membre droit, plus fort, plus lourd, plus actif que le gauche, tend incessamment à attirer de son côté la colonne vertébrale, qui se tord à la fois latéralement et d'arrière en avant sur son axe (1).

Pendant un certain temps, la courbure à convexité droite peut s'effacer pendant le repos, et se réduire facilement; mais peu à peu, sous l'influence incessamment répétée de la même cause à laquelle se joint la pression de la partie supérieure du corps sur la région

(1) Tout à fait au début de la scoliose, la différence de force musculaire des deux bras n'est pas plus marquée que celle que l'on constate chez tout le monde, mais peu à peu le bras gauche devient de plus en plus paresseux, il ne fait de mouvements que ce qu'il ne peut éviter, tandis que le bras droit, continuant son service habituel, en fait davantage. Il arrive ainsi que le bras gauche perd à la fois l'habitude de faire des mouvements et la force musculaire.

dorsale, elle augmente et devient permanente. Peu à peu les ligaments péri-vertébraux s'allongent du côté de la convexité, et se raccourcissent du côté de la concavité; les corps vertébraux, plus comprimés du côté de la concavité, s'y développent moins et s'amincissent même; les muscles, bien entendu, malgré leur souplesse, finissent par se raccourcir aussi du côté de la concavité. La scoliose est alors constituée et sa correction devenue impossible.

La rétraction des ligaments et des muscles, ainsi que la déformation des vertèbres, ne sont donc que des phénomènes secondaires.

La scoliose, dans certains cas, se produit par un autre mécanisme; elle débute alors par la région lombaire, mais reconnaît encore la même origine musculaire. Sous l'influence d'une mauvaise attitude prise par les enfants soit en s'asseyant, soit dans la station debout (position hanchée), il se forme dans la région lombaire, en sens inverse de la hanche saillante, une concavité que les muscles affaiblis ne peuvent corriger suffisamment pendant le repos, ni empêcher de devenir permanente.

L'influence de l'action et du poids du membre supérieur sur la production de la difformité vertébrale est encore démontrée par ce qui se passe du côté des omoplates. On sait, en effet, que ces os, bien appliqués sur le thorax et sans faire saillie chez les sujets bien portants, sont situés à des niveaux différents et s'écartent fortement du thorax par leur bord interne et leur angle inférieur chez les scoliotiques. Mais il est à remarquer que la difformité de l'omoplate est beaucoup plus grande du côté de la scoliose que du côté opposé. Si on admet la parésie des muscles qui maintiennent l'omoplate appliquée contre le thorax (grand dentelé, rhomboïde, etc.), le point fixe étant l'angle externe de l'os, on comprend que la traction sur ces muscles étant plus forte à droite qu'à gauche, la difformité soit aussi plus grande de ce côté. Plus les exercices faits avec le bras droit seront violents, plus la prédominance de la difformité sera grande, ainsi que je l'ai observé chez plusieurs garçons de 13 à 15 ans adonnés à l'escrime. Plus aussi la croissance aura été rapide chez ces sujets prédisposés, en particulier les jeunes filles de 12 à 14 ans, plus la scoliose se produira vite, la flexibilité du rachis étant extrême chez ces enfants.

Je sais qu'on a fait à cette manière de voir une objection sérieuse. Si, dit-on, la scoliose à convexité dorsale droite a pour cause la prédominance du bras droit, la scoliose à convexité dorsale gauche devrait ne survenir que chez des gauchers; or, on a vu des scolioses gauches chez des droitiers. Ces faits, rares à la vérité, doivent être analysés avec soin; j'en ai vu aussi quelques-uns, mais chez des

enfants qui, allant en classe, portaient du bras gauche leurs livres et cahiers. A cela il faut encore ajouter l'influence puissante de l'attitude prise pour écrire, et qui peut dévier latéralement ces rachis flexibles aussi bien à gauche qu'à droite, quoique rarement.

La laxité articulaire m'a aussi paru en rapport direct avec l'intensité des phénomènes neurasthéniques; plus la neurasthénie est marquée, plus les difformités se produisent rapidement et sont grandes, surtout à la colonne vertébrale et au pied; c'est ainsi qu'on voit en quelques semaines se produire des scolioses complètes et le pied-plat valgus douloureux, sous les yeux pour ainsi dire. J'ai vu récemment un cas de ce genre sur la fille d'un confrère dont le pied conservait sa forme cambrée lorsqu'elle était étendue et qui s'aplatissait tout à fait lorsqu'elle était debout; quelques mois auparavant les deux pieds étaient normaux.

En résumé, chez la plupart des scoliotiques que j'ai examinés, j'ai constaté, outre la scoliose, une laxité des articulations des membres supérieurs et inférieurs que j'ai pu rapporter à l'affaiblissement des muscles destinés à assurer avec les ligaments la solidité de ces articulations. Je n'ai jamais constaté par l'examen électrique une paralysie complète de ces muscles, mais incomplète seulement et une diminution manifeste de leur volume. Duchenne (de Boulogne) avait déjà signalé, pour la scoliose, la conservation de la contractilité électrique aussi bien pour les muscles de la concavité rachidienne que pour ceux de la convexité.

Cette idée de paralysie a été cause, je crois, qu'on a rejeté la théorie musculaire; on a recherché une paralysie *unilatérale complète* qui n'existait pas, une contracture *unilatérale* qui n'existait pas davantage, et on n'a pas songé à une *affection bilatérale*, paralysie incomplète qui est la cause de ces attitudes abandonnées si fréquentes chez les enfants et qui aboutissent aux difformités que nous étudions.

Tous ces sujets étant des neurasthéniques, je crois pouvoir attribuer cet état des muscles à un défaut de nutrition dû à la diminution de l'influx nerveux sur la fibre musculaire. La neurasthénie est encore aidée dans ce rôle de dénutrition par la dilatation de l'estomac qui l'accompagne si fréquemment (1).

(1) On peut se demander si la neurasthénie est la cause ou l'effet de la dilatation de l'estomac. Si l'on admet une dilatation primitive de l'estomac, on pourrait dire que les toxines qui en résultent et qui sont absorbées ont retenti sur le système nerveux et, par suite, sur les muscles qu'elles ont parésiés. Mais les antécédents nerveux que j'ai constatés chez des parents de beaucoup de scoliotiques me portent à croire que la neurasthénie est primitive dans ces cas. Je crois que la dilatation de l'estomac est causée par l'amyosthénie qui frappe cet organe en même temps que les autres muscles.

Quant au nervosisme lui-même, il ne faut pas oublier que les études classiques forcées, le surmenage intellectuel auquel on soumet actuellement les jeunes gens des deux sexes précisément au moment où leur croissance est le plus active, ne peuvent qu'aggraver cet état morbide. Mais ces études ont encore un autre inconvénient : c'est d'être l'occasion de ces attitudes vicieuses prises en étude, en classe, pour lire, pour écrire, étudier le piano, qui sont si souvent, chez ces sujets, la cause déterminante des déviations de la taille (1).

Le traitement doit donc s'adresser à ces différentes causes.

Il doit être *prophylactique* et *curatif*.

Le traitement prophylactique s'adresse aux enfants nés de mères neurasthéno-scoliotiques, ou atteintes de pied-plat, et qui ont hérité d'une prédisposition à devenir difformes comme leurs mères. Il faut surveiller avec la plus grande attention la croissance de ces enfants afin d'intervenir de bonne heure contre la neurasthénie et en particulier contre sa localisation sur les muscles des gouttières vertébrales et des membres inférieurs.

Il faut également, en conséquence, soigner l'état général, l'arthritisme, et non le rachitisme qui n'a été constaté que rarement chez les adolescents scoliotiques. Aussi, faut-il bien se garder d'envoyer ces malades à la mer, mais plutôt à la campagne, dans des endroits boisés.

Il faut ensuite surveiller le système nerveux, en évitant les causes de surexcitation et en mettant en œuvre les moyens moraux et pharmaceutiques qui peuvent le calmer et le pondérer;

Soigner la dilatation de l'estomac par les moyens appropriés à son degré et aux phénomènes qui l'accompagnent;

Soigner les troubles de le menstruation, etc.

Le traitement curatif comprend les moyens précédents et en outre celui des difformités.

Ce traitement est malheureusement assez complexe comme les causes de l'affection elle-même.

En première ligne, viennent les moyens destinés à arrêter la marche de la difformité, à prévenir son aggravation, et malheureusement c'est tout ce qu'on peut espérer obtenir dans la plupart des cas, les parents ne venant réclamer nos soins pour leurs enfants que lorsque les difformités sont confirmées.

Dans ce but, on doit recommander le repos au lit le plus prolongé

(1) Beaucoup de médecins pensent et j'ai cru moi-même pendant longtemps, que les mauvaises attitudes prises par les adolescents suffisaient pour produire la scoliose. Je crois maintenant que ces cas sont rares et que les mauvaises attitudes ne produisent la scoliose que chez les neurasthéniques.

possible. M. le professeur Lannelongue, dont j'adopte absolument la pratique, fait coucher les scoliotiques à huit heures du soir dans un lit où se trouve un matelas de crins capitonné et reposant sur une planche, jusqu'à dix heures du matin.

A ce point de vue, le traitement de la scoliose doit être presque aussi sévère que celui du mal de Pott, en particulier chez les grandes jeunes filles à croissance rapide et à rachis très flexible.

Le reste des heures doit être approprié à la vie du sujet de telle manière que pas une heure ne s'écoule sans que le patient ne soit durant un quart d'heure ou vingt minutes étendu sur une chaise longue ou mieux sur une planche inclinée, la tête étant retenue par une bride de Sayre. On évite ainsi, autant que possible, la fatigue musculaire. Les études classiques doivent être ainsi un peu sacrifiées à la santé du corps et de l'esprit.

On doit joindre à ces précautions les douches, le massage et l'électrisation des muscles atrophiés; des exercices gymnastiques rationnels ayant pour but de faire contracter les muscles sous l'influence de la volonté; aussi ces exercices, dont on a d'ailleurs bien exagéré l'efficacité et par suite abusé [1], au point d'aggraver la difformité (scoliose) contre laquelle ils étaient employés, ne doivent-ils se faire qu'au commandement. C'est du reste un excellent moyen de traitement, qui peut agir à la fois sur la reconstitution des muscles et le rétablissement de la volonté, si atteintes chez ces sujets. Je crois pouvoir lui attribuer mes plus beaux succès.

Quant aux corsets dans la scoliose, ils n'empêchent pas le poids de la partie supérieure du corps d'agir sur le rachis, ni par conséquent la difformité de s'aggraver; mais ils sont utiles, comme appareils de maintien, lorsque le sujet est obligé de marcher.

Je n'insiste pas d'ailleurs sur ce point, ne voulant m'occuper ici que de la pathogénie des affections dont je viens de parler.

[1] Je rappelle que j'ai signalé, au Congrès de Caen, les bons effets de ces exercices sur la dilatation de l'estomac.

M. Albert TERSON

Chef de Clinique ophtalmologique à la Faculté de Paris.

TROUBLES OCULAIRES DE L'ÉRYTHÈME POLYMORPHE [617.7]

— *Séance du 9 août 1895* —

Il reste encore un certain nombre de rapports à établir entre les principales affections cutanées et les troubles oculaires qu'elles peuvent engendrer. Leur degré de fréquence, leur symptomatologie et leur pronostic nécessitent des recherches prolongées et surtout l'utilisation de bien des observations où le retentissement oculaire peut passer inaperçu ou est insuffisamment diagnostiqué. C'est ce qui nous engage à rapporter deux observations qui, jointes à celles que nous avons déjà publiées, nous semblent compléter utilement la clinique des lésions oculaires au cours de l'érythème polymorphe, lésions jusqu'ici peu ou pas mentionnées dans les livres classiques sur les maladies des yeux.

Obs. I. — Mme Tr..., trente-huit ans, cuisinière, entre à la fin d'avril 1895 dans le service de M. le professeur Fournier, salle Henri IV, à l'hôpital Saint-Louis. Elle est atteinte d'un érythème polymorphe ayant débuté huit jours avant son entrée à l'hôpital, érythème papuleux typique ayant commencé par les jambes et les genoux qui sont fort douloureux, mais sans arthrite; les plaques érythémateuses ont remonté sur le corps, et on en trouve quelques-unes sur le cou, derrière les oreilles et sur la paupière droite. Trois jours environ après le début des plaques cutanées, l'œil droit s'est injecté dans la région interne de la conjonctive bulbaire, et quand j'examine la malade, je constate entre la partie interne du limbe et la caroncule une volumineuse saillie très vasculaire, couleur lie de vin, dure, mais un peu mobile sur le plan scléral. Pas de sécrétion conjonctivale. L'œil gauche a été légèrement intéressé dans une région absolument symétrique, mais sans que la lésion ait atteint l'intensité précédente. Tout s'est réduit à une petite tache rougeâtre, à peine saillante, qui a entièrement disparu du reste en trois à quatre jours, sans laisser aucune trace.

Les antécédents de la malade sont caractéristiques.

Ses parents étaient très rhumatisants et elle-même a eu à diverses reprises des attaques de rhumatisme articulaire aigu. Elle a eu, il y a huit ans, une première attaque d'érythème polymorphe, qui dura un mois, sans lésion oculaire. Il y a trois ans, nouvelle poussée d'érythème: les deux

yeux ont été intéressés, mais la lésion oculaire a cédé avant la fin même de l'affection généralisée. Nouvelle récidive, l'année dernière, sans lésion oculaire.

La volumineuse saillie constatée sur l'œil droit a disparu complètement, sans aucun traitement local, en dix jours, alors que l'érythème était traité par le naphtol, l'antipyrine et les purgations. Il n'y a eu à aucun moment de trouble visuel.

Obs. II. — La nommée Eugénie B..., vingt ans, femme de chambre, salle Henri IV, hôpital Saint-Louis.

Cette malade, atteinte pour la première fois, et sans antécédents rhumatismaux, d'érythème polymorphe généralisé ayant même donné des plaques palpébrales, a présenté, quinze jours après le début de cette affection, un bouton érythémateux sur la conjonctive bulbaire interne de l'œil gauche, lésion survenue en une nuit. L'œil droit n'a point été atteint. La lésion de l'œil gauche a complètement disparu en une semaine. Sulfate de quinine et purgations.

Dans la thèse que nous avons engagé M. B. Beaudonnet à faire sur ce sujet (th. de Paris, 1894), nous avions rapporté trois autres observations qui nous avaient présenté le tableau clinique précédent. Nous y renvoyons pour les détails historiques et bibliographiques. Bornons-nous à faire remarquer que, des deux observations nouvelles que nous rapportons, la première signale la présence d'antécédents rhumatismaux, très fréquemment constatés chez d'autres malades de ce genre.

Dans ces cinq observations, la symptomatologie a été à peu près identique.

Il s'est toujours agi de très volumineuses papules, dans la région de la troisième paupière et de la partie interne de la conjonctive bulbaire, simulant d'énormes épisclérites, souvent symétriques et bilatérales. Cependant, elles sont légèrement mobiles sur le plan profond, ce qui prouve qu'il s'agit d'une éruption surtout conjonctivale. Développés quelquefois en un jour, ces boutons érythémateux ont disparu dans six à dix jours sans laisser aucune trace. Tout traitement local est donc absolument inutile. On peut observer la coexistence de lésions érythémateuses des paupières. Enfin, la lésion oculaire a toujours suivi et jamais précédé les lésions cutanées générales. Nous n'avons encore jamais rencontré les œdèmes palpébraux, les fausses membranes conjonctivales, et même le glaucome que d'autres auteurs ont signalés (v. thèse Beaudonnet). Il n'y avait pas de sécrétion conjonctivale, ni de photophobie; tout au plus, un peu de gêne en fermant les paupières.

Nous avons tenu à rapporter les faits précédents, car il n'y a pas, croyons-nous, d'autre exemple dans la pathologie de la conjonctive,

de néoproductions de dimensions semblables survenant avec une aussi grande rapidité, sans lésions fonctionnelles notables, et disparaissant sans aucun traitement local et sans laisser de trace, après une durée de quelques jours à peine. Cela suffit à les différencier rapidement, pour l'ophtalmologiste, des phlyctènes conjonctivales et de diverses altérations épisclérales d'origine syphilitique ou rhumatismale, avec lesquelles le diagnostic se fera rapidement et au sujet desquelles on se gardera de se laisser induire en erreur par l'éruption générale.

M. MERGIER

Préparateur à la Faculté de Médecine de Paris.

NOUVELLE NOTATION DES RÉACTIONS ÉLECTRIQUES DES NERFS ET DES MUSCLES DANS L'EXAMEN CLINIQUE [615.84]

— *Séance du 9 août 1895* —

I

On sait quel intérêt offre l'examen électrique des réactions des nerfs et des muscles en clinique neuropathologique. Malheureusement, outre que cet examen présente de nombreuses difficultés de technique et d'observation, les notations usitées pour en traduire les résultats ne réalisent pas toute la simplicité et la précision désirables. La lecture en est pénible et fastidieuse, et elles doivent être étudiées avec une attention soutenue, au risque de laisser passer inaperçus les résultats les plus importants.

De nombreux systèmes de notations ont été préconisés. Mais la plupart, pour des raisons que nous n'examinerons pas ici, ne sont pas entrées dans la pratique. Les seules usitées aujourd'hui dérivent directement, à quelques termes près, de celle que proposa Brenner dès le début.

Dans cette notation, les termes sont représentés par les initiales des mots allemands correspondants. AN et KA signifient *Anode* et

Kathode (pôle positif et pôle négatif); S est pour *Schliessung* (fermeture); O pour *Oeffnung* (ouverture); Z, *Zuckung* (secousse ou contraction).

Cette notation fut d'abord adoptée en Allemagne, puis elle fut introduite en France, et M. Vigouroux, en 1882, proposa de l'accepter définitivement afin de mettre de l'unité dans les formules, à quelque langue qu'elles appartinssent. Mais tous les auteurs ne se sont pas ralliés à cette proposition, et en France on se sert le plus souvent des initiales des mots français qui traduisent les termes allemands. C'est ainsi que F et O désignent la *fermeture* et l'*ouverture* du courant et remplacent les lettres S et O *(Schliessung, Oeffnung),* dont une par hasard se trouve être la même dans les deux langues; la lettre S (secousse) est mise à la place de Z *(Zuckung);* quant aux termes An et Ka, ils sont restés, les expressions *Anode* et *Kathode* ayant passé dans le langage des physiciens. Toutefois, ces dernières sont souvent traduites par les lettres P et N *(positif, négatif)* et la lettre C *(contraction)* est pour S *(secousse).*

De là trois notations différentes que nous mettons en regard pour faciliter la comparaison :

	I	II	III
(1)	Ka SZ	Ka FS	NFC
	An SZ	An FS	PFC
	An OZ	An OS	POC
	Ka SZ	Ka OS	NOC

Les inconvénients d'un tel défaut d'entente dans la notation adoptée sont multiples. D'abord, une confusion peut s'établir entre les deux premières, dans lesquelles la lettre S exprime deux choses différentes. En second lieu, si le lecteur passe d'un auteur à un autre, il devra faire un effort constant pour traduire les lettres adoptées et ne pas perdre la clef de la notation qu'il a sous les yeux. Quant aux lettres Z, S ou C *(Zuckung, secousse, contraction),* elles constituent une répétition absolument inutile puisqu'elles se retrouvent dans tous les termes des tableaux.

Un autre défaut important de cette notation consiste en ce qu'elle ne parle pas assez aux yeux et que les lettres qui la constituent se confondent trop avec les autres lettres de l'écriture courante. Dans ces conditions, les particularités d'un examen électrique sont perdues au milieu des autres termes, et il faut un effort d'attention soutenue pour ne pas laisser inaperçues les inversions de formule. Ce défaut se fait plus particulièrement sentir dans les observations où les résultats de l'examen ne sont pas mis sous forme de tableau.

II

Il nous a paru qu'il était possible de constituer une notation plus simple que celles usitées jusqu'à ce jour et capable de rallier tous les suffrages par son caractère d'internationalité. Au lieu d'avoir recours aux initiales des mots correspondants, nous remplaçons les termes Anode, Kathode (positif, négatif), par les signes + et — usités en physique dans tous les pays. De plus, nous supprimons les lettres communes à tous les termes.

Dans ces conditions, pour les muscles, l'examen au courant galvanique se réduira aux seuls signes connus :

$$+ > - \quad \text{ou} \quad - > + \tag{2}$$

La traduction de ces termes se lira très simplement : *Contraction positive plus grande que contraction négative*, ou : *Contraction négative plus grande que contraction positive*. Il est parfaitement inutile de faire figurer la lettre C, qui signifierait contraction. Ce terme est sous-entendu. On peut aussi supprimer sans inconvénient la lettre F (fermeture), ou en allemand S *(Schliessung)*, puisque nous savons que le muscle ne répond pas à l'ouverture du courant. Si une particularité de ce genre se présentait, on la noterait dans la colonne des observations.

III

En ce qui concerne l'examen des nerfs, la simplification ne peut malheureusement pas être poussée aussi loin, car le nerf répond à la fermeture et à l'ouverture du courant. Si nous conservons les lettres initiales F et O en français, nous aurons en allemand S et O; dans une autre langue ce seront des lettres différentes, de telle sorte qu'il y aura encore place à confusion.

	Français.	Allemand.
(3)	$-F > +F$	$-S > +S$
	$+O > -O$	$+O > -O$

Nous ne nous contenterons pas de cette demi-simplification, car nous ne voulons pas laisser aux traducteurs le soin ou plutôt le souci de traduire également les termes de ces formules. Les traducteurs n'étant pas toujours au courant de ces particularités de notation, leur traduction ne serait ici qu'une nouvelle source d'erreurs.

Il n'existe pas, en physique, de signes indiquant si un circuit est

ouvert ou fermé. C'est regrettable, car la solution de la question en serait singulièrement simplifiée. Mais n'est-il pas possible de créer ces signes et de les choisir tels que leur forme ou leur arrangement indiquent immédiatement leur signification, et l'imposent même aux personnes non initiées.

Après avoir passé en revue les différents caractères ou signes usités en typographie, nous nous sommes arrêtés aux deux suivants:

1° Un petit cercle blanc ○ pour l'ouverture;

2° Un petit cercle noir ● ou coupé de hachures ● (ou plus simplement un cercle barré d'une croix pour l'écriture courante) signifiant fermeture.

Le tableau (3) ci-dessus pourra dès lors s'écrire :

(4)
— ● > + ●
+ ○ > — ○

La traduction n'offrira aucune difficulté : Contraction de fermeture négative plus grande que contraction de fermeture positive; contraction d'ouverture positive plus grande que contraction d'ouverture négative.

L'ordre d'apparition et d'intensité des contractions obtenues par l'excitation des nerfs moteurs s'écrira:

(5) — ● > + ● > + ○ > — ○

IV

En résumé, un examen électrique, si on adopte cette notation, devra toujours être figuré sous forme de tableau avec trois colonnes: la première renfermera les réponses musculaires traduites avec les signes précédents; à la deuxième sera mentionnée, en milliampères ou fractions de milliampère, l'intensité du courant minimum capable de produire l'excitation; enfin, la troisième sera celle dite des *Observations*. C'est dans celle-ci que sera indiquée, par exemple, l'allure générale de la contraction observée ou toute autre particularité intéressante. On y indiquera si la contraction est tétanique, lente, ou si elle offre tout autre caractère. Enfin, dans le cas où l'on aurait pris le graphique de la contraction à l'aide du myographe enregistreur, on devra joindre ce graphique au tableau précédent.

Pour montrer l'avantage de la nouvelle notation, nous terminerons en mettant en regard un examen électrique traduit dans les deux notations, la notation ancienne la plus généralement usitée et celle que nous proposons.

ANCIENNE NOTATION

Muscles de l'avant-bras. — Courant galvanique.

Fléchiss. sup. des doigts.	NFC	>	PFC
id. prof.	NFC	>	PFC
Long. supin..	NFC	>	PFC
1er rad. ext.	NFC	=	PFC
2e id.	NFC	=	PFC
Extens. com. des doigts. .	PFC	>	NFC

Nerfs de l'avant-bras. — Courant galvanique.

Médian.	NFC	>	PFC
	POC	>	NOC
Cubital.	PFC	>	NFC
	NOC	>	POC

NOUVELLE NOTATION

Muscles de l'avant-bras. — Courant galvanique.

MUSCLES		I	OBSERVATIONS
Fléchiss. sup. des doigts.	— > +	5ma	
id. prof.	— > +	5ma	
Long supin..	— > +	3ma	
1er rad. ext..	— = +	6ma	Contr. lente.
2e id.	— = +	6ma	id.
Extens. com. des doigts..	+ > —	7ma	id.

Nerfs de l'avant-bras. — Courant galvanique.

Médian.	—	●	>	+	●
	+	O	>	—	O
Cubital.	+	●	>	—	●
	—	O	>	+	O

M. Léon D'ASTROS

à Marseille.

FORMES PATHOGÉNIQUES ET TRAITEMENT CHIRURGICAL DE L'HYDROCÉPHALIE

[612.82]

— *Séance du 9 août 1895* —

L'hydrocéphalie n'est qu'un symptôme qui reconnaît des conditions pathogéniques très différentes. Les interventions chirurgicales ont donné jusqu'à présent, dans cette affection, des résultats déplorables; mais il est vrai que, dans la plupart des cas, on a opéré des hydrocéphalies sans trop rechercher ce qu'il y avait sous l'épanchement intra-crânien. S'il est juste de dire qu'il n'existe pas réellement de traitement chirurgical efficace de l'*hydrocéphalie en général*, on peut se demander, en présence des causes si variées de cette affection, si *certaines formes d'hydrocéphalie* ne seraient pas encore justiciables de la chirurgie.

Nous n'avons pas l'intention ici de passer en revue toutes ces formes et d'établir une classification des hydrocéphalies. Nous en rappellerons succinctement quelques-unes.

Dans un grand nombre de cas, l'*hydrocéphalie* dite *congénitale* se montre dès la naissance ou plus habituellement peu après la naissance; elle s'accompagne de malformations cérébrales, et dénote un état de dégénérescence dont il faut rechercher les causes soit dans l'hérédité morbide, soit dans des troubles de développement survenus pendant la vie intra-utérine. Il est incontestable que dans ces conditions le traitement chirurgical est absolument illogique et ne peut rien donner.

Après Sandoz, nous avons démontré (1) qu'un certain nombre d'hydrocéphalies précoces relevaient de la *syphilis héréditaire*, et reconnaissaient pour cause certaines lésions spécifiques intra-ventriculaires. Nous écrivions alors à propos de l'intervention chirurgicale : « Dans l'hydrocéphalie hérédo-syphilitique, peut-être

(1) *L'Hydrocéphalie hérédo-syphilitique* (*Rev. des Mal. de l'Enfance*, 1891).

rendrait-elle quelques services, parce qu'on pourrait combiner son action palliative à l'action directement curative des antisyphilitiques sur la cause de l'épanchement. » Nous croyons pouvoir maintenir cette opinion rationnelle malgré que nous ne puissions l'étayer d'aucun fait d'observation.

Dans la grande classe des *hydrocéphalies symptomatiques de lésions cérébrales,* l'hydrocéphalie symptomatique de tumeurs, surtout de tumeurs du cervelet, présente une évolution assez spéciale (1). Dans ces derniers faits, nous croyons, avec Bourneville (2), que l'intervention (ponction crânienne ou lombaire) n'a aucune chance d'être efficace.

L'hydrocéphalie peut être symptomatique d'autres affections encéphaliques, soit des méninges, soit du cerveau. Elle se développe alors quelque temps après la naissance consécutivement à des accidents aigus, convulsifs et paralytiques dus au point de départ méningé ou cérébral de l'affection. Dans le premier cas, la lésion primordiale peut être une hémorragie méningée qui, par ses transformations successives, aboutit à l'hydrocéphalie externe, bien décrite par Legendre, très rare d'ailleurs, mais importante à connaître. Si, par contre, la lésion primitive (sclérose, noyau d'hémorragie ou de ramollissement) occupe le cerveau, principalement le corps opto-strié, c'est une hydrocéphalie interne, intra-ventriculaire qui se développera. Nous avons observé quelques faits de cette nature.

Dans le premier, il s'agit d'un enfant de neuf mois, qui entre à l'hôpital le 4 décembre 1893 avec tous les signes bien caractérisés de l'hydrocéphalie.

Le crâne est très développé, le front surplombant la face, les pariétaux très écartés, les sutures membraneuses, les fontanelles saillantes. Les yeux sont tournés en bas, les paupières inférieures recouvrant la moitié inférieure des cornées. Voici les principales mensurations du crâne :

Grande circonférence occipito-frontale........	43cm5
De la glabelle à l'inion....................	29 »
D'un conduit auditif à l'autre..............	29 5
Diamètre occipito-frontal...................	14 5
Diamètre bi-pariétal........................	12 75

Nous n'avons malheureusement aucun renseignement sur le mode de début de la maladie. Le nez est écrasé; il y a un écoulement muco-purulent par les narines. Nous instituons un traitement antisyphilitique. L'enfant succombe néanmoins un mois et demi après.

A l'autopsie, le crâne aminci se coupe comme du parchemin. A l'ouver-

(1) *Tumeurs du cervelet chez l'enfant* (D'ASTROS. *Rev. des Mal. de l'Enfance,* 1894).
(2) *Recherches sur l'épilepsie, l'hystérie, l'idiotie et l'hydrocéphalie,* 1894.

ture du crâne, il s'écoule un liquide légèrement citrin (250 grammes environ). Ce liquide était complètement extra-cérébral; il occupait un espace compris entre la calotte crânienne et le cerveau, qui apparaît en place sur les fosses crâniennes; cet espace compris entre la dure-mère et l'arachnoïde est nettement limité. La face interne de la dure-mère et l'arachnoïde sont très épaissies; cet épaississement est surtout marqué au niveau des lobes frontaux. Les veines pie-mériennes dilatées traversent la grande cavité arachnoïdienne. Le cerveau est intact, l'épendyme normal; les ventricules ne contiennent qu'une très minime quantité de liquide.

La pathogénie de cette hydrocéphalie sus-arachnoïdienne reste indécise; il faut très vraisemblablement en chercher la cause dans les lésions très manifestes constatées à l'autopsie du côté de la dure-mère et de l'arachnoïde. Quant à la nature primitive de ces lésions, elle reste indéterminée. S'agissait-il d'une pachyméningite scléro-gommeuse ou d'une pachyméningite hémorragique avec transformation ultérieure du kyste hématique en kyste hydrocéphalique, c'est ce que nous n'avons pu établir. Mais le siège de l'épanchement nous importe surtout ici. Et ce que nous voulons faire ressortir de cette observation, c'est qu'une hydrocéphalie externe enkystée se présente avec des caractères symptomatiques qui la rendent impossible à différencier d'une hydrocéphalie intra-ventriculaire. Et cependant dans le fait particulier, si le diagnostic du siège de l'épanchement avait été fait, l'intervention chirurgicale eût pu, ce nous semble, donner des résultats.

Frappé de ce fait, nous crûmes dans le suivant, pour des raisons que nous allons indiquer, pouvoir poser le diagnostic d'hydrocéphalie externe.

Il s'agit d'un enfant né le 24 février 1894, le troisième de la famille. Le père nie la syphilis, mais avoue des habitudes alcooliques. Le 13 mai, l'enfant devient agité et pousse des cris toute la nuit; la tête est en opisthotonos, les yeux se convulsent, des convulsions agitent le bras et la jambe gauches seulement. Ces convulsions se répètent pendant un mois. Les médecins diagnostiquent une méningite. Presque dès le début, la mère s'aperçoit que la fontanelle est saillante; le crâne se développe progressivement. Le 1er septembre, lorsque nous examinons l'enfant, l'hydrocéphalie est manifeste; les mensurations du crâne donnent les chiffres suivants:

Grande circonférence occipito-frontale........	51cm	»
D'un conduit auditif à l'autre...............	35	»
Diamètre occipito-frontal..................	16	5
Diamètre bi-pariétal.......................	14	»

La partie membraneuse de la fontanelle donne 15/15 centimètres. La partie supérieure du crâne est très développée. Un traitement antisyphili-

tique mixte est institué. Il ne paraît donner aucun résultat, le crâne continue à se développer et, le 16 octobre, les mensurations donnent les chiffres suivants :

Grande circonférence occipito-frontale........	54cm »
De la glabelle à l'inion......................	36 »
Diamètre occipito-frontal....................	18 »
Diamètre bi-pariétal........................	15 5

Évidemment, l'hydrocéphalie progressait. Un point important nous frappait dans l'histoire de cet enfant : les symptômes du début simulant un processus méningitique. Nous pensons à la possibilité d'une hémorragie méningée comme cause de l'hydrocéphalie et au siège extra-ventriculaire de celle-ci. Dans ces conditions, nous jugeons opportun d'intervenir chirurgicalement, et nous prions notre collègue le Dr Poucel d'opérer le malade. L'opération est pratiquée le 17 octobre, sous chloroforme. Une incision est pratiquée au niveau du bord droit de la fontanelle antérieure. Après incision de la dure-mère, on tombe sur la substance cérébrale. La ponction est néanmoins pratiquée en pleine substance cérébrale qui mesure un demi-centimètre seulement d'épaisseur. Il s'écoule environ 175 grammes de liquide que nous recueillons. L'opération a été faite dans des conditions d'antisepsie absolue. Un pansement compressif est appliqué sur la tête. L'enfant a bien supporté l'opération. Le thermomètre monte cependant le soir à 39°. L'enfant succombe le quatrième jour.

A l'autopsie, la plaie est en parfait état ; une grande quantité de liquide s'écoule encore à l'ouverture du crâne. Les ventricules sont considérablement dilatés, l'épaisseur de la substance cérébrale est à peine de 1/2 à 1 centimètre. A part cet amincissement extrême du tissu nerveux, nous ne trouvons pas de lésion appréciable ni du côté de l'épendyme et du corps opto-strié, ni dans le cervelet, et vers le quatrième ventricule qui explique le développement de cette hydrocéphalie intra-ventriculaire. Voici l'analyse du liquide faite par M. Vasse, interne en pharmacie:

Couleur..................................	limpide
Densité..................................	1010
Réaction franchement alcaline.	

Par litre :

Extrait sec à 100°........................	10,10
Matières organiques..................	1,10
Matières minérales...................	9
Albumine................................	0,75
Chlorures alcalins (évalués en chlorure de sodium)................................	7,41
Sulfates alcalins........................	traces
Phosphates alcalins......................	traces

Nous avons dans ce cas fait opérer notre malade, parce que quelques-uns des symptômes observés nous faisaient supposer une

hydrocéphalie externe. Il s'agissait en réalité d'une hydrocéphalie interne de cause indéterminée. C'est un fait de plus à ajouter à la liste des insuccès du traitement chirurgical de l'hydrocéphalie ventriculaire.

D'un troisième fait que je rapporterai ailleurs, je ne donnerai ici que quelques détails sur les résultats de l'autopsie et de l'analyse du liquide recueilli.

L'enfant, âgé de deux ans, hydrocéphale et hémiplégique contracturé, mourut spontanément de convulsions. Il s'agissait d'une hydrocéphalie symptomatique d'une lésion du corps opto-strié, atrophie scléreuse avec vacuole centrale. Le ventricule du même côté était deux fois plus dilaté que celui du côté opposé. La condition déterminante de l'hydrocéphalie m'apparut assez nettement dans l'atteinte des plexus choroïdes enserrés dans la lésion. L'analyse du liquide, faite par M. Vasse, donna les résultats suivants :

Quantité	700 gr.
Densité	1010
Réaction franchement alcaline.	

Par litre :

Extrait sec à 100°	9,55
Matières organiques	0,85
Matières minérales	8,70
Albumine	0,35
Chlorures alcalins (évalués en chlorure de sodium)	6,15
Phosphates (en phosphate de soude)	0,712
Sulfates alcalins	quantité notable

Par eux-mêmes, les faits que nous relatons ne conduisent à aucune conclusion ferme. Nous avons cru devoir les rapporter pour attirer l'attention des observateurs sur les faits semblables et sur l'opportunité de l'intervention chirurgicale.

Chez l'enfant, certaines affections méningées et cérébrales (hémorragiques, inflammatoires, etc.) peuvent, dans des conditions particulières, se compliquer d'hydrocéphalie. Cette hydrocéphalie symptomatique a un siège différent, suivant le siège de la lésion primitive : elle est externe ou interne. Au point de vue pathogénique, l'hydrocéphalie externe et l'hydrocéphalie interne sont très distantes l'une de l'autre : la première est, en effet, la transformation d'un épanchement sanguin ou inflammatoire ; la seconde résulte d'une sécrétion exagérée du liquide céphalo-rachidien dans les ventricules cérébraux. Mais, au point de vue clinique, il nous paraît presque impossible de

les séparer l'une de l'autre. Les signes objectifs du crâne hydrocéphalique sont les mêmes dans les deux cas. Le mode de début et l'évolution de la maladie ne peuvent fournir que des éléments de probabilité souvent trompeurs; nous venons d'en donner une preuve. Le meilleur élément de diagnostic serait fourni, croyons-nous, par les caractères du liquide.

Dans l'hydrocéphalie ventriculaire, la pauvreté du liquide en albumine, sa richesse en chlorure de sodium, constituent des caractères spéciaux qui sont, en somme, ceux du liquide céphalo-rachidien, et qu'on ne retrouverait certainement pas dans le liquide de l'hydrocéphalie externe. Nous regrettons (notre attention n'était pas alors attirée sur ce point) de n'avoir pas analysé le liquide intra-arachnoïdien de notre premier malade. Nous croyons, instruit par les faits, que dans les cas où le siège de l'hydrocéphalie est douteux, une ponction capillaire est indiquée pour procéder à l'analyse du liquide. Il ne s'agit pas seulement par ce moyen d'éclairer le diagnostic, mais aussi de fixer le traitement. Si, en effet, nous repoussons toute tentative chirurgicale dans l'hydrocéphalie interne, nous la croyons indiquée, au contraire, dans l'hydrocéphalie externe. L'enkystement du liquide dans cette forme, son isolement en quelque sorte des centres nerveux, justifient, pour le moins, de nouvelles tentatives chirurgicales; si rare que soit l'hydrocéphalie externe, elle demande donc à être recherchée.

M. Léon DUFOUR

Directeur adjoint du Laboratoire de biologie végétale de Fontainebleau.

FABRICATION DE L'HYDROMEL (1) [663.]

— *Séance du 5 août 1895* —

Un des points le plus nettement mis en lumière depuis peu par les travaux de M. Gayon et de M. de Layens, c'est que, pour obtenir de l'hydromel se conservant bien et aussi peu exposé que possible à

(1) Ce travail a été fait au Laboratoire de biologie végétale de Fontainebleau, dirigé par M. Gaston Bonnier, professeur à la Sorbonne.

subir la fermentation acétique, il faut faire de l'hydromel *fort en alcool*, c'est-à-dire ayant au moins 15° d'alcool quand tout le sucre est transformé. On peut même en faire à 17°.

On obtient de bons résultats en mettant dans le mélange de miel et d'eau du *sous-nitrate de bismuth* à la dose de 10 grammes par hectolitre. Quel est l'effet de ce sous-nitrate? Je ne parlerai pas dans cette courte note des modifications chimiques qu'il peut produire dans ce milieu et de la manière dont il influe sur la vie des diverses levures qui peuvent exister dans le liquide. Je me contenterai de parler de l'effet produit sur la marche générale de la fermentation.

Un moyen simple de se rendre compte de la quantité plus ou moins grande de sucre transformée en alcool, est de prendre à des intervalles égaux, tous les jours par exemple, la densité du liquide en fermentation, au moyen d'un densimètre. Assurément, cette manière d'opérer ne comporte pas une grande précision; mais les chiffres que nous donnerons plus bas montreront entre des liquides comparés des différences bien plus grandes que les limites des erreurs commises par l'emploi du densimètre et seront, par suite, suffisants pour qu'on puisse tirer de leur étude des conclusions certaines.

J'ai opéré le plus souvent en faisant, dans des flacons, environ 4 litres d'hydromel.

Un premier point à mettre en évidence, c'est que les fermentations marchent avec cette faible quantité de liquide sensiblement de la même façon qu'avec des quantités plus considérables. Or voici, suivies au densimètre, les variations de densité dans un petit tonneau de 35 litres et dans un flacon de 4 litres :

Dates de l'expérience	Densités	
	Dans le tonneau.	Dans le flacon.
1er juin	1118	1119
10 —	1075	1071
16 —	1050	1046
21 —	1031	1029
25 —	1020	1019
30 —	1009	1013
5 juillet	1007	1011
10 —	1005	1010
15 —	1005	1010

On voit que la fermentation paraît aller d'abord un peu plus vite dans le flacon, mais que l'égalité de densité finit par arriver, et qu'ensuite c'est le tonneau qui va le plus vite. Mais, en somme, la différence n'est jamais bien grande.

On peut donc légitimement, ce qui est beaucoup plus commode, opérer sur des quantités faibles de liquide (¹).

Ceci posé, en même temps que je faisais, pour l'expérience précédente, de l'hydromel en mettant du bismuth, dans un autre flacon j'employais les mêmes proportions d'eau et de miel, mais je n'ajoutais pas de bismuth. Comparons les variations de la densité dans les deux flacons :

Dates de l'expérience.	DENSITÉS	
	Flacon avec bismuth.	Flacon sans bismuth.
—	—	—
1er juin	1119	1118
6 —	1110	1109
10 —	1063	1091
16 —	1046	1073
21 —	1029	1055
26 —	1018	1048
1er juillet.....	1012	1041
6 —	1011	1040
11 —	1010	1040
16 —	1010	1039

A partir de ces dates, les densités n'ont plus changé : les hydromels ont été transvasés dans de petites bouteilles d'environ 30 centilitres. Les différences entre les chiffres correspondants de ces deux colonnes indiquent nettement que la présence du sous-nitrate de bismuth active la fermentation et lui permet de se faire plus complètement.

De là l'utilité du sous-nitrate, surtout pour faire de l'hydromel fort.

Maintenant on conçoit qu'une dose de sous-nitrate très faible ne produirait qu'un effet insignifiant, qu'une dose de sous-nitrate trop forte entraverait et pourrait même supprimer totalement la fermentation. Quelle est la dose qui produit l'effet maximum ?

De diverses expériences faites à ce sujet, je citerai seulement la suivante :

Je fais, dans quatre flacons, de l'hydromel : dans le premier, je ne mets pas de bismuth; dans le second, j'en mets 20 centigrammes pour 4 litres, ce qui correspond à la dose de 5 grammes par hectolitre; dans le troisième, j'en mets à la dose de 8 grammes par hectolitre, et dans le quatrième, à la dose de 12 grammes.

Au début, le densimètre marque, suivant les flacons, la densité

(¹) *Note ajoutée pendant l'impression* (juin 1896). — L'hydromel fait en petite quantité, dans des flacons, ne s'est montré en rien inférieur à l'hydromel fait en plus grande quantité dans le tonneau.

1106 ou 1107, ce qui doit finalement donner de 15°75 à 16° d'alcool. Le tableau suivant donne les densités tous les deux jours :

	0 bismuth	5 gr. par hect.	8 grammes.	12 grammes.
	—	—	—	—
24 juillet.....	1107	1107	1106	1107
26 —	1102	1102	1096	1100
28 —	1099	1095	1093	1095
30 —	1096	1093	1089	1090
1er août.....	1092	1090	1085	1086
3 —	1090	1086	1079	1083

Cette expérience confirme la précédente, en montrant que c'est le flacon où il n'y a pas de bismuth qui fermente le moins vite. On voit, en outre, que la dose de 5 grammes produit un effet assez faible, que la dose de 8 produit au contraire une fermentation beaucoup plus rapide, et qu'enfin la dose de 12 grammes produit un effet plus considérable que la dose de 5, mais moins que la dose de 8.

Quelle est exactement la dose optima? C'est, évidemment, difficile à dire d'une façon rigoureuse, d'autant plus qu'elle peut être différente suivant la proportion de miel employé, suivant la température à laquelle fermente le liquide, etc.

Mais on peut dire que la dose de 8 à 10 grammes de sous-nitrate par hectolitre est une quantité produisant, sans doute, des effets bien voisins de l'effet maximum. 10 grammes est la dose que recommande M. de Layens, dont la compétence en tout ce qui touche la conduite d'un rucher et la fabrication de l'hydromel est bien connue.

M. Albert BREITTMAYER

à Lyon.

LE CANAL DE RIQUET [386]

— Séance du 5 août 1895 —

Strabon dit quelque part que les lits des fleuves de France sont, les uns à l'égard des autres, si heureusement disposés par la nature, qu'on peut aisément transporter la marchandise de l'Océan à la

Méditerranée et réciproquement, car la plus grande partie du transport se fait par eau, en descendant ou en remontant les fleuves, et le peu de chemin qui reste à faire par terre est d'autant plus commode que l'on n'a que des plaines à traverser. Néanmoins, il reconnaît aussi que de Narbonne en remontant l'Aude, le chemin que l'on a ensuite à faire par terre pour gagner la Garonne est plus long.

Si au temps de Strabon un canal était chose peut-être peu connue, le mérite de cette sorte de cours d'eau factice ne lui avait point échappé et cent ans plus tard Lucius Vetus, comme nous l'apprend Tacite, en traçait déjà.

Le Canal des deux mers, du moins celui que l'on appelait ainsi il y a plus de deux siècles, se montrait comme indispensable, mais il subissait déjà dans l'esprit de Louis XIV l'influence de la réflexion. Ce n'était plus un projet comme celui rêvé par Charlemagne de faire communiquer l'Océan avec le Pont-Euxin par les pays allemands. Ces maîtres du monde avaient une idée qui s'agrandissait pour ainsi dire quotidiennement; ils ne concevaient, comme l'a dit M. Dutens dans son grand ouvrage sur la navigation intérieure, de communications que celles qui les menaient à la conquête des peuples qu'ils voulaient soumettre; mais l'immensité des efforts nécessaires à l'accomplissement de semblables desseins en faisait surtout la grandeur.

Aussi, dans l'édit de 1666, Louis XIV annonce qu'il va ouvrir une communication sûre et facile pour remplacer une navigation longue et dispendieuse par Gibraltar au hasard de la piraterie et des naufrages.

Il en fera les trois quarts de la dépense et la donnera en toute propriété au grand homme qui, le premier, en démontrera la possibilité et en compensation de l'énorme revenu qu'il doit en retirer il n'exigera de lui que les frais de son simple entretien.

Corneille a chanté en vers la pensée du grand roi, et Riquet, qui en fait son œuvre, imbu de l'idée *que la prospérité des nations tient à l'exécution d'ouvrages plus faciles et qui sont d'autant plus dignes des soins du législateur qu'ils ne semblent pas dépasser les moyens que peut leur procurer une sage administration,* réduit à 1^{m}96 le tirant d'eau de ce canal, quoique Vauban eût voulu qu'il fût ouvert sur des dimensions qui l'eussent rendu capable d'admettre des bâtiments de guerre. Cette profondeur, dit encore un rapport administratif de 1823, permet de parcourir le canal promptement de jour et de nuit.

Riquet fut aussi l'instigateur de la création du port de Cette; il avait compris le but réellement commercial de son œuvre et, lors-

qu'au Congrès de l'Association française à Montpellier, il vous fut distribué de nombreuses brochures pour la remise en état de cette magnifique voie d'eau intérieure, leurs auteurs ne concluaient que dans le sens de Riquet.

Mais Riquet poussait plus loin, et c'est lui encore qui indiqua la continuation jusqu'à Aigues-Mortes, à laquelle ont servi depuis les canaux des Étangs et de la Radelle.

Est-ce qu'arrivé à Aigues-Mortes, ce canal n'était pas appelé à aboutir au Rhône, pour unir ainsi de la manière la plus absolue et la seule praticable nos quatre grands fleuves de France? Car ce n'est que par là que la Garonne peut offrir, avec eux, un trajet continu.

Le canal de Beaucaire à Aigues-Mortes servit ainsi pendant la première moitié de ce siècle à prolonger les opérations du canal du Midi jusqu'au Rhône, à tel point que jusqu'à la venue des chemins de fer, ce canal avait des services réguliers de grande et de petite vitesse (1) et même de voyageurs par barques-poste, non seulement entre Toulouse et Cette, mais jusqu'à Beaucaire.

Vous savez ce qu'il advint: non seulement l'œuvre de Riquet fut annihilée, mais, par une amère dérision, livrée à son adversaire. Et aujourd'hui on est revenu sur cette maxime arbitraire de la voie ferrée partout et pour tout, et l'on s'occupe de faire revivre ce que momentanément, comme des enfants sans jugement, on avait sacrifié.

Mais si l'on ne réparait que cette faute, l'agencement nécessaire de nos voies d'eau serait loin d'être complet; l'œuvre même de Riquet, comme il l'avait entrevue, resterait inachevée. Aussi, depuis dix-sept ans la Chambre de commerce de Cette demande un canal de cette ville au Rhône, comme Marseille est sur le point d'en obtenir un. Elle disait même, dès 1879, que tout retard compromettrait le développement du port de Cette et les intérêts de toute la région qu'il est appelé à desservir.

La pente du delta du Rhône est si faible que le seul moyen de bien irriguer la Camargue et la plaine d'Aigues-Mortes, c'est de prendre l'eau du Rhône à Beaucaire, à l'endroit même où débouche le canal de cette ville à Aigues-Mortes, ainsi que l'ont proposé dans le temps les ingénieurs Poulle et Garella.

(1) Le prix auquel on peut transporter sur les canaux est, comme on le sait, fort minime; il défie toute concurrence. Aussi voyons-nous que, par délibération de l'assemblée générale du canal du Midi du 19 mai 1851, les prix qu'il pratiqua à partir du 1er octobre de la même année, sans doute pour pouvoir lutter contre la voie ferrée qui se faisait jour, furent fixés à :

1re classe, 0,02 par tonne et par kilomètre.
2e classe, 0,025 — —
3e classe, 0,06 — —

C'est d'après les idées de ces ingénieurs que j'ai moi-même fait étudier un projet d'irrigation dans cette plaine, qui d'après le dire et les délibérations des Conseils municipaux des communes intéressées, *était ce qui leur paraissait devoir réaliser tout ce que leurs populations désiraient ardemment* (1). Malgré cela, l'opposition systématique qu'y fit le canal de navigation de Beaucaire à Aigues-Mortes ne montra que trop que ce canal délaissait la navigation pour l'irrigation qu'il ne peut cependant faire que fort mal, puisqu'il a été établi le plus bas possible pour servir à la fois aux transports et au desséchement des marais; il doit donc de toute façon, lui aussi, revenir à son rôle réel, qui est de servir de communication dans cette partie du canal nécessaire entre Cette et le Rhône.

De là, nécessité absolue et à bref délai du rachat, par l'État, de ces canaux. Tel est l'état de la question; ce sera en même temps la restauration de l'œuvre de Riquet que la France ne connaît plus que par ouï-dire et qu'elle voudrait rétablir dans toute sa grandeur.

M. J. FOREST aîné

à Paris.

LA COLONISATION DU SAHARA ET L'ÉLEVAGE DES AUTRUCHES

[636.9]

— *Séance du 8 août 1895* —

Parmi les oiseaux utiles dont on a recherché la domestication dans ces derniers temps en Algérie, l'autruche peut être mise au premier rang. La haute taille de cet oiseau, sa constitution robuste et surtout son mode de reproduction, doivent certainement le recommander comme pouvant rendre des services très variés et donner des produits très utiles. Sa chair, comparable à celle du bœuf, serait très appréciée comme viande de boucherie; ses œufs, dont le volume égale celui de trente œufs de poule, sont parfaitement comestibles. Les plumes d'autruches au Cap de Bonne-Espérance, fournies par

(1) *Canal dérivé du Rhône de Beaucaire à Aigues-Mortes. Études et démarches*, par Albert Breittmayer, 1868-1880 (Schneider, impr., Lyon).

environ 350,000 oiseaux, enrichissent l'Afrique australe d'au moins 30 à 35 millions de francs par année et fournissent la matière première d'une industrie dépassant 100 millions de francs. La qualité d'acridophage de l'autruche est bien reconnue. La domestication de l'autruche, digne par elle-même de notre intérêt, mérite ici de le fixer d'une façon toute spéciale, à deux titres bien précieux : l'intérêt de la métropole et l'intérêt de notre colonie algérienne.

La destruction en Algérie, vers 1869, de cet oiseau utile, n'est pas couverte par la prescription; il est temps encore pour faire réparation envers les lois naturelles dont l'équilibre dans le Sahara est rompu par cette extermination et se manifeste par l'abondance et la permanence du fléau des sauterelles.

Nous avons en Algérie un champ assez vaste pour suffire à notre activité pendant de longues années. Nous espérons que la France, reconnaissant enfin que la Méditerranée est le centre le plus favorable à l'extension de sa puissance coloniale, pourra utiliser ce précieux auxiliaire de la civilisation en Afrique : l'autruche.

La reconstitution de l'autruche dans notre empire africain s'impose; elle assure le développement pacifique des populations indigènes dans le Sahara, des bords du Sénégal et du Niger jusqu'au pied des Hauts Plateaux algériens; elle pourrait empêcher l'industrie et le commerce français d'être tributaires de l'étranger. Tels seront, à mon humble avis, les résultats de l'élevage des autruches dans le Sahara français.

Pour la création d'une autrucherie modèle servant de haras pour le repeuplement du Sahara français, il n'existe, actuellement, pas d'autres emplacements favorables que ceux des Smalas appartenant à l'administration de la Guerre, sur terrains confisqués après insurrection des tribus arabes.

La région favorable bien reconnue est celle des Zibans, dans les environs de Biskra, mais une modification politique de cette région arrête toute tentative de réacclimatation de l'autruche; le sénatus-consulte de 1863 constituant la propriété des terres communales, *arch* dans les Zibans, empêche l'acquisition : il est un obstacle à la colonisation, *l'État, ni la tribu, ne pourrait ni vendre ni céder.* Dans une communication à la Société nationale d'Agriculture de France, le 18 avril 1894, l'éminent professeur du Muséum, M. A. Milne-Edwards, déclare :

« Nous possédons des milliers d'hectares improductifs dans le Sud » algérien; ils pourraient, s'ils étaient bien aménagés, devenir une » source de richesse et la domestication de l'autruche est une ques- » tion qui doit, aujourd'hui, attirer toute l'attention du Gouvernement,

» car elle intéresse la prospérité de l'Algérie et celle du commerce » français, qui est forcé de s'adresser à l'Angleterre pour se procurer » des plumes qu'il serait si facile de produire dans notre colonie.

« Aussi croyons-nous devoir signaler à M. le Ministre l'importance » des études de M. Jules Forest. »

C'est à ces mêmes conclusions que je prie le Congrès de l'Association française de s'associer, et de faire la lumière sur les causes qui semblent empêcher la réalisation de ce projet grandiose :

Reconstitution de l'autruche d'Algérie et sa conséquence;

Jonction de l'Afrique française de la Méditerranée au Soudan par la diffusion des fermes à autruches, assurant le ravitaillement sur cet immense parcours et fournissant les éléments de commerce et d'industrie qui manquent dans ces régions déshéritées.

M. Henri DUPONT

Professeur à Paris.

RÉPARTITION GÉOGRAPHIQUE DU BLÉ D'APRÈS LA NATURE ET LA STRUCTURE DU SOL [580.91]

— Séance du 8 août 1895 —

La distribution des végétaux, telle qu'elle se présente aujourd'hui, est étroitement liée à celle des âges antérieurs. Leur répartition dépend de la constitution présente des différentes parties de l'écorce superficielle du globe, du climat et de l'exposition. La lumière comme le soleil sont deux grands facteurs qui contribuent à leur développement.

Cette distribution ne saurait être indiquée que d'après les sommes de température qui leur est utile. Chaque espèce occupe sur le globe une région dont les limites sont dues à des obstacles matériels, tels que la mer, ou à des conditions de climat franchi parfois par voie de dissémination. La plupart ont deux habitations : l'une sur les montagnes, l'autre en plaine.

Les céréales dont l'homme civilisé s'efforce d'introduire la culture

sous tous les cieux, trouvent cependant dans les climats extrêmes des limites qu'elles ne sauraient dépasser. Le blé voit sa culture s'arrêter de 48° au 57° de latitude nord. Il a aussi une frontière au sud. Dans la région intertropicale de l'Afrique et de l'Amérique, il cesse d'être cultivé, il ne reparaît que vers le 23e degré de latitude australe.

Les céréales ont des limites en altitude comme en latitude; elles ne dépassent guère en général 3,000 mètres. C'est la zone tempérée boréale qui est leur habitat par excellence.

La condition première nécessaire à la végétation du blé est une bonne terre arable; si le sol est incomplet, on ne doit recourir aux engrais qu'après avoir analysé le terrain à cultiver.

Avec une bonne terre et six mois de chaleur, on peut obtenir une excellente récolte. On estime que la somme annuelle de chaleur doit être de 2,000 degrés.

Le froment s'accommode tant bien que mal de tous les terrains, mais non de tous les climats. Les pays trop chauds, comme les pays trop froids, ne lui conviennent pas. Bien qu'il ne soit pas difficile sur le choix des terres, pourvu qu'elles aient été bien labourées ou bien fumées, on lui donne cependant de préférence à toutes les autres les terres argileuses convenablement ameublies, les alluvions siliceuses qui bordent les grandes rivières ou les fleuves, les terres granitiques. Il y réussit mieux qu'autre part : sa farine est de bonne qualité.

Le blé présente de nombreuses variétés disséminées dans tous les pays du monde et qui ne conviennent qu'à tel ou tel terrain :

1° Le froment *touselle;* 2° le froment *seisette;* 3° le froment *poulard;* 4° le froment *aubaine.*

Les céréales sont les plantes dont la culture absorbe le plus l'homme et qui ont le plus bouleversé le sol et par conséquent changé la topographie des lieux. Pour elles, il a détruit certaines éminences, comblé certaines dépressions. Partout avec une rage aveugle il a sacrifié les forêts dont le rapport se fait trop attendre pour semer surtout le blé qui sert de base à sa nourriture. Notre pays qui, à l'origine, était fort boisé, dut voir tomber sous la cognée son plus bel ornement. Nos pères, comme nous âpres au gain, n'ont pas toujours été prudents dans cette œuvre de défrichement. Quoi qu'il en soit, ils nous ont laissé pour notre plus grande satisfaction de riches plaines qui font maintenant nos délices, notre fortune et qui nous assurent le pain quotidien. Ils auraient dû pourtant envisager les ravages que pouvait occasionner pour l'avenir un terrible élément, l'eau qui, faute de canaux naturels pour s'infiltrer, inonde les plaines et devient torrent. Ailleurs, l'homme a utilisé et utilise

encore le limon ou les alluvions des fleuves ou les terrains captés sur la mer pour planter cette précieuse graminée. Ce qui démontre que la topographie d'un lieu ne saurait être stable et que nous devons enregistrer les différentes transformations du sol qui se produisent chaque année.

Nous avons dit que le domaine par excellence du blé est la zone tempérée boréale. En effet, celle-ci occupe une plus grande place que la zone tempérée australe.

Si nous envisageons ce domaine par rapport à la constitution du sol, nous voyons que ce sont les terrains secondaires et tertiaires, les plus riches en argile, en calcaire de toutes sortes, qui sont le plus favorables à la végétation du blé. Le second rang revient aux terrains primaires, aux schistes et aux calcaires grossiers sur lesquels l'action de la désagrégation est plus lente, et le troisième aux terrains quaternaires encore jeunes d'années et pleins d'espérance. Le voisinage de la mer ou des fleuves dont les apports sont constants, l'influence des courants maritimes contribuent pour leur part à donner d'excellentes récoltes qui sont là à proximité de débouchés naturels. C'est ainsi que les deltas et les bouches des fleuves, les polders sont devenus des greniers d'abondance.

En France, les régions les plus fertiles sont : la Flandre, la Picardie, la Brie, le Soissonnais, la Beauce, sur laquelle s'élevait l'ancienne forêt des Carnutes, la Normandie, l'Anjou, le pays nantais, le Charollais, la Limagne et la Gascogne.

Après la France, la Hongrie et la Crimée sont les plus productives. L'Angleterre ne se suffit point. En Hollande, la région la plus opulente est celle du Rhin, de la Meuse et du Zuiderzée, c'est-à-dire la partie conquise sur la mer. Il en est de même dans les Flandres. En Allemagne, c'est surtout dans la Saxe et dans la province rhénane qu'on trouve le blé; dans cette production, la Prusse occupe un rang respectable. En Suisse, le sol ne saurait donner beaucoup de céréales. En Catalogne, le blé y viendrait davantage si l'indolence et l'indifférence des Espagnols ne leur faisaient négliger leurs terres. La vallée du Pô renferme peut-être les terres les plus fertiles du monde. Le froment en Italie compte pour moitié dans la récolte. On pourrait en obtenir une plus grande en Turquie sans l'apathie des habitants. La région du Danube donne des céréales en abondance. Le centre et le midi de la Russie permettent des exportations. Le sol est si fertile que, même sans engrais, le rendement est de 15 ou 20 pour 1. En Scanie et en Gothie, les plaines sont couvertes de riches moissons. En Danemark, la culture des céréales occupe plus du quart du territoire. L'Algérie avec la région du Tell, l'Égypte, les

États-Unis, le Canada, la Chine, le Japon, l'Australie, la colonie du Cap et le Chili produisent beaucoup de blé ainsi que d'autres contrées que nous énumérerons bientôt. Il est aujourd'hui démontré qu'avec nos moyens de transport et la rareté des guerres, les famines ne peuvent plus survenir comme dans l'antiquité et au moyen âge et même comme dans les temps modernes, France (1816-1817), Irlande (1845-1847), Indes (1875-1879), à moins que dans la nature ne se produise une perturbation profonde qui atteigne toute une zone, chose qui ne s'est jamais vue de mémoire d'homme. Il est impossible que nous mourions de faim, étant donné le courage de l'homme et de ses auxiliaires, étant donnée la multiplicité des instruments de toutes sortes dont il dispose pour la culture. Et si ceci arrivait, ce serait par l'incurie des gouvernants, avertis chaque année par la statistique de la bonne ou mauvaise récolte dans chaque contrée susceptible de produire des céréales. En effet, tous les mois il se fait une récolte sur le globe :

1° En janvier, en Australie septentrionale, en Nouvelle-Zélande, au Chili, au Vénézuéla, au Pérou et autres puissances de l'Amérique du Sud ;

2° En février et en mars, aux Indes et en Égypte ;

3° En avril, en Perse, en Syrie, en Chypre et dans l'Asie-Mineure ;

4° En mai, en Chine, dans l'Asie Centrale, au Japon, en Algérie, au Maroc ;

5° En juin, en Californie, dans l'Orégon, dans les États-Unis du Sud, en Espagne, en Portugal, en Italie, en Hongrie, en Turquie, en Roumanie, dans la Russie méridionale, en Bulgarie, dans le Sud de la France ;

6° En juillet et en août, au sud de l'Angleterre, en France, aux États-Unis de l'Amérique du Nord, en Allemagne, en Autriche, en Suisse, en Pologne, au Danemark, en Hollande, en Belgique ;

7° En septembre et octobre, en Écosse, en Angleterre septentrionale, en Suède, dans la Russie du Nord ;

8° En novembre, en Afrique méridionale, au Pérou et dans le Nord de l'Australie ;

9° En décembre, en Australie méridionale, au Chili et à La Plata.

Les besoins du monde sont toujours assurés par la production avec des excédents de 35 0/0. Et si la France se met à pratiquer le libre échange tel qu'il existe en Angleterre, en Hollande et en Belgique, elle pourra, malgré les grands froids, donner à ses habitants du pain à bon marché. Du reste, le pain n'est plus aujourd'hui la nourriture exclusive d'une partie des populations ; on mange plus de viande, de pommes de terre, de légumes, de poissons frais o

salés; les fluctuations dans les existences de ces denrées ne concordent pas avec celles des céréales et rétablissent en partie l'équilibre.

Pour nous, notre grenier d'abondance est Marseille. Cette ville est la nourricière du pays. Elle reçoit du Danube, de l'Égypte, de l'Asie-Mineure, de l'Algérie, les blés qui nous manquent et, par le chemin de fer P.-L.-M. ou par le Rhône, les déverse sur tout le pays.

En 1894, la France avait 6,978,134 hectares ensemencés en blé qui ont produit 123,626,800 hectolitres. Ce qui représente une valeur de près de deux milliards et demi. Et comme la France compte 38,218,903 habitants, ceci fait pour chacun 3h2 à consommer.

D'après ce qui précède, on voit que nos besoins peuvent être comblés puisqu'ils sont évalués à 125 millions par an. Du reste, les stocks en culture sont encore élevés, ceux en douane étaient en juillet 1894 de 559,626 hectolitres de blés étrangers.

Nous donnons, à titre de curiosité, les principales substances qui entrent dans un grain de blé :

1° La cellulose qui constitue le son est en moyenne de 1 à 2 0/0;

2° Des matières grasses, groupées dans l'embryon, qui atteignent à peine 1 0/0;

3° L'amidon qui y est pour 65 0/0 et la dextrine pour 7 0/0;

4° Des matières azotées (gluten, albumine), 13 0/0;

5° Des sels 1 1/2 à 2 0/0, surtout des phosphates tels que ceux de chaux, de potasse, de magnésie, un peu d'oxyde de fer et de silice;

6° De l'eau qui varie dans la proportion de 14 à 18, 5 0/0 environ.

Enfin, le grain de blé entre pour près d'un quart dans le poids total de la plante qui le produit (graine, 22,8; balle, 4; paille, 57,7; chaume, 15,5).

M. J.-V. BARBIER

Secrétaire général de la Société de Géographie de l'Est, à Nancy.

LE PROJET DE CARTE DE LA TERRE [912]
à l'échelle de 1/1,000,000

— *Séance du 9 août 1895* —

Lorsque la Commission technique de la Société de Géographie de l'Est présenta, il y a un an, ses conclusions au sujet du projet de M. le professeur Penck, elle eut souci de le soumettre à l'appréciation des Congrès, à l'examen des Sociétés et des personnalités les plus compétentes. Son but était d'en recueillir soit une sanction à ses conclusions, soit des critiques dont elle se serait fait un devoir de tenir compte.

Elle saisit notamment l'occasion du Congrès des Sociétés françaises de Géographie, qui s'est tenu à Lyon en 1894, et du Congrès de l'avancement des sciences, qui a eu lieu presque simultanément à Caen [1].

Lors du premier de ces Congrès, notre rapport reçut les approbations les plus encourageantes et, sans accepter toutes nos conclusions, M. Caspari, ingénieur hydrographe de la marine, délégué de la Société de Géographie de Paris, déclara que nous avions bien étudié toutes les données du problème, et que notre travail servirait certainement de base à toutes les délibérations dont il serait ultérieurement l'objet.

En confirmation de cette déclaration, il fut entendu que le rapporteur de la Société de Géographie de l'Est assisterait à l'une des séances de la Commission spéciale de la Société de Géographie de Paris.

De l'échange d'idées qui s'est fait dans cette séance (20 avril 1894) entre les savants distingués dont la Commission de Paris est composée et notre rapporteur, la Commission de la Société de l'Est a recueilli des indications précieuses qui, sans modifier sensiblement le fond de ses conclusions, l'ont engagée à réserver quelques-unes

(1) Voir *Compte rendu du Congrès de Caen,* 1894, p. 915.

d'entre elles, suivant que certaines expériences à faire ou certaines décisions à intervenir auront précisé quelques points du problème.

Ainsi, prenant nos desiderata dans l'ordre où nous les avons présentés, notre Commission est d'avis de maintenir en tous leurs termes les paragraphes 1, 2 et 3 (1); cependant, au sujet du choix du méridien initial, elle ne fera pas opposition à l'adoption du zéro de Greenwich au lieu d'un zéro pris à l'O. de ce même méridien à travers l'Atlantique; mais elle maintient expressément les conditions qu'elle a mises à son adhésion.

Au sujet du 4e paragraphe, elle maintient ses conclusions concernant le système de projection, la distinction à faire entre les feuilles continentales et les feuilles océaniques (sous le bénéfice des observations que l'on trouvera plus loin), l'équivalence presque absolue entre la surface conique avec la surface sphérique correspondante (2) et de la reproduction sur le bord de chaque carte d'une partie des cartes voisines.

Mais, au sujet de la dimension des feuilles, c'est-à-dire du nombre de degrés en latitude et longitude qu'elles doivent embrasser, il résulte d'une lettre que l'auteur de ces lignes a reçues de M. Penck et du rapport de M. Germain à la Commission de la Société de Géographie de Paris, — l'un maintenant la division par 5° de latitude, l'autre proposant la division par 4°, — que la difficulté du repérage des couleurs sur chaque carte, — difficulté que nous persistons à croire très grande, — ne constituerait pas un obstacle aussi sérieux que nous le pensons. De plus, l'avantage que l'on en tirerait sous le rapport de la dépense d'établissement et de tirage de la carte serait assez considérable pour décider en faveur d'une division comprenant plus de 3°, comme nous l'avons proposé.

Tout en reconnaissant ce qu'il y a de fondé dans cette considération, nous n'abandonnerions le format si pratique et si maniable d'une carte de 3° en latitude (sur 4° en longitude à l'équateur) que pour la division *non par 4° ni par 5°, mais par 4° 30' en latitude*. En voici la raison :

Il est grandement question de l'application de la division du quart de cercle en 100 grades adoptée déjà par les géodésiens. Un grand nombre de géographes sont très partisans de ce système et notre Commission elle-même est disposée à l'accepter. Or, 4°30' correspondent exactement à 5 grades, de sorte que l'on pourrait d'ores et

(1) *Op. cit.*
(2) Égalité entre les sections de méridien de la zone sécante et de la section de méridien sur la sphère: égalité entre les sections de parallèles aux points intermédiaires où la zone conique sécante coupe la zone sphérique.

déjà, en divisant la sphère par zones coniques de 4°30′, faire figurer sur le cadre de chaque feuille la division en grades, de manière à établir sa corrélation avec la division en degrés. Le format des feuilles serait ainsi un peu inférieur à celui proposé par M. Penck, et un peu plus grand que celui préconisé par M. Germain.

La hauteur de la carte, en œuvre, serait 50 centimètres représentant 500 kilomètres; elle correspondrait à celle du format dit « petit colombier » (0m,58 sur 0m,80). Quant à sa largeur, il importe peu qu'elle corresponde à un nombre exact de grades ou de degrés, puisque, — dès avant la Société de Géographie de Paris, et contrairement à l'avis de M. Penck, — nous avions divisé la circonférence dans le sens des longitudes, en tenant compte simplement du nombre de degrés que peut contenir la largeur de la feuille suivant que chacune des zones est plus rapprochée des pôles que de l'équateur. Nous persistons toutefois à demander que, tenant compte de l'utilité qu'il y a de faciliter l'assemblage des feuilles d'un même pays, on ne multiplie pas indéfiniment le coefficient de fractionnement et que l'on s'inspire de l'indication donnée dans notre rapport (page 30) en l'appropriant à la division par zone de 4°30′ comme suit, *pour un hémisphère:*

De 0° à 27°, 6 zones (de chacune 60 feuilles) de 6° (6g,6665) en longitude.

De 27° à 58°30g, 7 zones (de chacune 48 feuilles) de 7°30′ (8g3335) en longitude.

De 58°30′ à 72, 3 zones (de chacune 30 feuilles) de 12° (13g3335) en longitude.

De 72° à 76°30′, 76°30′ à 81°, 81° à 85°30′ et de 85°30′ à 90°, soit 4 zones chacune respectivement 18° (20 feuilles), 24° (15 feuilles), 40° (9 feuilles) et 90° (4 feuilles), correspondant à 20 grades, 26g6665, 44g,4445 et 100 grades.

Et nous répétons *a fortiori* que, entre le 27° et le 58°30′, sont englobés tous les pays de l'Europe méridionale, tous ceux de l'Europe centrale et occidentale (1) jusques et y compris la Grande-Bretagne, ainsi que les États-Unis (2); voilà des pays où il nous semble que, s'il y a des chances de vendre des feuilles en vue d'assemblage par États, c'est dans ceux-là qu'on les trouvera.

Mais seule l'adaptation de la division géodésique de l'angle

(1) Par un *lapsus calami,* nous avions écrit *orientale* au lieu d'*occidentale* dans notre rapport (page 30).

(2) Et que les 2 zones de 58°30′ à 72° complètent la Russie d'Europe, voire même la Sibérie, sauf la péninsule de Taisseyr, de sorte que ce vaste empire ne comprend que deux sortes de divisions de zones.

droit en regard de la division actuelle dans le cadre des feuilles a décidé notre Commission à proposer un aussi grand format, — car elle n'accepterait aucun format *carré* comme celui proposé par M. Penck. — Si donc le Congrès n'est point disposé à *amorcer* en quelque sorte de cette façon la division décimale du quadrant, les arguments que nous avons présentés dans notre rapport reprennent toute leur force, *considérant qu'un surcroît, en somme peu considérable, de dépense ne saurait prévaloir contre la facilité de maniement que présente une feuille de 3° sur 4° à l'équateur.*

Il est à remarquer que, par la disposition exposée plus haut (zones de 4°30' latitude), chaque hémisphère comprendrait 834 feuilles, soit 1,668 feuilles seulement pour toute la surface du globe (1).

Sauf le paragraphe 6, notre Commission maintient toutes ses autres propositions. Mais, au sujet du figuré du terrain et des éléments à introduire dans la carte, elle est d'avis que, sans abandonner la courbe de niveau partout où la topographie du pays est suffisamment connue, ni l'estompage seulement pour les régions qui le sont moins, l'expérience déterminera seule le meilleur mode de figuration à adopter.

Enfin, notre Commission confirme tout particulièrement le paragraphe 8 concernant l'orthographe des noms de lieux.

En terminant, la Société de Géographie de l'Est tient à rappeler que, la première, elle a soumis à un examen complet le projet de M. le professeur Penck. Ce faisant, elle a tenu à marquer toute sa sympathie pour l'œuvre du savant à qui la science géographique sera redevable un jour de l'un des progrès les plus considérables, trop heureuse si elle peut se rendre un jour la justice d'avoir largement contribué à son succès.

Notre Société renouvelle aussi ses remerciements à la Société de Géographie de Paris pour l'avoir associée à l'étude de cette grandiose entreprise.

La présente note était écrite lorsque intervint la décision du Congrès international de Londres qui admit la division de la carte par 4° de latitude et 6° de longitude, de 0° à 60° au N. et au S. de l'équateur, et de 12°, de 60° à 90°.

Je ne reviendrai pas sur les motifs que, d'accord avec notre Commission, j'ai fait valoir en faveur de la division par 3° ou par 4°30' ;

(1) En admettant que l'on conforme les feuilles océaniennes avec les feuilles continentales. Mais jusqu'à ce qu'il soit démontré que la synthèse des observations de la météorologie maritime et de l'océanographie s'accommodera d'un cadre aussi variable que celui-là, nous maintenons la division des feuilles océaniques tout à fait distincte de celle des feuilles continentales, telle qu'elle a été indiquée par notre rapport.

ils n'ont rien perdu de leur valeur. Mais il est bien certain que le Congrès de Londres a ainsi fermé la porte à la division décimale de la circonférence terrestre et à tout raccordement ultérieur des feuilles continentales avec les feuilles océaniques de 5° en 5°, en usage pour les observations de la météorologie et la climatologie nautique. Je proteste pour ma part — et je ne serai certainement pas le seul (1) — contre cette décision qui, si elle devait être définitive, serait des plus regrettables. J'en appelle à toutes les Sociétés de Géographie du monde.

M. Emile BELLOC

Chargé de missions scientifiques, à Paris.

LES LACS DU MASSIF DE NÉOUVIEILLE (HAUTES-PYRÉNÉES) [556.48]

— *Séance du 9 août 1895* —

Le massif de Néouvieille, dont le point culminant atteint 3,092 mètres d'altitude, fait partie d'une longue crête montagneuse partant du pic de Troumouse (3,086 m.), allant jusqu'au plateau de Lannemezan, en passant par le pic d'Arbison (2,831 m.) et le col d'Aspin (1,497 m.). Cette crête, qui profile ses hauts reliefs sur une longueur de plus de soixante kilomètres, forme la ligne de partage des eaux du bassin de la Garonne et de l'Adour.

C'est à l'est et au sud du Néouvieille que la Neste de Couplan prend naissance; ses eaux limpides alimentent d'abord plusieurs bassins lacustres, remplissent le lac Orédon et viennent finalement se jeter dans la Neste d'Aure, un des principaux affluents supérieurs de la Garonne, entre les hameaux d'Aragnouét et de Fabian.

Le Néouvieille est entouré d'une ceinture de hauts-reliefs, formée des pics du Mâoucapéra (2,710 m.), du Turon-de-Néouvieille (3,056 m.), du pic du Bugaret (3,030 m.), du Pic-Long (3,194 m.), du pic Badet

(1) Depuis lors, la Société de Géographie de Marseille s'est associée à ma protestation par une note communiquée au Congrès. J'ai reçu également l'adhésion de la Société de Géographie de Toulouse.

(3,161 m.), du pic Campbieil (3,175 m.), du pic Méchant (2,944 m.), du pic Bugatet (2,714 m.), de la crête d'Estibère, qui court nord-ouest-sud-est, à une hauteur moyenne de 2,560 mètres, et d'autres sommets élevés qu'il serait trop long d'énumérer (voir *fig. 1*).



Fig. 1. — Carte de la région lacustre du Néouvieille.
D'après la carte de l'État-Major, et les observations personnelles de l'auteur.

Cette région pyrénéenne, une des plus belles et des moins visitées de la partie centrale de la chaîne, renferme un grand nombre de lacs. On peut en compter environ cinquante-six parmi ceux qui méritent d'être mentionnés. A part trois ou quatre bassins comme Orédon et Escoubous, tous les autres sont situés à plus de 2,000 mètres de hauteur. Depuis une dizaine d'années que je fréquente assidûment ses parages chaque été, seule époque où ces

contrées inhospitalières soient abordables durant quelques semaines seulement, j'ai sondé ou exploré la plupart de ces nappes lacustres; c'est pourquoi je puis en parler en connaissance de cause, bien que mes recherches demandent à être complétées pour quelques-uns d'entre eux. Des observations ultérieures pourront donc modifier, s'il y a lieu, certains chiffres donnés au cours de ce travail.

Les nappes d'eau environnant le NÉOUVIEILLE peuvent être divisées en deux catégories : les unes envoient leurs eaux dans le bassin de la GARONNE, les autres dans celui de l'ADOUR.

Voici comment elles se groupent :

BASSIN DE L'ADOUR

		Nombre de Lacs.
Groupes de	BUGARET	4
	MAOUCAPÉRA	2
	LA GLAIRE	9
	ESCOUBOUS	5
	AYGUES-CLUSES	4
	GÉRÉT	14
	Total	38

BASSIN DE LA GARONNE

		Nombre de Lacs.
Groupes de	PORT-BIEIL (sud)	7
	BASTANÉT	3
	CAP-DE-LONG	2
	AUBERT	5
	ORÉDON	1
	Total	18

Soit :	Bassin de l'ADOUR	38
	Bassin de la GARONNE	18
	Total	56

Sur les 56 lacs formant le tableau ci-dessus, 38 alimentent l'ADOUR, tandis que 18 seulement sont tributaires de la GARONNE.

Parmi les ruisseaux engendrés par les premiers groupes, un seul déverse son trop plein dans la vallée de GAVARNIE, entre GÈDRE et le PONT-DE-SIA; un autre amène ses eaux jusqu'à LUZ; trois — y compris le torrent d'ESCOUBOUS qui reçoit le produit d'AYGUES-CLUSES, grossi de celui de Coueyla-Grand, — rejoignent la vallée de BARÈGES; un autre, enfin, venant du nord du PORT-BIEIL par le val de GÉRÉT, s'embranche — dans la vallée de GRIP — avec le ruisseau de TOURMALET, tributaire du grand ADOUR qu'il rencontre à Sainte-Marie de CAMPAN. Quant aux torrents du second groupe, tous, sans exception, sont tributaires de la Neste de COUPLAN, affluent de la Neste d'AURE, dont il a déjà été question.

Les perturbations atmosphériques, les formes du relief montagneux au milieu duquel naissent ces cours d'eau, leur impriment un régime et une orientation assez compliqués.

Le tableau ci-après, établi selon un tour d'horizon partant du sud-ouest, allant vers le nord et revenant au sud avec le Pic de NÉOU-

VIEILLE comme point central d'observation, fournira quelques explications à ce sujet.

LACS ENVIRONNANT LE NÉOUVIEILLE [1]

I. BASSIN DE L'ADOUR

Au Sud-Ouest.	Groupe de Bugarét.	LAC DE RABIET..........	Adour.	S.-E. — N.-O.	2,428 mètres. A quelques mètres près, ces trois lacs sont à la même altitude.
		COUEYLA-DÉT-MEY.......	—	—	
		LAC DE BUGARET........	—	—	
		LAC TOURRAT...........	—	S. — N.	2,600 mètres.

Ce groupe lacustre donne naissance au torrent de BUGARET ou *Neste Barada* qui veut dire « ruisseau barré », et non pas Neste *de* Barada, ou encore ruisseau *Brada* comme on l'a souvent écrit. Il se jette dans le Gave de Gavarnie, à 5 kilomètres en aval de Gèdre, au hameau de Pragnères. Sur la carte de l'état-major (1/80,000, feuille 251, tirage de 1862), ces trois lacs — Rabiet, Coueyla-dét-Mey et BUGARET, figurés comme formant une nappe unique — sont présentement séparés par des barrages naturels, et le sentier qui serpente le long du flanc méridional de la crête allant du TURON-DE-NÉOUVIEILLE au MÂOUCAPÉRA, passe sur une digue rocheuse, entre le COUEYLA-DÉT-MEY et le LAC RABIET. Il serait intéressant de savoir si cette indication graphique est le produit d'une erreur commise par un dessinateur, ou si, en effet, ces trois cuvettes ne formaient qu'un seul bassin au moment où le levé de la carte a été fait? Ceci permettrait de fixer exactement l'époque à laquelle le phénomène géologique s'est produit. Actuellement, le plus grand de ces bassins est le COUEYLA-DÉT-MEY, et le plus petit celui de BUGARET.

Le lac TOURRAT ou d'ARDIDEN est le plus élevé de ce groupe lacustre. C'est une erreur d'écrire, comme le font certains auteurs, lac *de* Tourrat, et une faute bien plus grossière encore de l'appeler *lac glacé de* TOURRAT, *tourrat* ne signifiant pas autre chose que « glacé ». Ce lac est situé au milieu du glacier septentrional du PIC-LONG et au nord du pic de BUGARET, celui qui porte la cote 3,030 mètres.

A l'Ouest	Groupe du MÂOUCAPÉRA.	LAC DE MÂOUCAPÉRA.......	ADOUR	E.-O. et N.	2,316 mètres.
		LES LAQUETTES............	—	O. — E.	Altitude encore non déterminée.

(1) Dans les tableaux suivants, la première colonne indique la position topographique des bassins lacustres, par rapport au sommet du Néouvieille; la seconde contient les noms des groupes; la troisième ceux des différents lacs qui les composent; la quatrième le nom du bassin de réception dont ils sont tributaires; la cinquième renferme les indications d'orientation des cuvettes, selon la direction naturelle d'écoulement des eaux, et la sixième enfin, mentionne la hauteur du plan d'eau au-dessus du niveau de la mer.

Le trop plein de ces petites nappes d'eau alimente la *Lise*, qui passe à Luz.

Au Nord-Ouest.	Groupe de la Glaire	Lac de Pourtet *(A)*.......	Adour	S. — N.	Altitude avoisinant 2,200 mèt.
		Lou-Oueil-Négré *(B)*......	—	S.-S.-E. — N.-N.-O.	2,100 mètres.
		1er Lac de la Glaire......	—	S.-S.-E. — N.-N.-O.	2,185 mètres.
		2e Lac supérieur.........	—	S. — N.	2,210 —
		Lac de Combe-Longue.....	—	Leur orientation générale est Est-Ouest.	Aucun de ces petits lacs ne figure sur la carte au 1/80,000e levée en 1862. Ils sont situés à des altitudes variables au-dessus de 2,200 mètres.
		— de Combe-Escure.....	—		
		— du Mail...............	—		
		— de la Mourelle......	—		
		— Estéllat.............	—		

A part les dépressions mentionnées dans le tableau précédent, on rencontre encore, au pied du Néouvieille, en venant par la Glaire et s'élevant vers la brèche de Chausenques, une série de petites cuvettes, dont quelques-unes demeurent glacées jusqu'à la fin du mois d'août.

A). Le lac de Pourtet ou de Péna-Arrouyé (rocher rouge), qui ne figure pas sur la carte (1862) au 1/80,000, est situé entre le Montarrouye, le Col de Rabiet (2,418 m.) et le pic septentrional de Bugaret (2,700 m.). Il est entouré d'une énorme peyrade granitique; ses eaux rejoignent le Boulou, ruisseau formé par la décharge du lac *dé Lou-Oueil-Négré.*

B). Le lac dé Lou-Oueil-Négré, « lac de l'œil noir, » et non pas *Louey-Négré*, comme on écrit communément, donne naissance au ruisseau de Boulou ou de Justé, dont il vient d'être question; il se déverse dans le Bastan, à 2 kilomètres et demi en aval de Barège.

Quoique le lac de Pourtet et le lac de Lou-Oueil-Négré ne soient pas sous la dépendance directe de ceux de la Glaire, leur point d'origine est si proche voisin, qu'il m'a paru utile de les faire entrer dans un même groupe afin de ne pas trop multiplier les divisions. Quant aux lacs de la Glaire proprement dit, ce sont eux qui donnent naissance au torrent de ce nom qui rejoint le Bastan à Pourtazous-Devant, un peu au-dessus des bains de Barège.

Au Nord.	Groupe d'Escoubous	Lac d'Escoubous..........	Adour	S.-E. — N.-O.	2,049 mèt.
		— Blanc.................	—	E. — N.-O.	2,135 —
		— de Tracens...........	—	S.-E. — N.-O.	2,180 —
		— Négré................	—	S.-E. — N.-O.	2,195 —
		Petit lac supérieur......	—	E. — O.	2,230 m. env.
	Groupe d'Aygues-Cluses	Lac inf. d'Aygues-Cluses.	—	S. — N.	2,422 mèt.
		— sup. d'Aygues-Cluses.	—	S. — N.	2,500 —
		Coueyla-Grand (petit lac)..	—	N. — E.-O.	2,161 —
		— (grand lac).	—	S.-E. — N.-O.	2,145 m. env.

Le torrent d'ESCOUBOUS se jette dans le BASTAN, à 1,450 mètres d'altitude, entre TOURNABOUP, et les cabanes de TCHOUGAROU, à trois kilomètres et demi, à vol d'oiseau, du versant ouest du col de TOURMALÉT (2,122 m.); il est alimenté par le premier groupe. Le deuxième groupe comprend les lacs d'AYGUES-CLUSES, et, un peu plus à l'est, ceux de COUEYLA-GRAND; l'émissaire de ce dernier se déverse dans le ruisseau d'AYGUES-CLUSES, qui porte ses eaux au torrent d'ESCOUBOUS.

Du lac d'ESCOUBOUS — placé dans une région horriblement tourmentée, au milieu d'énormes entassements d'éboulis en majeure partie granitique — la vue est saisissante de grandeur et de désolation sur le revers oriental du Nèouvieille. La partie sud de ce bassin, dont la largeur est déjà fortement amoindrie par les déjections rocheuses qu'il reçoit sans cesse, sera bientôt comblée.

Il en est de même du plus grand des lacs d'AYGUES-CLUSES, situé entre les pentes septentrionales du PORT-BIEIL et le PIC DE MADAMETTE (2,539 m.), dont la forme périphérique est des plus bizarres, par suite des amas pierreux qui l'encombrent. Pour le moment, les lacs de COUEYLA-GRAND, un peu moins mal partagés, sont entourés de pâturages. Ils se trouvent localisés dans une sorte de bas-fond circonscrit par les escarpements décharnés d'AGALOPS, qui les dominent à plus de 400 mètres de hauteur par la crête ruinée d'AYGUES-CLUSES, par la HOURQUETTA-NÉRA et par le COL DE BARÈGE OU PORT-BIEIL (2,470 m.).

Au N.-N.-E.	Groupe de CADÉROLÉS	LES LACS DE CADÉROLÉS sont au nombre de 15.	ADOUR	S. — N.	Ils se déversent les uns dans les autres; leur altitude dépasse 2,000 mètres.

Ces 15 bassins superposés, disposés en deux séries, forment un cercle allongé, semblable à une immense ellipsoïde, dont la plus grande longueur mesure, en ligne droite, environ 3 kilomètres. Ce groupe lacustre donne naissance au ruisseau de Gérét ou de Guarét, lequel vient s'embrancher près des chutes d'Artigue, au torrent de GRIP, affluent de l'ADOUR, qu'il rejoint à SAINTE-MARIE, dans la vallée de Campan.

Malgré l'importance de ce groupe, le seul qui dirige ses eaux vers la vallée de GRIP, à l'est du col de TOURMALÉT, je n'en parlerai ici que pour mémoire, étant à l'extrême limite du cercle que je me suis proposé d'étudier. Cette région doit cependant être mentionnée, car elle forme, au nord de la crête du Pic de PORT-BIEIL (2,690 m.), une agglomération lacustre correspondant, par sa position topographique, à celle de la partie méridionale de ce massif, dont il sera question dans le chapitre suivant.

II. — BASSIN DE LA GARONNE

Franchissons la grande crête séparative des bassins de l'ADOUR et de la GARONNE, qui du Pic de TROUMOUSE, et même du PIC DE LA MUNIA (3,150 m.) jusqu'à l'ARBIZON (2,831 m.) ne s'abaisse pas au-dessous de 2,470 mètres d'altitude. C'est à l'est et au sud de cette immense muraille que se trouvent les cirques granitiques « où la nature semble avoir disposé tout exprès les belles vasques d'Orédon, d'Aumar, d'Aubert et de Cap-de-Long », directement alimentées par les glaciers du massif de NÉOUVIEILLE et du PIC-LONG « pour en faire à peu de frais de puissants réservoirs », comme le dit excellemment M. l'ingénieur en chef, J. Fontès, dans un mémoire instructif et fort intéressant sur « le Pic de Campbieil (¹) ».

Aussitôt après avoir franchi la crête de PORT-BIEIL, qui s'élève à 2,595 mètres de hauteur, entre le *Soum* de PORT-BIEIL et le Pic du même nom, on rencontre les différentes séries lacustres rapidement énumérées ci-après. Ce sont :

Au Nord-Est (²).	Groupe du PORT-BIEIL (côté Sud).	LES LACS DU PORT-BIEIL comprennent 5 cuvettes principales dont j'ignore les noms.	GARONNE	Ils prennent naissance au N.-O. et déversent leurs eaux vers le Sud.	Leur altitude est comprise entre 2,300 et 2,250 mèt.
		Un autre petit lac placé au milieu de la vallée reçoit les eaux des précédents.	—	N.-O. — S.-E.	2,200 m. env.
		LE LAC DES GUITS, ou lac des Canards.	—	Forme circulaire.	2,300 —
	Groupe du BASTANÉT	LES LACS DE BASTANÉT, formant 3 lacs superposés.	—	N. — S.	2,144 m. (le plus bas).

Les sept petits bassins du groupe de PORT-BIEIL engendrent le ruisseau de l'OULE, qui reçoit — à 1,834 mètres d'altitude et à la base orientale du Pic d'ANGLADE (2,286 m.) — le produit des trois lacs superposés de BASTANÉT. Ce torrent débouche non loin de là, à ARTIGUSSE, où il forme la pittoresque cascade de COUPLAN.

Avec les groupes suivants, nous arrivons aux grands bassins principaux de la région, c'est-à-dire aux nappes d'eau les plus étendues

(¹) J. FONTÈS, *Le Pic de Campbieil* (Extrait de l'Ann. du Club Alpin Français, XVIe vol., Paris, 1889).

(²) Je rappelle pour mémoire que ces indications se rapportent exclusivement au Pic de Néouvieille.

et les plus proches voisines de la base nord-est et sud-est du Néouvieille. Ce sont :

Au Nord-Est.	Groupe d'Aubert	Lac d'Aubert	Garonne	N.-N.-O. — S.-S.-E.	2,160 m. »
		— d'Aumar	—	N.-O. — S.-E.	2,202 m. »
		La Laquette supérieure	—	N.-N.-O. — S.-S.-E.	2,102 m. 35
		La Laquette médiane	—	O. — E.	2,101 m. 60
		La Laquette inférieure	—	O. — E.	2,101 m. »

Le lac d'Aubert, à l'extrémité septentrionale duquel se trouve une île rocheuse couverte de végétations et dont le point culminant s'élève à 14 mètres au-dessus des eaux, mesure 1,102 mètres de longueur sur 440 mètres de large, 43m61 de profondeur et 350,960 mètres carrés de surface.

Aumar, avec ses deux cuvettes et sa superficie de 267,060 mètres, atteint 22 mètres de creux ; tandis que la plus grande Laquette ne dépasse pas 10 mètres de profondeur et 5 hectares de superficie.

Ce groupe important, alimenté en majeure partie par la fonte des neiges du glacier oriental de Néouvieille, donne naissance au ruisseau d'Aubert qui, à son tour, alimente directement le réservoir d'Orédon.

Au Sud	Groupe de Cap-de-Long	Lac de Cap-de-Long	Garonne	O.-S.-O. — E.-N.-E.	2,120 m. »
		— de Lostalat	—	N.-O. — S.-E.	2,182 m. »

Cap-de-Long peut être considéré à bon droit comme un des lacs les plus beaux et les plus sauvages des Pyrénées. Large de 400 mètres sur 1,521 mètres de longueur, sa superficie atteint 401,320 mètres carrés et sa profondeur dépasse 56 mètres.

Fortement encaissé, les murailles sourcilleuses de la partie méridionale du Néouvieille et les pentes décharnées de la crête des Laquettes l'obligent à s'infléchir du nord-ouest vers le sud-est.

Des formidables escarpements qui le dominent et forment son enceinte, se détachent sept couloirs principaux d'avalanches. Les cônes de déjections qu'ils amoncellent sans cesse dans le sein de cette magnifique nappe d'eau, diminuent à chaque instant la capacité du bassin, infiniment plus considérable autrefois. Ces phénomènes de comblement, semblables à ceux des lacs d'Oô (1), de Gaube (2), d'Estom (3), de Caïllaouas (4), etc., acquièrent ici, principalement sur la rive gauche, un développement tout particulier. C'est ainsi

(1) Émile Belloc, *Le lac d'Oô*, sondages et dragages. Paris, E. Leroux, 1890.
(2) J. Vallot, *Comblement des lacs pyrénéens*. Paris, 1887.
(3) Émile Belloc, *Formes de comblements observés dans les lacs des Pyrénées* (Compte rendu de l'Académie des Sciences, 18 juillet 1892).
(4) Émile Belloc, *Origine, formation et comblement des lacs* (Congrès de Pau, 1892).

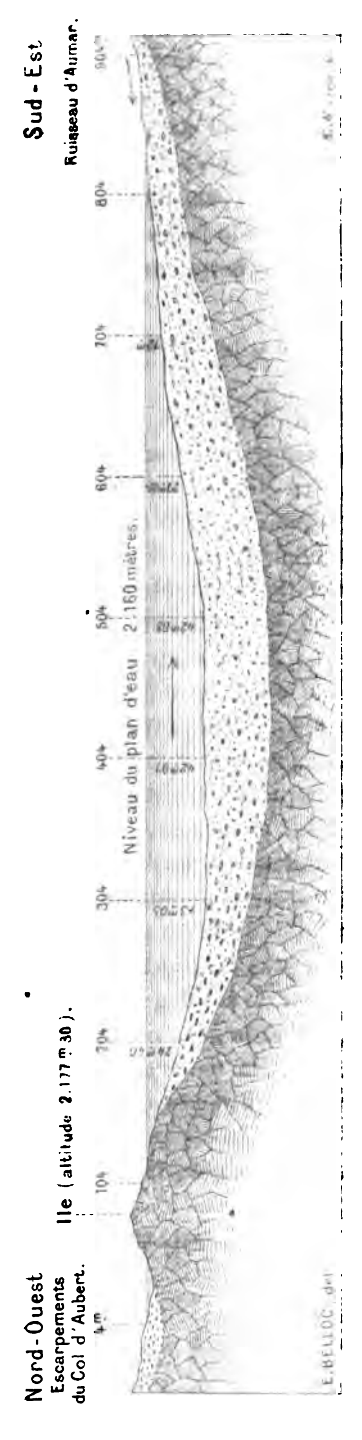


Fig. 2. — Lac d'Aubert. — Profil allant de l'extrémité N.-O. du lac à l'entrée du ruisseau d'Aumar. D'après les sondages exécutés par M. Émile Belloc, de 1890 à 1895.

que certains talus, naguère encore sous-lacustres, émergent actuellement de plusieurs mètres au-dessus du plan d'eau.

Le ruisseau de décharge venant du lac de CAP-DE-LONG est grossi sur son passage par les eaux extrêmement limpides du petit lac de LOSTALAT. Après avoir bondi sur les pentes rocheuses, au milieu des blocs éboulés qui encombrent son lit torrentueux, et avoir parcouru une longueur d'environ 1,600 mètres, ce ruisseau aborde la prade d'ORÉDON et se jette dans le lac de ce nom qui forme le bassin de réception des eaux de toute cette contrée.

Au S.-S.-E.	Groupe d'ORÉDON	LAC ORÉDON...........	GARONNE	S.-O. — N.-E.	1,869m 11c (Alt. du plan d'eau.)

Avec ORÉDON, nous terminerons la liste des 56 lacs principaux entourant le puissant massif de Néouvieille.

Transformé en réservoir depuis une douzaine d'années, le lac ORÉDON a vu son ancien niveau relevé de 17 mètres par l'établissement d'un barrage artificiel (1) construit en travers du seuil primitif. De plus, une tranchée de 7 mètres pratiquée dans le réservoir même, par conséquent en contre-bas du niveau naturel, permet de disposer d'une retenue de 24 mètres de profondeur. La prise d'eau s'effectue à l'aide de onze conduites en fonte, terminées par des robinets à vanne de 0m30 de diamètre.

Rapporté à un plan de surface de la nappe d'eau placé à 1,869m 11 d'altitude, c'est-à-dire lorsque la tranche liquide s'élève de 0m11 au-dessus de la crête du déversoir, j'ai trouvé — d'après les nombreuses séries de sondages que j'y ai pratiquées, d'abord en 1890 et 1892, puis en 1895 — une profondeur maxima de 49 mètres, ou tout à fait exactement de 48m83. Sa plus grande longueur atteint 1,325 mètres et sa partie la plus large 519 mètres.

Ces mesures et mes points de sondages m'ont fourni les éléments de la carte bathymétrique ci-jointe, ce qui m'a permis en même temps de calculer l'altitude et la superficie de chacune des courbes de niveau, ainsi que le volume d'eau compris entre deux courbes consécutives et par conséquent la capacité totale du réservoir.

Le tableau suivant résume ces opérations :

(1) Voir du même auteur : *Seuils et Barrages lacustres* (vol. XI, Congrès de Bordeaux, 1895, page 363, figure 4).

COURBES DE NIVEAU

PROFONDEUR	ALTITUDE	SUPERFICIE	VOLUME	COMPRISE entre les courbes.
45 mètres.	1,824 m. 11 c.	7,780	3,797,418	9
40 —	1,829 11	4,900	2,282,500	8 — 9
35 —	1,834 11	3,700	1,587,500	7 — 8
30 —	1,839 11	3,200	1,250,000	6 — 7
25 —	1,844 11	2,720	848,000	5 — 6
20 —	1,849 11	3,076	787,000	4 — 5
15 —	1,854 11	3,476	638,300	3 — 4
10 —	1,859 11	4,080	520,000	2 — 3
5 —	1,864 11	4,696	433,200	1 — 2
0 —	1,869 11	5,528	208,200	0 — 1

D'après les mesures ci-dessus, lorsque le réservoir d'Orédon est plein et qu'une tranche d'eau de $0^m 11$ d'épaisseur passe sur la crête du déversoir, sa surface atteint 431,560 mètres carrés, et sa capacité égale *douze millions et demi* de mètres cubes, soit exactement 12,352,118.

La superficie du bassin d'alimentation du lac Orédon peut être approximativement évaluée à 3,036 hectares. Ce sont les eaux météoriques et le produit de fusion des glaciers de Néouvielle et du Pic-Long, concentrés d'abord dans les dépressions lacustres d'Aubert, d'Aumar, des Laquettes, de Cap-de-Long et de Lostalat, qui fournissent le liquide nécessaire au remplissage de la vaste cuvette lacustre d'Orédon.

Pour en finir avec cet aperçu rapide, je donnerai, d'après mes dernières études, quelques indications concernant la superficie et la profondeur d'un certain nombre de lacs voisins d'Orédon.

Situation.		Noms des lacs.	Superficie.	Profondeur.
Versants	Est.	Lac Orédon, ou Gourg (1) de Camou (2) . . .	431,760mq	49m (3)
		— d'Aubert.	350,960	43 61
		— d'Aumar.	267,060	21 95
		Laquette supérieure.	46,250	9 75
		— médiane.	1,850	4 38
		— inférieure.	9,160	3 49
	Sud.	Lac de Cap-de-Long.	401,320	56 38
		— de Lostalat	16,000	11 12
	Nord.	— d'Escoubous.	100,000	23 70
		— de Tracens.	72,000	20 91

(1) Pour le mot *Gourg*, voir ma monographie des *Lacs de Caïllaouas*, des *Gourgs Blancs* et de *Clarabide* (Congrès de Besançon, vol. II. Paris, 1893).

(2) *Camou* est le nom populaire sous lequel le lac Orédon — du patois *Arédoun*, qui veut dire « rond » — est toujours désigné par les indigènes.

(3) La profondeur maxima est exactement de $48^m 81$.

Pour ces trois derniers lacs, les mesures de superficie ne sont pas définitives.

Bien que j'aie exploré ou étudié toutes les nappes d'eau de cette région, le travail étant considérable, je dois me borner pour le moment à ne citer que les lacs ci-dessus mentionnés.

L'eau de ces bassins est d'une limpidité et d'une transparence admirable; sa couleur est plus ou moins verdâtre et non pas bleu intense comme celle de la plupart des lacs pyrénéens.

Les observations thermométriques m'ont également fourni leur contingent de renseignements utiles, en ce qui concerne les stratifications thermiques des profondeurs lacustres. Ces observations fort nombreuses, dont je vais donner simplement un extrait, m'ont permis de constater des discordances sérieuses entre la température de la partie supérieure des nappes d'eau, et celle de l'air ambiant. L'exemple suivant suffira pour fixer les idées.

Au cours d'un assez long séjour fait à Orédon, en 1890, j'ai pu observer de très faibles variations thermiques à la surface du lac; c'est ainsi que du 26 août au 2 septembre, ces variations n'ont pas dépassé *deux degrés :* soit + 10° à + 13°, tandis que dans le même espace de temps, l'air extérieur a éprouvé des fluctuations fort importantes dont le tableau suivant donnera un aperçu.

Le 27 août.	8 heures matin . .	= + 13° 0
—	midi.	= + 16° 0
—	6 heures soir. . . .	= + 15° 5
Le 28 août.	8 heures matin . .	= + 8° 5
—	midi.	= + 8° 4
—	6 heures soir. . . .	= + 8° 3
Le 29 août.	Pluie et neige abondante. Pendant la nuit la température s'est abaissée jusqu'à + 4° 2 dans l'intérieur de la maison, tandis que le thermomètre descendait à — 1° 8 au dehors.	
Le 29 août.	9 h. mat. (therm. ext.)	= + 9° 1
—	11 h. mat. —	= + 10° 2
—	1 h. 15 soir. —	= + 8° 5
—	2 h. 25 soir. —	= + 6° 3
—	6 h. soir. —	= + 3° 0
—	10 h. soir. —	= + 8° 4
Le 30 août.	Le temps est redevenu beau, mais la température est restée basse jusqu'au 2 septembre. Pendant la nuit du 30 au 31, elle est descendue à — 1° 2.	

La pression barométrique a été également très mouvementée; la courbe a varié de 610; 609, 1; etc., à 613 millimètres. Disons en passant qu'il est presque impossible de se fier au baromètre « portatif », fût-il excellent et « altimétrique compensé » comme celui que je possède, pour avoir la hauteur exacte d'un point donné. Même en réduisant à zéro, naturellement, le « métal » est tellement capricieux et les causes particulières qui l'influencent sont encore si peu connues (surtout en ce qui concerne le fond des vallées et les passages

élevés des chaînes de montagne), que, malgré mon séjour prolongé et mes observations minutieuses, les indications barométriques m'auraient donné un écart de plus de 50 mètres, en moins d'une semaine.

La flore et la faune lacustre de cette contrée offrent aussi un très grand intérêt. J'ai recueilli des Characées et des Nitellées dans la plupart des lacs, sauf dans ceux qui sont placés aux altitudes extrêmes dont les eaux demeurent presque constamment glacées. ORÉDON, AUBERT, AUMAR, ESCOUBOUS, TRACENS, les LAQUETTES, CAP-DE-LONG, AYGUES-CLUSES, la GLAIRE, etc., m'ont fourni une énorme quantité de Diatomées et de Desmidiées. Quelques-uns contiennent également un grand nombre d'Isoëtes. Ceux-ci, ainsi que les Diatomées et les Desmidiées, abondent au sein des flaques d'eau accumulées dans les dépressions du sol par les précipitations atmosphériques ou la fonte des neiges. Mais c'est particulièrement sur les bords, et parmi les vases de fond ramenées par la drague, que les Diatomées pullulent; aussi la longue liste de ces plantules microscopiques que j'ai déjà donnée au Congrès de Pau, en 1892 (1), a-t-elle considérablement augmenté depuis.

La majeure partie des lacs environnant le Nèouvieille nourrit d'excellentes truites, des batraciens et des mollusques. La faune microscopique — composée d'Infusoires, de Copépodes, de Cladocères et d'une infinité d'autres animalcules, indispensables à l'alimentation des salmonides — est aussi très riche. M. le baron J. de Guerne, président de la Société centrale d'Agriculture de France, et M. le Dr Jules Richard ont publié à ce sujet une étude fort instructive (2), d'après les matériaux, remis par moi, que j'ai toujours le soin de récolter à différentes profondeurs, à l'aide d'un filet de soie spécialement combiné pour ce genre de pêche.

Les études limnologiques ne sont pas seulement des recherches scientifiques ou simplement théoriques, comme certaines personnes pourraient le croire. La limnologie offre au contraire un puissant intérêt au point de vue pratique. Sans parler de la géologie et de la géographie auxquelles cette science, ignorée naguère, se rattache directement, disons qu'elle intéresse puissamment l'industrie et l'agriculture puisqu'elle leur fournit les moyens de connaître exac-

(1) Émile BELLOC, *La Végétation lacustre dans les Pyrénées* (Association française pour l'avancement des sciences. Congrès de Pau, vol. II, 1892).
(2) J. de GUERNE et J. RICHARD. *Sur la faune pélagique de quelques lacs des Hautes-Pyrénées* (Association française, Congrès de Pau, vol. II, 1892).

tement la capacité des grands réservoirs naturels, et par conséquent de régulariser le débit des cours d'eau et des canaux d'arrosage. En ce qui concerne l'alimentation et l'hygiène publique, son utilité est aussi de premier ordre, car elle est appelée à résoudre un des problèmes les plus difficiles, celui de l'approvisionnement en eau potable de nos populeuses cités. Les travaux considérables déjà exécutés dans ce but, notamment ceux des ingénieurs chargés du service hydraulique agricole, montrent surabondamment que les études hydrographiques méritent de fixer l'attention et d'être encouragées, d'une manière effective, par les pouvoirs publics.

En terminant cet aperçu rapide, disons que le vaste massif de Néouvieille et les puissants reliefs qui l'entourent, sont particulièrement privilégiés au point de vue limnologique. Leur architecture grandiose, leur âpre beauté, la quantité de leurs réservoirs naturels, l'abondance et la qualité des eaux qu'ils renferment, font de cette contrée montagneuse une des régions lacustres les plus pittoresques et les plus riches des Pyrénées.

M. F. DE BEHAGLE

PROJET DE VOYAGE DU CONGO A LA MÉDITERRANÉE PAR LE TCHAD ET SES AFFLUENTS [916.75]

— *Séance du 9 août 1895* —

SOMMAIRE

Mon but. — Prouver qu'une tonne de marchandises peut, même à l'heure actuelle, être prise sur la ligne de partage des eaux des bassins du Congo et du Tchad et amenée à la Méditerranée à meilleur compte qu'à l'Océan.

Conséquences. — Le chemin de fer de la côte occidentale d'Afrique au Stanley-Pool, point terminus de la navigation fluviale du Congo, n'est qu'une entreprise d'intérêt congolais et non soudanien.

L'Algérie reste donc seule la véritable base sur laquelle viendra s'appuyer tout le commerce du bassin central de l'Afrique.

Mes moyens. — 1° Fonder sur la Chari, au point de rencontre de ce

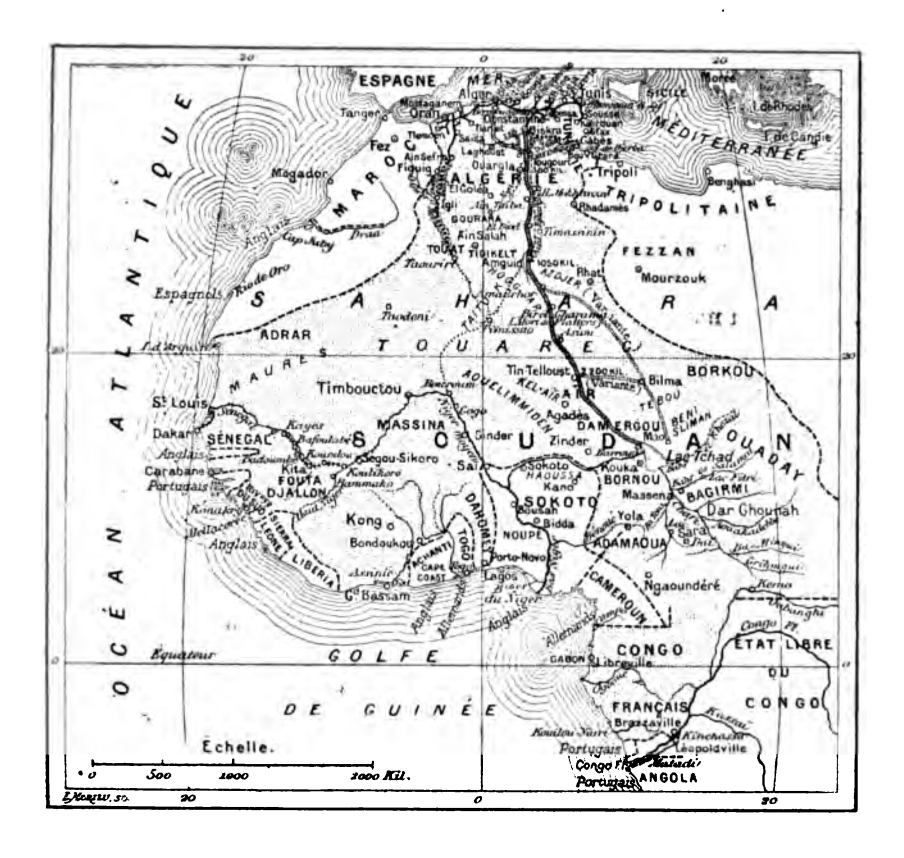
fleuve et du Gouroungou, un poste commercial destiné à entrer en relation avec les fétichistes des alentours et la Zeriba musulmane de Ngari.

2° Mettre sur le fleuve un bateau à vapeur destiné à fouiller les grandes artères Chari et Logone, très vraisemblablement navigables en toute saison, et leurs affluents qui pendant plusieurs mois de l'année peuvent permettre de pénétrer très avant vers le Dar Ghounah et les Ouadaï.

3° Entrer en relations pacifiques avec toutes les agglomérations importantes, y faire des achats d'ivoire, de métaux précieux, de gutta-percha; y promettre des achats subséquents.

4° Traiter avec le Baghirmi, le Bornou et, si possible, avec le Ouadaï.

5° Ramener vers la Méditerranée, mais plutôt vers Biskra, les marchandises recueillies.



DÉVELOPPEMENT

1° Ce point de rencontre des deux rivières Gouroungou et Chari est situé dans la tribu des Aouaka Aconga, à environ 250 kilomètres de l'Oubanghi et à moins de 180 du dernier point que les pirogues de cette rivière puissent atteindre, Gono, sur la Toumi, affluent de la Kemo.

Il est situé dans un pays riche en ivoire, en caoutchouc, en gommes et en gutta-percha.

L'argent et un métal blanc, qui semble être un alliage d'argent, s'y rencontrent, ainsi que le cuivre et l'étain. Le pays est habité par une population douce, très chassée par les musulmans et qui verrait avec bonheur une installation d'Européens se faire chez elle.

C'est le point où le Gribingui ou Chari se redresse au nord. Les caravanes des musulmans y viennent fréquemment chercher passage et Ngari, Zériba d'Ali Djaba, est à 5 jours de marche, moins de 100 kilomètres sans doute.

Le pays est sain. Un poste commandé par un Européen pourra être installé sur la colline ferrugineuse qui domine les deux vallées. Il sera défendu de trois côtés par les rivières et appuyé sur la quatrième face par les villages Aouakas.

Le lieu offre donc de grands avantages. Le poste sera trop éloigné de la Zériba pour lui porter ombrage, et assez près cependant pour avoir avec elle des relations suivies.

Ngari paraît dépendre du Dar Ghounah. Ali Djaba a été voir Crampel à Elkouti. C'est lui qui semble avoir été l'un des principaux auteurs du meurtre de Biskarat.

Il faudra donc, dans les relations à établir avec lui, déployer beaucoup de prudence et de fermeté. — Nous ne pouvons analyser les sentiments qui l'ont poussé à faire cause commune avec les ennemis de Crampel.

Ce drame sinistre est toujours voilé de mystère; et cette malheureuse expédition contenait tant de germes de ruine qu'on ne peut conclure de son anéantissement à l'impossibilité de renouer avec les musulmans du pays.

Le commerce de Ngari s'étend fort loin chez les Ngama, ichtyophages, vivant dans leurs pirogues loin de la rivière, dans des marais sans doute, ou sur un affluent encore inconnu du Gribingui. Ce sont les musulmans de Ngari qui très probablement vont jusqu'à la Kemo, l'Ombella et l'Oubanghi, où le nom d'Ali Djaba était connu.

Mais ils semblent ne s'étendre que fort peu dans l'ouest vers le pays des Sara, et déjà Madje Tezzé est plutôt en relations avec le Baghirmi. Les Saras de Daï ne reçoivent jamais la visite des commerçants de Ngari ou du Dar Ghounah.

2° Le Gribingui est-il le bras principal du Chari ? Le Ba Mingui, son affluent de droite, n'a pas été reconnu, et les renseignements contradictoires recueillis à son sujet ne me permettent pas d'attribuer un volume d'eau plus considérable à l'une qu'à l'autre de ces rivières.

Le Ba Mingui sort des monts de Banda. Le développement de son

cours paraît donc être plus grand que celui du Gribingui dont nous connaissons le cours supérieur, le Gourié. Il est donc permis de supposer à la première rivière un volume d'eau plus considérable qu'à la dernière.

Or nous savons, à n'en pas douter, que le Gribingui roule pendant presque toute l'année des eaux profondes de plusieurs mètres. Même à la saison sèche, si j'en crois les renseignements indigènes, il ne saurait être traversé à gué. La coupe transversale du fleuve, que j'ai obtenue en rapportant des sondages exécutés de 3 en 3 mètres, semble confirmer ce renseignement.

Le Logone, quand nous l'avons traversé, avait encore, un mois après la baisse des eaux, 310 mètres de large sur 12 de profondeur maximum. — Il n'est donc pas téméraire de dire que ce fleuve est navigable en toute saison jusque vers le 16e degré. — Il a des affluents profonds, tels que le Ba Tena, que nous dûmes, par suite de la hauteur des eaux, traverser en bateau en fin novembre.

Tous ces cours d'eau s'épanchent vers le lac à travers des plaines très unies, formées par des couches d'alluvions silico-argileuses.

Ces dépôts sont tellement épais que le roc ne saillit nulle part à la surface du sol. On peut en conclure que ces rivières ne sont pas coupées de rapides.

Les eaux dans ces plaines se sont frayé de nombreux passages qui forment par moment comme d'immenses rivières aux cours divergents et bizarres.

Ces rivières capricieuses et momentanées atteignent des profondeurs énormes aux hautes eaux. Peut-être réservent-elles des surprises agréables à la navigation.

Le Ba Mingui pénètre dans le sud du Dar Ghounah, traversé par l'Aouakadébé.

Le Ba Irr Bahar-Es-Salamat pénètre dans le Ouadaï.

Le lac de Tchad conserve lui-même des profondeurs de 6 mètres à la saison sèche; et si ses côtes sud sont très basses, les côtes nord sont accores et permettent en toute saison l'accostage des navires dans des rades sûres et faciles.

Ainsi du point de départ sur le Gribingui dans la tribu des Aouakas, un bateau à vapeur pourrait gagner le Tchad, le Bornou, le Ouadaï, le Bahar Erghazal si inconnu, le Baghirmi, le Logone, circuler dans les affluents de ces fleuves, atteindre presque le Dar Four par le nord et le sud du Dar Ghounah; remonter le Logone et ses affluents jusque tout près de Ngaoundere, et pénétrer dans la région du Toufouri, si riche en ivoire et en gutta-percha.

3° L'ère des aventures est passée, l'exploration doit aujourd'hui

être pacifique et commerciale ou ne pas se faire. Tous ces pays du centre demandent la paix et le commerce. Le fanatisme religieux n'existe pas : l'islamisme n'a pas eu sur ces intelligences de noirs l'influence mystique qu'il a exercée sur les populations asiatiques blanches ou jaunes. Ici le musulman fait bien assez régulièrement sa prière, mais son culte principal est celui de la brasse d'étoffe, le commerce, l'argent.

C'est donc sous ces auspices qu'il faut se présenter à lui. — Un voyage de démonstration arrivera, j'en suis persuadé, à prouver que ces peuples nous permettront aisément non seulement de passer, mais de nous installer chez eux.

Il faudra profiter immédiatement de ces bonnes dispositions, jalonner la route de postes commerciaux qui vivront uniquement d'affaires, hors des compétitions politiques et sous les lois du pays.

L'erreur des Anglais du Niger est de vouloir s'immiscer trop hâtivement dans les affaires locales.

Les lois indigènes ne sont pas parfaites sans doute, mais elles sont adaptées au milieu pour lequel elles sont faites et, par conséquent, préférables aux nôtres, qui sont la codification d'une civilisation beaucoup plus avancée. A mesure que le développement du commerce modifiera la situation économique du pays, les lois se perfectionneront d'elles-mêmes pour la garantie des intérêts nouveaux. Le rôle de l'Européen est de provoquer cette amélioration par la diffusion du commerce — et non pas de chercher l'amélioration de sa situation commerciale par le perfectionnement des lois.

Ne pas heurter l'ordre établi est la meilleure des politiques. Faisons-nous admettre d'abord, groupons autour de nous tous les intérêts commerciaux, et nous aurons bientôt dans le pays une situation prépondérante.

Le vapeur pénétrera donc partout. Il sera partout admis. On refuse l'entrée à une caravane que le besoin de continuels ravitaillements contraint à d'excessifs ménagements envers la population, ou à des coups de force. Le vapeur, lui, passe. Il surprend, il effraie, il semble inattaquable et peut se passer de tout concours. Le jour il marche, la nuit il fait son bois, hors des attaques et des surprises.

Pour être admis partout, il suffit d'avoir des guides indigènes, nous en avons eu la preuve.

J'en pourrai recruter, pendant le temps du montage du vapeur, parmi les marchands d'esclaves qui circulent chez les Aouakas. C'est une question d'argent et de doigté. Venant sans appareil militaire, avec un but commercial nettement établi, je serai facilement accueilli. La lourde et terrifiante colonne de Maistre avec ses deux

cents fusils a circulé librement et commercé avantageusement partout où elle a eu des guides indigènes musulmans.

Partout, en faisant des achats, j'annoncerai la prochaine arrivée de marchands blancs et j'essaierai d'obtenir pour eux, au moins en principe, la cession d'un terrain pour l'installation d'un poste sérieux.

4° Avec le Logone et le Baghirmi, il est permis d'espérer arriver à passer des traités d'une valeur réelle.

Ces régions prises entre le Lac de Tchad, le Bornou et le Ouadaï ne reçoivent des marchandises européennes que le rebut de la consommation de leurs puissants voisins qui arrêtent complètement l'importation des armes à feu.

Le Baghirmi n'est point indépendant, comme Clozel l'a écrit et comme M. de Maistre l'a signé d'après les théories de mon camarade.

L'ancien sultan de ce pays, Mohammed Abou Sekkin, a fini par conclure avec son puissant ennemi une paix peu glorieuse. Il a livré ses fils en otage et à sa mort le Ouadaï l'a remplacé sur le trône, non par son héritier, mais par son très jeune frère.

La supériorité du Ouadaï vient surtout de son armement. Ce pays reçoit des armes par la Tripolitaine et l'Égypte. Le Baghirmi n'en a presque pas. Il verra donc avec bonheur les Européens lui apporter toutes les marchandises qui lui manquent et dont il aura par notre intermédiaire l'espérance de s'approvisionner facilement. Il y a dans cette situation la base d'une entente.

Le Logone est vis-à-vis du Bornou dans la même position que le Baghirmi vis-à-vis du Ouadaï.

Au Bornou, le commerce anglais menace d'une concurrence sans compensation les caravanes de Tripoli. C'est une situation dont il faudra savoir profiter. L'élément Touareg a déjà une grande influence à Kouka ; il faudra s'attacher à balancer par lui l'influence arabe de Tripoli, toujours hostile aux entreprises européennes. Le moment est favorable.

L'introduction par le Niger du sel anglais dans le Soudan central porte un coup terrible au commerce de sel saharien et à l'industrie des transports exercée par les Touaregs. Il s'agira de bien faire comprendre à ceux-ci que notre commerce va relever et même développer leur industrie. Il faut procéder lentement, sans hâte, obtenir d'abord, si possible, au nord du Lac l'autorisation d'installer un dépôt de marchandises, y accumuler tous les achats faits au cours de l'exploration des fleuves et organiser de là une première caravane vers le nord.

La situation politique du Ouadaï est mal connue.

Les ignorants croient pouvoir pénétrer dans ce pays sans difficulté, les autres le supposent au contraire très fermé aux Européens. Crampel voulait y parvenir; certains de mes compagnons de voyage le déclarent très inféodé aux Snoussiens et hostiles à notre commerce.

Rien ne me paraît motiver cet excès de confiance ou d'appréhension.

Si plusieurs voyageurs allemands ont été tués au Ouadaï, Nachtigal après eux y a circulé librement.

Si Crampel a été tué à El Kouti, il était appelé plus loin par le Sultan du Ouadaï lui-même.

En principe, je crois l'accès des pays musulmans plus facile par le Sud que par le Nord.

Si la faim n'avait poussé le personnel de Crampel à déserter, si Ischekkhad n'avait trahi son excessive confiance, si notre jeune compatriote n'avait été réduit par la maladie, si enfin il avait eu près de lui, à la place de Saïd qui passait pour un mulsuman converti au christianisme, un Européen connaissant l'arabe et l'islamisme, je crois qu'il eût réussi.

Que les Snoussiens aient des affiliés au Ouadaï, c'est possible, mais ce pays est éloigné de la maison-mère de la secte; les Mokkadem ont dès lors plus de liberté.

Dans ces régions, on vit comme au xe siècle en Europe : c'est la même organisation politique; l'avancement intellectuel est même très en arrière sur cette époque. Il n'y a au Soudan ni ces puissantes maisons religieuses gardiennes des trésors littéraires et scientifiques des civilisations anciennes, ni ces savants, ni ces artistes auxquels on doit encore tant de chefs-d'œuvre, témoins impérissables d'un développement intellectuel puissant.

Toute la science consiste dans l'art de la lecture et l'interprétation de quelques livres religieux. Elle est tout entière aux mains de quelques rares hommes savants, généralement étrangers au Ouadaï.

Quand, au moyen âge, les maisons éloignées du berceau de leur Ordre religieux se relâchaient si facilement de la discipline imposée par le fondateur, comment supposer qu'il n'en soit pas ainsi au Ouadaï?

A côté de la règle et luttant contre elle, se dressent les intérêts particuliers de chaque chef religieux : la nature humaine est faible partout, et le Soudanais musulman est fort avide.

Je crois donc que la discipline des sectes religieuses est fort relâchée au Ouadaï. La doctrine des Snoussiens est comme celle des Jésuites, elle s'adresse à un public spécial, à une classe riche et

lettrée plus qu'au pauvre ignorant comme l'est le Soudanien ou le Touareg. Le « *perinde ac cadaver* », le dépouillement complet des biens de ce monde, demande une abnégation qui ne se puise que dans l'exaltation d'un sentiment religieux affiné par une réelle culture intellectuelle. Ce n'est pas le cas. L'islamisme du Ouadaï est, comme celui de tout le Soudan, fort mitigé et très différent de celui des Barbaresques et des pays d'Orient.

Le fanatisme religieux est une passion à peu près inconnue dans les régions musulmanes du centre africain; le soulèvement mahdiste est plus politique que religieux. Il a eu les mêmes causes que celui d'Arabi Pacha dans la Basse-Égypte, la faiblesse extrême du gouvernement égyptien.

Telles sont les raisons qui me font croire que le Ouadaï est abordable pour nous, même après le désastre de Crampel et la fusillade de Dybowski.

Cet état n'a plus, nous le savons, de relations avec les pays civilisés que par Tripoli. Les mahdistes coupent à son commerce les routes de l'Égypte. Sans doute, des pèlerins passent encore, au prix de mille dangers, au travers de ces régions en effervescence, pour se rendre à la Mecque; mais, outre le but sacré de leur entreprise qui leur assure, en pays musulman, une certaine immunité, ils partent sans aucune ressource, se fiant à Dieu et comptant sur l'hospitalité due à leur titre de pèlerin.

« Comment as-tu pu arriver à Souakim? » disais-je à l'un d'eux. — « J'étais nu comme un singe, me répondit-il; qui donc s'occupe d'un singe? »

Le même homme m'assurait que nous serions bien reçus au Ouadaï. C'était un habitant de l'Adamaoua que j'interrogeais dans son pays. Il avait un esprit très vif, semblait très observateur: quel intérêt avait-il à me donner un faux renseignement?

« Pourquoi donc ne te recevrait-on pas, me disait-il, si tu viens » pour acheter et vendre, avec un cœur droit, la justice dans la » bouche et le respect de ce qui est établi? »

C'est la question que je poserai moi-même à tous ceux qui ne croient pas à la possibilité de pénétrer au Ouadaï.

J'irai donc au Ouadaï.

S'il m'était possible de le faire, je m'abstiendrais de pénétrer dans le Dar Ghounah avant d'avoir vu le Sultan d'El Bacher et de lui avoir porté, comme le ferait un marchand musulman, mes réclamations au sujet de l'assassinat de Crampel et du pillage de sa caravane. Et ce n'est qu'après avoir obtenu des promesses de réparation du dommage et des garanties sérieuses que je pénétrerais dans cette région.

C'est ainsi que Barth, notre maître à tous, en usa vis-à-vis du Sultan de Bornou.

Richardson était mort, loin de ses compagnons de voyage, et les marchandises qu'il laissait avaient été pillées. Les plus riches étaient revenues en partage au Sultan et à son vizir.

Et quand, plusieurs mois après, Barth seul, sans ressources, couvert de dettes, arriva dans Kouka, son premier soin fut d'exiger la restitution intégrale de tout ce qu'avait laissé Richardson. Il le fit avec une admirable fermeté qui remplit tout le monde de respect pour lui.

Ces leçons de l'expérience, nous ne devons pas les oublier. Il nous faut respecter toutes les lois. Mais, en tête de toutes les civilisations il est écrit : « Tu ne prendras le bien d'autrui. »

Partout, mais dans ces pays surtout, la faiblesse passe pour de la lâcheté, et la lâcheté déconsidère l'homme.

Par le Bar Ghounah, le Ouadaï draine tout l'ivoire de la région si riche du Dar Banda que le commerce européen ne réussit qu'imparfaitement à détourner vers le Congo.

5° En supposant que le transport par eau sur les fleuves du bassin central se puisse effectuer au même prix que sur le Congo, les prix à comparer sont celui d'une tonne, partie du nord du Tchad pour arriver à Biskra, et celui du même poids transporté de Brazzaville à la mer.

Dans le second cas, nous savons que le prix du transport de 30 kilog. fait à dos d'homme varie entre 36 et 40 francs, soit entre 1,200 et 1,330 francs, en moyenne 1,260 francs environ. Dans le Sahara, les transports se font à dos de chameau. Chacun de ces animaux prend une charge moyenne de 150 kilogrammes.

Or nous savons, d'après Barth et Nachtigal, qu'une charge de sel valant 5 francs à Bilma se vend 150 francs dans le Soudan.

Le droits de circulation dans les divers États musulmans réduisent des deux tiers cette somme. C'est donc pour un bénéfice de moins de 50 francs que le chamelier Touareg voyage huit mois de l'année.

Nous savons de plus que la location d'un chameau pour le voyage de Kouka à Tripoli se paie 3,000 cauries, coquillages servant de monnaie dans tout le Soudan et qui valent 1 fr. 25 le mille. Il n'est donc pas téméraire de prendre comme base d'appréciation des prix de transport le chiffre de 50 francs. Le voyage du Tchad à Biskra avec une moyenne de 25 kilomètres par jour durera deux mois. Le convoi pourra donc faire son trajet, aller et retour, en quatre ou cinq mois.

La tonne enlevée par 6 ou 7 chameaux coûtera donc entre 300 et 350 francs, soit 325 francs en moyenne.

Maintenant on me dira sans doute : Pourquoi, dans ces conditions, transporter à grands frais, au prix de lourdes difficultés et d'une perte de temps sérieux, tout un matériel par le Congo pour l'installer sur le Haut-Chari, quand il serait moins coûteux et plus rapide de le porter à travers le Sahara que vous croyez ouvert aux Européens, et de lancer le bateau à vapeur sur le Tchad lui-même, d'où il partirait à la conquête commerciale des fleuves?

La raison est simple.

En se présentant par le nord, on peut faire ombrage à bien des intérêts et ne pas obtenir les autorisations de créer les installations nécessaires. En tout cas, cela demanderait des négociations longues et difficiles qu'il vaut mieux éviter.

Ces obstacles n'existent pas dans le sud où on a d'abord affaire à des tribus fétichistes, sans intérêts commerciaux établis, et où la prise de possession du sol nécessaire à un premier établissement ne souffrira aucune difficulté.

Quand le vapeur descendant les fleuves se présentera dans le Tchad, son arrivée sera dès longtemps signalée, notre réputation déjà bien établie par les marchands qui nous auront vus au Baghirmi et au Logone. Les intérêts auront eu le temps de se concerter et nos lettres et nos cadeaux de venir ouvrir tous les yeux sur nos projets et nos moyens.

Avec le fatalisme qui caractérise le musulman, on s'inclinera devant le fait accompli, irrémédiable, et chacun songera à en tirer le meilleur parti.

RÉSULTATS

Le voyage que je me propose de faire n'est pas une simple exploration, c'est la démonstration d'un fait, celui de l'avenir commercial d'une région peu connue et la prise de possession de cette région par le commerce français.

Le bassin du Tchad, d'une superficie de plus de 2,000,000 de kilomètres carrés, est encore fermé au commerce européen.

A l'est, les Anglais, qui par trois fois ont essayé de s'établir au Bornou, en ont été chassés, alors que notre compatriote Monteil y a été très bien accueilli et que Méry, qui s'y rend en commerçant, y est impatiemment attendu.

Mizon, Maistre, de Brazza, Ponel ont fermé l'accès du Tchad aux Allemands du Cameroun. Nul ne peut prétendre nous devancer dans

l'est vers le Ouadaï; enfin, par l'Algérie et le Congo nous possédons les versants nord et sud de ce bassin.

Par le Congo et le Sahara nous tenons les deux débouchés pratiques. Il ne s'agit donc que de créer avant toute autre nation des comptoirs dans cette région pour en monopoliser à notre profit tout le commerce.

Mon entreprise est une entreprise d'avenir, et si j'établis le seul budget de mon voyage du Congo à la Méditerranée, je dois faire remarquer que les voyages subséquents, bénéficiant des transports de personnel et de matériel faits pour le premier, donneront des résultats bien plus avantageux.

Ce premier voyage durerait deux ans.

PERSONNEL

1 Chef (mémoire) . . . . . F.	»
1 Second	6,000
1 Mécanicien monteur	4,000
3 Chefs de Poste à 2,000 fr. par an	12,000
2 Forgerons noirs à 60 fr. par mois	2,800
140 Porteurs Kroumans et Haoussa à 25 fr. par mois payables par moitié en marchandises. (Engagés pour la durée des transports, soit 1 an)	25,000
60 Haoussa à 40 fr. pendant 2 ans, personnel de factorerie et équipages en bateau à vapeur, payable par moitié en marchandises	20,000
Total . . . . . F.	69,880

MATÉRIEL

1 Bateau à vapeur démonté à quai à Loango . . . . . F.	25,000
Marchandises réparties en 400 charges, d'une valeur moyenne de 100 fr.	40,000
Total . . . . . F.	65,000

TRANSPORTS

Transports des marchandises. Bord et chemin de fer . . . . . F.	2,000
— du personnel européen par mer	5,000
— — noir à Loango, 200 hommes à 100 fr.	20,000
Retour du personnel	20,000
Transport de Loango à Brazzaville, 200 charges par nos porteurs (mémoire) . .	»
200 charges marchandes par les Loangos 6 × 1320	7,920
100 charges bateau démonté 3 × 1320	3,960
Transport du matériel et du personnel de Brazzaville à la Kémo	2,000
Transport des marchandises acquises, 20 tonnes × 7 × 50	7,000
Total . . . . . F.	85,880

RÉCAPITULATION

Personnel . . . . . F.	69,880
Matériel	65,000
Transports	85,880
Total . . . . F.	220,760
Imprévu	29,240
Total général . . . F.	250,000
Valeur marchande de 20 tonnes d'ivoire à 15,000 fr. la tonne	300,000
Différence . . . . . F.	50,000

Soit un bénéfice de 20 %.

Des dépenses ci-dessus énumérées les unes sont immédiates, comme l'achat du matériel et les transports jusqu'à la Kemo, les autres ne doivent être soldées qu'en fin de campagne, tels sont les frais de solde du personnel et son rapatriement, le transport des marchandises acquises.

Les premières se décomposent ainsi :

Avances au personnel européen 1/12 de la solde.....F.	6,000
— au personnel noir (1 mois de gages).....	6,000
Achat de matériel.....	65,000
Transport.....	60,000
Imprévu.....	13,000
	F. 150,000

Les autres dépenses seront couvertes par le prix des marchandises acquises au cours du voyage.

Je prévois l'achat de 20 tonnes d'ivoire, chiffre minime, étant donnés la durée du séjour et le stock reconnu dans mon récent voyage, mais suffisant pour équilibrer largement les dépenses et donner un bénéfice assez rémunérateur pour encourager à poursuivre l'entreprise et à étendre les opérations.

En procédant sans précipitation, sans violence, par la seule persuasion, j'ai la confiance de réussir sans dépasser les prévisions établies plus haut.

Je compte beaucoup, en étudiant ce projet de voyage, sur les progrès faits dans le Sahara par l'influence française et sur les résultats que sauront bien acquérir les hommes dévoués qui veulent comme moi prouver que l'Afrique entière reste ouverte aux entreprises pacifiques et commerciales.

M. le Dr BARTHÈS

Inspecteur général des Enfants assistés, à Caen.

LA LOI ROUSSEL DANS LE CALVADOS (1)

— *Séance du 5 août 1895* —

Dans son rapport sur le service de la protection du premier âge, M. le conseiller général de Lycé de Belleau a fait connaître dans la séance du 21 août 1894 que le nombre des enfants soumis à la loi Roussel en 1893 avait été de 2,652. Sur ce nombre 192 étant décédés au cours de la dite année, le taux de mortalité avait été de 7 0/0.

La proportion des décès était toujours plus grande chez les nourrissons âgés de moins de huit mois que parmi ceux qui avaient dépassé cette première période de l'existence, mais qu'il convenait de remarquer que la mortalité des enfants de un jour à huit mois, en 1893, avait diminué de 2 0/0 par rapport à celui constaté les années précédentes. L'honorable rapporteur a ajouté que c'était là la meilleure justification des dispositions approuvées par le Conseil général sur l'initiative de l'Inspecteur départemental et qu'il y avait donc lieu d'admettre comme définitif le mode d'inspection médicale qui n'avait jusqu'alors fonctionné qu'à titre d'essai.

L'Assemblée départementale, en donnant son approbation unanime aux propositions de son rapporteur, a consacré le nouveau mode de service, grâce auquel les résultats favorables de 1893 ont été largement dépassés en 1894.

En effet, sur 2,610 enfants, 138 seulement sont décédés, ce qui abaisse le taux à 5 0/0, mais si des généralités l'on passe aux détails, on constate sans peine que, grâce aux visites bi-mensuelles, la mortalité a diminué près de la moitié en 1894, dans les deux premiers mois de la vie.

Ainsi, en 1893 :

Il y a eu dans le 1er mois 65 décès sur 116 enfants
— 2e — 32 — 127

tandis qu'en 1894

Il n'y a eu dans le 1er mois que 34 décès sur 92 enfants
— 2e — 32 — 127

(1) Suite de la communication présentée au Congrès de Caen. Voir *C. R. du Congrès de Caen*, 1894, p. 1047.

MORTALITÉ DES ENFANTS SOUMIS A LA LOI ROUSSEL EN 1894

ÉTABLIE D'APRÈS LA MÉTHODE LA PLUS RATIONNELLE

(Par catégories d'âge et nombre dé journées passées dans le Service.)

1er mois.	2e mois.	3e mois.	4e mois.	TOTAL des 4 premiers mois.	5e mois.	6e mois.	7e mois.	8e mois.	TOTAL des 8 premiers mois.	9e mois.	10e mois.	11e mois.	12e mois.	TOTAL de la première année.	13e mois.	14e mois.	15e mois.	16e mois.	17e mois.	18e mois.	TOTAL du 13e au 18e mois.	19e mois.	20e mois.	21e mois.	22e mois.	23e mois.	24e mois.	TOTAL de la deuxième année.	TOTAL GÉNÉRAL
1° ENFANTS INSCRITS SUR LES REGISTRES DE L'INSPECTION DÉPARTEMENTALE.																													
92	113	103	93	406	102	113	103	92	816	115	112	110	98	1.251	11	97	79	93	64	90	546	75	81	60	61	60	470	1.359	2.610
2° DÉCÉDÉS.																													
34	16	16	13	79	9	7	6	6	107	5	6	4	2	124	2	1	2	1	2	2	10	2	1	1	»	»	»	14	138
3° RETIRÉS.																													
24	36	34	22	116	17	30	35	18	216	37	21	44	24	312	30	32	23	25	17	31	164	13	26	13	17	11	433	677	1.019
4° RESTANTS AU 31 DÉCEMBRE 1894.																													
34	61	58	58	211	76	76	62	68	493	75	85	60	72	785	70	64	54	67	45	66	372	60	54	46	44	55	37	668	1.453
5° NOMBRE DE JOURNÉES PASSÉES DANS LE SERVICE.																													
2.760	5.700	7.860	9.330	25.650	12.240	16.500	15.690	16.710	86.790	20.880	24.330	23.330	25.530	180.750	27.090	20.340	18.870	25.350	15.750	25.320	132.730	20.030	19.320	15.270	19.050	18.690	81.720	207.8:0	488.550
6° POURCENTAGE ÉTABLI PAR CATÉGORIE D'ÂGE ET PAR NOMBRE DE JOURNÉES.																													
37 %	18	17	77	24 %	10	7	8	8	15 %	6	7	5	3	12 %	0,2	0,6	0,9	0,5	2	1	1 1/2 %	2	1	2	»	»	»	1 %	6 %

NOTA. — Le calcul de la mortalité a été fait de la manière suivante : 1er mois, 34 décès, multiplié par 100, divisé par le nombre de journées 2,760, divisé par 30 jours ou 34 × 100 : 2,760 : 30 = 37 0/0, ainsi de suite jusqu'à douze mois. A partir du 13e il a été fait comme pour le 1er mois, c'est-à-dire que 30 a été pris comme diviseur, et ainsi jusqu'au 24e mois. Exemple : 1er et 13e mois, 30 jours ; 2e et 14e mois, 60 jours ; 3e et 15e, 90 jours, etc., etc.

En 1893, de 1 jour à 8 mois, il y a eu 160 décès sur 892 enfants et, en 1894, 107 décès seulement sur 816 enfants.

En d'autres termes, le taux de la mortalité dans les deux premiers mois s'est élevé en 1893 à 43 0/0 et est descendu en 1894 à 24 0/0. On a donc ainsi sauvé 14 enfants de plus qu'en 1893.

La modification apportée à l'exécution de la loi Roussel dans le Calvados par l'arrêté préfectoral du 16 mai 1893 a eu ainsi le plus précieux retentissement sur le sauvetage des enfants naturels élevés, tant par leur mère ou par leurs grands-parents, recevant un secours du département, que sur les mêmes enfants élevés par des étrangers et soumis à la loi de la protection.

Malheureusement il y a lieu de s'étonner de ce que la loi du 24 juillet 1889 (enfants maltraités ou moralement abandonnés) n'ait pas visé la déchéance maternelle de la fille-mère sur son enfant non reconnu et le tableau ci-après va nous faire connaître l'écart immense de la mortalité entre les enfants naturels soumis à la surveillance et ce qui ne bénéficient pas de cette loi si bienfaisante.

ENFANTS NATURELS

ANNÉES	NOMBRE TOTAL des enfants naturels nés dans le Calvados	Enfants naturels		Enfants reconnus		TAUX DE LA MORTALITÉ			
						ENFANTS non soumis à la loi.		ENFANTS soumis à la loi	
		Non reconnus	Reconnus	Non admis aux secours	Admis aux secours	Élevés par leur mère	Élevés par leurs grands parents ou par des étrangers	Élevés par leur mère	Élevés par leurs grands parents ou par des étrangers
1884	1.059	440	619	376	243	45 %	60 %	29 %	32 %
1885	1.100	486	614	312	302	48	57	27	33
1886	1.168	475	693	393	300	49	61	26	32
1887	1.041	434	607	337	270	47	62	24	30
1888	1.075	481	594	253	341	48	63	23	27
1889	1.063	458	605	192	413	49	62	22	25
1890	1.060	466	594	194	400	50	64	20	24
1891	998	424	574	278	296	51	63	18	20
1892	1.050	669	381	107	274	52	64	17	19
1893	1.080	704	376	77	299	55	66	15	17
1894	1.017	635	382	120	262	54	63	14	16
Moyenne annuelle	1.064	515	549	239	310	49 %	62 %	21 %	23 %

Nous avons précédemment vu que le taux de la mortalité sur l'ensemble des enfants protégés était dans la première année de 17,83 et que la différence entre les enfants naturels et les légitimes soumis à la loi s'élevait à 6 0/0. Mais, si l'on compare les enfants

naturels protégés à ceux qui ne le sont pas, on est effrayé de l'écart qui sépare les deux catégories : près de 40 0/0 dans la mortalité.

Nous sommes, en conséquence, fondé à affirmer que si l'on rencontre encore de nos jours des faiseuses d'anges, ce n'est plus que chez les grands-parents d'enfants naturels qui emploient tous les moyens possibles pour se débarrasser du témoin vivant de la faute de leur fille.

En matière générale, pour quel motif la loi Roussel n'a-t-elle pas donné jusqu'à ce jour les résultats qu'en attendait son éminent promoteur? C'est parce que les formalités administratives en occupent la plus grande place. Mais, comme circonstance atténuante, il ne faut pas oublier qu'en 1874, nous en étions à reconstituer nos forces de tout genre; que la centralisation s'imposait et par suite que les formalités si nombreuses de la loi du 23 décembre étaient de rigueur.

Nous en trouverions la preuve dans l'ardeur qui se manifesta les premiers temps de son application. Tout le monde voulut en être le collaborateur; médecins, maires, curés, dames patronnesses demandèrent, à cor et à cri, d'occuper le premier rang. Toutefois lorsqu'on connut les détails apportés par le décret d'administration publique du 27 février 1877 et notamment les charges qu'il imposait aux divers rouages de l'instruction, il y eut beaucoup de désillusions et partant, un grand nombre de défections.

Le maire se plaignit d'avoir à tenir une comptabilité ardue et compliquée. Le médecin, de sacrifier un temps précieux pour ses malades, à la rédaction d'avis, de rapports, de statistiques. Le juge de paix, d'être obligé de vérifier l'exactitude et la régularité de registres ne portant que des déclarations diffuses et contradictoires, La Commission locale manifesta la crainte qu'en visitant les habitants de la commune chargés de nourrissons, elle ne s'en fît des ennemis lorsqu'elle aurait à sévir contre eux. Le Comité départemental se découragea en ne donnant que des avis platoniques sur la marche d'un service qu'il ne pouvait contrôler que d'après des rapports tout aussi platoniques; enfin, l'Inspecteur départemental, investi de l'unique classement des paperasses ne mentionnant généralement aucune indication utile pour la protection des enfants, se contenta d'émettre, dans son rapport annuel, des vœux pour la réforme et l'amélioration des fonctions dont il était chargé.

L'exposé suivant donnera au Congrès une idée succincte des modifications que nous n'avons cessé de réclamer depuis six ans.

Nous avons pensé, tout d'abord, qu'en instituant au chef-lieu de canton une Commission dite de la protection de l'enfance; en cen-

tralisant le service d'inscription des enfants protégés à l'Inspection départementale nous pourrons abolir le plus grand nombre d'imprimés et de registres des communes, ce qui aura l'avantage de simplifier radicalement les écritures des maires et de mettre fin, d'autre part, à cette insipide, fastidieuse et inutile vérification des registres par le juge de paix, dans son cabinet.

L'action du maire sera réduite à la délivrance, à la nourrice, du certificat de bonne vie et mœurs, et à informer l'Inspecteur départemental du placement des enfants de sa commune dans une autre commune, ou même chez une nourrice de sa localité, n'habitant pas dans la maison des père et mère de son nourrisson; enfin, à donner au médecin-inspecteur et à l'inspecteur départemental avis des mutations de l'enfant placé dans sa commune. La Commission cantonale, composée du juge de paix, du percepteur, de tous les médecins-inspecteurs du canton et d'un délégué par commune, se réunira chaque trimestre et plus souvent, selon les nécessités du moment; recueillera les avis et propositions des membres et dressera le procès-verbal de la séance, qui sera envoyé dans la huitaine à la Préfecture. Elle fournira, enfin, un rapport général annuel semblable à celui qu'envoient actuellement les maires à la fin de l'année.

Le délégué de chaque commune, choisi parmi les personnes s'intéressant aux questions d'économie sociale, surveillera les nourrices et informera la Commission cantonale de tout ce qui lui paraîtra intéresser le service.

L'institution de cette Commission, qui nous a été suggérée par les excellents résultats obtenus dans l'enseignement primaire par les délégations cantonales, pourra être le début de la décentralisation qui est à l'ordre du jour, en faisant du canton le centre de toutes les améliorations futures dans l'hygiène, l'assistance, la prévoyance et la mutualité. La commune est, en effet, trop petite, dénuée assez souvent de ressources suffisantes, et la ville est généralement éloignée. Le délégué investi de cette mission, qui constitue un véritable apostolat social, usera de son influence pour rappeler à la nourrice les devoirs qui lui incombent. Il lui apprendra à mettre en pratique l'hygiène rationnelle, et il s'appliquera à dissiper ses préjugés. Ajoutons que, même par l'exercice de ce patronage, le délégué s'initiera à l'art si délicat de l'élevage infantile qu'il aura le moyen d'étudier sur place, de connaître en un mot les besoins de l'enfant et s'en faire l'interprète auprès de la Commission cantonale; ce qui établira, en même temps, un lien durable de confiance réciproque entre la nourrice et le médecin-inspecteur.

Cette méthode, que j'ai exposée longuement en 1890 à la Société

internationale pour l'étude des questions d'assistance, et qui a été le point de départ du mouvement fait depuis au sujet des modifications à apporter à la loi Roussel; en 1891, 1892, 1893 et 1894 au Congrès des Sociétés savantes, en 1894 au Congrès national d'assistance de Lyon et à l'Association pour l'avancement des sciences, se résume en trois mots : économie, surveillance effective, sanction de la loi.

Économie résultant de la suppression du plus grand nombre de registres et imprimés.

Surveillance effective, attendu que le médecin-inspecteur, ce *principal rouage du service,* sera tenu au courant du placement et des mutations de l'enfant, ce qui ne se fait pas toujours aujourd'hui à cause de la négligence ou plutôt de l'indifférence des maires.

Sanction de la loi, puisque le juge de paix, président de la Commission cantonale, avisé constamment de la situation des mauvaises nourrices, pourra les déférer en toute connaissance de cause aux rigueurs du Parquet lorsque les conseils et avis du délégué cantonal n'auront pas abouti.

En conséquence, tant en vue de populariser la loi Roussel que de diminuer les écritures du maire, du médecin-inspecteur et de l'inspecteur départemental, nous émettons les vœux suivants :

1° *Modifications à la loi.* — Qu'à l'article 1er de la loi du 23 décembre 1874, le terme *« hors du domicile des père et mère »* soit substitué à celui de « hors du domicile de ses parents »; que l'expression « moyennant salaire » soit supprimée à l'article 1er, et que la Commission locale soit remplacée par la Commission cantonale; que la modification suivante soit apportée à l'article 6 : Est soumise à la surveillance instituée par la présente loi toute personne, qui n'étant ni le père, ni la mère légitime, ni la mère naturelle d'un enfant reconnu, élève un nourrisson, un ou plusieurs enfants en sevrage ou en garde.

Qu'à l'article 15 il soit ajouté le paragraphe suivant : Tout déclarant (père et mère ou ayant droit) d'un enfant à placer en nourrice, s'engage, en ce qui concerne le paiement du salaire à la nourrice, à reconnaître la juridiction du juge de paix de son canton, lorsqu'il sera avisé par son collègue du canton habité par la nourrice du défaut de paiement. En cas de non-solvabilité des parents, la nourrice devra remettre l'enfant à l'hospice dépositoire le plus rapproché de sa résidence.

2° *Modifications au règlement d'administration publique.* — Rendre les parents responsables des déclarations du placement de leur enfant, et qu'en vue de donner à la loi Roussel la plus grande popularité possible, un livret ou plaquette contenant les principaux articles de la loi, ainsi que les règles hygiéniques de l'élevage de l'enfant du premier âge rédigées par l'Académie de Médecine, soit délivré à tout déclarant de cas de naissance à la mairie de sa résidence.

b) Qu'aucun enfant ne soit envoyé en nourrice sans la visite préalable et le certificat du médecin autorisant le transport.

c) Que nulle nourrice ne soit acceptée tant par la famille que par le bureau de placement, si elle ne produit les certificats du médecin-inspecteur de sa circonscription et du maire de sa commune, visés l'un et l'autre par le juge de paix du canton.

d) Les certificats de la nourrice, sevreuse ou gardeuse, le certificat de visite et d'autorisation de transport, et l'engagement de payer les mois de nourrice, seront remis par le déclarant du placement au maire ou au secrétaire du maire de sa résidence habituelle, qui les adressera le même jour avec l'extrait de naissance de l'enfant, à l'inspecteur du service des Enfants assistés du département habité par la nourrice. Cette mesure s'applique à toutes les mairies de France.

e) Dès la réception de ces documents, l'inspecteur départemental les inscrira sur le registre de la Protection ainsi que sur un carnet, qu'il enverra d'urgence au maire de la commune domicile de la nourrice, lequel, après l'avoir complété par la désignation des pièces de la layette, le remettra à la nourrice.

L'inspecteur départemental donnera, le même jour, connaissance du placement au médecin-inspecteur. Le carnet de la nourrice, outre la mention des certificats du maire et du médecin-inspecteur, de l'extrait de naissance de l'enfant, des conditions de placement, de la désignation des pièces de la layette, devra contenir les bulletins de visite à détacher par le médecin-inspecteur, ainsi que les principaux articles de la loi, et le résumé des règles hygiéniques recommandées par l'Académie de Médecine suivra l'enfant dans tous ses déplacements, mais dans le département seulement.

f) La nourrice correspondra avec le médecin-inspecteur en ce qui concerne les soins et traitement de son nourrisson. Elle informera le maire des diverses mutations de l'enfant, retrait, changement de domicile, décès. L'inhumation ne pourra avoir lieu qu'après que le maire aura reçu le certificat du médecin-inspecteur.

Le magistrat municipal s'empressera de donner connaissance des dites mutations au médecin-inspecteur et à l'inspecteur départemental.

Enfin, lorsque l'enfant ne sera plus en sa possession, la nourrice devra remettre son carnet au maire de sa résidence, qui le renverra d'urgence à l'inspecteur départemental.

g) L'inspecteur départemental tiendra à jour les registres de la Protection et classera les fiches individuelles représentées par les avis de placement. Il recevra les certificats des maires et des médecins-inspecteurs concernant les nourrices, en échange desquels il délivrera les carnets. Il correspondra directement avec les maires, médecins-inspecteurs et Commissions cantonales. Il établira les mémoires d'honoraires sur le vu des bulletins de visite et il s'assurera, dans ses tournées, de la situation des enfants et des nourrices. Chaque année, il adressera un rapport d'ensemble sur le service au préfet, qui le communiquera au Comité départemental de la Protection, au Conseil général et au ministre de l'intérieur. La statistique de mortalité sera établie de la même manière dans tous les départements, par catégorie d'âge, et le nombre des journées passées dans le service.

h) Le médecin-inspecteur classera les avis de placement, qui lui tiendront lieu de fiches individuelles, fera aux enfants le nombre de visites réglementaires, dont il enverra les bulletins de visite à la Préfecture dans le courant du mois. Le bulletin de visite lui servira de pièce de comptabilité. Il devra

s'entendre préalablement avec les familles quant au paiement des frais de maladie. Le certificat d'aptitude sera délivré par lui au logement même de la nourrice et lui sera payé comme visite réglementaire.

i) Une Commission de protection du premier âge, composée du juge de paix, président; du percepteur, des médecins-inspecteurs et d'un délégué par commune, sera instituée dans chaque chef-lieu de canton. Elle se réunira tous les trimestres et plus souvent, s'il est nécessaire. Le procès-verbal sera adressé au préfet dans les huit jours suivants. Le délégué de chaque commune fournira à la Commission tous les renseignements concernant les enfants placés en nourrice, en sevrage et en garde. La Commission cantonale fournira à la fin de l'année un rapport général sur le service en même temps que des propositions de récompenses en faveur des nourrices et des secrétaires de mairie. Elle sera autorisée à convoquer en sa présence toute nourrice délinquante qui lui sera dénoncée par un délégué.

j) Les registres et imprimés seront, par suite, réduits au nombre de neuf :

1° Certificat du médecin-inspecteur;

2° Certificat du maire;

3° Carnet de la nourrice délivré par l'inspecteur départemental;

4° Avis de placement à l'inspecteur départemental par tout maire du département ou de département étranger de tout enfant non élevé par ses père et mère;

5° Avis de placement donné par l'inspecteur départemental au maire de la commune résidence de la nourrice et au médecin-inspecteur de la circonscription;

6° Avis de mutations survenues dans la situation des enfants protégés fourni par le maire de la commune à l'inspecteur départemental et au médecin-inspecteur;

7° Registre de l'inspecteur départemental;

8° Registre des procès-verbaux de la Commission cantonale de Protection;

9° Rapport annuel de la Commission cantonale.

M. D.-A. CASALONGA

Ingénieur civil, à Paris.

DE LA LÉGITIMITÉ ET DE L'UTILITÉ DES BREVETS D'INVENTION

[347.771]

— *Séance du 6 août 1895* —

Le *Bulletin* n° 72 de l'Association montre comment est née la question qui vient à l'ordre du jour. Le rapport sommaire qui en a été fait peut suffire à ouvrir une discussion pour laquelle quelques-uns d'entre vous ont pu déjà se préparer.

Permettez-moi, pour faciliter cette discussion même, d'élargir un peu le cadre de ce rapport et d'y introduire quelques nouvelles considérations en vue de mieux préciser et éclaircir le sujet.

L'invention est vieille comme l'homme; les civilisations antiques nous ont livré les noms de dieux et de demi-dieux qui n'avaient été autre chose que de grands inventeurs. Il y avait même des déesses! Les annales de ces temps-là ne nous ont pas appris qu'il existât un titre de propriété industrielle sous le nom de brevet d'invention ou autre.

C'est sans doute pour cela que certains esprits, d'ailleurs fort cultivés, ont cru devoir nier que l'invention fût une propriété de droit naturel ancien, assimilable à la propriété foncière ou mobilière, dévolue à l'humanité par droit de conquête et d'occupation, et qu'ils ont cru devoir, par voie de conséquence, nier aussi la légitimité du titre moderne qui, sous le nom de *brevet d'invention* consacre cette prétendue propriété.

Ils se sont d'autant plus affermis dans cette opinion que les Romains, qui ont eu un esprit juridique si développé, et nous ont laissé un code si complet des droits de l'homme, n'ont ni connu ni sanctionné ce genre particulier de propriété, laquelle procède uniquement de l'intelligence.

Sur cette thèse doctrinale est venue se greffer la thèse des intérêts dite aussi, à tort ou à raison, la thèse de la *liberté du travail,* de la *liberté de l'industrie,* et d'après laquelle il ne serait rien dû, par la société, à l'auteur d'une invention ou d'une découverte.

Il n'y aurait pas, d'après cela, dans une invention, de propriété naturelle, de droit préexistant; son auteur serait obligé, pour l'exploiter, de la livrer au corps social; dès lors sa propriété intime, la seule qu'il pût posséder, lui échappe, et la société mise en possession de l'invention, laquelle, d'ailleurs, lui fût venue tôt ou tard par un autre inventeur, n'est tenue à rien. Elle peut, par reconnaissance, mais selon son bon plaisir, attribuer une *récompense* à l'inventeur méritant qui lui a apporté une innovation.

Telle est la double thèse, de droit et d'intérêt, que soutiennent parfois les adversaires de l'invention et du brevet d'invention, au nom de la liberté du travail, au nom même des principes démocratiques, et dans l'intérêt de l'industrie.

D'autres philosophes, d'autres juristes, ont pensé différemment. De ce que l'ombrageux Vulcain ne réclama pas, auprès de Jupiter, des droits de priorité pour le piège où Vénus fut prise dans les bras du dieu de la guerre; de ce que le prudent Ulysse ne semble pas avoir voulu garder le privilège exclusif des ingéniosités que nous révèle le

divin Homère; de ce que les Romains eux-mêmes n'ont pas reconnu la propriété industrielle, il ne s'ensuit pas que cette propriété fût inexistante alors et le soit encore aujourd'hui.

Ne sait-on pas combien le travail manuel était peu estimé des anciens? C'est au point que, parmi les Grecs, on peut se demander si Archimède osa vraiment faire quelque chose de ses propres mains. Quant aux Romains, il nous suffit de leurs lois agraires, de leurs esclaves, pour constater que la notion de la propriété intellectuelle de l'homme leur échappa ou ne se présenta à leur esprit que d'une manière confuse.

Le secret de fabrique règne en maître dans le monde ancien, et plus ou moins asservi, des travailleurs, lequel constituait l'industrie de l'époque. C'est seulement vers 1623 que Jacques Ier, en Angleterre, se rend compte, moins de la légitimité du droit des inventeurs, que de l'utilité d'assurer ce droit.

Les effets de cette protection ne se font pas attendre en Angleterre, où les progrès deviennent rapides. Les États-Unis, la France suivent bientôt le mouvement. Le droit de l'inventeur est enfin reconnu d'une manière éclatante. L'Assemblée nationale française le proclame d'enthousiasme le 31 décembre 1791 à la suite d'un remarquable rapport de M. de Boufflers : « Toute découverte ou nouvelle invention, dans tous les genres d'industrie, est, dit-elle dans l'article 1er de la loi qui fut alors préparée, la *propriété* de son auteur; en conséquence, la loi lui en garantit la pleine et entière jouissance, suivant le mode et le temps qui seront ci-après déterminés. » Mirabeau s'écrie que « les découvertes de l'industrie et des arts étaient une propriété avant que l'Assemblée nationale l'eût déclaré ».

La loi de 1791 sur les brevets d'invention laissait cependant à désirer sur plus d'un point. Elle fut revisée en 1844, à la suite de travaux parlementaires considérables auxquels prirent part les illustrations de l'époque, Philippe Dupin, Arago, Gay-Lussac. Le législateur fut alors plus réservé que celui de 1791 au sujet du *droit* de *propriété* de l'invention. Effrayé par les idées de quelques juristes qui prétendaient déduire du droit de propriété de l'invention, la *perpétuité* de cette propriété, le législateur de 1844 a évité de se prononcer sur la question de principe et s'est placé exclusivement sur le terrain pratique.

C'est avec cet esprit de réserve que la nouvelle loi fut édifiée, améliorant sur plus d'un point celle de 1791, mais conservant encore, en plus d'un endroit, quelques restes de l'esprit hostile des adversaires du brevet.

Peu après, grâce au développement de l'industrie, la lutte des

intérêts devint plus vive. En entrant dans la période du libre échange, certains économistes trouvèrent que le brevet d'invention était une barrière contre la liberté du travail; ils confondaient ainsi la protection du droit avec la protection des intérêts. Par sa grande autorité, Michel Chevalier fut celui qui troubla le plus profondément les esprits. Une réaction profonde se produisit contre les brevets d'invention; l'œuvre si péniblement et si tardivement édifiée parut menacée. La Prusse, à la veille de modifier la législation si dure qu'elle avait sur les brevets d'invention, législation qui n'était jusque-là, à proprement parler, qu'un leurre éhonté, s'arrêta net. L'avis des Chambres de commerce, tant en France qu'à l'étranger, se manifesta d'une manière presque partout hostile. Il semblait à l'industrie, aussi ingrate qu'aveugle, que l'inventeur, loin d'être la cause de sa prospérité, fût celle de sa ruine.

Tout fut sauvé alors que tout paraissait perdu. Les esprits se reprirent et, chose étrange, ce fut l'industrie elle-même, comme par un retour de sa propre conscience, qui sauva l'invention et les inventeurs.

Les Expositions internationales, après avoir égaré un instant l'opinion par la multiplicité de leurs produits, de leurs procédés similaires, donnèrent lieu à des Congrès, à des études sur place, par les hommes les plus autorisés : juristes, industriels, ingénieurs.

Le Congrès de la propriété industrielle, qui eut lieu à Vienne en 1873, mit en mouvement de très hautes compétences et fit faire un grand pas à la question. Mais ce fut surtout le Congrès de 1878 à Paris, présidé tour à tour par le ministre M. Teisserenc de Bort et par J. Bozérian, succédant au regretté Renouard, qui porta au plus haut point l'étude de la propriété industrielle, étude de laquelle sortit la Convention internationale du 20 mars 1883, qui existe aujourd'hui entre certains États. Il faut lire les travaux de ces solennelles assises où les princes de la science juridique, assistés par les autorités de l'industrie, se firent entendre.

La propriété industrielle y fut reconnue, reconnu aussi fut le droit de l'inventeur, sans que pour cela il fût trouvé sinon juste, au moins utile de lui accorder la perpétuité. L'examen préalable y fut combattu avec autant d'énergie que de talent et de succès, notamment par l'éminent bâtonnier actuel des avocats du barreau de Paris, Me Pouillet, appuyé par Barrault, Droz, M. Lyon-Caen. Le Congrès de 1889 affermit les décisions du Congrès de 1878 et supprima même l'avis officieux que ce Congrès avait concédé aux membres étrangers par esprit de conciliation; la cause de l'inventeur semble donc aujourd'hui définitivement gagnée.

Elle ne l'est cependant qu'à demi; repoussés de toutes parts, les adversaires du brevet sont parvenus à rentrer, par un chemin détourné, dans la place. Presque toutes les nations civilisées ont fait ou refait des lois sur les brevets d'invention; n'ayant pu les empêcher, les adversaires de ces lois ont cherché à les surcharger plus ou moins d'exceptions, de restrictions, de menaces, comme si, pour eux, l'invention était un présent funeste et l'inventeur un ennemi.

Or, rien n'est moins exact. L'invention est un bienfait; l'inventeur n'est pas l'ennemi de l'industrie dont il ne peut restreindre nullement le domaine, qu'il agrandit plutôt. Il n'y a pas dualité entre l'inventeur et l'industrie. Celle-ci invente tout autant que celui-là avec lequel elle se confond. La suppression du brevet ferait renaître le secret de fabrique et serait aussi injuste que funeste; sous prétexte de supprimer une prétendue entrave à la liberté du travail, c'est la liberté et le droit de l'inventeur, que celui-ci soit industriel ou non, qui seraient atteints au grand détriment de l'industrie elle-même et du consommateur.

Lorsqu'on se sera bien pénétré de la légitimité de l'invention, du besoin impérieux que l'industrie en a pour résister à la concurrence et favoriser l'exportation, on reconnaîtra que loin de restreindre cette faculté créatrice, il faut, au contraire, la développer, la fomenter par tous les moyens possibles en protégeant l'invention par des lois libérales et efficaces.

On effacera de ces lois les articles restrictifs qui font naître les interprétations douteuses et sont le sujet de tant de discussions; on laissera l'invention naître avec toute la liberté dont elle a besoin; on accordera à l'inventeur, sur la jouissance de son œuvre, un droit temporaire, mais assez long; on ne lui garantira rien, si ce n'est purement et simplement l'authenticité de sa déclaration.

Sa récompense, que nul ne saurait apprécier à l'avance, ne sera autre que celle qui lui viendra de sa propre invention. Tant mieux pour lui et pour le progrès humain, si elle est bonne. Tant pis si elle est mauvaise. Il sera payé de ses peines juste suivant l'importance du service rendu, et nul autre système de récompense ne saurait être adopté qui ne donnât trop ou pas assez.

Aujourd'hui presque tous les pays civilisés ont établi des lois sur les brevets d'invention; mais combien la lettre et l'esprit de ces lois varie d'un pays à l'autre! On a senti la nécessité de se mettre d'accord au moins sur certains principes; mais l'œuvre est difficile à réaliser. Il faut, dans chaque pays, compter avec les mœurs, les intérêts, l'état de l'industrie, l'ensemble des autres lois. Ce sont ces difficultés qui retardent l'assise définitive d'un brevet d'invention

ou certificat de libre déclaration, accordant à l'inventeur les facilités voulues et un délai de jouissance suffisant.

Une convention internationale de la propriété industrielle, sortie des travaux du Congrès de Paris en 1878, lie entre elles, depuis le 20 mars 1883, un certain nombre de nations; un de ses principaux avantages, surtout pour les inventeurs étrangers, est d'assurer, au premier breveté, un privilège de six à sept mois sur tout autre demandeur. Cette tentative, due en grande partie à l'initiative généreuse de la France, qui, vu sa législation sur les brevets d'invention, en a fait les plus grands frais, marque un progrès dans la voie de l'unification des lois sur la propriété industrielle; soumise depuis à deux conférences internationales, l'une à Rome, l'autre à Madrid, cette convention a accusé déjà de notables divergences entre les représentants des divers pays; et cela parce que chacun se place, non pas au point de vue strict de la justice, mais à celui des intérêts du pays que l'on est chargé de défendre, et que chacun croit devoir défendre à sa manière.

Le fait que certains pays comme la France, la Belgique, l'Angleterre, l'Espagne, l'Italie accordent les brevets demandés sans presque leur faire subir aucun examen préalable, et que d'autres, tels que l'Autriche, même la Suisse, et surtout l'Allemagne, la Russie (1), la Suède, la Norwège, le Danemark, les États-Unis font subir aux demandes un examen préalable rigoureux, est déjà un premier motif du défaut d'entente qui existe.

L'Autriche, la Russie, l'Allemagne se sont tenues jusqu'ici en dehors de la Convention.

Pendant que dans certains pays l'inventeur jouit de la plus grande liberté, ailleurs il est soumis à toutes sortes de tracasseries. Non seulement il paiera ici l'annuité, avant que la date d'échéance ait passé, sinon son brevet sera irrémissiblement déchu, mais il devra encore, dans un délai déterminé, avoir exploité son invention et se garder de l'introduire de l'étranger. Encore ne s'agit-il ici que des menaces qui pèsent sur le brevet délivré; mais ailleurs, avant la délivrance, on examinera d'abord les pièces au point de vue de la régularité; il faudra qu'il y ait assez de figures, mais sans excès, tracées à une échelle convenable sur dessin à format réduit. La description devra être courte, claire et précise; elle devra se rapporter à *une seule* invention.

Si l'inventeur a pu, du premier coup, ou après avoir remanié les pièces de sa demande, franchir cette première étape, alors vient

(1) Une nouvelle loi est appliquée en Russie depuis le 1er juillet 1896.

l'examen au point de vue, non pas seulement de la *nouveauté*, mais de l'*unité* et de l'*importance* de l'invention.

Étant donné le stock immense d'inventions que possède aujourd'hui le domaine public, il est très facile à des examinateurs, disposant de bibliothèques spéciales bien complètes, d'opposer au demandeur, au point de vue de la nouveauté, plusieurs patentes antérieures à l'invention soumise et plus ou moins semblables entre elles.

L'inventeur, obligé d'étudier ces patentes, de faire ressortir leurs différences respectives d'avec ce qui fait l'objet de sa demande, fournit un mémoire justificatif, quelquefois pris en considération, mais souvent repoussé de nouveau par de nouvelles patentes antérieures ou par de nouveaux arguments.

Au nombre de ces arguments se trouve souvent celui-ci : « que la partie neuve qui reste dans la demande n'est pas assez *importante* pour constituer une invention, » ou bien que le « premier praticien venu *aurait pu réaliser* cette partie de l'invention ».

L'inventeur renonce à la lutte ou persiste ; et quelquefois il obtient sa patente, mais presque toujours combien modifiée et réduite ! Améliorée ! répondent les mandarins de l'examen préalable ! mais sans pouvoir convaincre l'inventeur qui préfère l'examen d'un autre juge, la pratique, qui, elle, lui montre, au bout d'un an ou deux, que ce qu'il a de mieux à faire, c'est de renoncer de lui-même à son invention.

C'est ainsi que se fait de lui-même le meilleur des examens. Sur 100 brevets demandés en France ou en Belgique, 57 0/0 sont abandonnés dès la première année ; 33 0/0 le sont dès la seconde ; si bien qu'au bout de peu d'années il reste à peine 10 à 5 0/0 de brevets en vigueur, dont quelques-uns peuvent donner lieu à contrefaçon ; et alors, comme il s'agit d'inventions en exploitation, de valeur réelle, si une action s'engage, on peut lui consacrer les moyens les plus larges d'examen afin de rendre bonne justice à qui de droit.

Certains esprits, d'ailleurs fort distingués, pensent que l'examen préalable est utile aux inventeurs en ce qu'il leur évite des procès pour l'avenir. C'est une grave erreur. Dans ce système, que l'on ne saurait assez combattre, chaque demande constitue un véritable *procès préalable*, et il y a cela de particulier que ce premier procès, plus ou moins important, n'empêche pas d'autres procès de naître par la suite, car l'examen préalable n'a pas pour effet de garantir en quoi que ce soit la valeur du brevet accordé, si bien examiné qu'il ait pu l'être.

En Allemagne, la loi nouvelle accorde une telle garantie, mais seulement après cinq ans d'existence tranquille, et alors que le montant des annuités, qui croît de 62 fr. 50 par an, prend une importance telle que peu d'inventions peuvent la soutenir.

On voit, et cela ne décourage pas cependant l'honorable M. Jules Martin, combien l'inventeur est injustement maltraité par certaines législations, alors que l'on devrait user à son égard de la plus grande bienveillance, l'invention étant, suivant la juste expression de M. L. Vauthier, une *utilité sociale*.

Favoriser l'enregistrement de l'invention au moyen d'une première taxe modérée, et cela suivant des formalités précises, mais sans aucun examen au point de vue de la nouveauté ou de l'importance de l'invention; accorder un délai pour son premier perfectionnement moyennant une autre taxe et en n'examinant la demande complétée qu'au point de vue de la complexité, en avisant l'inventeur si la complexité existe de manière à lui laisser la possibilité de la supprimer sans qu'il perde la date de sa demande; réserver toujours l'invention au véritable inventeur ou ayant droit; faire croître annuellement, d'une faible quantité, la taxe de l'annuité; accorder terme et délai, moyennant amende, pour payer une annuité en retard; prolonger jusqu'à vingt-cinq ou trente ans la durée du brevet; donner la plus grande extension possible à l'*unité* de l'invention, de manière à pouvoir comprendre, dans le même brevet, tous les perfectionnements qui se rapportent à *un même objet déterminé*; accorder la faculté des certificats d'additions avec rattachement de tous les perfectionnements qui se rapportent au même objet déterminé; accorder la brevetabilité à tous les produits, même à ceux dits «pharmaceutiques»; supprimer l'obligation d'exploiter, la défense d'introduire, l'obligation de céder des licences; créer des tribunaux de conciliation; accepter l'indépendance du brevet d'origine d'avec les divers brevets étrangers; joindre aux juges ordinaires, composant les chambres spéciales appelées à connaître de ces sortes de contestations, des juges auxiliaires *techniques*, pouvant donner une bonne direction à l'expertise et contribuer à la mieux faire comprendre et apprécier par les juges ordinaires :

Tel devrait être le fond, tout de justice et de liberté, d'une bonne loi internationale sur les brevets d'invention. Tel aussi il devrait être pour une loi française à laquelle on pourrait peut-être ajouter un chapitre *transitoire* ayant pour objet d'appliquer aux inventeurs des pays étrangers le même traitement que ces pays appliquent chez eux-mêmes. Cela obligerait à appliquer transitoirement en France un examen dont les demandeurs étrangers feraient les frais en même temps que le juge serait appelé à connaître le droit international sur la matière. Mais il n'y a pas là de véritable difficulté, et il y aurait beaucoup à espérer d'arriver par ce moyen à une unification internationale, désirable, de la loi sur les brevets d'invention.

M. A. DE MALARCE

Secrétaire perpétuel de la Société des Institutions de Prévoyance de France,
Membre du Conseil supérieur de Statistique, à Paris.

LES FEMMES DANS LES INSTITUTIONS DE PRÉVOYANCE [332.2]

— *Séance du 6 août 1895* —

A côté de l'agitation qui s'est produite depuis quelques années pour réclamer ce qu'on a nommé les *droits de la femme*, certaines améliorations de la condition de la femme se sont réalisées par les lois, les institutions ou les mœurs, sans grand bruit, mais d'une manière efficace pour l'élévation morale et matérielle des femmes.

Ainsi 1° l'admission plus large des femmes dans les sociétés de secours mutuels; 2° l'éducation économique et morale des femmes par les caisses d'épargne scolaires des jeunes filles; 3° la faculté accordée par la loi du 9 avril 1881 aux femmes mariées de verser et de retirer librement leurs épargnes dans les caisses d'épargne.

Dans les sociétés de secours mutuels, il y a vingt ans, on n'admettait pas volontiers les femmes; on disait et l'on croyait qu'elles étaient trop souvent malades et grevaient lourdement le budget d'une société mutuelle.

Sur ce, M. de Malarce invita, en 1876, divers membres du Congrès universel des institutions de prévoyance à faire dans leurs pays respectifs des relevés statistiques sur la *morbosité* des femmes affiliées dans les sociétés mutuelles. M. le Dr Fano, de Milan (aujourd'hui sénateur); M. Chadenet, alors directeur des sociétés mutuelles au ministère de l'intérieur en France; et d'autres, en Angleterre, en Allemagne, firent ces statistiques qui furent présentées à la 1re session du Congrès scientifique universel des Institutions de prévoyance; d'où résulta cette observation générale que si les femmes sont plus souvent malades que les hommes, elles ont des maladies plus courtes, qui sont le plus souvent des indispositions, d'où ce fait qu'en moyenne le nombre des journées de maladie pour les hommes serait de 24 par an; pour les femmes, 19 seulement. Et depuis lors, les femmes ont été plus largement admises dans les sociétés mutuelles; mais il convient qu'elles soient admises en assez grand nombre, autrement

celles qui viennent d'abord sont des maladives, que leur état souffrant pousse aux sociétés mutuelles. Et pour avoir la moyenne des grands nombres, il faut que les saines compensent les maladives.

Les filles ont paru encore plus intéressantes que les garçons à former aux habitudes de bon ménage, de prévoyance par l'exercice scolaire des caisses d'épargne scolaires. Ce sont les femmes qui soutiennent ou ruinent une maison; et cela est vrai, surtout dans les classes laborieuses, dans les ménages d'ouvriers et de paysans. Et c'est pourquoi la caisse d'épargne scolaire a été dite et prouvée encore plus utile pour les écoles de filles que pour les écoles de garçons. (Vœu de la Société des Agriculteurs de France en 1877 et 1879.)

La loi du 9 avril 1881, sur les rapports de M. de Malarce, a autorisé la femme mariée à opérer aux caisses d'épargne sans l'autorisation du mari. Cette disposition légale existait en Autriche et en Italie (Lombardie) depuis 1844. Elle est aujourd'hui inscrite dans presque toutes les législations d'Europe et d'Amérique. Seulement, en pratique, elle a été en France illusoire, faute d'une mesure administrative qui montre une fois de plus que dans les institutions financières populaires le succès dépend du mécanisme de précision, à cause du nombre infini d'opérations faites par des millions de clients.

La constatation de l'identité, lors des remboursements, est actuellement difficile, impossible même, pour les femmes mariées; la confrontation des signatures est une épreuve très douteuse; la production de papiers de famille, de lettres, est difficile pour une femme du peuple; et l'attestation de témoins viole le secret où veut se renfermer la femme mariée.

M. de Malarce indique comme moyen d'identification le mot de passe *(pass-word)* qu'il a vu à l'œuvre, en plein succès, en Écosse, qu'il a fait adopter dans quelques pays, notamment en Autriche, dans la loi organique des caisses d'épargne de 1882, et qu'il souhaite pour la France. Il donne l'exposé de cet ingénieux procédé.

M. G. GUERY

à Angers.

MOUVEMENT DÉMOGRAPHIQUE AGRICOLE [312.44]

— *Séance du 6 août 1895* —

La question de la population et celle de la dépopulation forment le problème économique peut-être le plus complexe et le plus étendu. Ses ramifications sont multiples, son domaine touche à presque toutes les sciences morales et s'étend même, sous différents rapports, jusqu'aux sciences naturelles.

Pour réunir tous les éléments d'appréciation nécessaires à son étude et à sa discussion, il faudrait être à la fois économiste, moraliste, jurisconsulte et médecin.

L'importance du sujet n'est plus à démontrer; l'essor constamment progressif de la démographie en est la meilleure preuve. Aussi à l'heure actuelle on a tant parlé, tant écrit, tant discuté sur la matière, que l'envisager et la traiter rapidement dans son ensemble n'offrirait rien de nouveau, ni d'intéressant à exposer.

Si l'on veut aujourd'hui présenter quelques idées inédites, quelques points de vue sortant du *déjà fait*, il est indispensable de se spécialiser dans l'étude d'une des branches nombreuses de la démographie.

Laissons donc de côté, pour cette fois, les redites surannées du malthusianisme, de ses causes et de ses soi-disant remèdes sur lesquels on n'a jamais pu se mettre d'accord; laissons de côté le problème *général* de la dépopulation et de la repopulation, et bornons-nous à examiner trois points de cet ensemble, sur lesquels je me permets d'appeler la bienveillante attention de nos collègues en même temps que je réclame leur indulgence :

I. Imperfection de la méthode actuelle dans l'étude de la dépopulation.
II. Importance démographique de la population agricole.
III. État démographique de cette partie de la population totale.

L'exposé de ces trois points n'apportera sans doute qu'une faible contribution à la solution du grand problème démographique; mais

peut-être inspirera-t-il à de plus autorisés et de plus savants, l'idée de chercher dans une nouvelle voie le moyen efficace et pratique de relever le niveau de notre effectif national.

I. — Imperfection de la méthode actuelle dans l'étude de la dépopulation.

La multiplicité des remèdes proposés pour combattre la dépopulation paraît bien indiquer les complications et les difficultés que rencontre la solution du problème.

Sans doute, le sujet est compliqué par lui-même, mais les difficultés de la solution nous paraissent aussi venir de ce que la méthode employée pour l'étude de la dépopulation est défectueuse.

En effet, la plupart des démographes étudient la dépopulation dans son ensemble, en tant que s'exerçant sur la population française en général.

Cela serait bien si la population française était une, si elle était un tout compact, *composé des mêmes éléments*. On pourrait présumer alors que la dépopulation s'exerce *uniformément* sur elle.

Mais rien n'est moins homogène que la population. Est-ce que, par exemple, les coutumes de l'aristocratie sont les mêmes que celles du peuple ? Est-ce que la constitution de la famille dans les classes élevées est la même que dans les classes ouvrières; est-ce que les mœurs et le *modus vivendi* de la population urbaine ne sont pas profondément différents de ceux de la population des champs?

Dans chacun de ces éléments de la population totale, la dépopulation ne se fait pas sentir d'une façon uniforme; elle sévit davantage sur les uns, moins chez les autres; elle a des effets divers selon la diversité des causes qui la provoquent.

Et si les causes et l'intensité du mal varient suivant les classes sociales contaminées, comment peut-on proposer d'appliquer un remède unique — et radical (?) — à un état morbide dont les origines sont dissemblables et dont les effets sont divers?

Ce qui sera bon ici, devient là inutile, peut-être nuisible en cet endroit, et un sujet aussi délicat que celui de la population, une question aussi vitale pour une race, commande dans les mesures qui la concernent[1], une grande prudence et une scrupuleuse attention.

Et alors, au lieu d'une étude d'ensemble, c'est une étude de détail qui s'impose; il faut prendre *séparément* chacun des éléments nettement distincts de la population française; voir si dans chaque

(1) Surtout les mesures de répression.

élément la décroissance *démogénique* s'est produite; si elle s'y est produite de la même façon; si chaque catégorie a vu diminuer son effectif dans une proportion identique; si cette décroissance a des causes communes ou des causes particulières à chaque classe; et alors, quelles mesures d'ensemble semblent utiles ou quels remèdes particuliers.

Cette méthode analytique, dont le cadre d'une communication ne permet de tracer que l'esquisse, va nous donner un premier résultat immédiat : grâce à elle, nous allons trouver facilement quel est, dans l'ensemble de la population totale, l'élément le plus important au point de vue démographique.

C'est la population agricole (1).

II. — Importance démographique de la population agricole.

L'importance capitale de la population agricole, pour le maintien du niveau de la natalité, n'est plus contestée.

En effet, en étudiant *séparément* la population des villes et la population des campagnes, on aboutit à ce résultat: qu'au point de vue de l'augmentation de la race, la population urbaine n'a qu'un effet insignifiant. Aujourd'hui même, cet effet est presque négatif.

En 1882, dans les villes, les naissances l'emportaient à peine sur les décès (2).

A l'heure actuelle, dans la majorité des grands centres, les décès l'emportent sur les naissances.

Si l'effectif urbain se maintient, ou même depuis deux ans élève faiblement son niveau, c'est surtout à cause de l'immigration incessante des campagnards et de l'étranger. Si les villes en étaient maintenant réduites à leur seule natalité pour accroître le nombre de leurs citadins, on risquerait fort de le voir demeurer stationnaire.

Seule, en ce moment, la population agricole est féconde; seule, elle est encore utilement prolifique. La preuve en a été clairement faite par M. Richet, qui, neuf ans après les études que je citais tout à l'heure, écrivait dans la *Réforme sociale* de 1891 un article très documenté, appuyé de chiffres éloquents, dont voici la conclusion : « La population urbaine est stationnaire; *et c'est aux campagnes qu'est dû exclusivement notre faible excédent actuel des naissances sur les décès* (3). »

(1) Pour préciser nettement ce qu'il faut entendre par « population agricole », voy. Tisserand, *Rapport sur l'enquête décennale de 1882*, p. 336 et suiv., — et Guéry, *Mouvements et dimin. de la popul. agricole*, p. 3 à 11.

(2) Voy. *Revue des Deux-Mondes*, 1882, deux articles de Ch. Richet (Statistique).

(3) Richet, *Réforme sociale*, 1er avril 1891.

On conçoit, dès lors, l'importance démographique de la population agricole, et il n'est pas exagéré d'appeler surtout sur elle l'attention des démographes et la sollicitude de nos gouvernants.

Or, à son tour, cette partie essentielle de notre effectif national est fâcheusement atteinte; elle diminue, elle aussi, et plus rapidement qu'autrefois; et, ce qui est grave, elle diminue non plus par suite d'un déplacement des agriculteurs vers la ville (1), mais par suite d'une raréfaction des naissances et d'une excessive mortalité.

Ceci nous amène, en terminant, à dire un mot de l'état démographique de la population agricole.

III. — État démographique de la population agricole.

L'effectif de nos paysans a toujours été en diminuant depuis Colbert. On le comprend; jadis, l'agriculture était à peu près la seule industrie; la très grande majorité des Français étaient des agriculteurs. A mesure du développement des industries extractives ou manufacturières, le nombre des agriculteurs devait et a effectivement diminué, les paysans étant attirés à la ville par les besoins industriels urbains.

Cette cause de diminution de la population agricole, ordinairement appelée « dépopulation des campagnes », a, au point de vue économique, de bons et de mauvais résultats; mais, au point de vue démographique, son effet n'a rien de diminutif; c'est un simple *déplacement de population.*

Vis-à-vis de la population agricole, c'est une diminution; vis-à-vis de la population totale, c'est un déplacement.

Aujourd'hui, l'effectif des campagnes diminue pour trois causes:

1° La dépopulation des campagnes, plus exactement appelée l'émigration suburbaine, que nous venons de signaler;

2° Un abaissement de la natalité;

3° Une mortalité excessive (2).

Quelle que soit la première cause, nous nous bornerons à constater ici qu'elle est impossible à empêcher, d'accord en cela avec la presque unanimité des économistes.

La seconde cause, l'abaissement de la natalité, est enveloppée d'une obscurité difficile à percer. On sait bien, sans doute, que si cet

(1) Ce qui ne porterait aucune atteinte à l'effectif total.

(2) Chacune de ces causes pourrait faire l'objet d'une communication spéciale; le développement nous entraînerait à des longueurs que ne permet pas la brièveté d'un résumé; nous renvoyons sur ce sujet à l'ouvrage : *Mouvements et diminution de la population agricole*, déjà cité.

abaissement provient d'un appauvrissement vital, il provient davantage encore d'une restriction volontaire. Mais dans quelle proportion? Sur quelle base certaine s'appuiera-t-on pour la déterminer? On ne peut que présumer, à cause de l'impossibilité de pénétrer dans le secret des familles et de soulever le voile de leur intimité.

Nous ne disons pas qu'il n'y a rien à faire; nous croyons que les moyens de combattre la stérilité calculée, dans l'incertitude où l'on se trouve, ne sont ni juridiques ni économiques; ils rentrent dans le domaine religieux ou moral, et à telle enseigne, nous nous bornerons à cette indication sans approfondir davantage.

Sur le troisième point, la mortalité, l'économiste ainsi que le législateur peuvent et doivent intervenir.

Sans entrer dans les développements que comporte un pareil sujet, nous indiquerons seulement que, dans les champs, les règles les plus élémentaires de l'hygiène et... de la propreté sont méconnues.

Si l'on obligeait seulement à la vaccination et à la revaccination, nous verrions disparaître la variole qui nous enlève chaque année 14,000 hommes, alors qu'en Allemagne, où ces mesures préventives sont obligatoires, elle a presque complètement disparu.

Parmi les réformes à apporter pour réduire à un taux normal l'excessive mortalité des campagnes, nous signalerons encore : l'application obligatoire de la loi Théophile Roussel; la suppression des mots « moyennant salaire » dans la rubrique du titre II, section 2; enfin, l'application immédiate de la loi sur l'assistance médicale gratuite dans les campagnes.

Grâce à ces réformes, on aurait de fortes présomptions de réaction et de progrès.

Il est encore une autre cause qui doit nous faire bien augurer de l'avenir. Elle n'a rien de définitif, et pourtant je l'indique au risque de sortir du sujet, car je me reprocherais de laisser le lecteur devant le tableau un peu sombre de cette communication sans l'éclairer au moins d'un rayon de soleil.

En 1893, le mouvement démographique se chiffre par un petit excédent d'environ 8,000; en 1894, la marche ascensionnelle continue et nous avons un excédent de 40,000 à peu près. Ces résultats avaient été prévus par l'éminent statisticien Turquan, et tout porte à croire que nous avons là l'heureux symptôme d'un retour vers les jours prospères et féconds d'autrefois. Puisse notre patrie voir constamment grossir le nombre toujours croissant de ses citoyens, pour la défendre, pour l'aimer et pour la maintenir au premier rang des nations civilisées.

M. Frédéric PASSY

Membre de l'Institut, à Paris.

L'IMPOT PROGRESSIF ET L'IMPOT SUR LE REVENU [336.24,

— *Séance du 8 août 1895* —

Tout a été dit sur l'impôt et depuis longtemps, et je n'ai point la prétention d'avoir rien découvert en cette matière. Mais il y a des circonstances où les vérités les plus certaines, les plus banales même, sont remises en question et ont besoin d'être remises en lumière. On s'occupe beaucoup, depuis quelques années, depuis quelques mois surtout, dans les régions où se décide le sort de ceux qui paient l'impôt, de changer toutes les règles qui avaient présidé jusqu'à ce jour à son assiette. Et l'on prend désormais pour formule, non seulement l'impôt sur le revenu, c'est-à-dire sur l'ensemble des ressources personnelles de chaque contribuable, mais l'impôt progressif sur cet ensemble de ressources.

Je considère ces idées au premier abord très spécieuses, je le reconnais, comme fausses et dangereuses; et j'ai pensé que le Congrès de l'Association française pour l'avancement des sciences offrait une occasion favorable pour appeler sur elles la critique.

Je suis, j'en demande pardon à la Section, obligé pour le faire d'une façon utile, de remonter au principe et de rappeler d'abord ce que c'est que l'impôt, à quoi il est destiné, et à quelles conditions il est légitime.

La société est un échange de services. L'homme, a-t-on dit justement, ne peut vivre seul; il lui faut à toute heure et sous mille formes le secours de ses semblables. Parmi les satisfactions dont nous avons besoin; il en est que nous pouvons nous procurer directement à nous-mêmes. L'effort qu'elles nous coûtent est le prix dont nous les payons. C'est en ce sens que Turgot a dit que nous faisons avec la nature un premier commerce.

Pour d'autres, en beaucoup plus grand nombre, nous sommes contraints de recourir à nos semblables. Nous travaillons pour eux afin qu'ils travaillent pour nous; nous leur cédons ce que nous possé-

dons en retour de ce qu'ils possèdent : service pour service ou produit pour produit. La monnaie qui est elle-même un produit, le plus échangeable et le plus marchand de tous, n'est qu'un intermédiaire qui facilite, en s'interposant entre les deux termes extrêmes de l'opération, cet incessant échange de produits et de services. Le libre débat des parties contractantes détermine les conditions auxquelles il s'accomplit.

Mais, si ce libre débat est la règle habituelle, il ne peut être la règle universelle. Il y a des services que nous ne saurions ni nous rendre directement à nous-mêmes, ni obtenir individuellement de nos semblables, ou qui, tout au moins, dans ces conditions, nous reviendraient à un prix trop onéreux.

Je puis, par exemple, monter la garde autour de ma maison ou de mon champ; mais je risquerai de n'être pas le plus fort s'ils sont attaqués par des malfaiteurs. Et lorsque j'aurai passé la nuit à veiller, je ne serai pas trop dispos pour travailler pendant le jour. Mes voisins étant dans le même cas, il nous viendra naturellement à la pensée de nous entendre pour nous relayer dans cette tâche ou de nous cotiser pour rétribuer des gardiens collectifs qui nous dispenseront de nous garder nous-mêmes.

Je puis de même arranger, plus ou moins bien, un bout de chemin devant ma porte. Mais si, à ma droite où à ma gauche, d'autres n'en ont pas fait autant, ou s'ils l'ont fait sans plan d'ensemble, sans nivellement, sans raccordement, je n'en serai guère plus avancé. Il faudra, ou que nous formions une association en nous entendant sur le travail à exécuter et sur la part à prendre par chacun dans ce travail, ou que nous organisions et rétribuions, sur un fonds commun, des corps spéciaux, chargés de la viabilité.

Ces corps spéciaux, ingénieurs, conducteurs des ponts et chaussées, gardes champêtres, police, justice et le reste, ce sont les services publics ou collectifs. Et il y en a d'autant de degrés qu'il y a de collectivités : municipaux, départementaux, provinciaux, nationaux, internationaux même. Ce fonds commun, ces cotisations au moyen desquelles sont entretenus les services collectifs, ce sont les impôts, ou, pour mieux dire, les contributions. Il n'est pas indifférent, en effet, de se servir de l'une ou de l'autre de ces expressions; et la survivance de la première n'est pas sans inconvénients et sans dangers.

L'impôt, c'est, comme le mot lui-même le dit, la charge *imposée*, le prélèvement non seulement forcé mais arbitraire, opéré par la puissance publique sur les fortunes privées. Les Romains exigeaient selon leur caprice des tributs des peuples vaincus. Les souverains

par la grâce de Dieu, à qui l'on avait enseigné que tout dans l'enceinte de leur royaume était à eux, choses et gens, prenaient ce qu'il leur convenait de prendre à leurs sujets selon leur bon plaisir, et sans en rendre compte à personne, sinon à Dieu et à leur conscience.

La contribution, c'est, le mot le dit également, la quote-part pour laquelle chacun des intéressés, en raison de son intérêt, contribue aux charges collectives, comme il participe aux avantages collectifs. C'est un sacrifice sans doute, mais justifié par un service qu'il assure; ou, comme le dit Adam Smith: la cotisation de chacun pour les frais de régie du grand domaine social, dont il est, dans une mesure, ou dans une autre, actionnaire.

C'est l'honneur des économistes et de la Constituante, inspirée en cette matière par eux, d'avoir mis dans tout leur jour ces vérités essentielles. « Il est d'une évidence certaine, écrivait Vauban, en formulant les *maximes fondamentales* de son système, que tous les sujets d'un État ont besoin de sa protection sans laquelle ils ne sauraient subsister. Il n'est pas moins certain que le chef et souverain de cet État ne peut leur donner cette protection s'ils ne lui en fournissent les moyens.

» D'où s'ensuit qu'un État ne peut se soutenir si les sujets ne le soutiennent, et que ce soutien comprend tous les besoins de l'État, auquel par conséquent, tous les sujets sont obligés de contribuer, à proportion de leurs revenus ou de leur industrie, sans qu'aucun d'eux s'en puisse raisonnablement dispenser. Tout privilège qui tend à l'exemption de cette contribution est injuste et abusif et ne peut ni ne doit prévaloir au préjudice du public. »

« Qu'est-ce donc que l'impôt, disait à son tour Turgot dans son mémoire sur la suppression des corvées royales? Est-ce une charge imposée par la force à la faiblesse?

» Cette idée serait analogue à celle d'un gouvernement fondé uniquement sur le droit de conquête. Alors le prince serait regardé comme l'ennemi commun de la société; les plus forts s'en défendraient comme ils pourraient; les plus faibles se laisseraient écraser... Les dépenses du gouvernement ayant pour objet l'intérêt de tous, tous doivent y contribuer. Et plus on jouit des avantages de la société, plus on doit se tenir honoré d'en partager les charges... Il est bien difficile de s'applaudir d'être exempt d'impôts comme gentilhomme quand on voit exécuter la marmite du paysan. »

Voilà, en face du privilège et du bon plaisir, l'affirmation de l'égalité de tous devant l'impôt, et de la proportionnalité, conséquence de cette égalité.

C'est, je le répète, la doctrine qu'adopta la Constituante et qu'elle eut soin de développer et d'expliquer dans son avis aux contribuables en substituant officiellement au mot *impôt* celui de *contribution*. Pour elle, comme pour Vauban, pour Smith ou pour Turgot, les citoyens doivent contribuer aux charges publiques, à proportion de leurs facultés; et la contribution qui leur est demandée n'est justifiée que par le service qu'elle est destinée à leur procurer.

La Constituante entendait également, et c'était à ses yeux une condition de l'égalité et de l'impartialité de la contribution, que cette contribution fût réelle et non personnelle, perçue à raison de l'intérêt du contribuable à la payer, à raison de ce qu'on pourrait appeler sa surface contributive, et non à raison de sa qualité. Il faut bien toujours que ce soit l'homme qui paye; mais c'est à l'occasion de la chose qu'il possède ou de l'acte qu'il accomplit qu'il doit payer. Le taux de la taxe exigée de lui ne doit être en aucune façon modifié par des préoccupations de faveur ou de défaveur d'un caractère quelconque.

Tels sont les principes posés par la Constituante. Ils ne sont, à vrai dire, que l'application des règles formulées par Smith, et que j'aurai suffisamment rappelées, lorsque j'aurai dit que les charges imposées aux contribuables doivent être certaines, perçues sous la forme et aux époques les moins onéreuses pour les redevables, et qu'elles ne doivent point prêter à la fraude ou contrarier, par les gênes qu'elles entraînent et les formalités qu'elles exigent, le développement de la richesse individuelle et publique.

L'impôt sur le revenu, tel que l'entendent ses partisans, pèche précisément contre ces règles. Il cesse d'être impartial; et c'est, à vrai dire, pour qu'il ne le soit point qu'on le réclame. Il suppose des mesures inquisitoriales et vexatoires. Il tend à provoquer, dans des proportions considérables, la dissimulation et la fraude. A plus forte raison en est-il ainsi de l'impôt progressif, que pour la plupart il est destiné à permettre.

Au premier abord, je l'ai dit, rien de plus spécieux, rien de plus simple même. C'est toujours, à moins d'en tarir la source, aux revenus des contribuables que l'on est obligé de s'adresser. Pourquoi, dit-on, les taxer isolément? Pourquoi, au lieu de me faire payer comme propriétaire, sous le nom d'impôt foncier, comme locataire, sous le nom de cote mobilière, comme industriel ou commerçant, sous le nom de patente, comme possesseur d'actions ou de valeurs industrielles, sous un autre nom, ne pas former un bloc de mes diverses sources de revenus, et me demander, en une seule fois, ce que l'on aura à me demander?

Pour beaucoup de raisons. D'abord, parce que, s'il n'est pas déjà

toujours facile d'apprécier exactement l'importance des diverses sortes de revenus d'un contribuable, il l'est beaucoup moins d'arriver à déterminer exactement l'ensemble des ressources ou de la fortune de ce contribuable. On n'y parviendra qu'en exigeant des déclarations souvent inexactes, soit parce qu'il voudra dissimuler la vérité, (en Allemagne et en Italie, la proportion des revenus qui échappent à l'impôt est considérable), soit parce que lui-même ne sera pas en état de l'établir avec précision. Comment, en effet, avant la fin de l'année et souvent même longtemps après, connaître le montant vrai du rendement de cette année ?

On sera dans l'obligation, pour contrôler ces déclarations qui donneront lieu à des réclamations de tout genre, de procéder à des vérifications d'un caractère inquisitorial, de violer le secret des affaires particulières, de faire produire les registres commerciaux et les relevés industriels. Et finalement, à supposer que l'on puisse arriver à des chiffres suffisamment approximatifs, on établira en quelque sorte, sous les yeux du public, le grand livre des fortunes privées. Qui ne voit quelles tentations l'on offrirait ainsi, soit aux convoitises particulières, soit aux appétits de la fiscalité ou aux passions politiques? Florence a connu l'impôt sur le revenu. L'historien Guichardin dit que c'était le bâton dont se servaient les Médicis pour assommer leurs adversaires. Si ce n'est pas, dans la pensée de ceux qui le réclament, un moyen de persécution politique, c'est tout au moins un moyen de proscription économique et une machine de guerre dirigée contre les grosses fortunes, la préface de l'impôt progressif. Et l'impôt progressif est un procédé de nivellement et d'égalisation des fortunes.

Il n'a pas eu ce résultat en Angleterre, dit-on, terre classique de l'*income-tax*. La raison en est bien simple: c'est que l'income-tax n'est pas, comme on le croit généralement, un impôt unique sur le revenu, mais une collection d'impôts différents sur diverses sources de revenus. L'income-tax se compose de cinq sortes de cédules, frappant sur des matières imposables distinctes, et, suivant l'expression employée dans son exposé des motifs par M. Peytral lui-même, ne faisant pas comparaître le contribuable devant le fisc en une seule fois pour l'ensemble de sa fortune imposable, mais l'y faisant comparaître à des heures et dans des lieux différents, par fractions pour ainsi parler.

C'est un impôt fractionné; l'impôt sur le revenu est un impôt global.

Et pourquoi, j'y reviens, veut-on faire ainsi sur chaque tête de contribuable masse de sa fortune? Pourquoi veut-on avoir, dans les

registres officiels, l'état comparatif des situations particulières? C'est pour pouvoir faire de l'impôt non plus seulement un moyen d'assurer les services publics, mais un moyen de modifier légalement la répartition naturelle des fortunes. De grands esprits ont pensé que tel était le droit et même le devoir des gouvernements. Les lois, d'après Montesquieu, doivent tendre à diminuer les grandes fortunes et à accroître les petites, de façon à ce qu'il y ait le plus grand nombre possible de fortunes moyennes.

Il faut reconnaître qu'au premier abord, cette idée est spécieuse. C'est au nom de l'égalité même que l'on attaque la proportionnalité. La plus légère charge, dit-on, pèse lourdement à un homme faible. Un poids considérable peut être porté aisément par un homme très fort. Demandez à celui dont les ressources sont restreintes cinq pour cent de son revenu, vous le gênez, vous le privez même. Demandez-en dix, vingt ou davantage à celui qui a à dépenser chaque année des centaines de mille francs, il n'en restera pas moins plus qu'à l'aise et n'en éprouvera aucune souffrance sérieuse.

Soit. Mais d'abord, quel que soit le taux de la progression adoptée, il sera nécessairement arbitraire. Car s'il est possible de dire que l'on veut charger les fortunes de plus en plus à mesure qu'elles sont plus grosses, il est impossible de trouver une raison quelconque pour adopter une progression plutôt qu'une autre.

Or, l'arbitraire en matière d'impôts, c'est la porte ouverte à tous les abus et à toutes les spoliations. On a vu, dans tel canton de la Suisse, l'impôt progressif établi uniquement pour confisquer une partie de la fortune d'un très riche habitant. Il est vrai que le but n'a point été atteint; le capitaliste visé, qui dépensait en majeure partie sa fortune sur place et faisait beaucoup de bien dans le pays, n'a rien eu de plus pressé que de le quitter, et s'est dérobé à la spoliation en disparaissant.

En second lieu, cette progression, quelle qu'elle puisse être, arrivera fatalement, plus ou moins vite, mais arrivera toujours, à un certain moment, à absorber la totalité des revenus. Et, comme on ne saurait pousser la folie jusque-là, on s'arrêtera nécessairement à un chiffre plus ou moins élevé. D'où cette conséquence que les fortunes appelées grosses seront frappées de plus en plus lourdement, jusqu'à un certain chiffre, mais que les très grosses, supérieures à ce chiffre, cesseront d'être soumises à la loi commune.

Ce ne sont pas là cependant les objections les plus graves.

On voit la différence des fortunes; mais voit-on la différence des charges auxquelles ces fortunes doivent faire face? Un homme a vingt-cinq ou, si l'on veut, cinquante mille livres de rentes. Son

voisin n'en a que cinq, le cinquième ou le dixième. On dira : celui-ci doit être ménagé parce que ses ressources sont modestes; celui-là peut être taxé au double ou au triple parce que ses ressources sont considérables. Mais le premier est célibataire, bien portant, sans besoins; et sur son revenu modeste il fait sans peine des économies. Celui-là est chargé de famille, si bien qu'en comptant le nombre des parties prenantes, les parts sont moindres que l'unique part de l'autre. Il a des enfants à élever, des éducations à payer, des frais de maladie à supporter; il est en réalité aussi gêné que son voisin est à l'aise. Si vous le surchargez parce que son revenu est plus gros, il vous demandera de le décharger parce que ses obligations sont plus lourdes. Et à la progression que vous aurez introduite dans la loi, vous serez, au nom de votre doctrine même, obligés d'opposer ce qu'on a appelé une dégression. Quelle est l'administration qui pourra se flatter d'arriver jamais à faire convenablement ces incessantes et innombrables corrections ? Il le faudrait cependant si l'on admet que l'impôt doit tenir compte de la situation des personnes.

Si, au contraire, comme je crois que cela doit être, on considère l'impôt comme une prime de sécurité sociale, tout se simplifie. Lorsque j'assure une maison contre l'incendie, un navire contre la perte en mer, un troupeau ou un champ contre la maladie ou la grêle, on ne me demande point si je suis riche pour augmenter ma prime, et il ne me vient pas à l'esprit d'alléguer que je le suis moins que mon voisin pour la faire diminuer. Le risque est de tant, de telle catégorie ou de telle autre; la maison est en pierres de taille ou en pans de bois; le navire est neuf ou fatigué; c'est tant; je paye en conséquence. De même, mon avoir, mon industrie, mon commerce, protégés par la société, sont de telle ou de telle importance; je paye le service ; le reste ne regarde pas l'administration qui me le rend.

J'ajoute, en terminant, une dernière considération qui est, à mon avis, la plus importante de toutes. C'est que s'il peut être désirable de voir se multiplier les fortunes moyennes, si le contraste de certaines très grandes fortunes avec la pauvreté est regrettable et pénible, ce n'est pas par des procédés artificiels et en faisant la guerre à la richesse qu'il est possible d'y remédier. Que l'on fasse disparaître les monopoles et les privilèges qui troublent le libre jeu de la loi de l'offre et de la demande. Que l'on fasse disparaître, avec la prétendue protection du travail national, les atteintes portées à la liberté du travail et les entraves mises à la consommation. Rien de mieux. Mais faire la guerre à la richesse honnêtement acquise; mettre à l'amende, par les surcharges dont on les frappe, les fortunes à mesure qu'elles se forment, c'est, sous prétexte de philanthropie et sous couleur de

démocratie, faire une œuvre antiéconomique et antidémocratique. Le capital est l'aliment du travail. Pour qu'il se forme et pour qu'il s'emploie, il faut qu'il y ait avantage à le former et profit à le bien employer. Toutes les mesures inspirées par l'envie, tous les essais de nivellement vont donc contre leur but. Liberté du travail, respect du capital, égalité de tous devant la loi fiscale comme devant toutes les autres, c'est à cela qu'avait visé la Constituante; et c'est à cela qu'il faut se tenir ou revenir.

M. Arthur RAFFALOVICH

Correspondant de l'Institut, à Paris.

L'ENQUÊTE MONÉTAIRE ALLEMANDE DE 1894 [332.4 (43)]

— *Séance du 8 août 1895* —

Les personnes au courant de l'histoire monétaire, et ceux qui ont voyagé en Allemagne avant 1870, ont gardé un souvenir très vif du chaos, de l'anarchie monétaires qui régnaient dans les pays d'outre-Rhin, de la variété des pièces et des billets, des fluctuations du change et de la spéculation qui s'en était emparée.

Dans les années qui ont précédé la guerre, le monde des affaires en Allemagne s'imagina que la hausse du change sur la France et l'Angleterre était un phénomène d'une nature transitoire. Cette opinion fut partagée par des financiers de Londres et de Paris. Au lieu de remonter à la source, les banquiers préférèrent l'empirisme; sans se demander si la dépréciation du signe monétaire allemand était due à une tendance passagère ou à une cause durable, ils trouvaient là un champ de spéculation à exploiter et ils se mirent à tirer des lettres de change, sans qu'il existât des dettes qui en constituassent la contre-partie.

La lettre de change, qui est un instrument pour encaisser des créances préexistantes, peut devenir aussi un moyen de contracter des dettes. Celui qui ouvre un crédit autorise l'emprunteur à tirer

sur lui; au lieu de la marchandise, la promesse de remboursement constitue la provision, et cette promesse, passagèrement, fait naître une créance du futur débiteur sur celui qui sera créancier en dernière instance.

Les effets tirés dans ces conditions sont un acheminement à des affaires de change purement spéculatives, qui sont fondées sur une modification future dans l'état de la balance commerciale, sur l'éventualité d'une amélioration des cours.

Avant 1870, une bonne partie du commerce allemand se faisait à l'aide de capitaux empruntés. Un grand nombre de négociants ou d'industriels travaillaient, pour un tiers ou la moitié de leurs fonds de roulement, à l'aide de facilités fournies par les banquiers. On ouvrait des crédits de banque non seulement sur les places de l'intérieur, mais encore sur celles de l'étranger. Ainsi, d'une part, il y avait un manque de capital pour les affaires intérieures et, de l'autre, un manque d'instruments de compensation et de paiement pour la liquidation à l'étranger.

C'est dans ces conditions qu'est arrivée la guerre de 1870; il a été bien heureux pour l'Allemagne que la fortune ait favorisé ses armes et lui ait permis d'échapper à une véritable catastrophe financière.

L'unification de l'Allemagne, au point de vue politique, a eu pour conséquence de lui permettre d'unifier son système monétaire. Les petits États étaient alors sur la voie d'abuser du papier-monnaie: la Saxe, par une grande libéralité dans les émissions, venait en aide à son commerce et à son industrie. Après la victoire de Sedan, l'idée de la réforme monétaire ne cessa de gagner du terrain et l'énorme indemnité de guerre en fournit les moyens.

C'est grâce à cela que beaucoup de spéculateurs ont réussi à sortir de leurs opérations. L'abondance de remises sur l'étranger, dont l'Allemagne a joui au moment du paiement de la rançon, a permis de liquider les engagements.

Les objections qui furent formulées contre la réforme monétaire en Allemagne furent celles que l'on oppose à toute grande entreprise qui rompt avec les traditions du passé. On les avait entendues déjà, lorsqu'il s'était agi du système métrique des poids et mesures.

Je crois inutile de résumer les lois de l'Empire du 4 décembre 1871 et du 9 juillet 1873, en vertu desquelles une livre d'or fin sert à frapper 1,395 marks.

L'Allemagne frappa un chiffre de monnaie blanche correspondant à peu près au chiffre par tête d'habitant en Angleterre et trois fois moins qu'en France. L'Allemagne conservait, comme legs du passé,

les thalers qui devaient faire l'office de monnaie légale et que l'on accepta sur le pied de 15 1/2, 1 thaler valant 3 marks en or.

On avait eu l'intention avec le temps de modifier ce rapport et de retirer des thalers qu'on avait laissés provisoirement en circulation.

L'accomplissement de la réforme se fit au début sans difficultés. La marche favorable du change permit de se procurer les quantités d'or nécessaires; une partie de l'argent fut transformée en monnaie divisionnaire, avec un bénéfice de 11 0/0.

La vente de l'argent démonétisé parut d'abord assez aisée. Il y avait en tout six millions de kilos d'argent à vendre. A la fin de 1875 on avait refondu 1,640,000 kilos et vendu 250,000 kilos. L'année suivante, on refrappa quatre fois autant d'argent qu'on en vendit. Mais alors le prix de l'argent commença à baisser et l'on vit apparaître les inconvénients que les uns se sont plu à considérer comme la conséquence de la réforme, tandis que d'autres prétendirent qu'ils se seraient produits, même sans la réforme.

La baisse de l'argent eut pour conséquence d'augmenter le sacrifice de l'Allemagne.

D'après un document officiel, de 1872 à 1893, l'Allemagne a frappé en or, pour 2,171,493,800 *M.* en pièces de 20 *M.*, 537,227,190 *M.* en pièces de 10 *M.*, 27,069,490 *M.* en pièces de 5 *M.*, soit un total de 2,734 millions et demi. Durant la même période il a été frappé 484 millions de pièces de 5 *M.*, 2 *M.* 50 et 20 pl. Il a été vendu 3,610,000 kil., qui ont produit 574 millions, au lieu de 672 millions, soit une perte de 98 millions. Le bénéfice brut sur la frappe a été de 96 millions. Les dépenses totales, y compris la perte résultant de la vente de l'argent, se sont élevées à 127,894,000 *M.*, soit une perte nette de 31,513,888.

En 1892, d'après Soetbeer, la circulation monétaire allemande se composait de 3,752 millions de *M.*, dont 2,450 millions en or, 440 millions en thalers, 452 millions en monnaie divisionnaire, c'est-à-dire 47 1/2 *M.* d'or, 9 *M.* en thalers, 9 *M.* en monnaie divisionnaire par tête d'habitant.

La question de savoir dans quelle mesure la démonétisation de la monnaie en Allemagne a contribué à la dépréciation du métal blanc est très difficile à résoudre. Les Allemands prétendent que, s'ils n'avaient pas obéi à leur intérêt bien entendu et s'ils étaient restés dans le *statu quo,* d'autres Etats auraient certainement accompli la même réforme.

Durant la période qui s'est écoulée depuis 1871 jusqu'à la fin de l'année 1879, la production de l'argent s'est élevée à un total de plus de 3 milliards de marks et les lettres de change du gouvernement

indien, qui font office du métal blanc, sont arrivées à une somme totale d'environ 2 milliards; par contre, les ventes d'argent faites par l'Allemagne accusent seulement un chiffre de 560 millions de marks.

En 1878, l'Allemagne refusa de participer à la conférence monétaire convoquée par les États-Unis. Cependant, au mois de mars 1879, par suite de l'intervention directe du prince de Bismarck, cédant à la pression du parti agraire et par haine des libre-échangistes, qui avaient été les promoteurs de la réforme monétaire, le gouvernement fit suspendre le retrait des thalers d'argent et la vente de l'argent démonétisé.

M. Soetbeer attribue cette mesure à l'influence des bimétallistes qui représentaient les intérêts agricoles comme menacés. Le président de la Banque d'Allemagne motiva l'interruption de la vente par l'espoir qu'elle aurait pour résultat de faire hausser le prix de l'argent. On a insinué également que l'initiative était due aux conseils donnés par un banquier berlinois mort depuis.

On s'est amusé à soutenir qui si on avait conservé en circulation des pièces d'un thaler, c'était en vue de permettre de donner de gros pourboires, sans aller jusqu'à la pièce de 5 marks.

En 1881, la France et les États-Unis invitèrent les divers gouvernements à une conférence monétaire, qui se réunit à Paris. L'Allemagne y fut, cette fois, représentée par deux délégués. Ceux-ci se contentèrent d'une déclaration théorique, reconnaissant qu'une réhabilitation de l'argent serait désirable, qu'on pourrait y arriver par le rétablissement du libre monnayage dans un certain nombre d'États les plus populeux représentés à la conférence. « Néanmoins, l'Allemagne dont la réforme monétaire se trouve déjà si avancée, et dont la situation monétaire générale ne semble point inviter à un changement de système d'une aussi vaste portée, ne se voit pas à même de concéder, pour ce qui la concerne, le libre monnayage de l'argent. Le gouvernement impérial est, d'autre part, tout disposé à seconder de son mieux les efforts des autres puissances qui voudraient se réunir en vue d'une réhabilitation de l'argent par le moyen du libre monnayage. » L'Allemagne offrait, en ce cas, de suspendre ses ventes d'argent pendant quelques années, et pendant une période d'une certaine durée, de ne vendre que des quantités limitées. Elle était disposée à retirer les pièces d'or et les billets de 5 m., et même de refrapper sur le pied de 15 1/2 les pièces divisionnaires frappées à raison de 14. « Voilà, Messieurs, les concessions que le gouvernement impérial vous proposerait, et dont ses délégués sont prêts à discuter la portée. » Ce n'est pas bien compromettant.

Cependant le prince de Bismarck trouva qu'on était allé trop loin,

et il écrivit de sa main, relativement à ces concessions : « Elles ne contiennent rien qui ne puisse être concédé par nous, mais l'annonce de notre bonne disposition est prématurée ; dans la forme, c'est presque une promesse ; elle est de nature à faire naître chez les autres délégués de fausses idées sur les sacrifices que l'Allemagne serait disposée à accepter en vue de faire aboutir un arrangement. »

Aussi dans la séance du 17 mai 1881, c'est-à-dire douze jours après avoir fait sa première déclaration, le baron de Thielmann fut-il obligé de dire : « Cette déclaration ne contient point des offres faites par le gouvernement impérial aux puissances représentées ici. MM. les délégués de l'Allemagne se sont bornés à émettre cette opinion, que peut-être l'empire allemand pourrait prendre en considération des concessions en vue d'un arrangement éventuel qui serait de nature à relever le prix de l'argent. Comme ils l'ont dit, l'intérêt de l'Allemagne dans cette question n'égale point celui de plusieurs autres puissances. Les décisions ultérieures du gouvernement impérial, ainsi qu'ils l'ont loyalement indiqué, ne sont préjugées ni par sa participation à cette conférence, ni par les observations de ses délégués. »

Les observations du prince de Bismarck, en 1881, ont inspiré l'attitude toute passive des délégués allemands à la conférence de Bruxelles, en 1892.

Bien que la réforme monétaire de l'Allemagne n'ait pas été achevée et que son étalon soit resté quelque peu boiteux, il n'en est pas moins résulté pour le pays d'incontestables bienfaits, et il a pu traverser sans encombre la crise de 1873-1874, la guerre d'Orient, les crises de Paris en 1882, de Londres en 1890, les perturbations multiples qui ont atteint les États-Unis, l'Australie, l'Argentine, sans aucun choc pour son système monétaire qui fonctionne bien.

En Allemagne, les partisans de l'argent-métal se recrutent parmi les grands propriétaires fonciers de l'Est, auxquels on a fait croire que la baisse des céréales provenait de l'encouragement donné à l'exportation de certains pays par la baisse du métal, et qu'il suffirait de rouvrir les ateliers des monnaies à la frappe illimitée pour avoir des prix meilleurs, une monnaie surabondante, de grandes facilités pour payer ses débiteurs. A l'égard de la Russie, qui est sous le régime du papier-monnaie et qui a prononcé depuis longtemps le divorce entre son billet de crédit et le métal blanc, cette argumentation est absurde : le cours du rouble dépend de tous les facteurs qu'on voudra, mais non du prix de l'argent, et la Russie ne fera jamais aux bimétallistes le sacrifice de ses propres intérêts, qui la mèneront un jour ou l'autre à la reprise des paiements en or.

La dissolution du Reichstag en 1893, par suite du rejet de la loi militaire, a fourni au parti agraire l'occasion de prêter son appui au gouvernement pour le vote de la loi dans le nouveau Parlement, et en vue d'arriver en force suffisante, le parti agraire a déchainé une véritable démagogie, qui a été fort incommode pour M. de Caprivi. Celui-ci a fait passer à grand'peine, uniquement avec l'aide de l'opposition, les trois petits traités de commerce; les perspectives qui s'ouvraient pour le traité russe, au point de vue parlementaire, n'étaient pas très brillantes à la fin de 1893; il fallait beaucoup d'habileté pour préparer le terrain, et l'on comprend que, par des considérations de tactique, le chancelier ait consenti à faire procéder à une enquête sur la question monétaire. Il a annoncé sa décision dans une lettre par laquelle il répondait à une requête d'une association de conservateurs. Il affirmait sa conviction que les voies et moyens proposés jusqu'ici pour réhabiliter l'argent ne s'étaient pas montrés praticables, et les indices ne lui manquaient pas pour croire qu'un nouvel essai d'une délibération en commun resterait infructueux. « D'autre part, ajouta-t-il, je ne saurais non plus méconnaître qu'en présence de l'attention prêtée à la question, il n'y ait danger qu'une matière aussi difficile et aussi grave pour les intérêts économiques ne soit soustraite à l'examen des hommes compétents et ne soit jetée dans la lutte des partis. » Aussi se déclara-t-il disposé à une enquête, où l'on entendra des représentants des diverses professions et de diverses écoles sur les mesures propres à relever la valeur de l'argent.

Cela n'était donc pas très chaleureux.

De son côté, le ministre de l'agriculture de Prusse, von Heyden, dit dans la Chambre-Haute :

« On ne se propose pas dans l'enquête annoncée de rouvrir le débat tout entier sur l'étalon d'or et le double étalon, l'enquête est plutôt un essai sérieux d'amener la question du terrain théorique sur le terrain des propositions pratiques, sur la base des mesures de l'Inde et des États-Unis. Il faudra examiner de quelle façon un rétablissement ou tout au moins une hausse de la valeur de l'argent ainsi qu'un adoucissement des fluctuations peuvent être tentés. Il faudra examiner si l'Allemagne toute seule est en mesure de favoriser l'arrivée au but par des mesures législatives, si, et comment une entente internationale est possible et promet des résultats (1)

(1) Les membres de la Commission ont été :

a (bimétallistes) : Dr *Arendt*, député à la Chambre prussienne; *de Kardorff*, député au Reichstag ; *Leuschner*, *Neustadt* ; baron *de Schorlemer* remplacé plus tard par M. *de Schalscha* ; comte *Mirbach*, démissionnaire et remplacé par M. O. *Wulfing*.

b (partisans de l'étalon d'or) : Dr *L. Bamberger*, *Bueck*, *Busing*, Dr *Hammachre*, pro-

La Commission d'enquête, promise par le comte de Caprivi, s'est réunie dans le courant du mois de février 1894, à Berlin. A côté de quelques matadors du bimétallisme, elle renfermait des partisans d'une monnaie sérieuse, comme MM. Bamberger, Lotz, Russell, Bueck et quelques hommes de bon sens, sans parti pris. Le gouvernement a pris soin de déclarer qu'il se réservait la plus complète liberté, et qu'il ne se considérait lié ni par les vœux de la majorité, ni par ceux de la minorité de la Commission.

Les partisans de l'étalon d'or ou plutôt du *statu quo* sont restés sur la défensive : ils se sont bornés à repousser les différents remèdes qui, à mon avis, étaient tous absolument sans portée pratique.

Quelles ont été les propositions soumises ?

Nous rencontrons d'abord celles du professeur Lexis. Dans l'exposé des motifs dont celui-ci a fait précéder ses propositions, il part de l'idée que l'étalon d'or doit être maintenu en principe et dans les faits en Allemagne, mais que l'on doit essayer, par un accroissement de l'emploi monétaire de l'argent, de donner à celui-ci les bases d'une amélioration de valeur et de le ramener à environ les deux tiers de ce qu'il valait auparavant. Une tentative de ce genre, dit-il, ne peut cependant s'imaginer que sous forme d'une action combinée des principaux États à étalon d'or ou à étalon boiteux. Des mesures isolées, de la part de l'Allemagne, seraient sans portée : cela serait notamment le cas d'un droit d'entrée élevé sur les lingots et le minerai d'argent. Ce droit serait désavantageux aux usines qui travaillent les plombs argentifères étrangers, à l'industrie de la bijouterie allemande, qui travaille pour l'exportation, et ne donnerait aucune satisfaction aux revendications du parti bimétalliste.

M. Lexis se demande ce que l'Allemagne pourrait faire sans compromettre son étalon d'or, sans se charger de sacrifices financiers considérables et sans augmenter la partie de sa circulation monétaire qui repose sur le crédit. D'après lui, le grand inconvénient, c'est l'écart considérable entre la valeur nominale des thalers et des pièces divisionnaires de 60 8 pence et la valeur marchande, 27 1/2 pence. Aussi le point de départ de ses propositions, c'est la refonte des thalers et des pièces divisionnaires sur la base d'un rapport de 1 à 21.

Les nouvelles pièces de 2 et de 5 marks, qui sont frappées avec le produit de la refonte, auront force libératoire dans les paiements à l'État. Les particuliers sont tenus de les recevoir jusqu'à concurrence

fesseur *Lotz*; *A.-O. Meyer* remplacé par M. Brussel qui ne parut point; *Russell*, Dr *Stroll*.

c (partisans d'un compromis) : professeur *Lexis* et *Konigs*.

de 1,000 marks; ils figureront dans l'encaisse métal de la Banque d'Allemagne et des autres Banques d'émissions à titre de couverture légale des billets; la frappe en sera réservée exclusivement à l'Empire. La quantité maximum de monnaie d'argent sera fixée à 20 marks par tête d'habitant, dont 7 marks 1/2 en monnaie divisionnaire et 12 1/2 en grosse monnaie d'argent.

Afin de couvrir le côté financier de la réforme, on émettra 137 millions de marks en certificats monétaires de 10 et de 5 marks, ce qui comble approximativement la lacune résultant du retrait et de la refonte des anciennes pièces. Ces certificats monétaires, au point de vue de leur force libératoire et de leur admission dans l'encaisse de la Banque, sont considérés comme équivalant aux grosses pièces d'argent.

La perte provenant de la refonte serait de 137 à 174 millions *M.* Mais, en comptant sur un prix moyen de 38 pence l'once à Londres, l'Allemagne réaliserait en dix ans sur une frappe de 260 millions un bénéfice de 39 millions.

L'Allemagne offrirait aux autres États de conserver et de refondre ses thalers, de frapper annuellement 195,000 kilos d'argent fin, aussi longtemps que le prix à Londres ne se serait pas relevé au-dessus de 40 pence, à condition que les autres États prissent l'engagement de ne pas vendre l'argent et de frapper également une nouvelle quantité d'argent aussi longtemps que le prix indiqué n'aurait pas été obtenu. Il serait à désirer, en tous cas, qu'ils frappassent sur le pied de 1 à 21.

L'Angleterre devrait s'obliger à ouvrir définitivement les ateliers de la Monnaie de l'Inde à la frappe libre et à ne plus les refermer pendant la durée du traité; elle s'obligerait, de plus, pour elle et ses colonies, à frapper annuellement 200,000 kilos, ce qui, sur le pied de 1 à 21, représente une somme de 1,300,000 liv. st. par an; en outre, 1 à 2 millions liv. st. de nouvelle monnaie devrait figurer dans l'encaisse métallique de la Banque d'Angleterre.

La France, surchargée de monnaie blanche, sera peu disposée, dit M. Lexis, à frapper une somme considérable en monnaie du type nouveau et plus lourd; mais elle est tellement intéressée à l'amélioration du cours de l'argent, qu'elle pourrait bien accepter un contingent minimum de 150,000 kilos, dont on ferait des pièces de 2 fr. 1/2; cela représenterait 25 millions de francs par an qui circuleraient à côté des anciens écus. Ceux-ci, d'ailleurs, devraient être lentement soumis à la refonte.

L'Italie, alléchée par l'attrait d'un bénéfice de frappe de 15 0/0, consentira peut-être à accepter pour sa part la frappe de 100,000 kilos d'argent.

La Belgique et la Suisse se décideront difficilement à faire le moindre sacrifice, tandis que la Hollande, en raison de son empire colonial, sera probablement dans de meilleures dispositions.

On pourra amener l'Autriche à renoncer à rendre une partie tout au moins de son stock d'argent et peut-être à frapper 20,000 kilos de pièces nouvelles.

De même la Russie pourrait être amenée à se charger de 75,000 kilos par an qui serviraient à remplacer le papier-monnaie.

Les États-Unis, qui sont les plus gros intéressés, devront entrer pour un minimum de 600,000 kilos par an, ce qui, sur le pied de 1 à 20, représente 20 millions de dollars par an.

Le contingent minimum annuel que M. Lexis détermine pour l'Allemagne, la France, les États-Unis, s'élève à 1,145,000 kilos; la participation d'autres États porterait la quantité à 1,350,000 kilos, ce qui, sur la base de la relation nouvelle, représente 180 millions de marks, ou, d'après l'ancienne, 243 millions.

On absorberait ainsi les 6/7 de la quantité que l'exécution du Shermann Act immobilisait aux États-Unis et si l'exportation de l'argent vers l'Inde rentrait dans une voie normale, rien ne s'opposerait à ce que le prix de l'argent remontât aux environs de 39 pence.

A défaut d'une entente internationale, M. Lexis conseillerait de refondre les monnaies allemandes en prenant pour relation le rapport de 1 à 24 et à limiter à 18 marks par tête la quantité de monnaie divisionnaire existante. Il y aurait lieu de procéder également à une émission de certificats monétaires de 5 et de 10 marks.

Le projet que M. Alfred de Rothschild avait soumis à la conférence monétaire de Bruxelles et qui a été rejeté par les représentants de l'Union latine, de la Suède, du Danemark et de la Russie, ressemble beaucoup à celui de M. Lexis. On nous permettra de rappeler que le projet Rothschild fut attaqué violemment par M. Mac Creary, délégué des États-Unis, abandonné par le délégué de l'Inde et finalement retiré par M. de Rothschild.

Le projet élaboré par l'un des associés de la grande maison de Londres était moins étudié dans ses détails que celui du professeur allemand. En sa qualité d'homme pratique, M. de Rothschild avait mis en avant l'idée d'un petit syndicat à la hausse de l'argent et si les procès-verbaux de la commission d'examen avaient été publiés, on aurait vu de quelle façon il a été disséqué, ainsi que les motifs qui en ont amené le rejet.

M. Lexis opère dans le même ordre d'idées; il a le courage de proposer un chiffre d'achat ou, en tout cas, un chiffre de frappe

annuelle obligatoire pour les États contractants ; il pose des conditions d'une réalisation bien peu probable aujourd'hui. Nous ne croyons pas, en effet, que l'Angleterre se décide de sitôt à revenir sur la fermeture des ateliers de la Monnaie dans l'Inde.

On remarquera qu'en présence d'une production d'environ 5 millions de kilos d'argent par an, le professeur allemand arrive à assurer le débouché monétaire de 1,300,000 kilos, ce qui, d'après lui, ramènerait le prix aux environs de 40 pence. Il est inutile d'insister sur la probabilité d'un maintien ou même d'une augmentation de la production dès que le prix aura tendance à se relever.

En ce qui touche la France, M. Lexis a eu la bonté de limiter à 25 millions de francs par an la somme qu'il y aurait à frapper en pièces nouvelles et plus lourdes.

Il y a un inconvénient pratique qui découle de la circulation simultanée de pièces d'un poids différent, sous une même dénomination. Il serait absurde, en effet, d'avoir côte à côte des pièces de 2 fr. 50 plus lourdes que ne le sont une pièce de 2 francs et une pièce de 0,50 mises ensemble ; ce serait porter atteinte au caractère de fixité et d'égalité qui est essentiel à toute bonne monnaie pour qu'elle puisse circuler au sein des masses profondes des nations.

On voit que M. Lexis fait bon marché du 15 1/2, qu'il suggère 21, et qu'il conseille, le cas échéant, 24 à l'Allemagne comme base de la relation entre l'or et l'argent. Mais, à notre avis, choisir une autre relation, soit la moyenne de 1878, soit celle du jour, c'est amener un bouleversement pire que les maux existants.

Un des collègues de M. Lexis dans la commission, M. Kœnig, demande également une entente internationale en vertu de laquelle la libre frappe de l'or sera maintenue dans tous les pays où elle existe aujourd'hui et que les ateliers de l'Inde soient rouverts. Les anciennes grosses pièces d'argent seront retirées peu à peu et remplacées par de nouvelles pièces frappées sur le pied de 24 à 1. Les nouvelles pièces auront le pouvoir libératoire dans les États qui les auront frappées, sans aucune obligation pour les États contractants d'accepter des pièces étrangères, ni d'échanger leurs propres pièces contre de l'or. Chaque État contractant sera obligé de prélever un droit de frappe d'au moins 10 0/0 et qui pourra aller jusqu'à 20 0/0. Les États contractants devront s'obliger à laisser frapper annuellement, pour compte des particuliers, une quantité minimum qui ne dépassera pas 1 mark par tête d'habitant. M. Kœnig adopte une relation plus favorable encore que celle du professeur Lexis, puisqu'il prend le chiffre de 24; son projet a l'inconvénient d'une circulation simultanée de pièces anciennes et de pièces neuves frappées sur un

pied différent. Quant à l'idée que la France consentira jamais à laisser frapper, pour compte des particuliers, 38 millions, l'Allemagne 50 millions, la Russie 115 millions, elle est trop absurde pour qu'on s'y arrête.

En admettant que son projet soit adopté, l'argent irait se faire transformer en monnaie là où le droit de frappe serait le plus bas, ce qui aurait pour conséquence d'amener tous les États à prélever 20 p. 100.

Le jour où l'écart entre le prix de l'argent, plus le droit de frappe, serait supérieur à 20 p. 100, les particuliers s'empresseraient de faire frapper. Le système de M. Kœnig n'amènerait, d'ailleurs, pas la stabilité que les bimétallistes recherchent.

Les bimétallistes reprirent pour leur compte le projet de loi soumis par MM. Kanitz et de Mirbach au Reichstag et qui proposait de reprendre la frappe libre sur le pied de 15 1/2 (parité de 60 7/8 pence), en vertu d'un décret impérial, rendu en conformité d'avis avec le Conseil fédéral, aussitôt que d'autres grands États seraient entrés dans la même voie. En attendant, dans l'intervalle, il y aurait une frappe limitée à raison de 75 *M.* par tête, soit 3,750 millions *M.* d'argent.

Avec une aussi grande quantité d'argent monnayé, l'Allemagne aurait assisté à l'émigration complète de sa monnaie d'or et il est probable que les grands propriétaires fonciers verraient se produire une dépréciation du change de la monnaie allemande qui leur rendrait moins douloureux l'acquittement de leurs dettes.

Dans l'exposé des motifs qui accompagne son projet de loi, le comte Kanitz parle d'une union internationale, mais celle-ci n'est pas indispensable. Son collègue Kardorff admet le rétablissement du double étalon sans traité.

MM. Arendt, Kardorff, Leuchner déclarent que l'amélioration et la fixité de la valeur de l'argent exigent la mise en pratique du double étalon. Afin d'accomplir cette réforme, il faut que l'empire d'Allemagne convoque immédiatement une conférence monétaire internationale à Berlin, à laquelle sera soumis le projet international. La Commission d'enquête devra élaborer ce projet de traité et décider si ce traité devra entrer en vigueur sans l'adhésion de l'Angleterre ou avec l'adhésion de celle-ci.

Nous ne saurions reproduire même un aperçu des débats. Aucun des projets soumis à la Commission n'a rencontré un appui suffisant pour en assurer le succès.

L'enquête monétaire allemande s'est terminée le 6 juin 1894, après avoir occupé vingt et une séances. Les procès-verbaux sténogra-

phiques forment un volume in-4° de 714 pages, auquel vient se joindre un second volume de pièces annexes comprenant 25 numéros.

Le président de la Commission, M. de Posadowski, secrétaire d'État à la Trésorerie de l'Empire, a résumé d'une façon fort impartiale les arguments qui ont été fournis des deux côtés opposés.

Les bimétallistes affirment que depuis l'introduction de l'étalon d'or, le prix de l'argent a baissé de plus de 50 0/0; la cause de ce phénomène ne se trouverait pas dans l'accroissement de production, car si, relativement aux conditions comparées de la production de l'or et de l'argent, on remonte au delà de l'année 1850, c'est-à-dire à une période antérieure aux découvertes californiennes, on constate que la production de l'or a augmenté dans des proportions bien plus considérables que celle de l'argent, et cependant, à aucune époque, l'or n'a baissé de prix d'une façon sensible. Les causes de la dépréciation de l'argent se trouvent exclusivement dans les mesures gouvernementales, à savoir : la démonétisation de l'argent et la fermeture des ateliers de monnaie à la libre frappe.

Les bimétallistes soutiennent qu'il existe un besoin illimité pour l'argent, et, comme preuve à l'appui, ils s'appuient sur le fait que tout l'argent produit trouve son acheteur et qu'il ne se rencontre pas sur le marché d'approvisionnement d'argent en excès de la demande. Ils trouvent les conséquences de la démonétisation de l'argent tout d'abord dans la force croissante d'achat de l'or, et ils déduisent ensuite que, comme aujourd'hui, pour la même masse d'or, il faut livrer une plus grande masse de marchandise et de travail que par le passé, l'étalon d'or a fait baisser le prix des marchandises. Afin de montrer les effets de l'étalon sur les prix des principaux articles de consommation, les bimétallistes s'appuient sur les tableaux connus de Sauerbeck, sur ceux de l'*Economist* et sur toute une série de données statistiques. Les bimétallistes voient dans cette baisse du prix des marchandises non seulement la cause de la crise économique et, par suite, un malheur économique, mais encore ils concluent que cette dépression économique a des conséquences politiques fâcheuses et que l'on peut dire que le développement du socialisme révolutionnaire, que même celui de l'antisémitisme, dépendent dans une certaine mesure de la crise économique. Ils voient la guérison des maux actuels, économiques et aussi politiques, dans l'introduction du bimétallisme ; ils soutiennent que l'or, actuellement, ne suffit déjà pas pour les pays à étalon d'or; si ces pays conservent leur système monétaire, les autres États qui ont, aujourd'hui encore, l'étalon d'argent, seront forcés par les conditions générales du commerce d'adopter l'étalon d'or; il en résulterait un

manque encore plus considérable d'or, qui aurait pour conséquence une nouvelle chute des prix. Les bimétallistes déclarent que les recherches géologiques faites jusqu'ici font admettre avec une grande probabilité que, dans un avenir et encore dans un avenir rapproché, il se produira un épuisement de gisements aurifères, épuisement qui aura pour conséquence d'aggraver les maux existants.

Les bimétallistes réclament donc une force libératoire égale pour l'or et l'argent, et ils veulent atteindre l'égalité du pouvoir libératoire pour l'argent à l'aide de la liberté complète de la frappe illimitée; ils en attendent une plus grande circulation des moyens de paiement et, comme conséquence de celle-ci, une hausse de prix et, par suite, la guérison de la dépression économique actuelle.

Les représentants du bimétallisme ont déclaré, en outre, que le rapport entre l'or et l'argent était pour eux une question secondaire; ils disent, cependant, que le rétablissement de l'ancienne relation de 1 à 15 1/2 constitue un but digne d'être atteint, mais ils ne le considèrent pas comme une condition *sine qua non* dans des négociations bimétalliques; ils croient même que le rapport entre les deux métaux peut faire l'objet d'un compromis; ils affirment que du moment où la démonétisation de l'argent aura cessé, où la situation aura été rétablie intégralement telle qu'elle était avant l'adoption de l'étalon d'or, aussitôt l'ancienne relation se rétablira d'elle-même et que l'argent sera effectivement dans la relation de 15 1/2 avec l'or; ils affirment enfin que l'accusation lancée par les monométallistes que les bimétallistes veulent remplir leurs engagements avec une monnaie dépréciée ou de moindre valeur, est injuste, et cela parce que, dès l'instant où, par suite de l'introduction légale du bimétallisme, l'argent aura obtenu la force libératoire complète aussi bien que l'or, on pourra aussi bien payer ses dettes en métal blanc dont la valeur intrinsèque sera égale à celle de l'or.

Les bimétallistes, qui ont entendu ce résumé, n'ont pas protesté contre l'exactitude, et l'on peut admettre qu'il représente leur programme.

M. de Posadowski s'est imposé le même travail pour les partisans de l'étalon d'or. Dans le courant des débats, a-t-il dit, les représentants de l'étalon d'or n'ont pas nié que des mesures législatives prises depuis 1873 aient pu exercer de l'influence sur les fluctuations de l'argent, mais ils soutiennent aussi que l'on doit prendre en considération, en première ligne, l'influence de l'accroissement de la production de l'argent dans ses effets sur la baisse du métal. Il est exact qu'il n'y a pas d'excédent d'argent métal sur le marché, que tout ce métal trouve son acheteur, mais il ne le trouve qu'au prix

réduit, et c'est justement dans ce prix réduit que l'excès de production trouve naturellement son expression commerciale. Les partisans de l'étalon d'or sont donc d'avis que la démonétisation de l'argent sous forme de bimétallisme ne rétablirait pas l'ancienne parité de 1 à 15 1/2; ils sont d'avis que le rapport légal doit se régler sur le rapport réel des prix, et c'est ce qui est arrivé lorsque la France, au commencement du siècle, a adopté son système monétaire. Mais ils ne croient pas qu'en concédant la liberté illimitée de la frappe de l'argent, on puisse revenir, de nouveau, à l'ancienne parité de 1 à 15 1/2; ils croient que l'on ne saurait régler pour tous les temps le prix des métaux précieux par des lois monétaires et, notamment, pas pour l'argent. Veut-on cependant tenter l'expérience et adopter un rapport qui ne soit pas celui du marché, la divergence entre le prix marchand du métal et la valeur légale trouvera son expression naturellement dans sa prime sur l'or.

Les représentants de l'étalon d'or soutiennent ensuite que ce n'est pas le prix de l'or qui a monté, que c'est bien plutôt le prix de l'argent qui a baissé; ils ne reconnaissent pas la force probante des tableaux statistiques, et notamment de ceux de M. Sauerbeck, qui prétendent démontrer une relation intime et constante entre le prix de l'argent et le prix des marchandises; ils objectent que si une semblable loi économique latente existait, cette loi trouverait son application sur les prix de toutes les marchandises. Si, d'une part, on ne saurait méconnaître que depuis l'adoption de l'étalon d'or toute une série de marchandises ait baissé de prix, on pourrait citer tout autant d'exemples de marchandises dont les prix ont monté; en tout cas, il est incontestable que les salaires (prix de la main-d'œuvre) ont haussé.

Ils soutiennent ensuite que la baisse du prix des marchandises, là où elle s'est produite, a son origine dans l'amélioration des procédés de production et, d'autre part, dans le perfectionnement des moyens de transport. Ils nient également que l'on ait prouvé l'existence d'une rareté de l'or pour le temps présent. Si l'or est trop rare, l'or étant aujourd'hui l'instrument légal de paiement, logiquement le taux du loyer pour les instruments de paiement est exprimé par l'intérêt et l'escompte. Or, dans les vingt-huit dernières années, il y a eu une baisse aussi bien du taux de l'intérêt que du taux d'escompte.

Les partisans de l'étalon d'or sont, en outre, d'avis que l'on pourrait, par l'introduction du double étalon, produire une hausse momentanée des prix, peut-être même une véritable fusée de hausse. Non seulement les prix des produits que l'agriculteur vend monteraient, mais encore le prix des marchandises que l'agriculteur

achète, mais graduellement aussi le prix du travail, c'est-à-dire les salaires.

En ce qui touche les salaires, il y aurait lieu de craindre, tout d'abord, que dans le cas d'une hausse des produits agricoles et des autres marchandises, il en résultât une détérioration des conditions d'existence de tous les ouvriers non rémunérés en nature, l'expérience ayant prouvé que dans le cas d'une hausse générale des prix les salaires en argent sont les plus lents à s'élever.

Les monométallistes ont enfin expliqué que des prix plus élevés constitueraient un désavantage sensible pour toutes les existences fixées et que, dans la même proportion dans laquelle le débiteur verrait faciliter le remboursement de sa dette, le créancier serait lésé, créancier qui n'est pas toujours le parti le plus fort économiquement. Aussi les partisans de l'étalon d'or croient-ils que l'introduction du bimétallisme entraînerait une modification des prix, mais que celle-ci n'amènerait avec elle qu'une amélioration passagère et apparente. Quelques-uns d'entre eux n'ont pas méconnu qu'avec la dépréciation de l'argent il ne se soit produit des inconvénients sérieux pour le commerce avec les pays à monnaie dépréciée, mais ils affirment que les maux résultant d'une modification dans le système monétaire or de l'Allemagne atteindraient des cercles bien plus étendus et prendraient des dimensions bien plus considérables.

En ce qui touche à l'accord international, ils ont exposé que même dans l'hypothèse que le bimétallisme soit désirable, la tactique demande qu'en toute circonstance l'initiative parte de l'Angleterre, car si l'on voulait introduire légalement le bimétallisme sans participation de l'Angleterre, on réussirait sans doute, temporairement, à relever le prix de l'argent. Par là, on porterait indirectement remède aux maux dont l'Angleterre souffre, et celle-ci verrait diminuer ses dispositions d'entrée dans une union bimétallique.

Les partisans du régime actuel sont donc restés fidèles à l'attitude qu'ils ont observée jusqu'ici; ils ne considèrent pas l'introduction du double étalon comme utile économiquement, ni comme nécessaire.

Étant donné l'intérêt qui s'attache au résumé du président de la Commission allemande, nous avons cru utile de le traduire fidèlement. Nous ajouterons les conclusions que M. de Posadowski a exposées dans la séance de clôture :

« Je crois, a-t-il dit, qu'on s'est trouvé d'accord sur trois points : que les fluctuations et le bas prix de l'argent entraînent certains inconvénients pour notre commerce d'exportation et pour notre production intérieure ; que l'Allemagne seule n'est pas en mesure de prendre des mesures efficaces pour relever la valeur de l'argent ;

qu'un relèvement du prix de l'argent par voie de monopole, de syndicat ou de rachat des mines par l'État, ne saurait être exécuté. On n'est pas arrivé à une entente sur la question de savoir si, en face d'une production libre, on pouvait réaliser le relèvement du prix, ni par quel moyen; quel degré d'importance il convient de donner aux intérêts compromis par la baisse de l'argent en face des intérêts généraux, ni quel rapport fixe il convient de proposer par une convention internationale, ni sur celle de savoir si les remèdes proposés de divers côtés n'étaient pas plus dangereux que la maladie même.

» A quelque parti que l'on appartienne, a ajouté le ministre allemand, il faut reconnaître que les inconvénients existants sur le terrain monétaire sont difficiles à supprimer, et cela par suite du commerce international de l'Allemagne; l'on ne doit pas identifier avec des questions monétaires des maux économiques dont un juge impartial ne saurait faire remonter la responsabilité qu'en partie au régime monétaire. »

La Commission d'enquête a consacré ses cinq dernières séances à un débat contradictoire entre experts en matière de géologie et de science des mines. L'Allemagne a apporté sa contribution officielle à la littérature monétaire, et ceux qui auront le courage d'achever la lecture de deux énormes volumes, pour peu qu'il s'agisse de gens impartiaux, seront, comme nous, d'avis qu'il n'a été apporté aucun argument nouveau pour faire regretter aux Allemands la réforme accomplie en 1873.

Je ne poursuivrai pas davantage l'analyse de l'enquête allemande. L'impression qui se dégage très nettement pour moi, de toute la controverse monétaire, c'est que la banqueroute du protectionnisme agricole nous a valu cette recrudescence d'agitation; c'est parce que la panacée de l'élévation des droits de douane a été impuissante à produire le renchérissement des produits de l'agriculture, que les hommes responsables des illusions répandues dans le pays ont cherché un autre mot d'ordre, un autre signe de ralliement, et qu'ils ont cru le découvrir dans le double étalon.

Au moyen âge, les atteintes portées à la pureté de la monnaie, les altérations de poids et de finesse d'alliage ont fait naître des maux et des inconvénients qu'on a qualifiés de *morbus numericus*, et dont Nicol Oresme, Copernic et Gresham ont indiqué les causes. Cette désignation était méritée : il n'est pas, en effet, de pire maladie pour l'organisme national tout entier qu'une mauvaise monnaie, qu'une monnaie dépourvue des qualités de stabilité et de sécurité.

Le bimétallisme n'est qu'une partie d'un système qui a prévalu dans chaque pays durant des siècles. Les hommes d'État ont pensé

qu'ils pouvaient dicter par des lois la valeur des marchandises, des produits, des denrées, et les Codes contenaient un grand nombre de lois de ce genre. Mais l'expérience a montré que de semblables lois étaient absolument inefficaces et elles ont fini par être rayées des recueils officiels où elles figuraient.

La tentative de restaurer le bimétallisme est simplement de remettre sur pied cette vieille erreur, et c'est pour cela qu'elle séduit si aisément les protectionnistes.

M. Pierson, ancien professeur d'économie politique, ancien gouverneur de la Banque des Pays-Bas, ancien ministre des finances, qui a une certaine tendresse théorique pour le double étalon, est l'un des adversaires les plus redoutables des exagérations et des faussetés à la mode aujourd'hui dans le camp des bimétallistes. Avec les maîtres de l'école française, avec la majorité des professeurs allemands, avec les plus clairvoyants des Américains, notamment avec David Wells, M. Pierson démolit la légende de la baisse des prix produite par la disette de l'or et la démonétisation de l'argent; il montre la part prépondérante qui revient au perfectionnement de l'outillage économique, à l'abaissement des prix de transport et du fret maritime, enfin la responsabilité qui incombe au protectionnisme et au militarisme.

Il me faut protester, écrit M. Pierson, contre le fait qu'on appuie la défense du système du double étalon sur des arguments qui laissent l'impression d'avoir été empruntés au mercantilisme. En lisant Alphonse Allard, on croit souvent qu'on s'enfonce dans la lecture d'ouvrages du XVIIe ou du XVIIIe siècle; on se figure avoir devant soi un essai de Melon ou de Brojja. La comparaison entre le manque de monnaie et le manque de sang aurait fait honneur à Galiani, bien que celui-ci ne fût pas un mercantiliste absolu. Dans son livre sur la monnaie, on trouve des pensées analogues.

Si la propagande pour le bimétallisme, dit encore M. Pierson, ne devait pas nous rendre le bimétallisme, si elle nous valait la ressuscitation de termes économiques vieillis et surannés, par là véritablement il n'y aurait rien de gagné, mais il y aurait beaucoup de perdu.

M. Léon Say est aussi l'un de ceux qui regrettent le temps heureux où la valeur relative des métaux précieux ne s'écartait pas beaucoup du rapport légal de 15 1/2, mais il est trop clairvoyant, trop sensé, trop patriote pour conserver la moindre illusion sur l'impossibilité de restaurer aujourd'hui un état de choses disparu à jamais. Il en a exposé les raisons avec sa lucidité et sa netteté habituelles dans trois articles du *Journal des Débats*. Il y montrait toute la difficulté de

mettre sur pied une union internationale avec des intérêts différents et contradictoires, tous les dangers d'une liquidation éventuelle. M. Say invoquait le témoignage d'un de ses collègues à la Conférence monétaire de Bruxelles, M. Forssel, ancien ministre des finances de Suède, qui a démontré que la liquidation serait d'autant plus difficile que, sous le régime de la libre frappe internationale, il n'y aura eu aucune connexité entre les ressources financières de chaque État et la quantité de monnaie frappée à son effigie.

Actuellement donc, en Europe, un petit nombre d'États jouissent des bienfaits d'une bonne monnaie, sinon dans toute l'acception du terme, tout au moins dans une certaine mesure. Parmi eux, il en est dont la situation aurait pu être meilleure, si l'on avait été plus clairvoyant, plus prompt à agir; mais si imparfaite que soit leur condition, il faut savoir un gré infini aux hommes d'État qui ont eu le courage de prendre, même tardivement, les mesures nécessaires pour limiter et circonscrire le mal. Cette condition imparfaite n'est pas dépourvue de dangers ni d'embarras, mais elle vaut infiniment mieux que celle dont les partisans de la réhabilitation de l'argent, du bimétallisme, veulent gratifier leur patrie et le monde.

En terminant, qu'on me permette d'exprimer un vœu, c'est qu'on préserve la France d'expériences désastreuses et qu'on lui conserve la sécurité monétaire dont elle jouit.

M. FOURNIER DE FLAIX

à Sèvres (Seine-et-Oise).

INFLUENCE D'UNE DETTE PUBLIQUE EUROPÉENNE DE LA CHINE

[336.3 (51)]

— Séance du 9 août 1895 —

Il y a un grand intérêt désormais à suivre avec soin les événements qui se déploient et se succèdent en Extrême-Orient. Qui nous aurait dit, non pas il y a trente ans, mais même il y a dix ans, que les capitaux, toujours abondants et quelque peu inactifs de la France, serviraient à solder, en partie, au Japon, par l'intermédiaire et avec

la garantie de la Russie, une indemnité de guerre due par la Chine? Vous avouerez tous qu'il y a, dans ce paiement et dans cette transmission de richesses une direction nouvelle, bien inattendue, bien imprévue, de l'emploi de nos économies et des économies des peuples qui nous confient l'utilisation de leurs épargnes.

Cette direction nouvelle a beaucoup d'importance; elle veut dire que le mouvement général de la civilisation, après avoir, pendant longtemps, marché d'Orient en Occident, surtout depuis les grandes invasions, au ve siècle, et plus tard au xiie siècle, se reporte d'Occident en Orient, comme déjà le fait s'est produit à l'époque de la fondation de l'empire romain. Il est tout naturel que la Russie joue dans ce changement de direction un rôle prépondérant, puisque son immense empire occupe toute la partie orientale de l'Europe et tout le nord de l'Asie. C'est par elle, d'une part, au nord, par l'Angleterre et la France, d'autre part, au midi, que ce changement s'opère déjà et aura au siècle prochain plus d'amplitude. L'intervention de la Russie, intervention directe, appelée à devenir incessante dès que le haut Sibérien sera achevé, est la manifestation même de ce changement qui se présente à tous les yeux comme très frappant puisque le plus petit spéculateur de la Bourse de Paris peut maintenant agioter tout à son aise sur les fonds chinois.

Il y a un siècle, c'est-à-dire pour nos pères, ces opérations d'avances des capitaux à la Chine et au Japon auraient été incompréhensibles et impossibles, d'abord parce que leurs disponibilités étaient des plus maigres, et ensuite parce qu'ils n'avaient que des notions extrêmement vagues sur les grands États de l'Extrême-Orient. Il n'y a même guère qu'un demi-siècle que nous connaissons assez bien le Japon, surtout depuis les événements qui y ont eu lieu de 1860 à 1870, et que nous avons une idée moins imparfaite de la Chine, grâce aux travaux des missionnaires catholiques et aux voyages de quelques Français, Allemands et Anglais. C'est avec satisfaction que l'on peut placer en tête de ces travaux et voyages ceux des pères Huc et Gabet, qui ont eu lieu de 1842 à 1847; néanmoins, l'empire chinois est si vaste, si peuplé, si varié, si anciennement civilisé dans plusieurs de ses provinces, qu'il faudra encore beaucoup de temps pour le connaître entièrement. Aussi la Chambre de commerce de Lyon qui, depuis longtemps, prête son concours au commerce de Lyon pour l'achat des soies en Chine, vient-elle de constituer une commission avec un budget de 100,000 fr. pour faire un véritable voyage d'exploration en Chine.

Bien qu'imparfaitement connus de l'Europe et dans certaines parties encore inconnus, ces grands États de l'Extrême-Orient n'en

possèdent pas moins un développement historique considérable, d'autant plus qu'ils ont été de tout temps beaucoup plus peuplés que l'Europe, soumis par suite aux mouvements de révolutions inhérents aux grandes agglomérations humaines. Ces agglomérations, qui actuellement s'élèvent pour la Chine et ses dépendances à 425 millions d'âmes, et pour le Japon à plus de 40 millions, n'ont pu évidemment se constituer que grâce aux ressources de toute nature des territoires sur lesquels elles sont établies. D'après des investigations récentes, ces ressources, surtout en Chine, forment une sorte de réserve, comme les mines de houille et les minerais de fer, pour tous les peuples. Aussitôt que la Chine sera entrée dans la sphère d'influence et d'activité de l'Europe, comme le Japon l'a fait depuis plus de trente ans, il est certain qu'il s'y produira une très grande formation de richesses.

Ce mouvement de transformation s'est très accusé au Japon. Il a permis au Japon, sous la direction d'hommes distingués, demandés principalement à la France, à l'Allemagne, aux États-Unis, de réaliser des progrès rapides et d'acquérir sur la Chine, bien autrement puissante en réalité, une supériorité militaire et navale plus forte qu'on ne pouvait le supposer. Aussi, après avoir subi des revers accablants, la Chine a été obligée de solliciter à la hâte une paix onéreuse.

Cette hâte même du gouvernement chinois pour conclure à tout prix la paix avec le Japon provient d'une cause historique. La Chine a été conquise au XIIIe siècle par les Mongols, et, depuis cette conquête, elle a été privée d'un gouvernement national. Il n'en est pas de même au Japon. C'est une des raisons de la supériorité actuelle du Japon. Les Mandchous ont succédé aux Mongols. Dans leur ardeur de faire la paix, les Mandchous ont été guidés plutôt par leur intérêt et par celui de leur dynastie que par l'intérêt de la Chine. Ils ont craint de voir se renouveler la formidable insurrection de Taé-Pings, sous laquelle s'est dissimulé un redoutable mouvement national chinois, secondé par les nombreux musulmans (près de 60 millions) qui sont disséminés en Chine.

Si l'on ajoute que ce vaste empire de la Chine a pour voisins des trois autres côtés que le Japon, la Russie, l'Angleterre et la France, il est difficile de se faire illusion sur l'importance des événements appelés à survenir en Chine. En effet, ou les Chinois, secouant les domination des Mandchous qui se sont montrés incapables et impuissants, renouvelleront leurs conditions politiques, renouvellement qui sera long, difficile, hasardeux, mais qui, opéré, leur donnera les moyens de tenir tête à tous les ennemis qui les entourent, ou,

s'abandonnant au courant des faits, notamment à l'influence des *lettrés* qui, après avoir civilisé, illustré la Chine, peuvent la perdre par leurs intérêts particuliers et leur opposition acharnée à tout changement, les Chinois, en partie dépourvus de l'idée et du sentiment national, de la force cohésive qui constitue et maintient les peuples, laisseront aller les choses à la dérive, auquel cas le partage de la Chine deviendrait inévitable. Dans les deux cas, il existe incontestablement des perspectives de troubles, d'agitations, de guerres, de luttes d'influence en Extrême-Orient.

Ces perspectives ne sont pas les seules. Il en est d'autres dont il faut aussi tenir compte. Sur un territoire insulaire, heureusement situé, n'équivalant qu'à une des dix-huit provinces de la Chine, en moyenne, comme territoire et avec une population correspondant au dixième de celle de la Chine, le Japon, à la suite d'une heureuse révolution et par une direction habile et supérieure, a pu approprier rapidement l'ensemble de sa civilisation au mouvement européen. C'est la cause réelle des grands succès qu'il a obtenus dans la guerre de 1894-1895. Cette appropriation n'est pas commencée en Chine. Elle devra s'y opérer cependant, bien qu'elle y rencontre de grandes difficultés dans l'étendue de l'empire [1], la diversité des provinces et des populations, la pauvreté de quelques-unes, les préjugés enracinés d'une race antique, conservatrice au plus haut degré, fière de son antique civilisation, soumise à l'autorité de classes réfractaires à tout changement, séparée des autres peuples par une langue particulière d'une extrême difficulté. Cette appropriation est la condition absolue du maintien de l'empire de la Chine.

C'est en partie faute de chemins de fer et même faute de routes que la Chine, malgré son immense population et ses ressources de tout genre, a été réduite en quelques mois à solliciter la paix, à la suite de quelques défaites sans grande importance essuyées en Corée; c'est aussi à raison de l'insuffisance des liens entre le pouvoir central et les principales provinces de l'empire, la Chine ayant conservé la constitution politique des anciens peuples d'Orient, antérieure de cinq, peut-être de dix siècles à l'ère chrétienne. La préparation militaire des populations a lieu d'après des habitudes et des usages non moins antiques. Un voyageur anglais, officier dans l'armée de l'Inde, qui a récemment parcouru la Chine, au retour d'une excursion au Thibet, raconte qu'il a assisté aux exercices des recrues chinoises (février 1892); elles consistaient à manier l'arc et à danser

[1] Pour en donner une idée, on soutient qu'il faudra environ trente ans pour organiser, en Chine, un service postal complet.

sur des cordes. Le système monétaire de la Chine n'est pas moins défectueux. Il a le cuivre, sous forme de rondelles trouées dites *sapèques*, pour élément fondamental; c'est la monnaie courante. L'argent est employé sous forme de lingots très minces que l'on emploie et que l'on pèse selon les besoins. Aussi peut-on dire que tout manque au milieu de l'abondance de tout et que tout est à refaire. Cette réfection étant gigantesque, la Chine ne peut la réaliser seule, c'est absolument au-dessus de ses ressources financières, scientifiques, morales. Par suite, la Chine n'a pu se procurer elle-même les 400 millions formant le premier pacte à compter au Japon, c'est à la France qu'elle s'est adressée. Elle aura encore à compter près d'un milliard. La France sera sollicitée de le donner. Il est clair que ces avances donneront à la France créancière et à la Russie caution le droit de surveiller leur débiteur et de s'enquérir de ses affaires; elles leur fourniront également l'occasion d'avoir la première main dans cette réfection générale de la Chine, sans laquelle ce grand empire est menacé d'un partage fatal. La Chine peut devenir très promptement le champ de très grandes et très fructueuses entreprises, telles que les chemins de fer, les routes, les fournitures militaires; elle peut offrir de grands emplois aux capitaux de l'Europe entière et à ses ingénieurs.

Cette réfection a évidemment pour condition l'ouverture de la Chine au commerce général avec l'Europe, ouverture qui sera un événement de premier ordre, eu égard à l'énorme importance des marchés de la Chine, soit au point de vue des exportations, la Chine ayant des matières de premier ordre à vendre, soit au point de vue des importations.

Toutes ces questions vont être prochainement abordées, lorsque la Chine aura à fournir au Japon le milliard, formant le complément de son indemnité de guerre. Étrangers aux affaires telles que les Européens les comprennent, les manipulent, les Chinois n'ont et ne peuvent avoir encore qu'une idée fort vague des changements que leur dette extérieure entraînera dans leurs conditions économiques et politiques; mais les négociateurs des nouveaux emprunts auront à en tenir compte, d'autant plus que les armements du Japon indiquent que la politique d'agression, même en tenant compte de la Russie et de la France, a ses préférences.

Au surplus, cernée de toutes parts par des civilisations différentes, la Chine ne pourra se soustraire, comme elle y a si longtemps réussi, grâce aux déserts et aux chaînes de montagnes qui la protègent sur trois de ses frontières, à leur action. Elle va devenir nécessairement, dans le siècle prochain, un vaste champ d'opérations

politiques et d'affaires de toutes sortes. On s'en rend facilement compte quand on compare l'absence absolue de rapports de la Chine avec l'Europe au commencement de ce siècle et l'importance qu'ils ont prise à la fin.

Il y aura certainement à cet égard une extrême résistance de la part des classes dirigeantes de la société chinoise, ainsi qu'il résulte d'un mémoire de *Li-Hung-Tchang*, analysé par le *Journal des Débats* (août 1895). Dans ce mémoire, *Li-Hung-Tchang* s'efforce de démontrer que la Chine ne doit aucune indemnité de guerre au Japon et qu'elle est dépourvue de ressources pour la payer. Il a donc été composé avant la paix de Simonosaki. Bien qu'émanant de l'homme d'État le plus distingué de la Chine, ce mémoire accentue, dans toute sa contexture, un esprit profondément réfractaire aux idées actuelles prévalant en Europe, notamment un défaut complet de sincérité sur les ressources de la Chine et une dissimulation telle, qu'elle ne peut provenir que d'une complète ignorance ou d'une habitude invétérée et dangereuse de mensonge.

Cet esprit de résistance obstinée, cette défense par la dissimulation, peut-être aussi par ignorance, sont de nature à exposer la Chine aux plus terribles épreuves, car ils attesteraient une indéniable faiblesse, une infériorité irrémédiable.

Les ressources économiques et financières de la Chine doivent être considérables, car elles sont toujours dans une certaine proportion avec la population.

Il n'existe pas de satistique économique de la Chine comparable aux statistiques du Japon et de l'Inde, mais on a élevé à 42 milliards, total qui n'a rien d'exagéré, le montant de sa production agricole; elle correspond, en effet, à un prorata de 100 fr. par tête. (Le prorata de la production agricole en France, par tête, est de 360 fr.) Aux profits de cette production, il faut joindre ceux d'un commerce important et d'une industrie dont certaines branches sont assez développées. Si certaines provinces de la Chine, notamment celles de l'ouest, sont pauvres, celles du levant et du sud sont fort riches. On sait, en outre, par les voyageurs, qu'il existe de grandes fortunes dans les principales villes chinoises et que les associations de commerce, de banque, de navigation, de pêche, d'industrie chinoises sont très nombreuses et disposent de beaucoup de capitaux.

Les ressources annuelles du gouvernement central du Trésor de l'Empereur sont évaluées à environ 800 millions de francs, soit moins de deux francs par tête, proportion inférieure à tous les autres grands États et sans rapport avec la richesse de la Chine.

Ces 800 millions proviennent :

1° 140 millions de douanes ;

2° 310 millions de diverses taxes de consommation ;

3° 150 millions d'une sorte de dîme ou prélèvement sur la production agricole ;

4° 200 millions de divers droits de patentes, timbre, enregistrement, circulation.

Il existe certainement d'autres taxes provinciales et locales sur lesquelles les renseignements manquent ; mais, quelles que soient ces taxes, il n'y a pas à douter que les impôts versés au Trésor impérial peuvent être considérablement augmentés. Dans l'Inde anglaise proprement dite, le prorata fiscal par tête est de 3 fr. 70. Douanes, taxe de consommation, impôt foncier, même légèrement augmentés, pourraient donner de tout autres rendements que ceux actuels.

On doit conclure de là qu'avec quelques efforts la Chine est non seulement en situation de faire face aux charges de l'indemnité de guerre et de sa dette actuelle qui ne dépasse pas 9 millions de livres sterling, soit 225 millions de francs au taux moyen de 7 0/0, mais qu'elle sera également en mesure de se procurer les capitaux nécessaires à sa réfection politique, industrielle, monétaire, militaire, spécialement à l'établissement des chemins de fer appelés à donner les plus beaux résultats dans plusieurs provinces.

Que cette réfection soit accomplie par la Chine elle-même ou, si elle en est incapable, par un peuple supérieur, ainsi que le fait s'est produit en Asie-Mineure après les conquêtes d'Alexandre, peu importe ; elle aura lieu nécessairement, soit que les ressources de la Chine soient utilisées par les Chinois eux-mêmes, soit qu'elles soient exploitées par le Japon, la Russie, l'Angleterre ou la France.

En tout cas, la Chine sera très prochainement un vaste théâtre d'emploi et de formation de capitaux. De même que l'Angleterre a concouru par ses capitaux à la confection d'une partie des chemins de fer français, et que plus tard la France a prêté son concours à la Russie, à l'Autriche-Hongrie, à l'Espagne, à la République Argentine, à l'empire ottoman, de même les capitaux européens sont forcément appelés non seulement à aider à la réfection de la Chine, mais même à la provoquer, en vertu de la solidarité latente qui relie toutes les nations, toutes les parties de l'humanité et tous les territoires des divers continents. Il y aura dans cette assistance de grands profits qui accroîtront la richesse générale.

Cette réfection a eu lieu dans les Indes sous la direction supérieure de l'Angleterre, elle y a produit les résultats les plus considérables.

Elle se prépare en Perse où le gouvernement appelle le concours des capitaux, des ingénieurs, des hommes d'affaires russes; elle se produira de même en Chine.

En ce qui concerne particulièrement la France, elle ne peut trouver de meilleur terrain pour employer ses capitaux et son trop-plein d'ingénieurs, de spéculateurs, d'ouvriers supérieurs, d'une part, parce que la Chine lui présente l'avantage d'une immense contrée où la civilisation a déjà germé et, d'autre part, parce que l'alliance de la Russie la garantit contre les attaques de l'Angleterre ou de l'Allemagne. Peuple colonisateur de premier ordre à raison de ses capitaux, du nombre extraordinaire de ses émigrants, de son génie commercial, de sa puissance maritime, l'Angleterre est un rival des plus redoutables. Elle s'est emparée par la force dans l'Amérique du Nord et au Canada, dans les Antilles, à l'île de France, dans l'Inde, de territoires appartenant à la France; elle s'est installée en Égypte malgré elle; de nouvelles compétitions sont plus que probables en Afrique; mais l'Angleterre sera impuissante à expulser la Russie de toute l'Asie centrale et septentrionale. L'alliance russe donne donc aux établissements français en Extrême-Orient une stabilité particulière. La France trouve en Chine un champ indépendant et sûr d'activité, dont l'exploitation est préparée par les nombreuses missions catholiques qu'elle y a fondées. La France, en possession de l'Indo-Chine, peut étendre son action dans toute la Chine méridionale, précisément l'une des plus riches parties de ce grand empire (1).

Cette appropriation des peuples d'Orient, surtout de l'Extrême-Orient, par les capitaux de tout genre des nations européennes a suscité beaucoup d'appréhensions et de polémiques. Les uns, tels que M. Renan, ont vu, dans le lointain des siècles, des armées gigantesques de Chinois, d'Indous et de Japonais se précipitant sur l'Europe tels que les Sarrasins avant et depuis Mahomet ou les Huns et les Mongols; les autres, moins fantaisistes cependant, ont signalé la concurrence économique que la Chine, le Japon, l'Inde, la Perse, où les ouvriers peuvent se suffire avec des salaires misérables de 20 à 30 centimes par jour, allaient être en mesure de faire soit à l'Europe, soit à l'Amérique elle-même. Déjà le Japon et l'Inde ont élevé des manufactures qui luttent avec avantage contre plusieurs produits similaires d'Europe; les cotonnades, les soieries, certains objets de métallurgie, les porcelaines, les bons vernis. Aussi les Américains du Nord ont-ils à peu près expulsé les Chinois de leur

(1) Depuis cette communication, des arrangements sont intervenus entre la Chine et la France. Ces arrangements ouvrent à la France la Chine méridionale.

territoire à cause de la baisse qu'ils faisaient sur les salaires domestiques et industriels.

Dans une conférence faite le 9 août 1894 devant la Société d'économie sociale, M. Barbé, ancien conseiller à la Cour de Pondichéry, a développé ces idées avec beaucoup d'insistance, s'attachant à prouver : 1° qu'il régnait une très grande misère dans l'Inde ; 2° que la population y augmentait avec une extrême rapidité dans les races inférieures ; 3° que le prix du travail s'y avilissait de plus en plus, soit à raison de l'offre de bras, soit à raison de la baisse de l'argent ; 4° qu'avant longtemps les travaux manufacturés se répandraient dans toute l'Inde et, la vapeur aidant, y feraient une concurrence redoutable aux produits d'importation européenne, notamment aux produits anglais qui seraient rejetés sur d'autres marchés.

Dans la même séance plusieurs orateurs, notamment M. Cheysson, ont fait observer que, sous certaines réserves, ces remarques s'appliquaient à la Chine et au Japon et qu'il était désormais prudent d'entrevoir une grande lutte économique entre l'Europe et l'Extrême-Orient. Toutefois, M. Juglar intervint pour tempérer ce qu'il pouvait y avoir d'excessif dans les appréhensions de M. Barbé et de M. Cheysson.

Il y a certainement une part de vérité dans ces faits, mais ils ne sont pas sans compensation, c'est ce qu'il importe de ne pas oublier. Il est chimérique, il est même puéril de s'imaginer que les peuples d'Orient ne seront pour l'Europe que des acquéreurs de ses marchandises ; c'est, au fond, la vieille théorie mercantile qui reparaît, théorie qui avait pour fondement de vendre sans acheter. Telles ne sauraient être les bases du commerce international, ces bases sont avant tout l'échange. La Chine, le Japon, l'Inde ont eu toujours à vendre leurs soies, leurs cotons bruts, leur riz, leurs produits tropicaux. Ils ne peuvent espérer vendre sans acheter. Il en est de même de l'Europe. Au milieu des tendances déraisonnables qui prévalent parmi les ouvriers européens et américains, il n'est pas à regretter que d'autres masses d'hommes entrent dans les luttes du travail pour y maintenir, par la concurrence des bras et des prix, les conditions du salaire, car le travail pourrait se désorganiser complètement si les idées socialistes, sans prévaloir, parvenaient à accroître l'étendue de leur influence.

Le temps n'est pas proche où les manufactures de l'Inde, qui paraissent avoir enlevé aux manufactures anglaises 63 millions sur 500 millions de produits, les auront expulsés de l'Inde ; les tissus et les filés, comme l'a fait remarquer M. Juglar, des manufactures de l'Inde n'en sont encore qu'aux gros numéros que l'on fait partout.

D'ici là les manufactures européennes se seront ouvert l'Afrique entière, qui est à vêtir.

En somme, l'exploitation économique des territoires de l'Extrême-Orient, l'entrée des nations qui les occupent dans le courant de la civilisation générale augmenteront les ressources de l'humanité et amélioreront sa condition. L'accroissement du bien-être et de la richesse dans une partie du globe a toujours profité aux autres parties. La réfection du Japon n'a nui à personne; il en sera de même *a fortiori* de celle de la Chine; la richesse de la France a sextuplé dans notre siècle, toute l'Europe en a profité; la Chine en profite elle-même. L'axiome de Montaigne, que le mal de l'un fait le profit de l'autre, n'est pas absolu entre nations, bien loin de là.

Comme cela est arrivé plus d'une fois, la guerre qui a éclaté entre le Japon et la Chine a mis à nu une situation qui ne pouvait se prolonger longtemps; elle sera une occasion importante pour la Chine d'opérer une réfection devenue inévitable et à laquelle elle ne saurait se soustraire. Cette réfection permet à la France et à la Russie de cimenter en Extrême-Orient leur alliance et d'accroître leurs influences.

Il est fait à ces idées et à ces espérances une objection préjudicielle qui a été formulée par M. Witehead, de Hong-Kong, et par M. Brandt, ancien ministre allemand à Pékin et à Tokio, dans une brochure récente, *Die Zukunft Ostasiens* (*Messager de Paris*, 25 août 1895), l'un et l'autre tout à fait au courant des affaires politiques et économiques de l'Extrême-Orient.

Les Chinois, disent-ils, et leur gouvernement, spécialement les *lettrés,* appartiennent à une civilisation totalement différente de celle de l'Europe; il y a impossibilité entière de se rapprocher et de s'entendre. Jamais la Chine ne pourra effectuer la réfection nécessaire à son appropriation nouvelle. Elle opposera sa masse de population et son territoire. Elle sera occupée, conquise, mais pas assimilée, comme l'ancien empire des Perses, que les Macédoniens d'Alexandre ont conquis, exploité, mais jamais totalement assimilé.

La comparaison avec l'empire des Perses laisse trop à désirer et d'ailleurs nous entraînerait trop loin. Il est certain qu'aux IIe, IIIe et IVe siècles de l'ère chrétienne, l'assimilation était à peu près complète et qu'elle n'a jamais présenté les difficultés que semblent comporter la réfection et l'appropriation de la Chine.

A cette objection, qui n'est pas sans valeur, nous répondrons que la Chine est désormais hors d'état de résister aux forces dont elle est enveloppée. Nous ne parlons pas d'un changement à vue. Il y en a fort peu, au surplus, mais la Chine n'échappera pas à la

pénétration des idées supérieures de l'Europe. Au surplus, le fond moral de la civilisation chinoise est moins différent qu'on ne le pense du fond moral de la civilisation de l'Europe. Les difficultés sont peut-être, sauf la langue, le grand obstacle, moins grandes que pour l'Inde.

Le service de la dette entraînera la réforme monétaire; celle-ci pénétrera partout; ce sera la clef qui ouvrira le milieu chinois. L'humanité obéit à des mouvements généraux et, en aucun siècle, les moteurs de ces mouvements ne sont devenus plus nombreux et n'ont acquis plus de puissance : la presse, la vapeur, le télégraphe, le commerce, les grandes villes, les voyages.

Tels sont les faits de premier ordre auxquels correspondent les emprunts de la Chine. C'est son entrée dans le courant économique et financier de l'Europe sous les auspices de la Russie et de la France. On demandait à l'alliance franco-russe des résultats; en voici un assez significatif et d'assez haute portée pour reconnaître qu'il a été entièrement obtempéré à la demande.

M. P. TRABAUD

Fondateur de l'Institut Phocéen, à Marseille.

RETOUR MODÉRÉ, EN CLASSE DE RHÉTORIQUE, AU DEVOIR DES VERS LATINS, EN RAISON DE LA CONSONANCE RYTHMIQUE DE LA LANGUE LATINE

[375.870[

— *Séance du 6 août 1895* —

Doit-on s'appliquer à la versification latine?

Question peu controversée et pourtant digne de la sollicitude des maîtres de l'enseignement.

L'Université ayant allié avec une certaine mesure les anciennes habitudes de la pédagogie avec le nouvel ordre de choses, avait maintenu la versification latine dans ses collèges et lycées, sans trop calculer la portée et l'influence d'un genre de devoirs plus ou moins utile aux jeunes élèves.

Après l'Empire initiateur, à mesure que les gouvernements suc-

cessifs se rendent mieux compte des perfectionnements à apporter dans les études, ainsi que des méthodes qui paraissent progressives, le Conseil supérieur de l'Instruction publique introduit quelques timides modifications.

Nous avons soin, avant de pénétrer plus avant dans le sujet, de reproduire ces alternatives, d'ailleurs peu fréquentes, qu'elles s'appliquent soit aux travaux de latinité, soit à la versification, et qui prouvent le peu de fixité qui retient les administrateurs de l'Université de France, à Paris comme en province.

D'après le plan d'études du 30 août 1852, on ajoute, en troisième, aux divers exercices, les « vers latins ».

D'après le plan d'études du 2 août 1880, les vers latins sont supprimés. On y substituera l'étude plus complète de la métrique et, en troisième, des exercices oraux ou écrits de métrique, en classe ou comme devoirs. La métrique et la versification française seront désormais l'objet d'une étude moins superficielle.

L'exercice facultatif du vers latin pourra être conservé pour quelques élèves d'élite. Mais, cette réserve faite, le Conseil admet que les avantages attribués à la pratique du vers latin en vue de développer le sentiment poétique et d'affermir le goût peuvent être obtenus, d'une part, par l'étude même des textes en prose et en vers, dans les trois langues, et, d'autre part, par l'ensemble des exercices et des compositions littéraires en français ou en latin depuis les classes élémentaires. Il a paru que dans les conditions présentes, la lecture des poètes latins avait plus souvent servi à la versification latine que la versification latine à la lecture des poètes.

En tout ceci, un changement presque radical, atténué par un insensible correctif et insinué avec de douces paroles, supprime la versification latine; et on a sujet de se demander en quoi la métrique et la versification française remplaceront la classique latinité avec sa consonance rythmique.

Il est vrai que l'élève se reportera davantage vers la langue française, notre vieille et admirable langue « qu'on ne trouve pauvre, au dire d'Ernest Renan, que quand on ne la sait pas ».

Toutefois, nous remarquons que les collèges catholiques ont maintenu et maintiennent encore la versification latine pendant plusieurs années successives. De même, pour le nombre des classes de philosophie.

De bonne heure, au temps passé, les latinistes, pédagogues ou simplement gentilshommes érudits, comprirent le charme de la langue latine, qu'ils ne séparèrent jamais de sa réelle majesté. Pendant deux ou trois siècles au moins, la versification fut en honneur, et

sûrement le métaphysicien raisonneur, le girondin Montaigne, n'eût pas consenti à priver le langage romain de sa diction cadencée.

Si certaines langues mortes ou usuelles sont construites avec des inflexions harmonieuses, avec des intonations natives, originelles, de quel droit nuire à leur propriété? A une langue parlée lui enlever un de ses plus précieux ornements, c'est exproprier un possesseur, dont le bien résulte d'une origine pure et honnête. Se placerait-on au point de vue de l'art, ce serait commettre une lourde faute d'esthétique que d'amoindrir le beau, alors que les successives générations s'évertuent à le maintenir dans presque toutes les productions humaines. Or, si les langues grecque et latine, celles qui servent de base à l'éducation imaginative de notre jeunesse, possèdent une richesse artistique, n'y a-t-il pas ineptie à les déflorer? Et c'est déflorer un objet que de ne pas en tirer le bon parti, lui ravir ce que le goût et la plus digne tradition ont légué. Se figure-t-on un peintre qui, pouvant donner à son tableau le ton des couleurs variées, se bornerait systématiquement à peindre en grisaille ou en monochrome ce qui pourrait recevoir les diverses teintes de l'arc-en-ciel!

C'est donc faire injure au latin que de supprimer indirectement l'enseignement pratique de sa poésie, puisque la poésie, pour n'être pas toujours appréciée sous la forme versifiée, a, le plus souvent, besoin de la versification. En appliquant modérément les élèves de rhétorique à la versification latine, on pourrait compenser le temps employé, en ne donnant aux premiers apprentis du grec que la connaissance des mots qui servent aux sciences; car les néologismes grecs s'imposent chaque jour plus nombreux, un peu trop nombreux.

Les conseillers de l'Université éloignent le reproche, en alléguant leur admiration pour la mesure rythmique du latin, sans parti pris de lui nuire. Une objection plus spécieuse que juste aurait été soulevée en Conseil supérieur, à cause de l'adjectif qualificatif dont l'élève fait trop souvent un emploi malheureux; mais, en supprimant la versification, ils privent les élèves non initiés des mérites de cette langue harmonieuse.

Qu'on veuille d'abord opérer une sélection entre les élèves; et qu'il s'agisse de la versification ou du thème et de la version, le mot propre ne sera discerné que par l'élève laborieux et intelligent. La réponse à l'objection est d'autant plus victorieuse que la recherche dans le *Gradus ad Parnassum* comporte un exercice direct, très salutaire, pour s'appliquer à donner un qualificatif vrai, justement approprié. Aussi le maître corrigeant les devoirs ne manquera pas de reléguer au dernier plan la composition en vers où les noms et

les adjectifs, choisis maladroitement dans le *Gradus*, seraient entachés de fausseté.

Cet exercice, à la recherche de la justesse des mots, fait retour sur toute composition, qu'on procède de la prose sur les vers ou de ceux-ci sur la prose. Comment alors contester le devoir des vers latins?

Horace use avec un esprit très personnel de l'adjectif, dans ses odes, plus et mieux que dans les satires et les épîtres. Sa précision moins musicale paraît aussi harmonieuse que celle d'un autre poète. Virgile, dira-t-on, l'emporte par la figuration sentimentale des lieux, des actions et la mélodie mesurée.

Quant à l'élève, dans l'enseignement secondaire, il devra compter sur sa valeur acquise par quelques années de labeur, et par le secours des Dictionnaires, notamment celui de Noël, ouvrage complet, et des ouvrages plus récents, revus et augmentés.

Prenons, comme exemple, un mot fréquemment et naturellement usité, *Italia,* Italie. Qu'un élève prononce dans une lecture *Itălia* et qu'il doive prononcer *Itālia,* ne conçoit-on pas l'horreur pénible d'une telle diction? Exemple :

Italiam petere, et terras tentare repostas.

Mon contradicteur s'illusionnerait s'il croyait à l'indifférence prosodique des premières syllabes brèves ou longues de ce vers de Virgile, s'il en niait l'effet significatif. Avec la moindre attention, il remarquerait : 1° le désir de toucher la terre d'Italie (rapidité des brèves); 2° la peine d'atteindre les terres éloignées (longueur du parcours avec la lenteur des longues).

Pour juger la valeur du rythme, même dans la linguistique ancienne, se figurer le frémissement, la crispation d'un Romain au Forum, entendant dénaturer la valeur d'une syllabe. Pourquoi nos grands-maitres de l'Université nous exposeraient-ils à une choquante méconnaissance?

Quelques exemples empruntés à diverses situations, suffiront à convertir les professeurs de bonne foi qui essaieraient de résister à une évidente démonstration.

Dans le *Quos ego,* si prompt, si emporté, concevrait-on une autre allure?

Dans l'*Infandum regina jubes renovare dolorem*, remarquez l'emploi des longues où le sens devient allangui, pesant, douloureux, où les brèves ne servent que de traits-d'union et marquent la rapidité due au commandement d'une reine.

Quiconque a prononcé l'*Incessu patuit dea*, s'est plu à voir

s'avancer gravement, majestueusement la déesse-reine. Et ce fragment de vers ne hante-t-il pas notre mémoire, en apercevant la démarche noble d'une femme?

Dans la cérémonie du culte catholique, alors que le prêtre donnant la communion dit : *Corpus D. N. J. C. custodiat animam tuam in vitam æternam. Amen!* et insiste sur la syllabe médiane du verbe, avec intention de durée, avec le souhait de la perpétuité, marqué par la consonance longue, une brève serait impossible et laide comme une monstruosité.

Resterait encore la poésie imitative. Un exemple entre mille :

Quadrupedante putrem sonitu quatit ungula campum.

Enfin, si on consultait les jeunes gens ayant pratiqué la versification et ceux qui n'y ont accédé, il est probable que les premiers, plus que les seconds, témoigneraient leur attachement et leur affection pour Rome ancienne et les études de latinité, tant la poésie à laquelle contribue le néophyte sert à lui inculquer du goût et à l'initier à la connaissance intime d'une langue très littéraire!

Il est à remarquer que les vers latins ou écrits dans une autre angue aident la mémoire plus encore que la meilleure des proses.

Ces exemples seuls correspondent à des preuves. D'où nous inférons qu'une langue composée de sons brefs et de sons prolongés, peut se dénommer langue *riche*, et qu'il n'y aura nul intérêt à dissimuler la richesse d'un langage quel qu'il puisse être.

La versification, étant fille de l'harmonie, se complaît dans la consonance rythmique; et comme le latin ne nous occupe pas seulement parce qu'il traduit l'histoire d'un peuple supérieur entre tous, mais bien en raison de la flexibilité et de la redondance des mots et des phrases, il y a faute à négliger la versification latine

Nous ajoutons enfin, pour notre justification, que certains recteurs et inspecteurs d'Académie des mieux appréciés conviennent, sans toutefois livrer leur opinion au public, de la justesse de la thèse soutenue dans cette simple dissertation.

M. Gustave VOULQUIN

à Paris.

DES DANGERS QUE PRÉSENTENT AU POINT DE VUE PHYSIQUE, MORAL, PATRIOTIQUE LES NOUVEAUX EXERCICES DE SPORT [613.73[

— *Séance du 8 août 1895* —

Le médecin doit être seul juge de permettre à tel ou tel adolescent, après s'être entretenu avec les parents, avec le directeur, avec le professeur, la pratique de tel ou tel exercice physique.

Le médecin doit seul juger des aptitudes de chacun de ces jeunes gens, selon le tempérament, s'il peut autoriser sans danger, au moment critique de la croissance, des exercices toujours plus ou moins violents.

Les nouveaux sports Athlétiques, Olympiques sont loin d'observer cette prudence élémentaire.

Ils n'ont qu'un but : faire des *recordmen;* c'est-à-dire, en bon français, des gagnants de concours, au grand détriment de la masse.

Il n'est pas nécessaire d'être médecin pour juger que les courses pédestres organisées par des sociétés sportives, courses où l'on voit des jeunes gens faire de 12 à 16 kilomètres à l'heure et plus, ne peuvent que nuire à la santé de ces enfants, et cela sans utilité, uniquement dans un but purement sportif, c'est-à-dire dangereux.

Que dire du Foot-Ball, ce jeu de brutes ?

Ce que nous en dirions ne peut approcher des lignes suivantes extraites d'*Outre-Mer*, le dernier volume de notre célèbre condisciple de Sainte-Barbe, Paul Bourget...

« Le signal est donné et le jeu commence.

» Terrible jeu... jeu de jeunes dogues élevés à mordre, à se ruer dans la curée, jeu d'une race faite pour les attaques sauvages, la défense violente, la conquête implacable et la lutte désespérée.

» Ces visages pâles et roses, ces athlètes scolaires sont à la fois admirables et effrayants à voir, aussitôt que le démon de la lutte est entré en eux...

» La brutalité des gestes par laquelle on saisit ce porteur de balle

est impossible à imaginer pour qui ne l'a pas vue. Il est empoigné par le milieu du corps, par la tête, par les jambes, par les pieds. Il roule, son agresseur avec lui, et comme ils se débattent, et que chaque troupe revient à la rescousse, c'est toute une ruée de corps les uns sur les autres, comme un nœud inextricable de serpents à têtes humaines.

» Cela se tord à terre et se déchire.

» On voit des faces, des chevelures, des torses, des jambes tressauter dans une monstrueuse et mouvante mêlée. Puis ce nœud meurtrier se dénoue, et le ballon rebondit lancé par le plus agile et poursuivi de nouveau avec la même fureur. Sans cesse, après un de ces frénétiques entrelacements, quand le nœud des joueurs se défait, un des combattants reste à terre, incapable de se lever tant il a été frappé, serré, écrasé, pilé. Un docteur chargé du service des blessés arrive et le palpe. On voit ces mains de savant secouer un pied, une jambe, masser des côtes, laver un visage, éponger le sang qui ruisselle du front, des yeux, du nez, de la bouche...

» Quelquefois il faut emporter le malheureux. Le plus souvent il reprend connaissance, finit par se relever et fait quelques pas appuyé sur une épaule compatissante. »

Au point de vue *moral*, ces exercices sportifs, brutaux, sont cause de jalousies, de concurrences malsaines, d'amour-propre mal placé.

Ils donnent le goût des jeux vulgaires aux adolescents, et non des exercices salutaires de plein air.

Ce que nous appelons en France jeux de mains, jeux de vilains.

Ils détruisent l'instinct de solidarité, de camaraderie, d'humanité au profit d'une sélection, sélection qui fait négliger le plus grand nombre.

Ces entraînés sportifs poussent leurs camarades, par leurs exemples, à mépriser l'instruction intellectuelle.

Ces sports brutaux, inutiles, éloignent les enfants des familles. Les enfants désertent le foyer, vont avec toutes sortes de gens, prennent les manières dégingandées, prétentieuses, simplement communes, de personnes rencontrées au hasard. Ils croient faire preuve de *chic* en imitant des inconnus qu'ils ont vus sur les routes, dans les auberges, sur les pistes sportives; ils rentrent à la maison surmenés, fatigués, négligent la plus élémentaire politesse.

Faisons, Messieurs, notre possible pour donner le goût des exercices de plein air aux enfants, le goût des excursions, des jeux qui, tout en fortifiant le corps, ont une utilité, tels que l'équitation, la natation, l'escrime, le tir, la boxe, la gymnastique et ses dérivés,

exercices pratiqués sagement avec l'assentiment du médecin, sous les yeux des maîtres. Voilà, Messieurs, le véritable but à atteindre.

C'est ce qui est le but, la grandeur, l'honneur des Sociétés patriotiques, de gymnastique, d'éducation militaire.

Je souhaiterais, Messieurs, que dix membres de ces sociétés de gymnastique fussent présents ici sous vos yeux, ainsi que dix de ces fameux « *recordmen* » des sociétés sportives, et vous jugeriez, vous verriez, de quel côté est la bonne santé, la bonne humeur !

De ces dangers moraux, vous jugerez encore, Messieurs, et vous prononcerez librement.

Quelques mots seulement, Messieurs, relativement au manque de respect de notre nationalité, que causent à notre jeunesse ces sports olympiques, athlétiques. Trouver tout beau, bien, parfait; faire prendre à des enfants les mœurs, la langue, les manières de se vêtir, de marcher, de s'exprimer d'une nation voisine, quelle que soit sa grandeur, grandeur à laquelle nous rendons hommage, nous semble un contresens absolu.

Comme le disait dernièrement un homme que nous admirons et vénérons tous ici, un homme qui est une des plus pures gloires de la France, en même temps qu'un des bienfaiteurs de l'humanité, la science et l'art peuvent ne pas avoir de Patrie, mais les jeunes gens doivent en avoir une! Ainsi a dit Pasteur.

Ils doivent conserver précieusement ce que les mœurs de leurs ancêtres ont de bon; maintenir jalousement la pureté de leur langage national, de leurs mœurs, de leur civilisation; ils doivent essayer d'améliorer tout cela, de rejeter ce qui, avec les progrès de la science moderne, peut être une cause d'infériorité; mais ils doivent respecter ce qui, depuis des siècles, a fait la gloire de leur pays, expressions choisies, mœurs élégantes, manières aisées; exercices physiques qui ont besoin d'être améliorés, mais qui n'ont pas empêché leurs pères d'être aussi agiles, aussi forts, aussi adroits que leurs voisins.

M. le Dr F. BOE

à Paris.

DU MOYEN D'ÉLEVER LE NIVEAU DES ÉTUDES MÉDICALES DE LA SUPPRESSION DE LA CASTE MÉDICALE NÉE DES CONCOURS ET DE L'ÉTAT-MÉDECIN [614.2]

— *Séance du 8 août 1895* —

L'an dernier, j'avais l'honneur d'agiter devant vous la question de l'incompatibilité des Concours et des Congrès; je disais : les Concours mettent les destinées des jeunes travailleurs entre les mains d'hommes plus âgés qui ont pu travailler sans doute, mais qui seront toujours prêts à penser que la science s'est arrêtée au point où ils se sont arrêtés eux-mêmes ; la science, qui est toujours jeune, doit être libre; sans liberté scientifique il ne peut y avoir de Congrès.

Passant ensuite du général au particulier, dans une esquisse que je m'efforçais de rendre aussi fidèle que possible, je faisais ressortir ce fait qu'il n'est peut-être pas une branche de la science à laquelle les Concours aient porté plus de préjudice qu'à la médecine. Du jour où le législateur a créé l'État-médecin avec ses places données au concours, il a été permis au public de penser que le titre de docteur en médecine ne suffisait pas pour obtenir sa confiance et que celui-là surtout mériterait son estime qui serait un fonctionnaire; on a fait perdre, dès lors, au jeune travailleur le goût de l'art pour l'art, on a matérialisé ses aspirations en lui faisant entendre que la place étant obtenue on n'avait plus qu'à se laisser vivre, que le pavillon couvrirait toujours la marchandise, qu'on était *arrivé* enfin, pour employer le terme consacré.

On ferait partie, sans doute, d'un corps de fonctionnaires, on appartiendrait à une caste de médecins hiérarchisés à stérilisation scientifique de ses membres les uns par les autres, mais on aurait la consolation de savoir que cette caste, société de débinage réciproque dans les coulisses, d'admiration mutuelle devant la galerie, serait elle-même chargée d'instruire et de former les médecins qui ne suivraient pas la carrière des concours; *cette caste saurait diriger cette éducation au mieux de ses intérêts propres.* Quand j'aurai

ajouté que les concours, par une sélection malheureuse, auront trop souvent sacrifié l'esprit de création à l'esprit d'assimilation; qu'il est immoral de faire des sélections entre des jeunes hommes de vingt à trente ans à des âges où on ne peut apprécier l'étendue que d'une seule faculté, la mémoire; qu'on est exposé ainsi très souvent à sacrifier l'avenir des Français de France les plus capables d'honorer par leurs travaux la science et leur pays, j'aurai rappelé les traits principaux de ma communication de l'an dernier.

La question se pose maintenant: comment remédier à un état de choses aussi fâcheux?

Il est, tout d'abord, un moyen très simple, celui que je signalais à cette même place, l'an dernier; il faudrait voir ce qui se passe dans les pays où les concours médicaux n'existent pas, il faudrait étudier l'organisation scientifique de ces pays et l'introduire en France; il suffirait d'un peu de fermeté et de franchise. Cette organisation scientifique ne fait, au reste, que reproduire dans ses grandes lignes l'ancienne organisation Française. Les adeptes sincères des concours, comme tous ceux qui ont intérêt à maintenir le triste état de choses actuel, objectent que ce retour en arrière est impossible, car il ouvrirait largement les portes au favoritisme; mais ces portes, les concours les ont-ils donc si bien fermées? La vérité est qu'on ne voit pas du tout les services qu'ils ont pu rendre à cet égard et qu'on ne voit que trop le tort considérable qu'ils ont fait à la liberté scientifique, à l'égalité professionnelle des médecins praticiens et à la fraternité qui doit résulter de cette égalité. Tous les aspirants aux places de fonctionnaires de l'État médecin conviennent que, pour les obtenir, il est indispensable d'avoir de bons pistons, d'avoir son jury. Il y a encore là du favoritisme, seulement c'est du favoritisme masqué, *du favoritisme légalisé*.

A tout prendre, le favoritisme auquel pouvait donner carrière l'ancienne organisation française et auquel il peut donner lieu dans tous les pays où elle est encore en vigueur, est un favoritisme, si je puis m'exprimer de la sorte, plus criard, partant moins dangereux.

Peut-il donc être si redoutable dans un pays où il existerait des universités indépendantes, *rivales*, où chacun pourrait donner sa mesure dans des travaux librement conçus et librement écrits, et dans un temps où les communications sont rendues si faciles, non seulement entre les hommes d'une même nation, mais encore entre les travailleurs de différentes nationalités? Assurément non, mais si on réimporte en France l'organisation scientifique, « que nos ancêtres avaient fondée, que les étrangers ont imitée et que nous

seuls avons abandonnée » (1), il faut l'appliquer *complètement et loyalement.*

Il faut : 1° avoir ces universités absolument indépendantes et rivales qui sont la véritable expression d'un peuple libre et auxquelles la Révolution française a substitué l'Université d'État, l'Université esclave; 2° il faut donner aux élèves, en leur faisant rétribuer directement les cours des professeurs, le droit de censurer d'une façon *effective* leurs actes, s'ils les trouvent litigieux. Les professeurs peuvent se créer, si tel est leur désir, une clientèle de ville, mais les étudiants ont aussi la liberté de les quitter pour aller à d'autres qui tiendront davantage à se faire une clientèle d'élèves. C'est le système qui prévaut dans tous les pays où les concours n'existent pas; en Angleterre comme en Autriche, en Allemagne comme en Russie, en Belgique, en Hollande comme en Danemark, Suède et Norvège, en Suisse comme aux États-Unis.

Seuls, des esprits légers peuvent prétendre que l'enseignement supérieur doit être gratuit, que la rétribution directe des cours par les élèves est une mesure antidémocratique; en réalité, elle rend libres les défenseurs naturels de l'intérêt général, ceux qui n'ont encore qu'à étudier, ceux qui ne voient encore rien à travers le prisme de l'intérêt personnel. Au reste, cette prétendue gratuité de l'enseignement médical n'est-elle pas un leurre? est-ce que l'élève ne paie pas d'inscriptions à l'État? Seulement il ne peut avoir aucune action sur l'État, les fonctionnaires que l'État délègue pour son instruction se trouvent *vis-à-vis de lui parfaitement irresponsables;* le favoritisme d'État est d'autant plus redoutable qu'il est impersonnel.

En important en France l'organisation scientifique des pays où les concours n'existent pas, en revenant à l'ancienne organisation française, on émanciperait les jeunes travailleurs; leurs travaux pourraient paraître l'expression de leur pensée libre, et si le favoritisme existait encore, il perdrait au moins cette irresponsabilité dont il jouit à l'heure présente, il serait, je le répète, *nominal,* il ne serait plus *officiel.*

Il est bien difficile de faire perdre cette plante parasite qu'on appelle le favoritisme; elle pousse en tous lieux; elle fleurit sous toutes les latitudes; on ne peut guère songer qu'à l'empêcher de pousser de trop profondes racines; peut-être, pour arriver à ce résultat, est-il un moyen meilleur que le simple retour à l'ancienne organisation française : c'est celui que je désirerais exposer maintenant devant vous.

(1) Paroles prononcées par M. le Ministre de l'Instruction publique au Congrès de l'Enseignement supérieur, à Lyon, au mois d'octobre 1894.

Il est bien certain que tout favoritisme suppose une sélection et que s'il n'y a pas de sélection, le favoritisme n'a pas lieu de s'exercer; il importe donc de supprimer les sélections là où elles sont inutiles, là où elles sont non seulement inutiles mais funestes au libre développement de l'individualité médicale, et il faut avoir soin là où elles s'imposent, en matière d'enseignement, de concilier les intérêts particuliers de ceux qui doivent le faire avec l'intérêt supérieur de la science, avec l'intérêt des élèves, avec l'intérêt général; il faut établir enfin une ligne de démarcation bien nette entre le corps médical enseignant et le corps des médecins praticiens.

Quelques propositions suffisent pour répondre à ces desiderata; elles ne sont réalisables, je m'empresse de le dire, que si l'Université d'État, l'Université domestique de Napoléon Ier, est abolie et remplacée par des Universités indépendantes, rivales, d'une France décentralisée.

Pour plus de clarté, pour fixer les idées, je prendrai Paris comme théâtre d'application de l'organisation scientifique projetée; si le système est reconnu bon pour la capitale, il sera facile de l'appliquer ensuite à la province.

Propositions :

1° Paris est divisé en un certain nombre de circonscriptions hospitalières qui forment comme autant de cités distinctes;

2° Les malades pauvres, de chaque circonscription, sont tenus d'aller se faire traiter à l'hôpital affecté à cette circonscription; ils sont soignés par la collectivité des médecins de la circonscription, les noms de tous ces médecins sont inscrits sur une liste commune, un roulement médical est organisé; chaque service ne comprend que trente lits; il est dirigé par le même médecin pendant six ans, ce dernier a tout le temps nécessaire pour se perfectionner dans son art, soit qu'il veuille rester médecin praticien dans la circonscription, soit qu'il se destine à l'enseignement; deux voies sont ainsi ouvertes à son activité;

3° Si les médecins, qui ont passé six ans à l'hôpital, restent médecins praticiens, la municipalité mettra à leur disposition, dans les cimetières ou ailleurs, un local où ils pourront faire l'autopsie de leurs clients décédés, au gré des familles; il est certain que celles-ci seront plus ou moins bien soignées suivant qu'elles donneront ou refuseront à leur médecin traitant les moyens de mieux connaître leur tempérament;

4° Si les médecins se destinent à l'enseignement, ils s'attacheront surtout à développer, durant ces six années d'étude, leur sens pédagogique, à se créer une clientèle d'élèves; tout étudiant paie une

rétribution pour avoir le droit de suivre un service hospitalier; cette rétribution qui engage l'étudiant à venir à l'hôpital, permet à l'aspirant professeur de suivre avec plus de liberté d'esprit, avec moins de souci de la vie matérielle ses recherches scientifiques; il ne perd son titre de médecin praticien que le jour où il est nommé professeur dans une université; dès ce moment, dès *l'instant qu'il reçoit une subvention de l'État, qu'il est un fonctionnaire,* il doit fermer son cabinet de consultation;

5° Le traitement fixe des professeurs des Universités indépendantes est variable suivant l'importance, suivant la richesse des dites Universités; il ne saurait être inférieur à un minimum qu'il s'agira d'établir; le casuel constitué par les rétributions des élèves sera nécessairement plus ou moins élevé suivant que le professeur aura su grouper autour de sa chaire un plus grand nombre d'étudiants. Un professeur en renom étant libre de passer d'une Université dans une autre et ne pouvant perdre sa clientèle d'élèves payants, les professeurs d'une Université quelconque auront intérêt à s'adjoindre un collègue qui jettera de l'éclat sur le corps enseignant dont ils font partie et qui lui donnera tout à la fois honneur et profit;

6° Les Universités confèrent les grades, mais le jeune docteur doit, avant de se livrer à l'exercice de son art, se présenter devant un jury formé par voie de tirage au sort parmi les médecins d'une circonscription hospitalière autre que celle dans laquelle il va s'établir; l'examen que fait subir le jury est un examen simplement clinique; les médecins praticiens s'assurent qu'aucun favoritisme n'a porté atteinte à l'honneur de la grande famille médicale par la concession imméritée d'un diplôme.

Je ne pense pas qu'il soit nécessaire de bien insister sur les avantages qu'offrirait le projet de réforme dont je viens de donner les principaux points.

Ce projet consacre d'abord le principe de l'égalité professionnelle des médecins praticiens, il abolit la caste des médecins fonctionnaires, il supprime l'État-médecin.

Le public, sachant que tous les médecins de la circonscription hospitalière sont tour à tour de service à l'hôpital de cette circonscription, sera obligé, quand il voudra accorder sa confiance à l'un d'entre eux, de s'en rapporter à l'estime réciproque que les médecins eux-mêmes peuvent avoir les uns pour les autres, de s'en rapporter surtout à la réputation qu'ils auront acquise par les *soins donnés aux pauvres gens qui, habitant le même quartier, les connaissent tous.* Chaque médecin aura intérêt à marquer son passage à l'hôpital en faisant aux indigents le plus de bien possible.

Le concours passager pour des places de fonctionnaires est remplacé par un concours permanent pour le renom de la personnalité. L'égalité sociale fait naître la libre concurrence, rend la liberté à tous les travailleurs; elle éveille dans les cœurs, quelque ardente que devienne la lutte, le noble sentiment de la fraternité.

Si le présent projet de réforme fait disparaître les castes médicales créées par les concours, la caste des médecins fonctionnaires « des grands médecins » et la caste des médecins non fonctionnaires « des petits médecins », s'il relève à tous égards la dignité professionnelle du médecin traitant, il relève encore bien mieux la valeur morale et scientifique de l'enseignement officiel. Les clients d'un professeur sont des élèves, des malades d'hôpital; ils ne peuvent jamais être des malades de ville. Les privilégiés de la fortune ne sont pas autorisés à lui faire perdre un temps précieux qu'il doit à ses élèves, qu'il doit à la science.

Précisément, cette interdiction de faire de la clientèle de ville, sous peine d'amende, éloignera de la carrière de l'enseignement *tous ceux* qui ne voient, dans le titre de professeur, qu'une réclame de premier choix, qu'un moyen de se procurer des jouissances matérielles; elle la fera rechercher, au contraire, de tous ceux qui aiment l'enseignement pour lui-même, qui ont le culte de la recherche scientifique, qui aiment l'art pour l'art. Sans compter que ces vrais professeurs, par leurs leçons, par leurs ouvrages, peuvent arriver à se faire un casuel important, qui ne sait que la vraie science se concilie très bien avec la simplicité des goûts; le chercheur n'aime guère les agitations d'une vie mondaine et luxueuse.

Le meilleur moyen de faire entrer dans le corps enseignant officiel des hommes animés de tels sentiments est d'empêcher que ce recrutement ne se fasse aux concours; il ne faut pas que ces hommes se voient condamnés à s'assimiler, pour donner la mesure de leurs talents pédagogiques, les conceptions vieillies de la génération qui s'en va, c'est du temps perdu; ils doivent se sentir complètement libres de rechercher et de faire connaître les conceptions scientifiques nouvelles à la génération qui vient.

Les concours ne peuvent que détourner de l'enseignement les vrais pédagogues, les amis de la liberté scientifique (1); ce n'est pas la peine vraiment de se condamner des années et des années à la

(1) Qu'on ne s'y méprenne pas, le socialisme scientifique des médecins a des visées tout autres que le socialisme d'État; le socialisme scientifique défend la liberté individuelle, source de toute initiative et de tout progrès, il cherche à éveiller les appétits intellectuels d'une association d'hommes instruits, le socialisme d'État ne sait que flatter les appétits matériels d'une foule inconsciente et la bercer d'utopies; il étouffe l'individualité, il fait le jeu du césarisme.

servitude, dans la simple espérance et pour le seul plaisir de devenir tyran à son tour. Comment a-t-il pu se trouver un législateur assez étourdi, permettez-moi je vous prie, Messieurs, cette expression pour ne pas voir qu'en organisant des concours, il allait faire des juges de ces concours autant d'autocrates et qu'il n'y a rien de plus intolérable que l'autocratie dans les sciences?

Une telle servitude et l'espérance de jouir plus tard d'une telle autocratie ne peuvent que déplaire à un vrai savant. Le projet d'organisation des études médicales que j'ai l'honneur de vous soumettre ne peut au contraire que lui sourire. Rien ne l'empêche, lorsqu'il est encore médecin traitant dans un hôpital, de développer, en toute liberté, ses aptitudes pédagogiques; appelé dans une Université comme professeur, il ne peut plus, il est vrai, faire de la clientèle de ville, mais il reçoit un traitement fixe et il ne tient qu'à lui d'améliorer les conditions matérielles de son existence par ses livres et par ses cours payés.

Il est d'autant plus en droit d'espérer une juste récompense de ses travaux, que ses élèves ne peuvent voir en lui un *dispensateur breveté de places et de réputations;* il n'est pas prisonnier d'une caste d'élèves administratifs; il n'y a plus de castes puisqu'il n'y a plus de concours; tous les élèves indistinctement savent fort bien qu'ils doivent gagner leurs éperons devant un corps médical indépendant et instruit; c'est devant ces derniers, que représente un jury dont le sort fait connaître les noms au dernier moment, qu'ils doivent se présenter à l'examen final.

Si ce projet d'organisation des études médicales accorde au vrai savant une grande autorité morale sur les élèves il leur en donne une grande également sur les médecins praticiens; il n'est pas leur concurrent, il ne peut paraître, à leurs yeux, être le chef d'une corporation de médecins fonctionnaires, condamné par l'État à la triste mission d'étendre sans cesse le domaine de l'État-médecin, d'étouffer l'individualité médicale. *Être condamnés à abaisser la dignité professionnelle, le caractère du médecin français, voilà cependant à quoi se trouvent réduits dans notre pays les maîtres de l'enseignement, par des lois soi-disant démocratiques;* il y a mieux encore, ces maîtres de l'enseignement, ces éducateurs de médecins fonctionnaires en sous-ordre sont incités à espérer d'être d'autant plus souvent appelés en consultation par les dits fonctionnaires que ceux-ci seront moins éduqués, moins instruits; c'est le ridicule ajouté à l'odieux.

Le jour où le professeur n'aura plus des intérêts personnels opposés aux intérêts des médecins praticiens, le jour où, grâce à une sage

décentralisation, il n'appartiendra plus à une Université esclave, où il aura recouvré, bien que restant fonctionnaire, une liberté relative, les individualités médicales syndiquées cesseront de voir en lui le redoutable avocat d'office de l'État despote et il pourra même devenir l'interprète autorisé de leurs légitimes revendications.

En résumé, il est deux moyens de remédier au triste état de choses créé par les concours dans l'ordre des sciences médicales. Le premier, dont j'ai parlé tout d'abord, consiste à importer en France l'organisation scientifique des pays où les concours n'existent pas, organisation scientifique qui ne fait que reproduire dans ses grandes lignes l'organisation scientifique française; le second, répondant mieux aux principes d'une démocratie vraie, est celui que je viens de signaler : il consiste à défendre expressément aux professeurs des facultés de médecine de tenir un cabinet de consultation, à les empêcher d'avoir des intérêts privés contraires à ceux des médecins traitants, enfin, à mettre sur un pied d'égalité professionnelle parfaite devant le public tous les médecins praticiens.

Ces mesures, une fois prises, on verra d'une part grandir l'autorité médicale et scientifique des maîtres de l'enseignement officiel et on verra, d'autre part, disparaître les castes médicales, le fonctionnarisme médical. Le concours temporaire, ainsi que je l'ai dit plus haut, pour des places sera remplacé par un concours permanent pour le renom de l'individualité. Chaque médecin traitant tiendra à honneur de marquer son passage à l'hôpital de sa circonscription hospitalière en faisant, aux malades indigents de la même circonscription qui le connaissent déjà, le plus de bien possible ; son intérêt d'ailleurs répondra de son zèle.

Tous les intérêts privés s'accorderont aussi à assurer le bon fonctionnement des services hospitaliers, si nécessaire pour le bien des malades et pour l'instruction des élèves.

M. Pierre MALVEZIN

Directeur de la Société Filologique française, à Paris.

ORIGINE GAULOISE D'UN CERTAIN NOMBRE DE MOTS FRANÇAIS [412

— *Séance du 9 août 1895* —

J'ai eu l'honeur, l'année dernière, au Congrès de Caen, d'exposer à la section les réformes ortografiques opérées par la Société filologique française, que je fondai en 1872 : retranchement des consones inutiles, et création de règles fixes dans chaque famille de mots et dans chaque série de mots analogues, par la supression des exceptions et des contradictions du dictionaire de l'Académie. Je me dispenserai de vous entretenir de nouveau de ce sujet, d'autant mieus que vous avez vu l'aplication des réformes en question dans les mémoires que M. Émile Lemoine, l'un des membres fondateurs et bienfaiteurs de la Société.

Je vous ferai part aujourd'hui des remarques que j'ai faites sur les origines de nos mots usuels, tout en étudiant les simplifications à aporter à l'ortografe.

J'ai reconu que beaucoup de ces mots sont d'origine gauloise, quoique les auteurs en aient, de préférence, dérivé la plupart du latin ou d'autres langues.

Le gaulois n'a pu, en éfet, se perdre; il n'a pu être rejeté par nos pères, et cela depuis les habitants des cités jusqu'aus habitants des cabanes, pour être remplacé par la langue des envahisseurs. Il a reçu un vernis latin, come l'a dit La Ramée; il a même fusioné avec le latin, mais il n'a pas été détruit, et beaucoup de nos mots se retrouvent dans les langues des anciens pays gaulois et ne se retrouvent pas dans le latin. Les Romains n'ont pas pu nous doner des mots qu'ils n'avaient pas.

J'ai réuni, dans un suplément du Dictionaire, les mots usuels par familles, en apuyant tous ceux qui semblent provenir du fond gaulois, de toutes les preuves ou de toutes les probabilités que j'ai pu recueillir.

Exemples :

Ad. Racine indo européène, dont le sens est manger. Sansc. *ad*, gr. ἔδειν, lat. *edere*, got. *itan*, flam. *ed*, angl. *eat*, tous mots ayant le même sens de manger. Le gaulois ne nous a pas été transmis, mais il a dû être *ed* ou, dans certains dialectes, *id*, *it*. — Par les dérivés latins *comestibilis* et *obesus*, nous avons *comestible* et *obèse*, mais nous ne somes pas sûrs d'avoir, de cette racine *ad*, des mots nous venant par le gaulois. M. Émile Burnouf, dans son *Dictionaire sanscrit*, dérive *disette* (que nous ortografions *disète*) de cète même racine; mais d'autres auteurs dérivent le breton *ed*, blé, récolte en blé (d'où le composé *dized*, manque de blé, manque de récolte, stérile, en parlant des terres et des années, et qui est le même que *disète*) de la racine *pit*, qui est dans le zend *pitu*, nouriture, etc. La chute du *p* initial étant ordinaire en celtique (probablement parce que dans l'ancien temps, ce *p* était aspiré comme le φ grec, et que les Celtes n'avaient plus d'aspiration), le breton *ed*, blé, récolte en blé, et le composé *dized* peuvent venir de *pit* aussi bien que de *ad*; dans ce cas, ils seraient pour *ped* et *disped*, come le vieil irl. *ith* tème gaulois *itu* » et le vieu gal. *it*, blé, froment, seraient pour *pit* (= *pitu*), selon les mêmes auteurs. Cependant, le latin *ador*, blé, nous ferait pencher pour *ad*, car le *p* initial ne tombant pas en latin come en celtique, et la signification de *ador* étant la même que cèle du breton *ed*, du vieil irlandais *ith* et du vieus gallois *it*, il est suposable que tous ces mots ont une origine comune et que cète origine est *ad*; à moins que le latin *ador* ait été emprunté à la langue des Gaulois, où le *p* initial n'existait plus et qu'il fût pour *pador*, ce qui est moins admissible. Le sens de manger aurait pu être étendu à celui de vivres, come nous disons aujourd'hui *le manger*, pour les provisions à manger. — En tout cas, *disète* et son dérivé *disèteus* sont celtiques et non latins ou grecs, et les auteurs latinisants ont eu tort d'aler chercher, les uns un *desecta*, qui serait venu de *desectum*, supin de *desecare*, composé de *secare*, couper, et les autres *desinere*, cesser, sans oublier ceus qui ont vu un *j* dans l'*i* d'un ancien français *disiète* et qui ont dérivé le mot de *déjeter!*

Al. autre. Gaulois, *alios;* irlandais, *aile;* breton et kimri, *all;* cornique, *eil;* gotique, *alis;* grec, *allos* (= *alios*); latin, *alius*, tous mots ayant le même sens de autre. Dans le sens de l'autre, en parlant de deus : latin, *alter;* ombrien, *altrei*, etc. En sanscrit, *an* au lieu de *al* : *anias*, autre; *antara*, l'autre, d'où l'alemand *andere*, l'autre, etc. Beaucoup de mots de cète racine nous viènent du latin : *aliéner*, *alterner*, *altérer*, etc.; mais *autrui*, qui n'a pas une forme

latine et que les uns vont chercher dans un génitif *alterius*, par une transposition étrange de *iu* en *ui*, et que les autres tâchent d'expliquer par *alter huic*, peut venir d'un gaulois *altru* ou même *altrui*, car nos pères, ayant un mot pour signifier autre, devaient en avoir également un pour signifier l'autre, les autres.

Arg, être blanc, briller. Sanscrit, *arj* et *arjuna*, pour *arg* et *arguna*, blanc; grec, ἀργός, clair, et ἄργυρος, argent; gaulois, *arganton* et, avec afaiblissement de l'*a* en *e*, *argenton*, argent, qui se retrouve dans le kimri *argant*, le cornique *argant*, le breton *archant*, jadis *argant*, etc.; latin, *argentum*, même sens de argent. De la même racine: le terme de fonderie *arcot*, *argot*, partie de métal trouvée dans la cendre, après la fonte; et *argile*, terre grasse, luisante. Ce dernier mot, *argile*, peut venir du latin *argilla*, quoique nous ayons l'oc *argiol* et le gallois *argel*; mais *arcot* ou *argot*, resté dans le langage populaire, ne peut nous venir que du gaulois; de même, *argent*, nos pères n'ayant pas dû avoir besoin d'emprunter un mot qu'ils avaient déjà. La géografie et l'histoire nous dònent plusieurs noms, entre autres *Argentomagus* pour *Argentomagos*, aujourd'hui *Argenton* sur Creuse; *Argentiolum* pour *Argentogilum* = *on*, aujourd'hui *Argenteuil* (Seine et Oise), etc., etc.

Berg, montagne. Gaulois, *berg*; alemand, *berg*; ligurien, *berga*; mots signifiant montagne et passés plus tard au sens de fortification, à cause du refuge que les montagnes, les rochers escarpés et les hauteurs ofraient dans les invasions de l'énemi, de même que *dun*, ayant le même sens de montagne, signifia aussi fortification et ville. Une autre forme, *birg* et, avec métatèse, *brig*, a doné le gaulois *brix*, génitif *brigos*, même sens que *berg*, le kimri *brig*, point culminant, et *brigand*, montagnard; le breton *brigant*, même signification de montagnard; d'où les noms de divers peuples: les *Brigantes* de l'Irlande et de la Bretagne, les *Latobrigi* de la Suisse, et un certain nombre de noms de villes, parmi lesquels *Briançon* pour *Briganson*. Nous avons aussi le gaulois *briga*, valeur, courage, dans *Brigovix*, etc., d'où le français *brigue* et *brigade*, troupe, détachement courageus, et les dérivés *brigadier* et *embrigader*; *brigand*, soldat d'une brigue ou brigade, passé au sens de pillard, par suite des pilleries des gens de guerre, fréquentes au moyen âge; *brigander*, *brigandage*, *brigandeau*, *brigandine*, *brigantin*; *brigue*, querèle, *briguer*, convoiter (en italien, *brigare*); *abriter* pour *abriguer* (en oc et en espagnol, *abricar* ou *abrigar*; en certains dialectes du nord, *abriguer* et *abricher*; en ancien français, *abrier* pour *abriguer*) et le dérivé *abri* pour *abrig* ou *abric*, que Littré et

autres auteurs ont, à tort, fait venir du latin *apricus*, exposé au soleil, et que d'autres, non moins fautivement, ont tiré de *arbor*, arbre, le sens pour la première, et la forme pour la seconde de ces deus étimologies ne concordant point avec le mot. Encore une autre forme, *burg*, lieu fortifié, a doné l'alemand *burg*, même sens; le grec πυργος, tour; le bas latin du IVe siècle *burgus;* le gaél. *borg;* c'est de *burg* que nous viènent *bourg, bourgade, bourgeois, bourgeoisement, bourgeoisie, bourgmestre, faubourg,* etc.

Brod, vapeur, ébulition, bouillon. Gaëlique, *brod;* irlandais, *broth;* latin populaire, *brodum,* indiquant un gaulois *brodon;* espagnol, *brodio;* italien, *brodo,* tous mots au sens de bouillon; en composition avec *sa* (abréviation du gaulois *sam,* avec, frère du grec συν et du latin *cum,* employé ici en préfixe), l'oc *sabrod,* bouillon mélangé avec du vin; proprement, bouillon composé. Nous avons, en français, de ce radical *brod : brouet,* bouillon au lait et au sucre, diminutif d'un ancien *broud; brouée, brouillard* ou *brouillas, brouillasser,* etc.

J'espère que ces quelques articles sufiront pour vous démontrer qu'il nous est possible de faire restituer à la langue de nos pères la grande part qui lui est due dans la formation du français. Et j'ai la confiance que vous, Messieurs, qui êtes des amis de la science et de la vérité, vous voudrez bien être des premiers à me prêter en cela votre précieus concours, dans vos articles de journaus et dans vos livres.

MM. JOLYET et POURTALÉ

à Bordeaux.

DE L'ATTÉNUATION DU VIRUS RABIQUE ET DE SON APPLICATION CONTRE LA RAGE DU CHIEN [614.477

— *Séance du 5 août 1895* —

Nous avons l'honneur de déposer sur le bureau du Congrès deux conclusions concernant l'atténuation du virus rabique et son application contre la rage du chien.

Il s'agit des résultats obtenus durant les trois années de recherches expérimentales sériées faites au laboratoire de physiologie de

la Faculté de médecine de Bordeaux, avec le concours de M. le professeur Jolyet, et il en résulte que :

1° « Le virus rabique se présente avec des intensités variables, mesurées par l'incubation, et quelles que soient ces intensités, il arrive à perdre sa virulence, complètement, par passages successifs sur la chèvre. »

Nous avons établi ce principe d'atténuation du virus rabique de la façon suivante : une inoculation à la conjonctive d'une première chèvre avec une dilution concentrée de bulbe de lapin mort de la rage intensive, a déterminé sa mort le quatorzième jour par rage furieuse. Une dilution du bulbe de ce premier passage, inoculée à une deuxième chèvre, lui a donné la rage paralytique et la mort le trentième jour. Une dilution du bulbe de ce second passage, inoculée à une troisième chèvre, a eu pour conséquence un long état de maladie bénigne qui a duré un mois environ; après ce délai, toute expression de maladie a disparu et les fonctions ont repris leur rhythme physiologique.

En ce moment, nous avons eu l'assurance du principe d'atténuation du bulbe vaccin dans le bulbe de cette troisième chèvre, bulbe susceptible de donner au chien l'immense bénéfice de l'immunité contre la rage.

Ce fait reconnu, nous avons recherché si cette promesse est susceptible de recevoir une consécration dans la pratique.

A cet effet, avec la dilution concentrée du bulbe de la chèvre de troisième passage, nous avons inoculé des chiens à la conjonctive et chacun d'eux a supporté une quantité déterminée de 1 centigramme par kilogramme de son poids. Plus tard, soumis à l'épreuve de contrôle, ces mêmes chiens ont résisté à l'inoculation sous-méningienne d'une dilution concentrée du bulbe frais retiré d'un lapin mort de la rage intensive; tandis que les témoins inoculés en même temps avec la même dilution sont morts et leurs bulbes, inoculés à des lapins, ont transmis la maladie.

Ces faits ont été établis pendant l'exercice scolaire 1893-1894, sur la valeur des centres nerveux de tous sujets immunisés et, avec le sérum, nous avons obtenu la même démonstration durant l'exercice 1894-1895; aussi, de cet ensemble de faits, restons-nous autorisés à formuler et conclure que :

2° « Il résulte des expériences sériées faites jusqu'ici que le tissu nerveux et certains liquides organiques (sérum) paraissent se comporter comme vaccin pour donner l'immunité aux animaux contre la rage, par une seule inoculation dont la quantité est déterminée selon le poids des sujets. »

M. le Dr Edouard TISON

Médecin de l'hôpital Saint-Joseph, à Paris.

L'ALCOOLISME ET L'HYGIÈNE [616.861]

— *Séance du 6 août 1895* —

L'alcoolisme est l'empoisonnement de l'organisme par l'alcool. On devrait dire par les alcools, car ce mot, au lieu de s'appliquer à un produit unique, est devenu fonction et désigne un ensemble de substances présentant certaines propriétés communes. Pour mieux préciser encore, nous dirons que l'alcool de vin, celui qui a été le premier connu et qu'on retire du vin par distillation, forme le second groupe de la série alcoolique dans laquelle il porte le nom d'alcool éthylique. Le premier dans la série est l'alcool méthylique, plus connu sous le nom d'esprit de bois, parce qu'on l'obtient dans la distillation du bois; le troisième est l'alcool butylique; le quatrième, l'alcool propylique; le cinquième, l'alcool amylique, etc. Chacun de ces alcools diffère du suivant par CH^2 en moins. Par exemple, l'alcool méthylique a pour formule CH^4O (théorie atomique), l'alcool éthylique sera $CH^4O + CH^2 = C^2H^6O$, et ainsi de suite.

Cette série est celle des alcools monoatomiques. Les diatomiques s'appellent glycols, nous n'avons pas à nous en occuper ici, pas plus que de ceux d'une atomicité supérieure. Mais il ne faut pas oublier les alcools secondaires, les isoalcools, etc.

Il est inutile d'aller plus loin dans cet ordre d'idées, mais ces notions étaient indispensables pour bien comprendre ce qui va suivre.

L'empoisonnement par l'alcool peut être aigu ou chronique. L'ivresse est un exemple du premier. Un individu a absorbé une dose trop considérable de boissons alcooliques, il est intoxiqué ou empoisonné, c'est-à-dire qu'il a pris du poison : il est ivre *(ebrius)*. Quand l'ivresse se répète fréquemment et devient, pour ainsi dire, une habitude, on a affaire à l'ivrognerie : l'individu est un ivrogne *(ebriosus)*. L'empoisonnement chronique se produit par une absorption quotidienne d'alcool, insuffisante pour amener l'ivresse, mais trop considérable pour les besoins de l'économie, qui en est profondément altérée comme on le verra plus loin.

Quand j'étais jeune, mon curé prêchait contre l'ivrognerie un sermon qui débutait ainsi : Mes frères, on lit dans un conte arabe que le diable ayant planté la vigne l'arrosa d'abord avec le sang d'un coq ; un peu plus tard, quand les feuilles apparurent, avec le sang d'un lion ; au courant de la floraison, avec le sang d'un singe ; vers la maturité, avec le sang d'un pourceau. Tels étaient les quatre points de son sermon, qui dépeignent assez bien les états successifs que présente l'homme qui abuse rapidement de l'alcool. Cet empoisonnement aigu est un accident qui généralement n'offre pas beaucoup de gravité. Cependant, quand il se répète trop souvent, il peut amener le *delirium tremens* ou la mort par refroidissement et arrêt du cœur. Cette terminaison est surtout à craindre chez les alcoolisés chroniques qui se livrent à des excès capables d'amener l'ivresse.

C'est l'alcoolisme chronique que j'ai surtout en vue dans cette communication, c'est-à-dire l'empoisonnement auquel on succombe sans s'en apercevoir et tout en croyant rester dans les limites de la sobriété, parce qu'il se produit sans atteindre jamais l'ébriété. C'est un empoisonnement lent mais sûr, parce que l'alcool envahit successivement tous les organes, les altère, les rend impropres à la conservation de l'existence ; d'où la déchéance par les organes qui sont le plus rapidement atteints, ainsi qu'on le verra plus loin. On donne encore assez souvent le nom d'éthylisme à cette sorte d'empoisonnement.

Pour en bien comprendre le mécanisme, il suffit d'exposer les propositions suivantes sur lesquelles il ne peut y avoir de discussion que pour ceux qui n'ont pas étudié pratiquement l'alcoolisme :

1° D'abord pour que l'alcool empoisonne, il faut de toute nécessité qu'il soit poison. Telle est la vérité simple.

L'alcool éthylique, l'alcool de vin, est un poison ; il tue à la dose de *huit grammes* par kilogramme d'animal. Au reste, la démonstration en est faite chaque jour par les hommes ivres ; si l'alcool n'était pas un poison, il n'empoisonnerait pas les gens qui en boivent trop.

2° Cette toxicité de l'alcool éthylique s'accroît par son mélange avec les alcools supérieurs ; ceux-ci sont d'autant plus toxiques qu'ils ont un poids moléculaire plus considérable, autrement dit que leur formule est plus élevée. C'est ce qui résulte du tableau suivant résumant les travaux de Dujardin-Beaumetz et Audigé :

L'alcool	éthylique,	C^2H^6O	tue à raison de	8gr	»	par kilogramme.
—	propylique,	C^3H^8O	—	3	90	—
—	butylique,	$C^4H^{10}O$	—	2	»	—
—	amylique,	$C^5H^{12}O$	—	1	70	—
			et même	1	40	—

3° Bien des années auparavant, Rabuteau qu'une mort prématurée a enlevé à la science thérapeutique, avait démontré les mêmes faits en disant que la toxicité des alcools s'accroît avec leur point d'ébullition, ainsi qu'il l'a consigné dans le tableau suivant :

Alcool éthylique	C^2H^6O	bout à	78°,	inoffensif à dose modérée.
— isopropylique	C^3H^8O	—	85°,	peu actif.
— propylique	C^3H^8O	—	97°,	plus actif.
— butylique ordinaire	$C^4H^{10}O$	—	109°,	toxique.
— butylique normal	$C^4H^{10}O$	—	116°,	plus toxique.
— amylique secondaire	$C^5H^{12}O$	—	120°,	beaucoup plus toxique.
— amylique	$C^5H^{12}O$	—	132°,	très toxique.

Comme les points d'ébullition s'accroissent avec l'élévation de la formule, on voit que Dujardin-Beaumetz et Audigé, dans leurs célèbres expériences sur les porcs, ont simplement confirmé la loi posée par Rabuteau.

Les observations de ce dernier sur les alcools sont très justes. Le seul point sur lequel nous ne pouvons le suivre, c'est quand il dit que l'alcool éthylique, l'alcool de vin, n'est pas toxique ; mais comme il avait bien reconnu que la toxicité de cet alcool augmente rapidement par un mélange avec les alcools supérieurs, surtout avec l'alcool amylique qui a été longtemps connu sous le nom d'huile de pommes de terre ! Ce dernier existe en grande quantité dans les alcools d'industrie, notamment dans ceux qu'on retire de la fermentation de la betterave, des grains et de la fécule de pommes de terre.

Aussi n'est-il pas étonnant que l'alcoolisme chronique ait été d'abord décrit par un médecin suédois, Magnus-Huss, qui l'avait observé dans son pays, en 1849, à une époque où la consommation de l'alcool de pommes de terre y était considérable.

L'explication des faits reconnus par Rabuteau et confirmés par Dujardin-Beaumetz et Audigé est facile à donner et même à comprendre, car plus le point d'ébullition est élevé, plus l'élimination hors de l'économie est lente. C'est en quelque sorte une application des lois physiques qui régissent l'évaporation. Cette explication est encore confirmée par les recherches anciennes et récentes de M. Gréhant. Cet habile physiologiste a démontré dernièrement encore, après avoir injecté de l'alcool éthylique à des animaux, qu'il faut plus de huit heures pour que le sang en soit tout à fait débarrassé. M. Gréhant a même montré que, pendant ces huit heures, la quantité d'alcool contenu dans le sang restait constante. Il est indispensable que M. Gréhant continue ses expériences, en les répétant avec les alcools supérieurs et surtout avec l'alcool amylique, afin de constater expérimentalement la durée de leur élimination et de vérifier si elle est proportionnelle à leur point d'ébullition.

Au reste, les faits si nombreux et si fréquents aujourd'hui confirment pleinement les observations si justes de Rabuteau. Jamais on n'a tant vu d'alcooliques que depuis 1870, époque où l'Académie de Médecine a commis la déplorable erreur d'autoriser le vinage, c'est-à-dire l'alcoolisation des vins. Le vinage honnêtement pratiqué consistait, quand la récolte avait donné des vins trop peu alcooliques pour se conserver, à en *brûler*, c'est-à-dire à en distiller une partie pour ajouter au reste l'alcool ainsi obtenu. Mais cette pratique ne donnait point assez de bénéfices au commerçant, aussi a-t-on viné, comme le dit Rabuteau « avec les alcols les plus lucratifs au point de vue commercial, c'est-à-dire les plus mauvais, de sorte que les pays du nord et du centre nord de l'Europe, Berlin même, sont devenus en quelque sorte nos fournisseurs en vin, par suite du dédoublement des vins survinés. Le vinage entraînait le mouillage, c'est-à-dire l'addition de l'eau, laquelle entraînait à son tour la coloration artificielle des vins fabriqués. On a donc introduit dans ces liquides des matières colorantes de toute sorte, notamment celle obtenue à l'aide de produits retirés du goudron de houille, telles que la fuchsine, la couleur vulgairement appelée grenat qui dérive également du phénol. Enfin, on fabrique des vins de toutes pièces dans lesquels il n'entre pas un atome des produits de la vigne. »

On peut ajouter que le vinage avec les mauvais et impurs alcools allemands se fait surtout en Espagne où les droits et les tarifs de pénétration favorisent l'introduction en France de vins intoxiqués. Il en est de même des bières allemandes dont la conservation est assurée par ces mêmes mauvais alcools. Les fameux vins du Rhin contiennent même 0,1 à 0,2 pour 100 d'alcool amylique, ainsi que Henninger l'a démontré à la Société de Biologie en 1883. Ces vins, dit Rabuteau, fatiguent tellement que ceux qui en ont déjà consommé une certaine quantité sont pour ainsi dire obligés de continuer de boire, n'ayant pas la force de quitter la table.

Enfin, on ne saurait trop répéter que la fabrication artificielle du vin est devenue une véritable industrie, à tel point que Charenton, par exemple, fabrique plus de vins qu'on n'en récolte dans un département vinicole. Il faut même ajouter que les Parisiens, qui passent cependant pour très intelligents, aiment ces vins qu'on peut toujours leur fournir identiques, tandis qu'ils délaissent les vins de vignobles, dont le goût et la qualité changent suivant la récolte et la vieillesse. Mais on n'en finirait pas sur ce chapitre, tant il y a à dire. Continuons donc.

4° La toxicité des alcools est encore augmentée par les essences diverses et les bouquets qui s'y trouvent naturellement et surtout par

ceux qui y sont ajoutés, comme les essences d'absinthe, d'anis, le salicylate de méthyle, l'hydrure de salicyle, l'huile de lie de vin, le furfurol, etc., etc.

On voit de suite la toxicité énorme que possèdent les alcools de mauvais goût, les flegmes de distillation qu'on appelle encore les produits de tête et de queue et qui contiennent en outre les alcools supérieurs dont il vient d'être question. Ces mauvais alcools, qu'il serait impossible de faire consommer en nature, du moins dans notre pays, sont surtout employés à la fabrication des apéritifs et des liqueurs, auxquels on ajoute les essences et les bouquets qui servent à masquer le mauvais goût, car ces alcools coûtent d'autant moins cher qu'ils sont plus mauvais. On comprend quels funestes ravages exercent sur l'économie ces apéritifs et ces liqueurs dont la toxicité est multipliée ainsi que nous venons de le dire.

Nous avons du reste la confirmation des effets funestes produits par les alcools de mauvais goût par cette note que nous copions dans le *Traité élémentaire de Thérapeutique* de Rabuteau.

« Certaines races de l'Océanie, certaines tribus s'éteignent actuellement dans la phtisie. L'anthropologiste assiste ainsi à la disparition de races fortes jadis. comme le géologue assiste à la disparition de genres et d'espèces qui existaient déjà à des époques anciennes. On a attribué cette extinction au mélange avec les Européens. Je suis de ceux qui l'attribuent aux abominables alcools dont on abreuve ces êtres humains. Les alcools les plus mauvais, les résidus de distillation d'eau-de-vie de fécules, de betteraves et de grains, que l'on n'ose livrer au commerce européen, sont ceux que l'on offre en guise d'échanges à ces populations éloignées. Et les coupables sont ceux qui se vantent d'être civilisés. »

Ce qui est arrivé aux populations océaniennes se réalise maintenant dans notre pays où la phtisie fait des ravages de plus en plus considérables ainsi que nous le dirons plus loin.

Il ressort donc des considérations qui précèdent que les alcools destinés à la consommation publique doivent être convenablement rectifiés, afin d'en faire disparaître tout ce qui n'est pas alcool éthylique. Ce serait ici le cas d'examiner la question du monopole de l'État proposé par M. Alglave. Faut-il encore donner au gouvernement qui en a déjà trop, un nouveau monopole, celui de vendre de l'alcool rectifié ? En principe, j'y suis opposé; cependant, s'il fallait faire une exception, j'y consentirais pour l'alcool et le tabac, parce que personne n'est obligé d'acheter ces deux produits. Au reste, pour bien juger les monopoles, il n'y a qu'à considérer celui des allumettes. On l'aurait compris, si l'État en avait profité pour imiter l'empereur de

Russie et interdire l'emploi du phosphore blanc qui est un poison et qui détermine le *mal chimique* plus connu sous le nom de *nécrose phosphorée.* Au contraire, depuis le monopole, les ateliers des fabriques d'allumettes sont plus insalubres que jamais et le mal chimique atteint des proportions qu'on n'avait pas encore vues. C'est ce qui résulte des révélations de M. Magitot à l'Académie de Médecine.

5° Introduit dans l'économie, l'alcool y produit des ravages dont il faut résumer les principaux, en examinant successivement les divers organes que ce poison traverse.

a) L'alcool pénètre d'abord dans l'estomac dont il enflamme la muqueuse, d'où la gastrite qui aboutit à l'atrophie des glandes à pepsine et à une sécrétion plus abondante des glandes mucipares, ce qui amène le rejet d'eaux sures et acides bien connues sous le nom de pituite des buveurs. Au début, l'alcool amène souvent la stéatose des tissus, d'où l'embonpoint que prennent d'abord beaucoup de buveurs.

b) De l'estomac l'alcool passe dans l'intestin dont les lésions ont été moins bien étudiées, mais c'est en grande partie dans cet organe qu'il est absorbé par les ramifications de la veine porte qui le transportent au foie. Ainsi tout l'alcool qui passe par l'estomac et l'intestin traverse le foie où il produit les altérations connues sous le nom de cirrhoses et dont les principales sont la cirrhose veineuses plus connue sous le nom de cirrhose de Laënnec, la cirrhose biliaire, cirrhoses mixtes, etc. De ces cirrhoses, la plus commune est celle de Laënnec, qui est aussi la plus anciennement connue, ce qui prouve que l'alcool éthylique est vraiment un poison, car elle existait avant l'usage aujourd'hui si répandu des alcools d'industrie, et alors ainsi qu'aujourd'hui on la regardait comme directement produite par l'alcool. C'est elle aussi qui s'accompagne d'hydropisie du péritoine, d'hémorragies diverses et enfin de la cachexie qui conduit à la mort.

c) En traversant l'appareil circulatoire l'alcool y produit l'artério-sclérose et l'altération des fibres musculaires du cœur, d'où la faiblesse des contractions de cet organe et toutes les cardiopathies qui en sont la conséquence.

d) Arrivé dans les poumons avec le sang, l'alcool s'y exhale en s'y décomposant partiellement, d'où l'odeur d'alcool et surtout d'aldéhyde qu'exhale l'haleine des buveurs et que l'odorat distingue très bien. En même temps, ces organes subissent des modifications qui les prédisposent à contracter la tuberculose, qui se manifeste chez les alcooliques par quelques symptômes spéciaux. Ainsi cette tuberculose qui est acquise et non héréditaire, se manifeste généralement

après l'âge de trente-cinq ans, alors que cette dernière a fauché à peu près toutes ses victimes; elle débute le plus souvent par le sommet du poumon droit, en arrière; en outre, son évolution est d'autant plus rapide que l'estomac est plus endommagé et s'oppose à la réparation des forces que détruit la consomption. Il est facile de remarquer que le nombre des tuberculeux s'accroît comme celui des alcooliques. On ne saurait croire combien il est pénible de voir ainsi fauchés dans la fleur de l'âge des hommes forts, vigoureux, nés de parents sains et qui ne doivent cette mort prématurée par phtisie pulmonaire qu'à des abus alcooliques qui ne leur paraissaient point excessifs, car ces hommes ne s'enivrent point.

Notons aussi pour les ouvriers qui travaillent dans les distilleries et dans les entrepôts d'alcools que les poumons sont d'excellents organes d'absorption pour introduire dans l'économie les vapeurs alcooliques répandues dans l'atmosphère de ces locaux. Ceci est tellement vrai que M. Laborde a proposé ce mode de démonstration dans les conférences populaires ayant pour but de combattre l'alcoolisme en en montrant les funestes effets sur les animaux. Il met sous une cloche un cochon d'Inde et il y répand les divers alcools qu'il veut expérimenter et l'animal éprouve bientôt les diverses accidents de ces poisons.

e) Les reins qui se trouvent en contact direct avec le sang alcoolisé en subissent également les fâcheux inconvénients, d'où certaines néphrites, scléroses, albuminuries, etc.

f) Mais c'est surtout sur le système nerveux que ce poison produit des ravages. L'encéphale est fréquemment pris, d'où le délire et l'aliénation mentale. C'est un fait bien démontré, que le tiers et quelquefois la moitié des aliénés renfermés dans les asiles doivent leurs affections à l'alcool. Que dire des névrites variées qui causent les tremblements non moins variés auxquels les alcooliques sont sujets?

g) Ce poison atteint aussi les organes de la reproduction, amenant l'impuissance chez l'homme et l'avortement ou la stérilité chez la femme. La postérité de l'alcoolique ne vit guère, celle qui persiste, est soumise à toutes sortes de malformations et d'infirmités, sans compter les névroses variées, hystérie, épilepsie, etc., etc., auxquelles elle est condamnée.

Ces conséquences, aujourd'hui bien établies, n'avaient pas échappé à nos prédécesseurs et j'en prends à témoin Molière dans *Amphitryon* (acte II, scène III) :

SOSIE

Non, je te parle avec franchise.
En l'état où j'étais, j'avais certain effroi

Dont, avec ton discours, mon âme s'est remise.
Je m'appréhendais fort, et craignais qu'avec toi
Je n'eusse fait quelque sottise.

CLÉANTHIS

Quelle est cette frayeur? et cherchons donc pourquoi.

SOSIE

Les médecins disent quand on est ivre,
Que de sa femme on se doit abstenir,
Et que dans cet état il ne peut provenir
Que des enfants pesants et qui ne sauraient vivre
Vois, si mon cœur n'eût cru de froideur se munir,
Quels inconvénients auraient pu s'en ensuivre!

6° L'alcoolisme entraîne aussi des conséquences sociales qu'il suffit d'énumérer en partie pour en montrer la gravité. Ce sont la perte du travail, rixes, coups, blessures, crimes, assassinats, suicides, vols, incendies, maladies, etc., et par suite, les dépenses de police, de justice, de prisons, d'hôpitaux, etc. M. le Dr Rochard a même calculé que les dépenses publiques et privées occasionnées par les méfaits de l'alcoolisme sont supérieures au produit de l'argent que le Trésor en reçoit.

On peut donc conclure de ce qui précède, que si l'alcoolisme est un mal individuel, il est encore plus un mal social et que comme tel il exige un double traitement, l'individuel et le social.

Le traitement individuel ne peut s'appliquer qu'au très petit nombre qui veut guérir et qui s'aperçoit à temps qu'il est la victime d'une maladie volontaire. A ceux-là, on conseillera d'abord l'abstention complète de boissons alcooliques qu'on remplacera par du lait coupé avec des eaux alcalines légères telles que les eaux de Vals et l'usage interne de la strychnine à la dose d'un milligramme avant chacun des deux principaux repas. On leur rendra le sommeil avec quinze gouttes de laudanum de Sydenham prises dans une tasse de tilleul sucré, le soir en se couchant. Enfin on utilisera la distraction, l'hydrothérapie, etc. Nous renvoyons du reste pour les détails de ce traitement, au chapitre *Alcoolisme* que nous avons écrit pour le *Traité pratique de Médecine chimique et thérapeutique,* tome IV, page 413, A. Maloïne, éditeur, Paris, 1895, ainsi qu'à l'*Actualité médicale*, n° 7, 15 juillet 1895.

Pour les alcooliques qui veulent se guérir et surtout pour ceux qui ne veulent pas le devenir, nous transcrivons simplement le passage suivant :

« L'homme qui boit plus d'une bouteille de vin par jour et qui prend

facilement un petit verre d'eau-de-vie ou de liqueur après le repas, qui avant de se mettre à table croit s'exciter l'appétit par ces nombreux poisons appelés apéritifs, voit peu à peu son appétit diminuer. C'est alors que pour l'exciter davantage il a recours à un autre de ces nombreux liquides qui produisent, à coup sûr, un effet contraire. Mangeant moins, il boit d'autant plus et ses forces diminuent. Bientôt le sommeil n'est plus réparateur, il est agité et hanté par des rêves pénibles (visions de morts, d'enterrements, d'animaux rampants et noirs, serpents, rats, etc., etc., bêtes plus ou moins fantastiques, etc.) de cauchemars (chute dans les précipices, dans l'eau trouble, etc.).

Le matin au réveil, il tousse, il crache, il expectore un liquide filant albumineux (pituite matinale). Par moments il ressent des crampes dans les mollets, sa langue est tremblotante, ses mains tremblent également, et sont moins assurées pour saisir les objets. En même temps, son caractère se modifie et s'irrite pour un rien, se déprime encore plus facilement. »

Quant aux alcooliques invétérés qui ne veulent pas renoncer à leur funeste passion, il faut leur appliquer ce que j'appelle le traitement social. Il consiste à les enfermer dans des maisons spéciales qui ne soient ni des hôpitaux ni des asiles d'aliénés, et où on les traitera suivant toutes les données d'une hospitalisation spéciale dont on trouve aujourd'hui des exemples en Amérique, en Angleterre, en Suisse et en Allemagne et dans le détail desquels il est inutile d'entrer.

Il est seulement un point sur lequel il faut être intraitable : c'est l'exclusion absolue de toute boisson alcoolique, qu'on remplacera par du lait, des tisanes amères, du thé léger, etc. Il n'y a qu'une exception à cette règle, le cas de dépression qui se manifeste chez certains alcooliques qui s'affaissent et auxquels il fait rendre un peu d'alcool pour les remonter. C'est ce qui arrive également avec les morphinomanes, qui ne peuvent recouvrer l'intégrité de leurs fonctions qu'avec une nouvelle dose du poison auquel leur économie est habituée.

A ce traitement social il faut ajouter l'action gouvernementale, celle des institutions charitables, celle des moralisateurs et en particulier celle des instituteurs, des professeurs et surtout celle des ministres de la religion. Chacun dans sa sphère doit montrer les inconvénients de l'alcool et tâcher d'y remédier, car il importe beaucoup à la collectivité d'avoir une race forte, robuste et exempte de tares. Je crois que ces moyens moraux et sociaux auront plus d'influence que la diminution des cabarets et l'augmentation des droits sur l'alcool.

Cependant il est indispensable de dégrever les boissons hygiéniques, le vin, la bière, le cidre. On ne saurait donc trop blâmer le Conseil municipal de Paris qui, après la guerre, a eu le tort de considérer la bière comme une boisson de luxe et de l'imposer dans des proportions inouïes, car le vin à Paris paie un peu moins de 20 francs l'hectolitre à l'entrée, tandis que la bière en paie 15. Ce qui aggrave cet impôt, c'est que le vin se boit généralement mélangé avec moitié eau, tandis que la bière se boit telle qu'elle est. Cette mesure inexplicable est une grossière erreur hygiénique, car elle prive d'une boisson saine, peu alcoolique, une grande partie de la population qui, ne pouvant boire du vin à domicile, va s'empoisonner avec l'alcool du débitant.

C'est donc ici le cas de montrer l'erreur physiologique dans laquelle est tombé le chimiste allemand Liebig, qui considérait l'alcool comme un aliment hydrocarboné se transformant dans l'économie en eau et en acide carbonique produisant la chaleur et le mouvement. Cette théorie a été soutenue par Bouchardat et Sandras qui, n'ayant pas su retrouver l'alcool ni l'aldéhyde dans la sueur, ni dans l'urine, et n'en ayant constaté qu'une faible proportion dans les produits respiratoires, ont conclu de ces expériences négatives que l'alcool était brûlé et par conséquent transformé dans l'économie.

Mais d'après d'autres expérimentateurs, parmi lesquels il faut compter Ludger, Lallemand, Perrin, Duroy, l'alcool s'élimine en nature et assez rapidement, car après vingt-quatre heures ils ne purent en constater la présence ni dans l'urine, ni dans les produits respiratoires. Ces résultats ont été confirmés depuis par d'autres savants. Gréhant dont nous avons déjà parlé plus haut, a rencontré l'alcool dans le sang.

Au XI[e] Congrès international de Médecine à Rouen (1894), M. Carlos Gioffredi a présenté un travail d'après lequel il résulte que l'alcool digéré se retrouve dans les différents organes de l'économie. Ainsi un petit chat ayant été empoisonné avec cinq centimètres cubes d'alcool éthylique à 90°, on a retrouvé un centimètre cube et demi, presque le tiers, dans le foie; un centimètre cube, soit le cinquième, dans le cerveau; un centimètre cube dans les poumons et les reins, organes d'élimination; enfin une quantité inappréciable dans le sang.

Il est donc bien démontré que l'alcool est un poison et qu'on ne doit en faire usage qu'à dose très modérée.

M. le Dr FOVEAU DE COURMELLES

à Paris.

L'OZONE ATMOSPHÉRIQUE [613.16]

— *Séance du 8 août 1895* —

L'ozone, oxygène condensé ou électrisé, n'est pas la panacée que l'on en a fait, ce n'est pas un corps inoffensif même, il s'en faut. Des expériences physiologiques faites sur les animaux plongés dans une atmosphère ozonée au 1/2000 ont amené leur mort avec lésions congestives pulmonaires. En revanche, et tous les observateurs sont d'accord, l'ozone n'existe pas en l'air ambiant quand règne le choléra, affection apyrétique à ralentissement circulatoire. D'un autre côté, la grippe et autres maladies à combustions suractivées de nature épidémique coïncident avec un excès d'ozone (Schönbein, Foveau de Courmelles). Thérapeutiquement, on cite aussi bien des améliorations que des exacerbations produites par les inhalations d'ozone.

De toutes ces données, il résulte que cet oxygène électrisé doit être étudié au point de vue de son dosage et que sa posologie, encore inconnue, est dans la nécessité absolue d'être rapidement élucidée. Pour nous, il n'y a que deux moyens d'arriver à ce résultat : 1° les expériences physiologiques sur les animaux et les inhalations humaines de *doses connues* et faibles; 2° l'étude de l'ozone atmosphérique et des facteurs météoriques qui l'influencent.

Les expériences physiologiques sur les animaux donneront une idée approximative du dosage, mais exigeront encore des tâtonnements sur l'homme; ces tentatives ne pouvant, à mon sens, lui être préjudiciables que si les doses sont inconnues et fortes.

Les études météoriques, beaucoup plus longues, exigeant une grande persévérance, peuvent seules résoudre le difficile problème de la posologie de l'ozone. Elles révéleront les endroits visités souvent par les épidémies, et ceux dont les moyennes sanitaires étant excellentes, la moyenne ozonoscopique l'est aussi. Elles ont été commencées, il y a longtemps, un peu au hasard, sans concentration, et c'est pourquoi elles n'ont pas abouti. Mais au *Service ozonométrique*

de France que j'ai fondé, voici comment nous opérons, mes collaborateurs et moi.

Les études ou les déterminations précises de laboratoire étant impossibles en rase campagne ou pour maints observateurs, alors cependant que le bleuissement d'un *papier sensible iodo-amidonné* est facile à constater, même par un ignorant, nous employons tous le *même* papier sensible. Les renseignements sont ainsi *absolument comparables*. D'autant plus que les observations se font aux mêmes heures et dans des conditions faciles à déterminer, c'est-à-dire : 1° en comparant le bleuissement du papier iodo-amidonné avec une *échelle colorimétrique* — la gamme chromatique belge toujours la même — allant du 0 ou blanc au 7 ou bleu violacé, qui est le maximum; je la préfère à l'échelle française qui, ayant 21 divisions, exige un œil coloriste et éduqué pour être utilisée; 2° en notant en même temps l'endroit et la situation de l'observatoire ozonoscopique, l'état du ciel (nuageux, pluvieux, orageux), la direction des vents, les températures maxima et minima ou moyennes de la journée, la pression barométrique, les épidémies régnantes, la mortalité, la longévité, et même parfois l'épaisseur de pluie en millimètres; ces dernières notions sont prises par des observateurs plus éclairés, mais les autres, on le conçoit aisément, n'exigeant pas une instruction bien grande, permettent de recourir aux dévouements des savants et des ignorants.

Le *Service ozonométrique de France*, dont l'idée de création remonte aux premiers travaux de l'auteur sur l'ozone (1889-90) fonctionne régulièrement depuis un an, de ses deniers, avec l'assistance de nombreux collaborateurs auxquels est adressé le *même et identique* papier sensible et la même échelle colorimétrique. Seul, il rassemble les nombreuses indications météorologiques que nous venons de mentionner, et dans quelques années ses moyennes indiqueront, sinon les causes, au moins les apparitions prochaines des épidémies, en outre, certaines stations ozonées, excellentes pour certaines affections à ralentissement nutritif, se révéleront ainsi.

L'auteur doit à la vérité scientifique de reconnaître que la Belgique avec M. Van Bastelaer, le distingué vice-président de l'Académie de Médecine de Bruxelles, dose l'ozone atmosphérique depuis dix ans, et que la *Société de Médecine publique* subsidie largement le service ozonométrique belge dont il emploie la gamme et le papier sensible pour pouvoir ordonner et comparer les résultats français et belges. Mais c'est grâce à l'abondance de mes renseignements que j'ai pu formuler à la Société de Biologie de Paris, le 16 février 1895, la loi épidémiologique suivante, dont l'importance n'échappera à aucun hygié-

niste. « De même qu'on peut en météorologie prédire la marche des tempêtes et des cyclones, on peut ou plutôt on pourra, à bref délai, grâce à la direction des vents et à la constitution ozonoscopique de l'air qu'ils déplacent, déduire les zones d'atténuation ou de violence de certaines épidémies. »

M. H. DE MONTRICHER

Ingénieur civil des mines, à Marseille.

MODE D'UTILISATION DES ANCIENS ÉGOUTS POUR L'ÉLIMINATION DES EAUX D'ORAGE PAR LE SYSTÈME DE LA SURVERSE [628.21]

— Séance du 8 août 1895 —

LE « TOUT A L'ÉGOUT ». — DÉCHARGES POUR EAUX D'ORAGE

Le programme du « tout à l'égout », d'après Durand-Claye, comporte, éventuellement, la séparation des eaux vannes ordinaires, ou « eaux normales », à savoir les vidanges, eaux ménagères, de nettoiement superficiel des voies publiques, et premières pluies (0^m003 d'eau tombée en une heure par exemple), des eaux d'orage. Les eaux normales sont acheminées vers les champs d'épandage ou les usines de traitement chimique ou autre, les eaux météoriques en excédent sont déversées dans les cours d'eau ou la mer.

Toutefois, cette séparation ne peut avoir lieu qu'éventuellement. Les décharges pour eaux d'orage sont subordonnées à des conditions topographiques spéciales; on ne peut les établir que dans le voisinage des cours d'eau et, en général, aux points de soudure du réseau d'égouts avec les collecteurs émissaires. Pour la majeure partie, sinon pour la totalité de la surface à assainir, il faut prévoir des sections d'égout appropriées à l'évacuation des grandes pluies d'orage, pour le calcul desquelles les bases d'évaluation manquent souvent, et peuvent être exagérées ou insuffisantes; en tous cas, les travaux à exécuter, en prévision de circonstances rares et accidentelles, sont considérables et la dépense fort élevée.

ANCIENS ÉGOUTS. — LEURS FONCTIONS

Mais dans la plupart des villes on trouve, suivant les thalwegs principaux, des aqueducs ou galeries à grandes dimensions, à radiers formés par de simples dalles ou par de la terre damée, à pentes irrégulières; ces ouvrages évacuent généralement les eaux de nettoiement superficiel et les pluies, mais ne seraient aptes à recueillir les vidanges et eaux domestiques qu'après remaniement de la courbure des profils, réfection des enduits, modification et régularisation des pentes; travaux coûteux, à tel point que certains projets d'assainissement prévoient, comme solution la plus économique, la démolition pure et simple de l'infrastructure existante, et son remplacement par des ouvrages neufs; mais cette solution radicale et quelque peu barbare présente l'inconvénient grave de priver la ville à assainir d'exutoires précieux, en temps d'orage; le plus souvent, en effet, les galeries anciennes ne drainent pas l'agglomération urbaine seulement; elles terminent ordinairement des thalwegs s'étendant très loin dans la campagne et dont les surfaces de ruissellement sont considérables.

SYSTÈME DE LA SURVERSE

SÉPARATION DES EAUX NORMALES DES EAUX D'ORAGE

Le système de la surverse consiste à tirer parti de ces anciens ouvrages tout en appliquant, dans toute leur rigueur, les principes du tout à l'égout, en évacuant, par les branchements particuliers et les bouches d'égout, la totalité des vidanges et eaux ménagères, industrielles, superficielles et météoriques au moyen de tuyaux ou cunettes établis latéralement aux piédroits des anciens égouts; les sections de ces canalisations, qui recevront ainsi directement toutes les eaux et matières, quels que soient leur provenance, leur origine ou leur volume, seront calculées de manière à écouler les « eaux normales » seulement, les eaux en excédent étant déversées sur les radiers anciens, de l'amont à l'aval, sur toute leur longueur.

Les anciens égouts ne recevront ainsi, par « surverse », que des eaux propres que l'on écoulera dans les cours d'eau naturels ou dans des ruisseaux ou ravins, fussent-ils à sec. Il n'y aura pas lieu de rectifier, autrement que d'une manière sommaire, les pentes des anciens radiers, ceux-ci ne devant recevoir que des eaux propres, généralement par masse, ayant ruisselé sur des surfaces lavées par les afflux météoriques précédents, et les sables et détritus étant retenus par les canalisations latérales, seules en connexion directe avec la voie publique.

On réalise ainsi :

1° L'évacuation rapide et complète de toutes les matières usées;

2° La séparation méthodique, simple et économique des eaux « normales » et des eaux d'orage, dès l'origine des collecteurs principaux;

3° L'adduction des matières usées aux champs d'épandage ou aux emplacements affectés à leur épuration en état de dilution convenable, et au moyen de canalisations, dont les sections et profils appropriés aux débits des eaux normales peuvent être calculées avec une grande approximation;

4° Le déversement continu des eaux météoriques excédant un contingent donné (0^m003 ou 0^m005 d'eau tombée en une heure) sans danger de pollution des cours d'eau, et leur élimination au fur et à mesure de leur production.

Les cunettes seront à section mi-circulaire ou à courbure appropriée pour obtenir pour le moindre débit, la vitesse maximum.

Les tuyaux seront employés en aval des appareils de chasse sur 70 mètres environ et pour des diamètres inférieurs à 0^m40.

Le déversement se fera des cunettes par la rive extérieure arasée en déversoir, et des tuyaux par des tubulures ménagées de distance en distance.

En fixant à 120 litres par habitant le volume journalier des eaux destinées aux usages domestiques, à 10 litres par mètre carré de voie publique celui des eaux de nettoiement, à 4 mètres cubes par 100 mètres de développement de rue, la réserve à affecter aux appareils de chasse, contingents maxima admis par les hygiénistes, on obtient comme contingent total des eaux employées à l'ensemble des services municipaux un volume journalier quelque peu inférieur à 250 litres.

Or, sur 691 villes étudiées par l'ingénieur en chef Bechmann, 449 sont pourvues d'un service d'eau, sur lesquelles 32 seulement sont dotées, par habitant et par jour, d'un volume égal ou supérieur à 250 litres; on peut donc adopter ce dernier comme base du calcul.

Suivant les données ci-dessus, le système de la surverse peut, avec une pente moyenne de 0^m002 et des cunettes mi-circulaires de 0^m80 de diamètre, s'appliquer au drainage d'un bassin comportant une population de 30,000 habitants, et il est à noter que sur 556 villes françaises de plus de 5,000 habitants, 52 seulement ont plus de 30,000 habitants.

Le drainage de surfaces présentant une agglomération de plus de 30,000 habitants exigerait des canalisations de sections telles qu'il serait difficile de les loger dans des galeries de dimensions ordinaires,

et que les sections réservées à l'évacuation des eaux d'orage se trouveraient réduites jusqu'à devenir insuffisantes.

Il pourrait, néanmoins, se présenter tel cas où le système serait réalisable avec avantage, au moyen de dispositifs particuliers consistant, par exemple, à poser dans le sol, au niveau convenable, des tuyaux parallèles à la galerie existante, à laquelle ils seraient reliés par branchements transversaux.

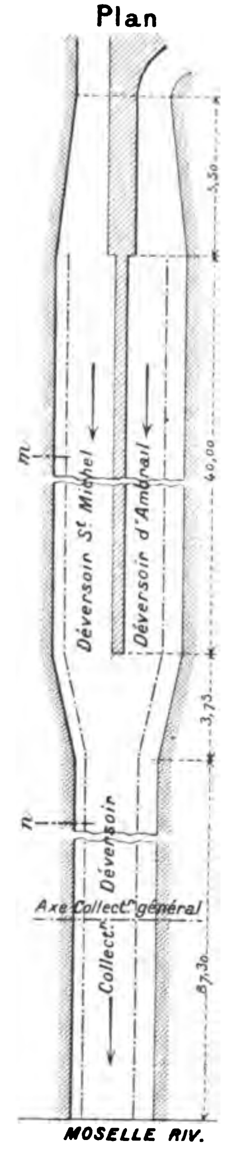


Fig. 1.

On pourra, en tous cas, adopter comme sections pratiques des canalisations, les sections théoriques données par le calcul, sans marge pour les débits imprévus, ceux-ci devant toujours trouver leur exutoire dans les galeries à grande section, qu'ils proviennent de pluies d'orage, d'un lavage insolite des rues par l'ouverture simultanée de bouches d'arrosage, de la vidange d'une fontaine publique ou d'un bassin de grande capacité, etc., etc.

Les dispositifs à adopter pour recueillir les « eaux normales » au point terminus des canalisations latérales seront à étudier dans chaque cas particulier, mais ne présenteront aucune difficulté insurmontable, car on sera libre de fixer le point à une cote quelconque; on sera, en effet, dans certaines limites, maître de la pente à donner aux canalisations que l'on pourra établir au-dessus, au niveau ou au-dessous des anciens radiers.

APPLICATION DU SYSTÈME DE LA SURVERSE A L'ASSAINISSEMENT D'ÉPINAL

A Épinal, les thalwegs d'Ambrail et de Saint-Michel, limitant la colline surmontée par le château, qui domine la ville, s'étendent vers l'est, bordés par des coteaux à fortes pentes; ils se réunissent dans le quartier de l'Hôtel-de-Ville, le plus populeux de l'agglomération, et sont reliés à la Moselle par une galerie commune de 135 mètres de longueur *(fig. 1)*. Sur 45 mètres en aval de son origine, cette galerie, désignée sous le nom de collecteur-déversoir, est divisée en deux compartiments par une cloison longitudinale médiane, et a $4^{m}75$ de largeur; au delà,

sa largeur se réduit à 3 mètres et elle aboutit à la Moselle, à la ligne d'étiage, par une pente de 0m01 environ.

Le collecteur général de la rive droite *(fig. 2, 3 et 4)*, projeté parallèlement au quai sur 3,000 mètres environ, doit conduire les

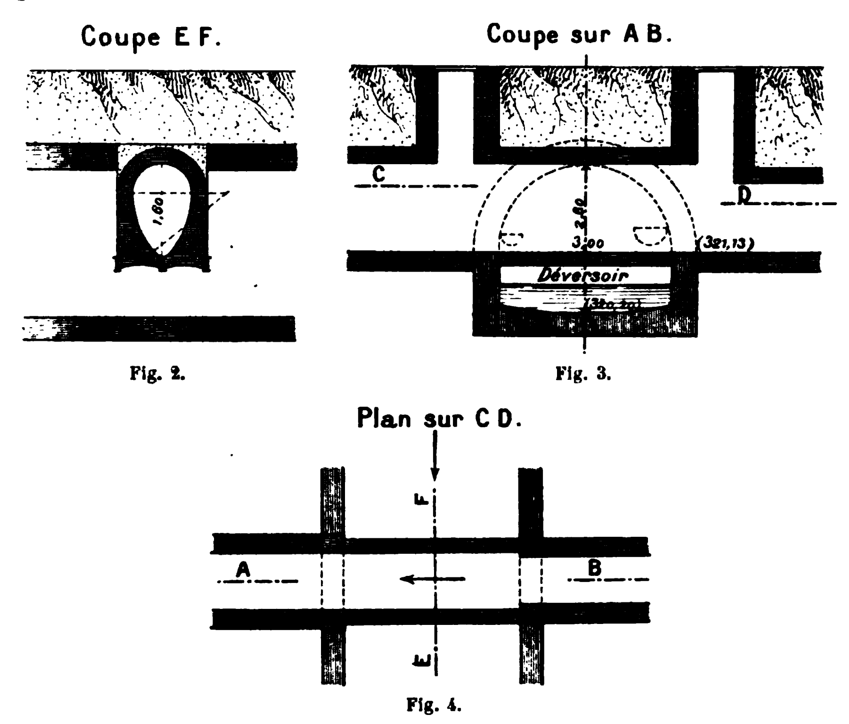


Fig. 2. Fig. 3.

Fig. 4.

eaux vannes, sans relèvement mécanique, aux champs d'épandage, à 4,000 mètres en aval; il traversera à angle droit le collecteur déversoir à 1m10 au-dessus de son radier *(fig. 2, 3 et 4)*.

Les eaux « normales » fournies par la surface tributaire de cette

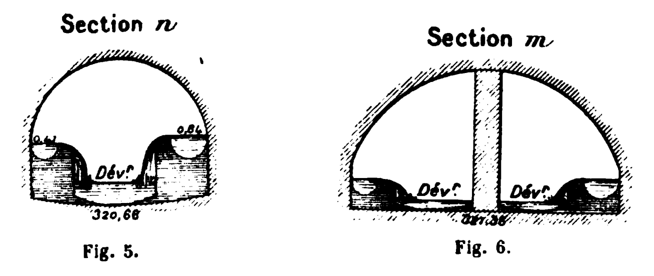


Fig. 5. Fig. 6.

galerie ancienne, seront conduites au collecteur général au moyen de cunettes mi-circulaires de 0m47 et 0m64 de diamètre, à pente de 0m002 supportées par des socles en maçonnerie appuyés contre les piédroits anciens *(fig. 5 et 6)*. Les eaux pluviales excédant

0m005 d'eau tombée en une heure, seront évacuées dans la Moselle par le collecteur-déversoir, en passant par-dessous le collecteur général (*fig. 3*).

La transformation de la galerie ancienne en collecteur-déversoir muni des canalisations latérales, autrement dit son adaptation au système de la surverse, reviendra à environ 50 francs par mètre courant.

APPLICATION DU SYSTÈME DE LA SURVERSE A L'ASSAINISSEMENT DE NIMES

La ville de Nîmes est traversée du nord-ouest au sud-est par le cours d'eau de la Fontaine, alimenté en amont par les eaux de source, et dans la traversée de l'agglomération urbaine par les écoulements et déjections de toutes sortes.

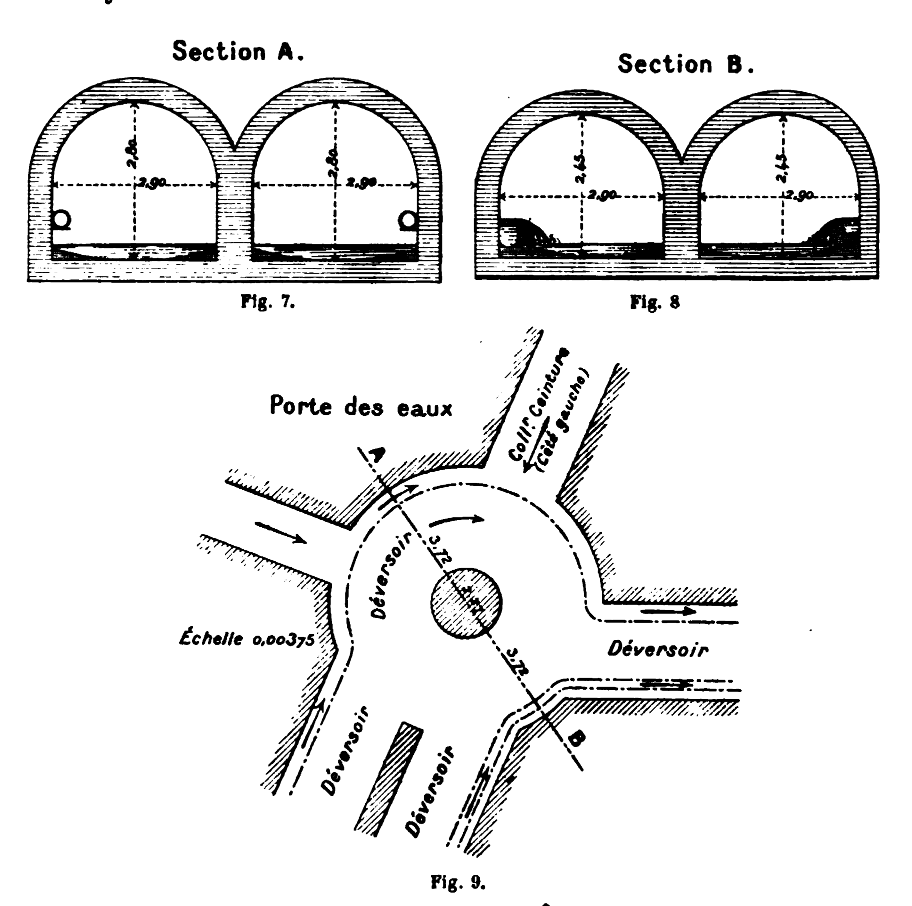


Fig. 7.

Fig. 8

Fig. 9.

Le lit de la Fontaine se bifurque au point culminant d'une ligne de boulevards de ceinture, dénommée Tour-de-Ville, qui entoure com-

plètement la vieille ville et la sépare des quartiers neufs et des faubourgs; il forme ainsi deux thalwegs principaux suivant ces boulevards et se réunissant en aval, et il aboutit enfin au ruisseau du Vistre, après avoir suivi le quai Roussy et traversé l'aqueduc du chemin de fer. La ligne des boulevards de ceinture est parcourue par d'anciens collecteurs se réunissant en aval au point de confluence des deux thalwegs.

Coupe sur AB.
Échelle 0,0075.

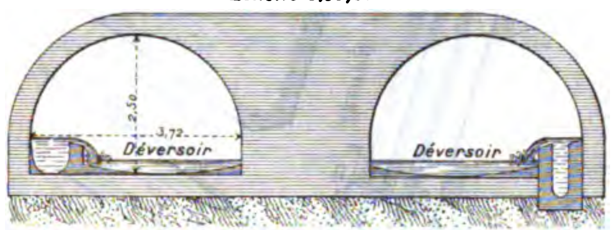


Fig. 10.

Le collecteur côté droit est formé par deux galeries jumelles de 2^m45 à 2^m80 de hauteur sur 2^m92 de largeur *(fig. 7 et 8)*; le collecteur côté gauche, par une galerie unique de dimensions et de profils très variés. Ces deux collecteurs ont leur point de confluence à la « Porte des Eaux », ouvrage important, antique, pourvu d'un pilier central en maçonnerie de 2^m27 de diamètre, entouré d'une chambre voûtée circulaire de 3^m72 de largeur *(fig. 9 et 10)*.

Coupe sur CDEF.
Échelle 0,0075.

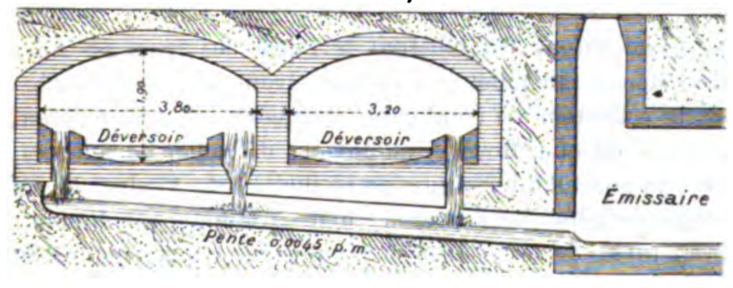


Fig. 11.

De la Porte des Eaux, les eaux vannes sont actuellement évacuées par le collecteur du quai Roussy, formé par deux galeries principales parallèles de 3^m80 et 3^m20 de largeur, sur 1^m80 à 1^m90 de hauteur, et recevant divers affluents, et finalement déversées dans le Vistre.

L'application du système de la surverse comporte, pour les galeries jumelles du collecteur de ceinture, côté droit, la pose de tuyaux de

0m30 de diamètre *(fig. 7)*, puis de cunettes de diamètres et profils appropriés aux surfaces à drainer *(fig. 8)*.

L'irrégularité de la pente de l'ancien radier sera facilement rachetée par la pose au moyen de consoles en fer ou de socles en maçonnerie des canalisations latérales au niveau utile, le long des piédroits *(fig. 1 et 2)*.

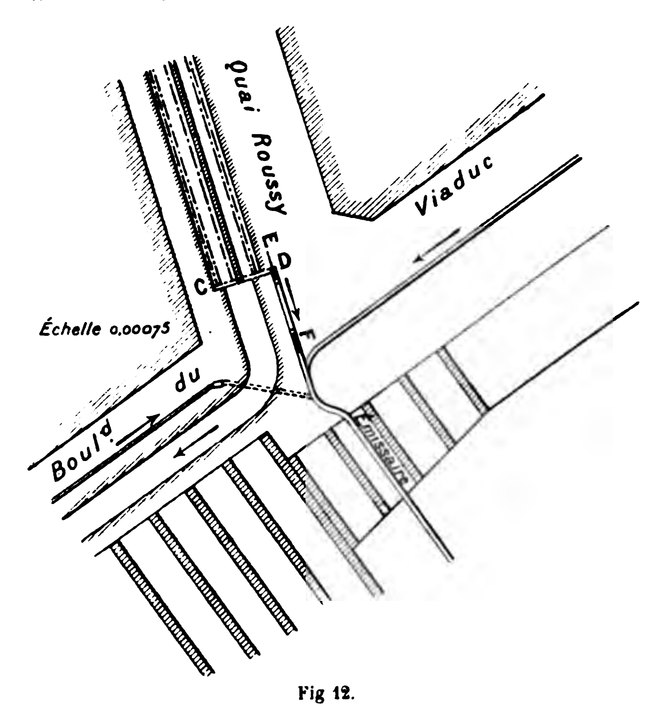


Fig 12.

Ces canalisations franchissent la Porte des Eaux en suivant le piédroit opposé au pilier central, reçoivent divers affluents, entre autres le collecteur de ceinture côté gauche, et se prolongent dans les galeries du quai Roussy, au-dessous du radier de celles-ci, pour gagner, au point d'intersection du boulevard du Viaduc, le point de convergence générale du réseau hydrographique de Nîmes. A cet effet, un tuyau de fonte disposé par-dessous les anciennes galeries normalement à leur direction, recueille les « eaux normales » et les évacue dans un puisard ou regard de visite, tête de l'émissaire extérieur aboutissant aux champs d'épandage *(fig. 11 et 12)*.

Les anciens égouts déverseront dans le Vistre les surverses des canalisations latérales.

L'ensemble des remaniements et constructions nécessaires à l'application du système de la surverse comporte une dépense de 30 francs environ par mètre courant de voie publique canalisée.

M. le Dr LE GRIX

à Paris.

INTOXICATION SATURNINE DES OUVRIERS ÉPOUDREURS ET POUDREURS DES FEUILLES A DÉCALQUE COLORIÉES POUR DÉCORER LA PORCELAINE PAR DÉCALCOMANIE

[613.63]

— *Séance du 8 août 1895* —

Parmi les nombreuses intoxications industrielles, celle du plomb joue un rôle prépondérant, à cause des multiples industries qui font usage de ce métal, éminemment toxique, à l'état de composés solubles, absorbés dans l'économie par toutes les voies gastro-intestinale, pulmonaire et cutanée.

Depuis environ quarante ans qu'on a appliqué la décalcomanie à la décoration de la porcelaine, il s'est créé de grandes et importantes fabriques pour ce genre de travail. C'est à la préparation de la feuille à décalque que l'ouvrier s'intoxique habituellement, et il le doit à la *poussière colorée* qu'il emploie, qu'il prépare et qui renferme 30, 40, 60 p. 100 de minium, oxyde rouge de plomb, plombate de plomb Pb^2O^3 (PbO^2 PbO), proportions égales et supérieures à celles de la « couverte » pour l'émaillage. De sorte que les préparateurs de papier décalque colorié sont plus en danger que les peintres au pinceau sur porcelaine, que les peintres sur émail eux-mêmes, et autant que les tailleurs de cristaux, à cause des poussières malfaisantes. Afin de bien faire comprendre comment s'opère l'empoisonnement, il est bon d'exposer brièvement le travail nécessité par une telle industrie.

L'*imprimeur* applique sur une pierre lithographique préalablement dessinée la feuille à décalque préparée *ad hoc,* grande de 0m50 sur 0m33 environ, et l'épreuve tirée est passée au *poudreur* ou metteur en couleur. Celui-ci, d'ordinaire jeune adolescent, armé d'une forte brosse, étend la *poussière colorée* sur la feuille d'impression en promenant la brosse chargée de poussière en travers de la feuille par toute la surface. Cette opération, des plus simples, se fait dans une case haut bordée et garnie d'une feuille de zinc. Malgré les

plus grandes précautions, qui ne sont pas d'ailleurs toujours observées par la jeunesse, l'atmosphère se charge de poussière nocive.

Voilà un premier danger pour l'ouvrier *poudreur* et même pour l'*imprimeur* son voisin, et pour toute la salle occupée complètement par autant de métiers si resserrés que deux d'entre eux peuvent couvrir deux mètres carrés.

Le second danger vient de l'*époussetage* des feuilles poudrées et séchées. Car il est nécessaire d'enlever toute la poussière qui n'a pas servi à colorier. Cette autre opération se fait à part, soit au plumeau dans presque toutes les fabriques et même dans les plus importantes, soit à la machine, bien rarement. L'époussetage devient le temps le plus dangereux et celui qui fait le plus de victimes malgré les améliorations hygiéniques apportées, comme on le verra. Il suffit de savoir, pour l'instant, que l'ouvrier ou les ouvriers *époudreurs* ou épousseteurs ont à enlever une épaisse couche de poussière colorée siégeant sur les deux faces de la feuille et formant un enduit appréciable si l'on passe le doigt dessus.

Ce sont là les deux principales sources d'empoisonnement saturnin chez ces ouvriers.

Au point de vue symptomatologique, cette intoxication saturnine ne diffère en rien des descriptions classiques dans leurs divers degrés. Le facies jaune citron, par leucocytose plombique, le liseré bleu des gencives, la colique de plomb, la parésie, l'analgésie, la paralysie partielle des extenseurs, l'hémiplégie, l'encéphalopathie, l'arthropathie et les dyscrasies profondes forment le tableau clinique de cet empoisonnement. Le *diagnostic* est facilité par la profession du malade.

Le *pronostic* offre un intérêt médical remarquable, quant à sa gravité, sur laquelle on n'a pas suffisamment insisté, et surtout quant à la tendance invincible à la récidive chez ceux qui ont déjà été frappés plus d'une fois. La marche est chronique, et la durée basée sur la persistance à exercer cette profession.

Pendant cinq à six ans, un nombre respectable de ces malades, provenant de deux fabriques prospères du XVIe arrondissement, à Paris, m'ont demandé des soins et des conseils. J'ai pu remarquer que les cas fortement accusés récidivent rapidement à la reprise du travail. Les mauvaises constitutions, les tempéraments débiles, la jeunesse, les excès, les fatigues, l'alcool et le tabac, semblent favoriser l'absorption et la fixation saturnine dans les organes. Les ouvriers les plus éprouvés et les premiers atteints sont les *épousseteurs*, ensuite les passeurs à la poussière colorée. Les autres éprouvent parfois quelques malaises, de la constipation et de légères

coliques des peintres. On observe le plus communément la forme parésique avec affaiblissement dynamométrique musculaire des avant-bras, des membres inférieurs; la constipation préside à tout cela, et l'arthralgie et l'anémie sont du cortège, pour contribuer ainsi que l'insomnie à occasionner une cachexie lente.

L'élimination complète du plomb se fait avec une lenteur désespérante par l'intestin et par les reins, qui s'irritent à ce contact et laissent filtrer de l'albumine dans des urines ambrées, rares. Il faut plusieurs années, trois à quatre ans et plus, pour constater qu'une reprise du même travail ne cause plus de nouvelles poussées, et souvent ce laps de temps est insuffisant, ce qui indique clairement que l'économie saturée conserve cet état presque indéfiniment chez la majorité des saturnins. C'est pourquoi toute intoxication récidivant chez le même ouvrier, réclame que cet homme, désormais impropre à ce métier, soit remercié, dans son intérêt propre, avant de plus graves désordres. Le Conseil d'hygiène et de salubrité de la Seine l'a bien compris dans ses instructions : « Si une nouvelle attaque de saturnisme reparaissait, dit l'extrait des instructions, le médecin devra prescrire le renvoi définitif de l'ouvrier reconnu incapable de reprendre ce travail. »

La prophylaxie et la thérapeutique de la plupart des fabriques consistent, d'une part, à empêcher la respiration des poussières; de l'autre, à neutraliser les oxydes de plomb absorbés. Le masque sur la bouche et le nez des *épousseteurs* et des *poudreurs* est un moyen infidèle, car il protège plus ou moins bien la respiration et n'empêche pas les imprimeurs et les autres employés de respirer les poussières provenant de l'*époussetage* et du *poudrage*.

Les mains, le visage, les yeux et les oreilles ne sont pas à l'abri, et l'absorption se fait à la longue. Le masque même est souvent enlevé par ces jeunes gens, bravant le danger. L'idéal de l'hygiène, en la matière, serait d'éviter les poussières colorées. Un directeur intelligent et chercheur, M. Jochum, notre sociétaire, a cherché pour la chambre d'époussetage, la plus dangereuse, un mécanisme à bras très ingénieux pour *époudrer* sous verre, à l'aide d'une cheminée d'aspiration, les feuilles coloriées à la poudre. Trois hommes suffisent à son fonctionnement et portent le masque. Ces précautions et ces améliorations ne sont pas radicales. Chaque année, les malades, parmi les épousseteurs, se comptent encore par un sur cinq environ. Car, pour alimenter la machine, il faut prendre les feuilles une à une, les remuer et les étaler sur l'engrenage, etc.; ainsi ne peut être conjurée la diffusion des poussières toxiques. A ces grands moyens hygiéniques s'en joignent d'autres, secondaires d'importance, comme

ceux : 1° d'avoir des vêtements de travail qu'on laisse à la fabrique et qu'on quitte pour manger ; 2° de se laver les mains, le visage, la tête, la bouche et les dents après chaque corvée et avant les repas ; 3° de prendre un bain sulfureux hebdomadaire ; 4° enfin, d'administrer aux épousseteurs et aux poudreurs un mellité de soufre 0,50 tous les deux jours, et chaque semaine une cuillerée de solution iodurée sodique. Ces prescriptions deviennent quotidiennes et doublées de dose dès les premiers phénomènes de saturnisme, avec quelques purgatifs au sulfate de magnésie, des cataplasmes sur l'abdomen, du lait, etc.

Voilà ce que l'on fait dans les usines bien tenues, comme celle de M. Haviland et Cie, à Paris.

Pourrait-on faire mieux? Assurément, et je suis persuadé que, sous peu, le gouvernement promulguant, aidant, comme pour le vert de Schweinfurt, acéto-arsénite de cuivre, les directeurs d'usines insalubres s'ingénieront, avec plus de compétence qu'aucun autre, à améliorer leurs établissements et à les rendre tout à fait salubres.

En ce qui concerne la préparation des feuilles en décalcomanie, surtout pour les porcelaines, on évitera toute intoxication le jour où l'on éloignera et isolera complètement les poudreurs des imprimeurs, et les épousseteurs les uns des autres ; le jour où l'on supprimera deux ouvriers sur trois à la machine à épousseter par un moteur qui poudrerait mécaniquement, en espace clos, dans un hall très aéré et ventilé ; le jour où les jeunes gens intoxicables seraient remplacés par des hommes plus résistants et plus sérieux, alterneraient leur travail et travailleraient dans des pièces plus vastes.

Pour neutraliser le plomb entré dans l'économie, la fleur de soufre, l'iodure de sodium, la limonade sulfurique sont des moyens médicamenteux, pratiques et classiques. Mais ils ont des inconvénients. Le soufre, même lavé, du commerce renferme souvent, sinon toujours, de l'acide sulfurique et, de plus, arrivé dans l'estomac, se transforme partie en acide sulfhydrique ou en sulfates, partie en persulfure. Il en résulte une irritation gastro-intestinale et de l'albuminurie saturnine par élimination de ces sulfates et même de chlorures de plomb à travers les reins. Ces sulfates, à peu près complètement insolubles dans l'eau, le deviennent notablement dans les liquides acides, comme le suc gastrique. Les persulfures saturent moins de plomb que les monosulfures. Les chlorures de plomb sont un peu solubles.

L'iodure de sodium ou de potassium, très vanté, ne sert qu'à former un iodure de plomb presque insoluble qui se fixe dans les tissus, s'élimine peu sous forme de chlorures plus solubles (l'iode

s'évaporant lentement), et sature de sels de plomb à peu près insolubles toute l'économie. Cela peut expliquer les récidives chez les ouvriers intoxiqués une première fois.

L'alcool a aussi la propriété de retenir le plomb dans les tissus et de favoriser l'empoisonnement; car il forme des combinaisons tétratomiques comme le plomb méthylé ou éthylé que l'iodure décompose. Le meilleur médicament qui m'a donné d'excellents résultats depuis longtemps dans la prophylaxie et la thérapeutique antitoxisaturnine, c'est le sulfure de calcium pur, granulé au sucre de lait et dosé au centigramme, sans que soient nécessaires iodures, limonades sulfuriques, fleur de soufre, etc.

Sans entrer dans de longues dissertations théoriques sur les transformations du sulfure de calcium avec le plomb, il est bon de dire qu'il se décompose en protosulfure de plomb insoluble, riche en plomb, et non en persulfure, pauvre. Les persulfures se forment plus facilement avec le soufre en excès, tandis que les monosulfures s'obtiennent par l'action de l'acide sulfhydrique ou d'un sulfure alcalin sur l'oxyde ou les sels de plomb. (Grimaux, *Chim. méd.*) Le calcium devient un chlorure de calcium, et s'il s'est formé dans le creuset mystérieux de l'économie du chlorure de plomb plus ou moins soluble, absorbable et intoxicant, ce chlorure en présence du chlorure de calcium perd ce qu'il a de solubilité et peut être éliminé.

Voilà théoriquement les avantages du sulfure de calcium comme antidote du saturnisme, avantages confirmés par l'application clinique. On le donne à la dose moyenne de 6 centigrammes par jour, en trois ou six fois, plutôt en mangeant, et on peut le continuer des mois. Il est supérieur au sulfure de sodium, repris et vanté dans ces derniers temps, au même titre qu'envisagé ici.

En résumé : Les préparateurs de papier à dessin pour décalque, sur porcelaine principalement, sont susceptibles d'intoxication saturnine, en respirant la *poussière colorée* contenant 30, 40, 60 p. 100 de minium.

Les *jeunes ouvriers épousseteurs et poudreurs* sont les plus exposés à l'empoisonnement, lequel se présente plutôt sous la forme chronique avec la symptomatologie classique du saturnisme.

L'économie reste saturée longtemps, le pronostic est sombre par la perspective d'une récidive, si l'ouvrier n'abandonne pas son métier, qu'il lui faudra bien quitter par cachexie, et pour lequel, à la seconde atteinte, dans son intérêt, on devra le remercier.

Malgré les progrès de l'hygiène industrielle, on n'est pas parvenu à conjurer complètement ce fléau, qui s'attaque surtout aux jeunes, aux débiles, aux buveurs et aux fumeurs.

Il est à souhaiter que la mécanique supplée l'ouvrier dans ce travail funeste. En attendant, la propreté, la tempérance et une bonne résistance physique contribuent à éloigner le mal.

Le sulfure de calcium pur, granulé au sucre de lait, à la dose de 6 centigrammes par jour, à volonté, est le meilleur remède prophylactique et curatif des ouvriers en papier décalque décoré, et remplace avantageusement la fleur de soufre, les limonades sulfuriques et les iodures.

M. le Dr PAMARD

Correspondant de l'Académie de Médecine, à Avignon.

UN SANATORIUM D'ALTITUDE POUR LES ENFANTS DU PREMIER AGE

613.12

— Séance du 9 août 1895 —

Dans tous nos départements du Sud-Est de la France, ceux que l'on désigne sous le nom de départements de la zone de l'olivier, les enfants du premier âge meurent dans des proportions réellement effrayantes. Dans un travail qui a été récompensé par l'Institut (Académie des Sciences, prix de statistique, fondation Monthyon, concours 1880, mention honorable), j'ai montré que dans l'arrondissement d'Avignon, pendant une période de cinq ans (1873-1877), sur 3,340 décès de 0 à 5 ans, il y en a eu 656 en août, 591 en juillet (1,247 pour ces deux mois), 341 en septembre et 290 en juin. Dans ces quatre mois il y a 1,878 décès, tandis qu'il n'y en a que 1,462 pour les huit autres mois.

J'ai fait le même travail pour la période quinquennale suivante: j'ai trouvé sur 3,123 décès, 497 en août, 492 en juillet (989 pour les deux mois), 327 en septembre et 266 en juin; d'où 1,582 décès pour les quatre mois chauds et 1,541 pour les huit autres. Pendant cette période, la mortalité a été moindre pendant les mois de juillet et d'août; cela tient à ce qu'ils ont été moins chauds: il suffit, pour s'en convaincre, de jeter les yeux sur les tableaux graphiques qui sont joints à mon travail; la courbe des températures est sensiblement

inférieure à la moyenne, pendant quatre étés sur cinq. Néanmoins, le chiffre des décès des quatre mois d'été dépasse la moitié du total annuel. Il est pourtant hors de doute que la mortalité proportionnelle de nos jeunes enfants va en diminuant; on peut en trouver la cause dans les progrès de l'hygiène. Je crois qu'il ne faut pas oublier la diminution de la natalité : on a moins d'enfants et on les soigne mieux.

Le Dr Monier, médecin en chef honoraire des hôpitaux d'Avignon, a fait un travail analogue sur la mortalité de notre ville, pendant une période de quarante années, de 1853 à 1892 inclus.

Le nombre total des enfants de 0 à 5 ans décédés pendant les mois de juin, juillet, août et septembre a été, durant cette période de quarante ans, de 6,667, soit une moyenne annuelle de 166 pour les quatre mois, et de 42 par mois : pendant les huit autres mois de cette même période, il est mort 5,743 jeunes enfants, soit une moyenne de 18 par mois. Ces chiffres se passent de commentaires. Ils doivent être pareils à Nîmes, à Montpellier, et pires à Marseille.

Il y a trois causes à cette mortalité excessive de la population enfantine de notre région : les chaleurs de l'été, la mauvaise hygiène et la dentition. Quoi qu'en puissent penser quelques bons esprits, je reste ardemment convaincu que la dentition est la cause principale de cette mortalité estivale; je n'en veux pas d'autre preuve que celle qui m'est fournie par la statistique. Après l'âge de trois ans, quand leurs dents sont faites, les enfants ne meurent chez nous que dans une proportion minime : ils meurent en toute saison, pas plus en été qu'en hiver.

Nous ne pouvons rien contre la marche de l'évolution dentaire; l'hygiène des enfants est dans une voie de progrès. Restent les chaleurs de nos étés : contre elles nous avons un moyen, moyen qui a fait ses preuves, c'est de transporter l'enfant malade dans une station à altitude assez élevée pour que la température s'y maintienne fraîche. Ce moyen commence à entrer dans les mœurs, et dans les classes riches on n'en est plus à attendre que l'enfant soit gravement atteint pour le transporter à la montagne.

Le problème est maintenant de mettre ce moyen puissant à la disposition des classes peu aisées. J'espère que nous allons y arriver.

Comme conclusion du Mémoire cité au début de ce travail, je disais :

« Nous avons, dans Vaucluse, le Ventoux qui s'élève à plus de 1,900 mètres; les Bouches-du-Rhône, les Alpes-Maritimes, le Var ont les derniers contreforts des Alpes; le Gard et l'Hérault, les Cévennes... Ne pourrait-on pas fonder sur ces montagnes, à une altitude telle que

la température n'atteignît jamais un degré élevé, des établissements où on pourrait conduire pendant l'été les enfants malades, comme les Anglais dans les Indes envoient pendant la saison chaude leurs soldats malades dans les sanatoria qu'ils ont fondés sur les pentes de l'Himalaya; ils ont obtenu ainsi des résultats incontestés et amélioré l'état sanitaire de leur armée. J'ose affirmer que nous arriverions aux mêmes résultats pour nos jeunes enfants. »

Cette idée, je l'ai reprise maintes fois; dans la séance du 18 août 1892, j'en ai saisi une fois encore le Comité départemental de Protection de l'enfance, que j'ai l'honneur de présider, et celui-ci émit le vœu « que le préfet de Vaucluse veuille bien saisir le Conseil général de l'étude de cette question à la prochaine session ».

Le préfet, M. Gaston Carle, s'intéressa à la question dont il avait compris l'importance : il la porta devant le Conseil général de Vaucluse, en même temps qu'il priait ses collègues d'en saisir les Conseils généraux de la région. Le Conseil général du Gard, seul, envoya son adhésion. Une Commission interdépartementale composée de six conseillers généraux, trois par département, les Drs Poujade, Ferry de la Bellone, Lemoyne, Gazagne et Réguis, M. Antoine-Louis Brun, auxquels on voulut bien m'adjoindre, se réunit à Avignon le 31 janvier 1893. Dans cette première réunion furent adoptées les conclusions suivantes :

1° Le principe de l'établissement d'un sanatorium pour les enfants pauvres est admis;

2° L'emplacement à choisir sera situé dans les parties montagneuses des hautes Cévennes, dans la chaine de l'Aigoual;

3° Deux membres de la Commission, M. le Dr Réguis et M. Brun, sont chargés de faire un rapport sur les voies et moyens pour arriver à l'exécution du projet.

Dans une seconde réunion, tenue le 20 mars, la Commission entendit la lecture du rapport de M. Brun étudiant les conditions présentées par les divers emplacements proposés, et concluant en faveur de la vallée du Vialaret. Après discussion, et sur les instances de M. Brun lui-même, il fut convenu que MM. Ferry de la Bellone, Pamard, Brun et Réguis s'y rendraient, pour se rendre compte des avantages et des inconvénients des propositions qui avaient été faites et arrêter le choix définitif de l'emplacement.

Cette visite a eu lieu au mois de juillet dernier; et, à la suite d'un très remarquable rapport du Dr Ferry de la Bellone, le choix s'est définitivement arrêté sur un emplacement proposé à la dernière heure : ce sont les prairies situées dans la partie la plus élevée d'une vallée dépendant de la commune d'Arrigas, dans le canton d'Alzon.

On trouve là réunies toutes les conditions d'altitude, d'orientation et de salubrité que l'on pouvait désirer. Ce qui n'est pas non plus à négliger, c'est que cette vallée est à proximité d'une ligne de chemin de fer, qui sera prochainement ouverte à l'exploitation.

Les Conseils généraux du Gard et de Vaucluse ont adopté en principe les conclusions arrêtées par leurs délégués. Nous allons entrer dès maintenant dans la période d'exécution.

La Commission interdépartementale s'est réunie deux fois, le 31 mai et le 6 juillet 1894. Cette dernière réunion, qui a été présidée par M. le préfet de Vaucluse, et à laquelle un seul des membres de la Commission, M. Poujade, était absent, a été particulièrement importante. La Commission a tout d'abord pris connaissance du projet présenté par M. Randon de Grolier, architecte du département du Gard.

Le sanatorium sera construit dans la vallée de Peyraube, près du petit hameau des Bonnels, à une altitude d'environ 700 mètres, au milieu de magnifiques châtaigniers, dont la montagne est couverte. Le terrain choisi est abrité au nord et à l'est par de hautes montagnes, qui le préservent contre les violentes rafales, tout en étant assez éloignées pour laisser l'air circuler librement : la vallée est ouverte du côté du sud et surtout de l'ouest.

Les bâtiments occuperont les trois côtés d'un vaste rectangle largement ouvert à l'ouest. Au fond, le pavillon de l'administration, la cuisine et les réfectoires. Les deux ailes perpendiculaires contiennent chacune trois dortoirs, deux de quatorze lits et un de douze, avec une surveillante dans chacun; il y a 12 mètres cubes par habitant. Ces bâtiments n'ont qu'un rez-de-chaussée, leurs façades regardent le nord et le sud, ce qui leur permet d'être à la fois largement aérés et ensoleillés. Ils sont continués par des préaux couverts, sur lesquels seront construits deux dortoirs pouvant recevoir chacun dix lits de femmes accompagnant leurs enfants; il y aura 30 mètres cubes d'air par habitant. Chaque dortoir aura des lavabos et des water-closets.

L'eau est de très bonne qualité et en grande abondance, ce qui permet de la distribuer largement dans tout l'établissement.

Deux salles de bains sont prévues. Il y aura un pavillon d'isolement.

L'aération des dortoirs sera assurée par un système de ventilation, leurs murs seront peints à l'huile et vernis pour en permettre le lavage.

L'écoulement des eaux est rendu facile par la disposition du terrain fortement en pente sur lequel est bâti le sanatorium.

A la suite de cette communication, la Commission a adopté à l'unanimité les résolutions suivantes :

1° Les projet, plans et devis de M. Randon de Grolier sont approu-

vés. Ils prévoient les constructions nécessaires pour recevoir cent enfants formant deux catégories distinctes : la première comprendrait vingt jeunes enfants qui pourraient être accompagnés par leur mère ou nourrice, et la seconde quatre-vingts enfants déjà sevrés, mais n'ayant pas plus de quatre ans, et qui seraient sous la surveillance du personnel de l'établissement ;

2° Chacun des deux départements intéressés, le Gard et Vaucluse, contribuera à la dépense proportionnellement au produit du centime.

Cette contribution sera calculée déduction faite de la subvention qui pourra être accordée par l'État ;

3° Il sera constitué un Comité de patronage pour le sanatorium.

Dans sa séance du 24 août, le Conseil général de Vaucluse a, sur le rapport du Dr Lemoyne, voté la part contributive qui lui était demandée.

Il n'en fut pas de même dans le Gard : et ce n'est que dans la dernière session d'avril que l'accord est intervenu entre les deux Assemblées départementales, sur la question toujours délicate de la part contributive de chaque département dans la dépense. Cet accord a été obtenu grâce à l'intervention énergique des membres de la Commission interdépartementale, et à l'appui qu'ils ont trouvé chez M. Bonnier, préfet du Gard, et chez M. Louvel, préfet de Vaucluse : tous deux ont pris le plus grand intérêt à cette création nouvelle, qui n'est en réalité qu'une application saine des doctrines socialistes ; elle met, en effet, à la disposition des classes pauvres un moyen dont pourraient seules user les classes riches.

Mais parmi les conditions de cette entente, figure un large appel aux fonds du pari mutuel. Nous espérons que [1] la Commission qui préside à la distribution de ces subsides se montrera aussi généreuse pour le Sanatorium de Peyraube qu'elle l'a toujours été pour les Sanatoria marins.

J'estime, et il ne me sera peut-être pas difficile de convaincre mes auditeurs, qu'en se plaçant exclusivement au point de vue social, l'établissement que nous nous proposons de fonder a une bien autre importance que les Sanatoria marins.

Que nous proposons-nous de traiter ? Une maladie climatérique, essentiellement passagère et nullement constitutionnelle ; nos petits malades, une fois rétablis, ne conservent aucune trace de l'accident et sont exempts de toute tare : suivant le mot de mon cher maître, le

[1] La Commission chargée de distribuer les fonds du pari mutuel a, dans sa dernière session, alloué 60,000 fr. au sanatorium de Peyraube. Les deux Conseils généraux ont voté les fonds nécessaires pour qu'on puisse mettre la main à l'œuvre, dès que les plans auront été approuvés au Ministère.

professeur Rochard, c'est une portion du capital social que nous conservons.

Que traitez-vous, au contraire, dans les Sanatoria marins? Des malheureux enfants, presque toujours atteints d'affections osseuses, qui, lorsqu'ils guérissent, restent pour la plupart infirmes ou déformés. Combien en est-il parmi eux qui soient aptes au service militaire? Aussi, vous savez bien sur quelle montagne on les aurait exposés dans l'antique Sparte! Et si l'on envisage la question de plus haut, quels agents reproducteurs déplorables! Scrofuleux, ils donneront des produits tributaires de la même maladie constitutionnelle; eux et leurs enfants seront toujours des terrains de culture, tout préparés pour le bacille de la tuberculose.

Aussi, tout en admirant les esprits généreux, qui ont eu l'initiative de la fondation de ces établissements, et en leur donnant toute mon adhésion au point de vue humanitaire, ne puis-je m'empêcher de faire quelques timides réserves au point de vue social.

Il me semble que l'établissement projeté par les départements du Gard et de Vaucluse ne pourra mériter les mêmes reproches.

M. JULLIAN

Professeur à la Faculté des lettres de Bordeaux.

LES MURAILLES ROMAINES DE BORDEAUX, LEUR DATE
QUESTION SUR LA DATE DES MURS ROMAINS DES CITÉS DES GAULES

[913 (372)]

— Séance du 5 août 1895 —

La question des murs romains de nos cités a été maintes fois agitée et rebattue. Pourtant, aujourd'hui encore, il semble qu'il y ait à confirmer certaine théorie ou à renverser des opinions tenaces. Tout récemment, à propos des murailles de Boulogne-sur-Mer, qu'on vient de mettre à nu, on parlait de remparts du ve siècle construits dans la crainte ou sous la poussée des grandes invasions barbares de ce temps (1). J'ai toujours pensé que ces murailles de Boulogne, comme

(1) Communications diverses adressées aux journaux, juillet 1895.

celles de Dax, de Saint-Lizier, de Périgueux, de Bordeaux, comme toutes celles de la Gaule Chevelue (1), sont au plus tard de la fin du IIIe siècle. Mais je ne puis donner ici de preuves que pour celles de Bordeaux.

Ausone en parle longuement, et en termes tels qu'il ne semble pas qu'on les ait bâties de son vivant (2); or, Ausone est né vers 310 (3). D'autre part, le mur de Bordeaux, comme celui de toutes les cités gallo-romaines du Nord ou de l'Ouest, a été construit à l'aide de débris empruntés à l'ancien Bordeaux romain, celui des Antonins et des Jules (4); or, de ces débris, un certain nombre sont datés. Le plus récent que l'on rencontre est une inscription qui me paraît des temps de Maximien et de Dioclétien (286-292) (5).

Dans les interstices de la muraille on a découvert une pièce de monnaie, entièrement neuve, tombée là sans doute au moment de la construction des mains d'un ouvrier, et cette monnaie est de l'empereur Claude II (268-270) (6). C'est donc entre 268 et 300 qu'on peut placer la date de la bâtisse.

La chose m'a toujours paru certaine. Ce qui est maintenant une hypothèse, c'est d'étendre à la Gaule entière ce qui se fit à Bordeaux. M. Schuermans, notre savant confrère de Namur, a fait cette supposition à la même date que je la faisais moi-même (7); nous nous sommes rencontrés et parfaitement entendus. Selon nous, il y eut, dans la seconde moitié du IIIe siècle, une mesure générale prise par les empereurs ordonnant de fortifier les villes de l'intérieur, et non pas

(1) Je laisse, bien entendu, de côté toutes les colonies, soit des frontières (Trèves, Lyon, peut-être Autun, Besançon, Langres), soit de la Gaule Narbonnaise. Celles-là ont dû être fortifiées dès leur fondation. Le seul tort de M. Schuermans, dans l'excellent travail que nous citerons plus loin, a été de ne pas réserver les colonies pour une étude spéciale. Nous ne parlons ici que des villes libres ou sujettes de la Grande Gaule (Aquitaine et Novempopulanie, Lyonnaise, Belgique).

(2) Voyez dans son *Ordo urbium* tout ce qui concerne Bordeaux : *Quadrua murorum species*, etc., vers 140 et suiv.

(3) C'est la date, très probable, à laquelle est arrivé M. Schenkl dans son excellente édition d'Ausone (Berlin, 1883, p. VI).

(4) Tout cela résulte des fouilles dirigées par Jouannet, Sansas, et, de nos jours, par M. de Mensignac. A n'importe quel endroit on attaque la muraille romaine, on la trouve également formée de débris antiques. Cela est vrai des murs de Saintes, de Périgueux et de tous les autres, et cela vient encore d'être constaté, il y a quelques semaines, pour les murs de Boulogne.

(5) Voyez la dissertation parue dans le *Bulletin du Comité des travaux historiques. Archéologie*, 1884, p. 47. *Inscriptions romaines de Bordeaux*, n° 44.

(6) Renseignement très précis et très authentique fourni par Sansas dans le journal *le Progrès*, t. V, p. 177. (*Société Archéologique de Bordeaux*, t. VII, p. 168.)

(7) *Bulletin des Commissions royales d'art et d'archéologie de Belgique*, t. XXVI et suiv. Voyez surtout janvier 1889. Un premier essai de généralisation avait été tenté par lui dans le recueil de la *Société Archéologique de Namur*, t. XVII. A notre avis, M. Schuermans est le premier et le seul qui ait bien étudié cette question et l'ait sérieusement résolue.

La date fixée par M. Schuermans serait d'entre 287 et 288.

seulement en Gaule, mais en Italie, en Orient et dans l'empire tout entier.

En ce temps-là, les Barbares avaient brisé et franchi la ligne de légions et de places fortes qui gardaient la frontière du Rhin et du Danube; ils s'étaient répandus dans les provinces et avaient pillé les villes laissées sans garnison et sans murailles (1). A cette invasion on répondit par une mise en défense de toutes les cités. Des textes nous apprennent qu'Aurélien a fortifié Rome (2); d'autres, que les empereurs gallo-romains ont « restauré » les villes des Gaules (3). L'historien Zosime nous dit que Constantin ramena les soldats de la frontière dans l'intérieur des villes (4); si on y mit des garnisons, c'est qu'on venait d'y bâtir des remparts. Voyez comme tout cela s'enchaîne.

Vous remarquerez l'énorme portée qu'aurait cette hypothèse si elle était prouvée. Jusqu'à cette date il n'y avait, dans la Gaule propre, de garnison et de remparts qu'aux frontières. La défense du pays était en quelque sorte à l'extérieur, comme au contour; au dedans, les villes étaient laissées aux travaux de la paix. Voilà maintenant, depuis la fin du IIIe siècle, qu'elles ont des remparts; la Gaule se hérisse de châteaux forts et s'arme de soldats. La défense est à l'intérieur, la vie militaire est partout. C'est une ère nouvelle qui commence, et c'est l'existence du moyen âge.

Mais pour arriver à une telle conclusion il faudrait encore de nombreuses recherches de détail; il faudrait examiner, l'une après l'autre, toutes les murailles léguées par Rome, et en particulier l'âge des débris qu'elles renferment. C'est cet examen que je souhaite voir se faire par nos sociétés locales (5).

(1) Voyez surtout l'invasion du temps de Probus, 276-277 (d'après Vopiscus, *Vie de Probus*, XIII, 6). C'est pour nous l'invasion la plus terrible qu'ait subie la Gaule, et sans aucun doute celle qui détruisit Bordeaux et les soixante villes de la Gaule Propre.

(2) Le plus net est celui de Zosime, I, XLIX : Ἐτειχίσθη δὲ τότε ἡ Ῥώμη, πρότερον ἀτείχιστος οὖσα· καὶ λαβὸν τὴν ἀρχὴν ἐξ Αὐρηλιανοῦ, συνεπληρώθη βασιλεύοντος Πρόβου τὸ τεῖχος. Aurélien passe pour avoir fortifié Dijon (Grégoire de Tours, *Historia Francorum*, III, XIX).

(3) Cela est rapporté de Lélianus (vers 267) par Trébellius Pollion (*Vies des Trente Tyrans*, V. 4); mais il n'est pas dit qu'il les ait fortifiées; et de Maximien (*Panegyrici veteres*, édit. Bæhrens, VI, VIII); là encore il n'est point parlé de remparts. Nous savons pertinemment que Dioclétien et Maximien ont fortifié Grenoble (inscriptions conservées à la Bibliothèque de cette ville).

(4) Voici le texte de Zosime, auquel, à mon sens, on n'a pas prêté toute l'attention désirable (II, XXXIV) : Καὶ ταύτην δὴ τὴν ἀσφάλειαν διαφθείρων ὁ Κωνσταντῖνος, τῶν στρατιωτῶν τὸ πολὺ μέρος τῶν ἐσχατιῶν ἀποστήσας, ταῖς οὐ δεομέναις βοηθείας πόλεσιν ἐγκατέστησε, καὶ τοὺς ἐνοχλουμένους ὑπὸ βαρβάρων ἐγύμνωσε βοηθείας. Remarquez que Zosime considère la mesure prise par Constantin comme désastreuse pour la sûreté de l'empire. Et en cela il a complètement tort. Mais Zosime, qui est païen, et fort hostile à Constantin, s'acharne à présenter toute la politique de cet empereur sous les couleurs les plus défavorables.

(5) On en trouvera un premier résumé dans les travaux de M. Schuermans.

M. Alfred CARAVEN-CACHIN

Lauréat de l'Institut, à Salvagnac (Tarn).

INHUMATIONS CHRÉTIENNES DU XIIIe SIÈCLE DÉCOUVERTES AUTOUR DE L'ÉGLISE DE MARNHIAC (TARN-ET-GARONNE) LE 15 MARS 1895

[913 (4475)]

— *Séance du 5 août 1895* —

Au mois de mars, M. Teulière travaillait un champ qui entoure l'ancienne église de Marnhiac, lorsque la pioche amena à la surface du sol des débris humains. Cet intelligent propriétaire, étonné de cette trouvaille funèbre, vint immédiatement nous prévenir de cette découverte et le lendemain nous arrivions à Marnhiac pour continuer les fouilles.

Nous commençâmes par faire dégager avec soin les deux squelettes humains, dont les têtes étaient tournées à l'occident et les pieds à l'orient. Cette orientation est absolument conforme à celle des temps catholiques indiquée par nos plus vieux liturgistes, Jean Beleth et Durand de Mende, qui écrivait au XIIIe siècle : « *Ponuntur mortui capite versus occidentem et pedibus versus orientem* (1), » dit le premier ; à quoi le second ajoute, comme toujours, son sens mystique : « *Debet autem quis sic sepeliri ut, capite ad occidentem posito, pedes dirigat ad orientem; in quo quasi ipsa positione orat et innuit quod promptus est ut de occasu festinet ad ortum* (2). » Durand avait raison, le chrétien de son temps priait jusque sous la pierre du sépulcre.

Un auteur contemporain a prétendu que les Grecs reprochaient aux Latins de ne pas croiser les mains ni les bras de leurs morts. Mais c'est là une erreur, car les squelettes de Marnhiac, couchés sur le dos et face au ciel, avaient les avant-bras pieusement croisés sur la poitrine.

Nous avons également constaté que les corps avaient été mis en terre après avoir été roulés dans un simple linceul, coutume qui

(1) Beleth, *De divinis officiis.*
(2) Durandus, *Rational divinis officiis.*

semble prédominer à partir de la période capétienne. En étudiant les cimetières chrétiens du Tarn, nous avions pensé que l'usage d'enterrer dans la pierre avait cessé en France vers le XIIIe siècle et que, si l'on trouvait encore quelques sarcophages du temps de Saint-Louis, on ne devait plus en rencontrer de Philippe-le-Bel à Louis XI (XIVe et XVe siècles); aussi, nous n'avons plus pour nous guider dans les nécropoles du XIe au XVIIe siècle que le vase funèbre, ce compagnon inséparable de la cendre humaine. Plus vivace que les siècles et les ères qu'il traverse, il survivra au moyen âge et il faudra toutes les lumières du siècle de Louis XIV pour déraciner des mœurs cette vieille plante qui naquit au berceau de l'humanité (1).

Enfin, les vases à charbon et à eau bénite, qui avaient été descendus dans les fosses et placés de chaque côté de la tête du mort, donnent la date de ces sépultures, car ils présentent tous les caractères de la poterie du XIIIe siècle, ainsi que nous espérons le prouver.

Les vases de Marnhiac mesurent dix centimètres de hauteur. Ils sont en terre rouge vermillon et quelquefois grise. Leur pâte, qui n'est jamais vernissée, est formée par une argile poreuse, happant fortement à la langue, mélangée tantôt de sable grossier et alors rugueuse, tantôt, au contraire, rappelant par sa finesse, sinon par sa couleur, la poterie romaine. En outre, ces vases, qui sont très micacés et mal cuits, ont leur surface lisse et présentent un corps globuleux sur lequel s'élève un col peu marqué avec bec à traverse intérieure et anse latérale plate ou bombée. Suivant l'usage du temps, ces poteries étaient généralement placées aux quatre angles du cercueil en bois.

Nous avons démontré dans un autre travail (2) que les vases à becs à traverse intérieure avaient dû jouer, au moyen âge, le rôle des alcarazas, bardaques, etc... A cette époque, nous ignorions que ces pots, qui servaient aux usages domestiques, avaient été transformés en vases funèbres, comme ceux rencontrés dans le cimetière de Saint-Séverin de Paris et de la rue Rambuteau qui existent au musée de Sèvres.

Les vases de Marnhiac étaient percés sur la panse de plusieurs trous pratiqués après la cuisson. Ces ouvertures donnaient l'air nécessaire à l'alimentation du charbon que renfermaient ces poteries et à la combustion de l'encens pendant tout le temps que durait la sépulture. Aussi, ces vases, après avoir servi d'encensoirs pendant

(1) A. Caraven-Cachin, *Le Tarn et ses tombeaux*, p. 111, pl. VII et VIII. Paris, 1873.

(2) A. Caraven-Cachin, *Découverte de vases à becs à traverse intérieure du treizième siècle, aux Lials (Tarn-et-Garonne)* : *in* Association française pour l'avancement des Sciences. Congrès de Caen, 1894.

la cérémonie des funérailles, étaient jetés immédiatement dans la tombe avec les charbons et l'encens *(prunæ cum thure)* (1), qui les remplissaient, comme nous l'affirme Durand de Mende : « *Deinde* (corpus) *ponitur in sepelunca in qua, in quibusdam locis, ponitur aqua benedicta et prunæ cum thure* (2). »

Les autres vases, qui n'étaient point forés sur la panse, recevaient de l'eau bénite *(aqua benedicta)*, comme nous l'apprend le même évêque de Mende. Ce dernier prête à l'eau bénite une force mystérieuse contre les esprits, et il donne à l'encens un sens naturel et allégorique tout à la fois. Mais laissons parler notre grand liturgiste : « *Aqua benedicta ne dæmones, qui multum eam timent, ad corpus accedant; solent namque desævire in corpora mortuorum ut quod nequiverunt in vita saltem post mortem agant. Thus propter fœtorem corporis removendum, seu ut defunctus creatori suo acceptabilem bonorum operum odorem intelligatur obtulisse, seu ad deostendum quod defunctis prosit auxilium orationis* (3). » Personne, dans le moyen âge, n'est venu contredire cette interprétation d'une coutume alors universelle.

Des vases semblables à ceux de Marnhiac ont été trouvés en grand nombre autour de nous.

C'est ainsi que M. Cabié a rencontré, en 1876, des vases de la même époque, dans l'ancienne station de la commune de Buzet (Haute-Garonne).

M. l'abbé Viguier nous a adressé, en 1877, des becs de vases semblables provenant du cimetière chrétien de Lapparouquial (Tarn).

En 1880, on recueillit à Bessières (Haute-Garonne), un vase à bec qui fut déposé au musée de Lisle d'Albi (Tarn).

En 1884, des métayers ramassèrent à Montarels, commune de Lisle d'Albi, un vase du XIIIe siècle, qui fut placé au musée de cette ville.

En 1892, nous trouvâmes dans le souterrain-refuge de Saint-Jean, près Salvagnac (Tarn), un vase à bec à traverse intérieure que nous possédons.

En 1893, nous eûmes le plaisir de remonter du fond du puits des Lials (Tarn-et-Garonne) plusieurs poteries de la même forme, qui sont déposées dans notre collection, avec l'unique vase entier ramassé à Marnhiac.

Comme on le voit, ces vases, insignifiants en apparence, que le vulgaire dédaigne et casse trop souvent, se transforment entre les

(1) Beleth, *Ibid.*
(2) Durandus, *Ibid.*
(3) Durandus, *Ibid.*

mains du sépulcrologue en de véritables instruments de la science et constituent un moyen certain de suppléer au silence de l'histoire, en faisant parler les morts jusqu'au fond de leurs sépulcres.

M. l'abbé C. HARDEL

Curé de Vineuil-lès-Blois

L'ABBÉ BOURGEOIS ET LES SILEX DE THENAY

[571.14]

— *Séance du 6 août 1895* —

Ce mémoire, tout en reconnaissant la grande valeur de l'abbé Bourgeois dans la science géologique, expose simplement les théories du maître avant le Congrès de Blois, en 1884, au sujet de ses découvertes à Thenay, qui ont fait si grand bruit dans le monde savant, et ses doutes au sujet de ses premières affirmations.

Il est regrettable que l'abbé Bourgeois n'ait pas formulé lui-même son avis sur ses anciennes théories et que ce soin ait été assumé par son vénéré collaborateur et ami, M. l'abbé Delaunay, quelques années après la mort du directeur de Pont-Levoy.

Deux lettres de l'abbé Delaunay figurent à l'Appendice du savant ouvrage de M. l'abbé Vigouroux, intitulé : *Les Livres saints et la Critique rationaliste* (édit. 1890, Append., IVe vol.).

Il nous sera bien permis de douter de la valeur scientifique de ces deux réponses qui se lisent à la fin du livre de M. Vigouroux, car, pour nous, la complaisance en a motivé l'acceptation comme l'amitié en avait inspiré la rédaction.

Afin de juger impartialement la question de la valeur des silex de Thenay, il suffira d'exposer d'abord les idées émises par l'abbé Bourgeois sur cet important sujet, et les conclusions exprimées dans les lettres de l'abbé Delaunay.

I

A propos de la pierre simplement taillée ou paléolithique, l'abbé Bourgeois disait au Congrès de Vendôme, en 1872 :

« Boucher de Perthes, le vrai créateur de la science préhistorique,

a découvert les débris de l'industrie humaine de l'homme lui-même au-dessous des dépôts qui se produisent actuellement dans les terrains reconnus par Cuvier et Brongniart comme de vrais terrains géologiques, et là l'homme et ses restes d'industrie sont associés à certaines espèces animales qui n'existent plus.

» J'ai constaté moi-même ce fait étrange dans des terrains plus anciens que ceux qui ont été étudiés par Boucher de Perthes.

» Quant à l'homme tertiaire, j'ai été le premier à signaler des silex travaillés par l'homme dans des terrains tertiaires.

» C'est dans le tertiaire moyen, autrement dit miocène, que je les ai rencontrés.

» Comme je l'ai dit, en 1867, au Congrès international d'Anthropologie et d'Archéologie préhistorique tenu à Paris, j'ai trouvé au village de Thenay, près Pont-Levoy, à la base du calcaire de Beauce et près des limites de l'ancien lac, une grande quantité de silex taillés par la main de l'homme.

» La question du gisement a été déclarée incontestable par tous les géologues sérieux qui ont visité la localité. Pour la rendre plus claire, j'ai fait creuser un puits qui traverse les couches tertiaires, et, au fond, j'ai pu constater l'existence des silex travaillés. »

Comme l'abbé Bourgeois rencontrait alors beaucoup d'indifférents et même d'incrédules à son système, il provoqua au Congrès de Bruxelles, le 22 août de la même année 1867, la nomination d'une Commission composée d'hommes spéciaux pour trancher la question.

Nous savons que la solution fut loin d'être péremptoire.

« On ne connaissait alors, continue l'abbé Bourgeois, rien de plus ancien que les types quaternaires de Saint-Acheul. Le célèbre géologue Lyell, invité à se prononcer sur ce fait nouveau, déclara qu'il réservait son opinion, attendant des preuves d'un ordre plus élevé. Ces preuves, je les fournissais peu de temps après en signalant à l'Académie des silex taillés qui furent admis sans conteste, et qui pourtant ne sont pas plus caractéristiques que ceux du calcaire de Beauce. »

Ce simple exposé permet d'apprécier le zèle de l'abbé Bourgeois, cherchant à faire la lumière sur ce point obscur afin d'éclairer les incrédules et de convaincre les contradicteurs.

Inutile de rappeler l'opinion de l'abbé Bourgeois sur la chronologie classique et sur la création de certains animaux succédant à la création de l'homme.

« La *Genèse,* en effet, dit l'abbé Bourgeois, nous présente l'homme comme le couronnement de la création, mais elle n'a pas dit que la puissance divine n'a rien produit depuis, etc. »

La significative remarque du directeur du Congrès de Vendôme, dégageant sa responsabilité à propos de cette opinion, est assez suggestive.

Cependant, il est bon de dire à l'honneur de l'abbé Bourgeois, qui mettait tant d'ardeur dans l'exposé de ses convictions, que cette énergie quelque peu téméraire n'altérait en rien la foi robuste et la sagesse de cet éminent professeur de philosophie.

Quelques années après, en effet, un jour qu'un de nos plus illustres compatriotes blésois, le R. P. Monsabré [1], lui demandait s'il s'était ému quelquefois des découvertes de la science : « Souvent, répondit-il, pour admirer Dieu, jamais pour sentir ma foi ébranlée. Dieu ne peut pas se contredire dans ses œuvres, et la nature et la révélation sont les œuvres de Dieu, je le crois fermement.

» Il n'y a que les esprits prévenus, travaillant avec le dessein arrêté de prendre Dieu en défaut, qui s'imaginent trouver des objections insolubles contre nos croyances religieuses.

» Les vrais sages n'oublient pas que la plupart des données de la géologie ou de la paléontologie ne sont que des hypothèses, qu'il faut bien se garder de transformer en certitudes, parce qu'elles peuvent être réformées dans quelques années.

» Qui sait si la haute antiquité de nos terrains, dont on fait tant de bruit, ne sera pas un jour mise à néant par quelque grande découverte qui démontrera la rapidité de leur formation ! »

Il ne mérite donc pas cette épithète de *penseur indépendant*, ce sage qui, dans l'entretien que nous venons de rapporter, répondait à son interlocuteur : « Croyons donc, mon ami, et tenons pour certain qu'aucune des conquêtes de la science ne nous forcera à sacrifier un seul atome de notre foi. »

II

L'abbé Bourgeois dut certainement mettre à profit les sages pensées exposées au cours de son entretien avec l'illustre conférencier de Notre-Dame.

C'est ce qu'a cherché à prouver l'abbé Delaunay dans ses deux lettres à M. Vigouroux ; car d'après la première lettre de l'abbé Delaunay, M. Bourgeois lui aurait tenu ce langage à propos de Thenay : « J'ai le pressentiment que la lumière va enfin se faire sur notre âge de pierre, et il est probable que nous serons obligés de douter longtemps encore avec ceux qui ne l'ont point admis. » (L'abbé Vigouroux, ouv. cit., IVe vol., p. 644, Appendice, édit. 1890.)

[1] *Éloge funèbre de l'abbé Bourgeois*, par le R. P. Monsabré, 1879.

Au cours de cette lettre, qui n'a point de date malheureusement, le correspondant de M. Vigouroux raconte le fait suivant. — Quatre jours avant sa mort, deux terrassiers vinrent m'avertir qu'ils avaient découvert six corps dans la tranchée de la route de Thenay à Monthou, profondément creusée à la montée, cinq avaient été complètement disloqués. Le sixième corps était déposé avec quelques petits silex travaillés et quelques éclats de poteries informes entre une couche de marne compacte de 3 mètres d'épaisseur, et une table de grès de $0^{m}60$, dont les assises irrégulières affleuraient le puits d'observations que nous avions fait ouvrir pour savoir à quelle profondeur se trouvaient encore les silex travaillés, par nous réputés comme tertiaires. Quand je lui rapportai cette pièce (le crâne de Thenay), l'abbé Bourgeois s'écria : « Mon cher ami, décidément il nous faudra refaire nos cahiers! »

Quant aux conclusions de l'abbé Delaunay dans cette première épître, elles sont ainsi formulées :

« Il est imprudent de soutenir que les silex de Thenay appartiennent soit au miocène, soit au pliocène;

» Imprudent de soutenir que ces silex n'ont point été taillés;

» Imprudent d'affirmer l'homme tertiaire, qu'une nouvelle école a voulu nous imposer sans l'avoir défini, comme si l'on pouvait chanter le *Credo* de l'indéfini! »

C'est une manière oratoire de s'en tirer à bon compte, mais ce n'est pas une réponse scientifique.

D'après lui, les terrains de Thenay, où l'abbé Bourgeois avait recueilli des silex qui, au nombre de 5,789, ont tous passé par les mains de M. Abel Maître, n'appartiendraient pas au miocène ni au pliocène. C'est vrai, mais non pas dans son sens, car quand il dit dans sa lettre : « Nous voilà bien loin du miocène, dans un pliocène remanié, nous sommes même à la partie supérieure du quaternaire, » il cherche à rentrer dans le giron des idées reçues de l'homme quaternaire.

Ils n'appartiennent pas au miocène ni au pliocène, mais à l'éocène, base du terrain tertiaire (*Revue du Loir-et-Cher*, 15 février 1892, p. 56-57), dont il évite prudemment de parler.

« Imprudent, dit-il, de soutenir que ces silex n'ont point été taillés. » C'est mettre M. Bourgeois en contradiction avec lui-même, car il les prétend taillés, c'est sa conviction profonde, et quatre jours avant sa mort il est d'avis qu'il lui faudra refaire ses cahiers, c'est-à-dire revenir sur ses premières affirmations au sujet des silex taillés, théories combattues au Congrès de Bruxelles et plus tard rejetées au Congrès de Blois, lors de l'excursion de Thenay.

Eh! oui, cependant il y a des silex de Thenay taillés de main d'homme, et c'est là que M. Bourgeois a été plusieurs fois victime de sa bonne foi.

Cet aveu, qui a bien sa valeur, a été recueilli à Thenay par M. l'abbé Hamard. Quelques gens de Thenay s'en sont fait une petite industrie quand ils eurent reconnu l'avantage qu'ils pouvaient tirer de ces silex si ardemment recherchés par le directeur de Pont-Levoy.

Habitués à voir ces précieux cailloux et formés aux explications du maître sur leur conformation, ils en cassaient eux-mêmes, les plaçaient dans les tranchées ouvertes, et ensuite allaient prévenir de leur découverte.

On comprend alors l'enthousiasme de l'amateur, reconnaissant là, dans le fond de ces couches de terrains indubitablement classés comme tertiaires, des silex aux cassures intentionnelles, travaillés par un être ou des êtres intelligents.

Quant à l'homme tertiaire, son jugement était fait au Congrès de Blois. Il était alors plus qu'ébranlé, quoi qu'en dise plus tard l'abbé Delaunay : « Voici des remarques qui nous blanchiront, je l'espère, du reproche de légèreté, quand nous élevons des doutes sur les silex tertiaires de Thenay, quand nous ébranlons l'hypothèse de l'homme tertiaire presque sorti de notre cercle pontilevien. »

Dans la deuxième lettre à M. Vigouroux, datée de mai 1889, l'abbé Delaunay parle des pierres taillées en cherchant à rajeunir l'époque de leur gisement et leur appropriation.

Nous n'avons pas la prétention de dire que l'usage des pierres taillées n'a jamais existé, ce serait une erreur grossière; mais seulement qu'à l'époque tertiaire, ou pour être plus précis, que les silex trouvés dans le gisement dit tertiaire n'ont point été taillés et que par conséquent ceux qui, scientifiquement, sont reconnus taillés, n'appartiennent qu'à une époque postérieure plus rapprochée de nous.

En somme, ce que l'on reconnaissait en 1884, l'abbé Delaunay l'accepte en 1889. Cette lettre, d'ailleurs, n'est que le résumé d'observations faites en 1882 par l'auteur qui, sept ans après, en donne connaissance. Il y est parlé un peu de tout, excepté des fameux silex de Thenay.

Que ressort-il de tout ceci? c'est que les savants en préhistoire, mettant leur belle imagination et leur talent au service de l'âge de pierre, finiront, eux aussi, par être contraints de refaire leurs cahiers.

Déjà ils admettent, ainsi que nous l'avons vu au Congrès d'Orléans

en 1892, que dans l'âge des silex taillés il pourrait bien y avoir une distinction à formuler: l'époque relativement éloignée et l'époque relativement moderne.

Il y aurait eu par conséquent une première période allant d'un nombre incalculable d'années en arrière jusqu'au moment où la civilisation s'implante dans nos pays; encore dans cette période faut-il établir des âges d'après les milieux dans lesquels se trouvent ces silex.

Quand bien même nous rencontrerions des silex taillés d'avant le déluge, cela n'infirmerait en rien le récit génésiaque.

Les populations troglodytiques qui habitaient le monde inconnu des anciens, c'est-à-dire le Danemark, l'Angleterre et la Gaule ne connaissaient que les armes et les instruments de pierre, et n'élevaient que des monuments mégalithiques au moment où se construisait le temple de Jérusalem, 600 ans après Sésostris, 2,000 ans après la construction des Pyramides.

Dans la Gaule, peuplée de très bonne heure, l'âge de pierre a été très long. La Lozère, le Lot et l'Aveyron n'en étaient pas encore sortis cinq ou six cents ans avant Jésus-Christ.

Et tandis que ces peuplades, dont la civilisation n'a guère commencé qu'après l'époque diluvienne, époque où les grands animaux vont disparaître, se servent encore de silex, les tribus nomades des cavernes qui vivent autour d'elles, dessinent déjà, gravent et sculptent avec beaucoup d'art.

Dans les milieux arriérés, les silex ont duré non seulement jusqu'à l'âge du bronze, mais même pendant l'âge du fer. C'est ce qui explique qu'il n'y aurait pas lieu de s'étonner de trouver dans nos champs de bataille gallo-romains des débris d'armes perfectionnées de Romains mêlés aux débris d'armes antiques de silex ou autres pierres dont nos paysans gaulois, celtes ou bretons faisaient encore un usage journalier.

Après la révolte des Bagaudes, apaisée en 285 par Maximilien (cf. Moréri, au mot *Bagaude*), qui fit raser leur fort bâti par César pour maintenir les Parisiens en respect, l'âge du silex apparaît avec des perfectionnements jusqu'alors inconnus. C'est l'époque de prétendus abris sous roche, des pointes à flèches, en un mot la belle époque dite de la Magdeleine.

Nous ne sommes pas loin de l'époque mérovingienne, et cette période des silex peut donc être dite relativement moderne.

Des auteurs anglais disent même qu'on se servait encore de silex en Grande-Bretagne, à la grande bataille d'Hastings, le 14 octobre 1066.

Quant à l'homme tertiaire de Thenay, qui était la dernière planche de salut pour les anthropologues, il serait suranné d'en parler. Nous avons d'ailleurs recueilli précieusement l'appréciation de M. le marquis de Nadaillac, l'un des plus grands admirateurs et disciples de l'abbé Bourgeois.

En relisant la première lettre de M. l'abbé Delaunay, on y reconnaît aisément une œuvre due à l'amitié la plus sincère, qui laisse voir les sentiments de loyauté de l'abbé Bourgeois concevant des doutes sur ses premières affirmations.

L'évocation des souvenirs d'enfance de l'abbé Delaunay relatifs à l'enterrement percheron nous rappelle dans la seconde lettre le spirituel professeur de littérature du collège de Pont-Levoy, dressant à l'homme tertiaire, « presque né dans notre cercle pontilevien, » une tombe à l'antique, non pas avec des cailloux du Perche, mais avec tous les silex prétendus taillés du pays de Thenay.

M. BRUTAILS

Archiviste, à Bordeaux.

LES VOUTES PRIMITIVES DE SAINT-ANDRÉ DE BORDEAUX [723.44]

— *Séance du 6 août 1895* —

M. Brutails recherche la forme des voûtes primitives de Saint-André de Bordeaux. Les travées carrées, bordées de chaque côté de trois chapelles sans profondeur, rappellent un peu la disposition adoptée par le constructeur de la Trinité d'Angers.

Il subsiste, au-dessus des voûtes actuelles de l'ouest, des formerets qui pourraient remonter à l'an 1200 environ; mais plusieurs raisons empêchent que ces formerets appartiennent au système primitif de voûtement. L'une de ces raisons est que ces formerets supposent des voûtes sexpartites ou bien des voûtes sur plan barlong, tandis que les premières voûtes devaient être sur plan carré, le nombre impair des chapelles excluant la possibilité d'un support à mi-longueur des travées.

Le voûtement en vue duquel le plan avait été tracé ne pouvait comporter ni la voûte en berceau, la nef étant trop large; ni la voûte d'arêtes, difficile à exécuter, et d'ailleurs reléguée par les usages de la région dans les bas-côtés; ni la voûte gothique ordinaire, sur plan barlong, ni la voûte sexpartite, pour les raisons exposées ci-dessus. Restent la coupole et la voûte gothique sur plan carré. Les piliers de Saint-André sont à deux étages; l'étage supérieur a été remanié, mais il ne paraît guère possible qu'il ait pu présenter les formes constamment adoptées pour les supports des coupoles, de leurs formerets puissants et de leurs larges doubleaux. La coupole est donc éliminée à son tour, et des divers genres de voûtes, seule la voûte gothique sur plan carré semble avoir pu être adoptée par le maître d'œuvre de Saint-André.

Les voûtes de Saint-André devaient être bombées, cette église appartenant, par plusieurs caractères, à la même famille que Saint-Maurice d'Angers et, plus près, que Saint-Macaire.

En résumé, ces voûtes étaient de l'espèce qui porte le nom de *dômicales*.

Or, l'exemple le plus ancien connu de ces voûtes est Saint-Maurice d'Angers, où les travaux de remaniement pour la construction des voûtes ont été entrepris entre 1150 et 1153, et M. Brutails se demande si Saint-André de Bordeaux n'est pas antérieur; si les sculptures et les moulures n'accusent pas une date plus reculée à Saint-André qu'à Saint-Maurice. La conclusion est que, si l'on accepte cette manière de voir, il faut chercher à Bordeaux le prototype de l'architecture dite *angevine*.

Ces premières voûtes ne devaient pas être solides; on eut de bonne heure à les refaire. On commença cette reconstruction par l'ouest: on dérasa les murs goutterots jusqu'au niveau de la corniche inférieure, qui daterait de cette époque; on éventra les murs de flanc, pour y loger des fenêtres, et, dans la travée occidentale, on établit peut-être une voûte sexpartite, dans laquelle la branche d'ogive transversale retombait sur des culs-de-lampe, car il ne paraît pas que l'on ait élevé au milieu de cette travée des supports partant de fond avant le XVIe siècle.

M. l'abbé C. HARDEL

Curé de Vineuil-lès-Blois.

LA CHARTE D'AGIRARD, ÉVÊQUE DE CHARTRES (696), RELATIVE A LA FONDATION DE L'ABBAYE DE NOTRE-DAME DE BOURGMOYEN DE BLOIS [091]

— *Séance du 8 août 1895* —

Cette charte, qui va faire l'objet de notre communication, est reproduite en lithographie par A. Teulet dans son recueil des *Diplômes mérovingiens;* nous en trouvons aussi un fac-similé en gravure sur acier, dans la Diplomatique de Dom Mabillon, page 332.

Tous les vieux historiens de Blois font remonter l'origine de notre monastère de Bourgmoyen de Blois au VIIe siècle et s'appuient sur Mabillon qui rapporte, comme titre de fondation, un document de 696; mais les contradicteurs, escomptant les hésitations de Mabillon d'une part, et d'autre part cette remarque du *Gallia christiana :* « *Antiquius nihil habent charta Yvonis, episcopi Carnotensis, data anno 1105* », émettent des doutes au sujet de la pièce de 696 en faveur de Bourgmoyen.

La raison qu'ils apportent, c'est que dans le privilège d'Agirard le nom du lieu du monastère a disparu.

En étudiant le contexte, il nous sera facile de faire cesser les hésitations et de prouver que cet important document ne saurait convenir à nul autre établissement religieux aux environs de Blois, comme certains l'ont voulu prétendre.

M. Pardessus, dont Vineuil conserve précieusement la mémoire, dans ses *Diplomata ad res gallo-romanas spectantia*, IIe vol., pages 234-235, nous dit que la charte originale d'Agirard existe encore aux Archives nationales.

Voici, d'ailleurs, le commencement du texte qu'a reproduit Dom Mabillon :

Privilegium Agerardi, carnotensis episcopi, pro monasterio Sanctæ Mariæ supra Ligerim.

Anno 696, die 6 Martii.

... Cum consenso filio suo domino Deodato, quondam antecessori nostro, ipsius urbis episcopi, et plurimorum ponteficum vel sacerdotum, afflante

Sancto Spiritu, sacro monastirio in rem proprietatis suæ, in loco nuncupante... (in)fra ipso muro super fluvium Legeris in honore sanctæ Mariæ semper virginis vel citerorum sanctorum, suo opere ædificavit et de rebus suis ditavit.

Et plus loin, quand l'évêque Agirard mentionne les privilèges accordés à cette nouvelle institution, le nom de l'illustre fondatrice qui manquait au commencement de l'acte est relaté ainsi :

Illud eis pre... auctoritas nostra ponteficalis concessit, ut nullus de successoribus nostris... in ipsius monasterii... erens, ex conlacione prædictæ Adreberctane, tenire vel dominare videntur, etc.

Malheureusement, comme nous venons de le dire, dans la charte originale, le nom du lieu a disparu par cause de vétusté ; de telle sorte que Mabillon, qui d'abord en avait fait l'acte d'origine de notre monastère de Notre-Dame de Bourgmoyen de Blois, hésite dans ses Annales et procède par une argumentation d'élimination.

Il cherche d'abord sur les bords de la Loire les endroits importants dès le VIe siècle, qui auraient pu donner abri à un monastère et ne trouve en dehors de Blois que Saint-Dyé et Suèvres.

« Le lieu cherché, dit-il, ne saurait être Saint-Dyé, parce que ses murailles sont d'une date trop récente. Il y a bien l'abbaye de Notre-Dame de Bourgmoyen de Blois, mais ce n'est point une abbaye de Bénédictins, puisqu'au XIIe siècle les clercs séculiers y sont remplacés par des chanoines réguliers de Saint-Augustin.

» Reste donc la ville de Suèvres, dont l'existence gallo-romaine est incontestable. (Annal. Bénéd., IV, l. 51, n° 11, page 96.)

» Suèvres, en effet, aurait possédé un monastère de Notre-Dame, d'après une charte de 996, donnée sous le règne de Robert à propos d'un échange de coliberts entre le prévôt de Saint-Martin de Suèvres et le ministre de Sainte-Marie du même lieu ».

Malgré les insinuations des intéressés, le sens littéral de la charte en question ne désigne dans Hervé qu'un ministre de Sainte-Marie de Suèvres comme précédemment il mentionnait un Guillaume, prévôt de cette localité :

« Primo regnante Roberto, in anno ubi Berthæ uxoris suæ maritali connubio adhibitus est Willelmus Sancti Martini præpositus, Hervinum sanctæ Mariæ ministrum de Sodobrio ad Ligerim cum grege sibi commisso habili adgressus est verbo. »

Ce qui permet tout au plus de conclure que de même qu'à Suèvres il y avait une importante prévôté de Saint-Martin avec son église

paroissiale, il pouvait y avoir aussi une paroisse de Sainte-Marie, avec un administrateur désigné dans la personne d'Hervé, et non pas un abbé, comme le prétendait le vénérable abbé Morin, curé de Suèvres, au Congrès de Blois en 1884.

Car le texte lui-même semble désigner un Hervé de Sainte-Marie ministre de Suèvres, c'est-à-dire recteur de Suèvres, avec son troupeau : *Hervinum Sanctæ Mariæ ministrum de Sodobrio ad Ligerim eum grege sibi commisso...*

Mais, en admettant que malgré ces considérations il eût existé à Suèvres une famille religieuse sous le vocable de Sainte-Marie au xe siècle et qu'un échange de coliberts ait eu lieu entre Sainte-Marie de Suèvres et le prévôt de Saint-Martin, agissant au nom de Marmoutiers, rien ne nous autorise à nous servir de la charte d'Agirard pour corroborer l'existence d'un monastère de Sainte-Marie à Suèvres et d'en faire pompeusement remonter l'origine aux temps mérovingiens.

Il n'est point permis de tirer cette conclusion, soit parce que le nom de lieu a pu disparaître sur la charte originale, soit parce que Mabillon, dans le doute, aurait incliné en faveur de cette localité.

D'ailleurs, le texte de la note explicative de Mabillon, au sujet de cette pièce, malgré sa forme dubitative, n'en reste pas moins en faveur de l'abbaye de Blois.

On peut en juger : « *Insigne hoc privilegium quod prima in parte mutilum est, nomen præfert, B. Mariæ cœnobii, in cujus gratiam conceditur.*

» *At situm diserte indicat in urbe quadam ad Ligerim et quidem in diœcesi Carnotensi, qui situs vix alii conveniri potest quam oppido Blesensi, ubi extat hactenus abbatia B. Mariæ de Burgimedio, quæ est ordinis S. Augustini, a pontificatu Callisti II.* »

On a prétendu que d'après l'argumentation d'élimination, dont se sert à ce sujet Mabillon, la charte d'Agirard ne saurait convenir qu'à la ville de Suèvres parce que le monastère de Bourgmoyen était occupé par des chanoines réguliers de Saint-Augustin ; mais ils n'en prirent possession qu'au xiie siècle avec l'approbation du souverain Pontife Calixte II, et c'est précisément à partir de ce siècle que le monastère de Suèvres semble disparaître.

Ensuite, d'après le texte même d'Agirard, le monastère se trouvait « *infra ipso muro* », « *super fluvium Ligerim* ».

Or Bourgmoyen se trouvait dès son origine au bas des murailles de la citadelle mérovingienne et sur les bords de la Loire.

D'ailleurs l'*extra muros* dont parle Mabillon dans une autre note, ne fait qu'éclairer le texte du diplôme d'Agirard. *Infra*, en effet, a

toujours signifié *au-dessous, au bas de,* qui, comme l'*infrascriptus* est toujours considéré en dehors, au bas, au-dessous du texte d'un acte.

Mais à Suèvres, le monastère présumé fut enfermé dans l'enceinte des fortifications, et la situation de l'ancienne *sodobrium* ne permet point d'admettre, de ce côté ouest, l'existence d'un monastère aussi important au-dessous des murailles d'une citadelle et sur les bords de la Loire ; car en baignant les environs de Suèvres à presque deux kilomètres à l'est, le fleuve ne passa certainement jamais du côté ouest de cette localité, endroit qu'occupait le prétendu monastère.

Le lien de Bourgmoyen à Blois ne fut que plus tard enclavé dans la nouvelle enceinte de murailles dont les comtes de Blois munirent leur *Castrum Blesense* et la citadelle qui existait du temps de Clovis.

Ce prince, d'après le Spicilége, en aurait été lui-même le restaurateur : « *Blesim delevit, paulo tamen altius in competentiori loco castrum illud restauravit.* »

Or, à Blois, jusqu'au moment où le fameux Thibault le Tricheur fortifia son château et fit de la ville de Blois un oppidum redoutable, la ville et le château étaient environnés d'une enceinte de faubourgs:

Saint-Jean au nord, le Foix au sud, entre lesquels, près le pont de la Loire, se trouvait le faubourg Moyen ou du milieu vers l'est et à l'ouest le faubourg neuf.

Le faubourg du milieu ou Bourgmoyen, qui s'étendait des bords de la Loire au pied de la muraille mérovingienne, était donc bien le lieu choisi, au VIIe siècle, pour y établir le monastère *infra ipso muro super fluvium Ligerim,* dédié à Notre-Dame.

Bourgmoyen de Blois est donc bien le monastère désigné dans le privilège qu'Agirard donne en 696 à la pieuse fondation d'Adrebertane, mère de saint Adéodat, évêque de Chartres de 674 à 678.

M. l'abbé C. HARDEL

Curé de Vineuil-lès-Blois.

LES LENTILLES TROUVÉES DANS LES TOMBES GAULOISES ET GALLO-ROMAINES

[571.56]

— *Séance du 9 août 1895* —

A propos du nom de « lisseuse » donné communément à Bordeaux aux lingères, mes honorables collègues de l'archéologie me permettront de leur demander si ce nom de « lisseuse » n'aurait pas une origine gauloise, ou tout au moins gallo-romaine, et de leur signaler ce fait, si intéressant pour des chercheurs, qui a été rapporté au Congrès d'Orléans en 1892.

Dans le Blésois, un infatigable travailleur, M. Ludovic Guignard, avait trouvé des lentilles de verre dans plusieurs fouilles de monuments gallo-romains; et, dans un Congrès antérieur, il avait demandé si ces objets de 6 et 10 centimètres, en forme de presse-papiers, n'auraient pas été d'un usage particulier à cette époque reculée.

Plus tard, au Congrès d'Orléans, M. Léon Dumuys, que la question avait intéressé vivement, nous présenta un certain nombre de ces lentilles de verre noir de 6 à 10 centimètres de diamètre, en forme de presse-papiers, et expliqua avec beaucoup de compétence à quel usage ces petits objets étaient destinés. Au cours d'un voyage qu'il fit en Suède et en Norvège, il vit, dans les musées de Stockholm et de Bergen, des lentilles semblables à celles dont je vous parle.

Or, dans la Scanie, ces objets ou d'autres analogues servent encore à lisser le linge et à polir les peaux.

Ces lentilles ne sont donc rien moins que des polissoirs et des fers à repasser.

D'autres membres du Congrès, habitant le Nord, ont confirmé cette assertion de l'usage des lentilles de verre existant encore, il y a peu d'années, en Zélande, et même actuellement dans quelques contrées de la Flandre.

Dans les tombes gauloises et gallo-romaines, le mobilier qu'on retrouve nous révèle la présence d'un guerrier avec ses armes; d'une femme noble avec ses bijoux, témoins les beaux torques

trouvés par M. Morel; les lentilles de verre trouvées en Loir-et-Cher et dans l'Orléanais, dans les tombes gauloises et gallo-romaines, n'attestent-elles pas la sépulture de l'humble ménagère ou de l'ouvrière dont ces lentilles révèlent la profession?

A coup sûr, le nom de « lisseuse » donné aux lingères du Bordelais ne doit pas être étranger à ce vieil usage, et je me permets de signaler à mes savants collègues de l'archéologie de la Gironde ces lentilles qui, pour beaucoup, ont pu être regardées comme des galets, de vulgaires presse-papiers, et qui pourtant peuvent révéler la tombe d'une femme du peuple, tout aussi bien que les armes communes d'alors attestent dans un tombeau la présence d'un guerrier gaulois ou gallo-romain.

TABLE ANALYTIQUE

Dans cette table, les nombres qui sont placés après la lettre *p* se rapportent aux pages de la première partie, ceux placés après l'astérisque * se rapportent à ceux de la deuxième partie.

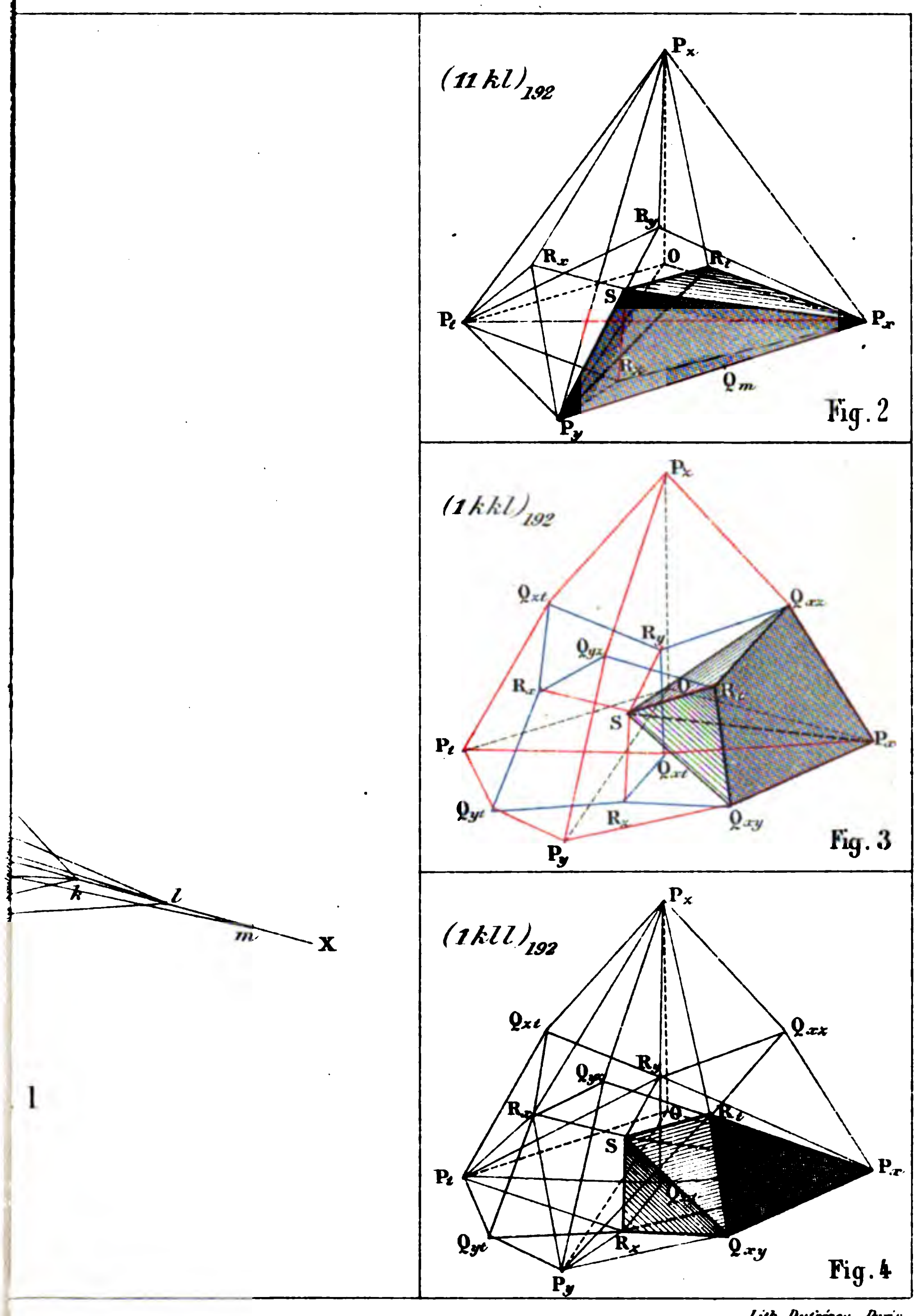
TABLE DES MATIÈRES

SECONDE PARTIE

NOTES ET MÉMOIRES

PAGES

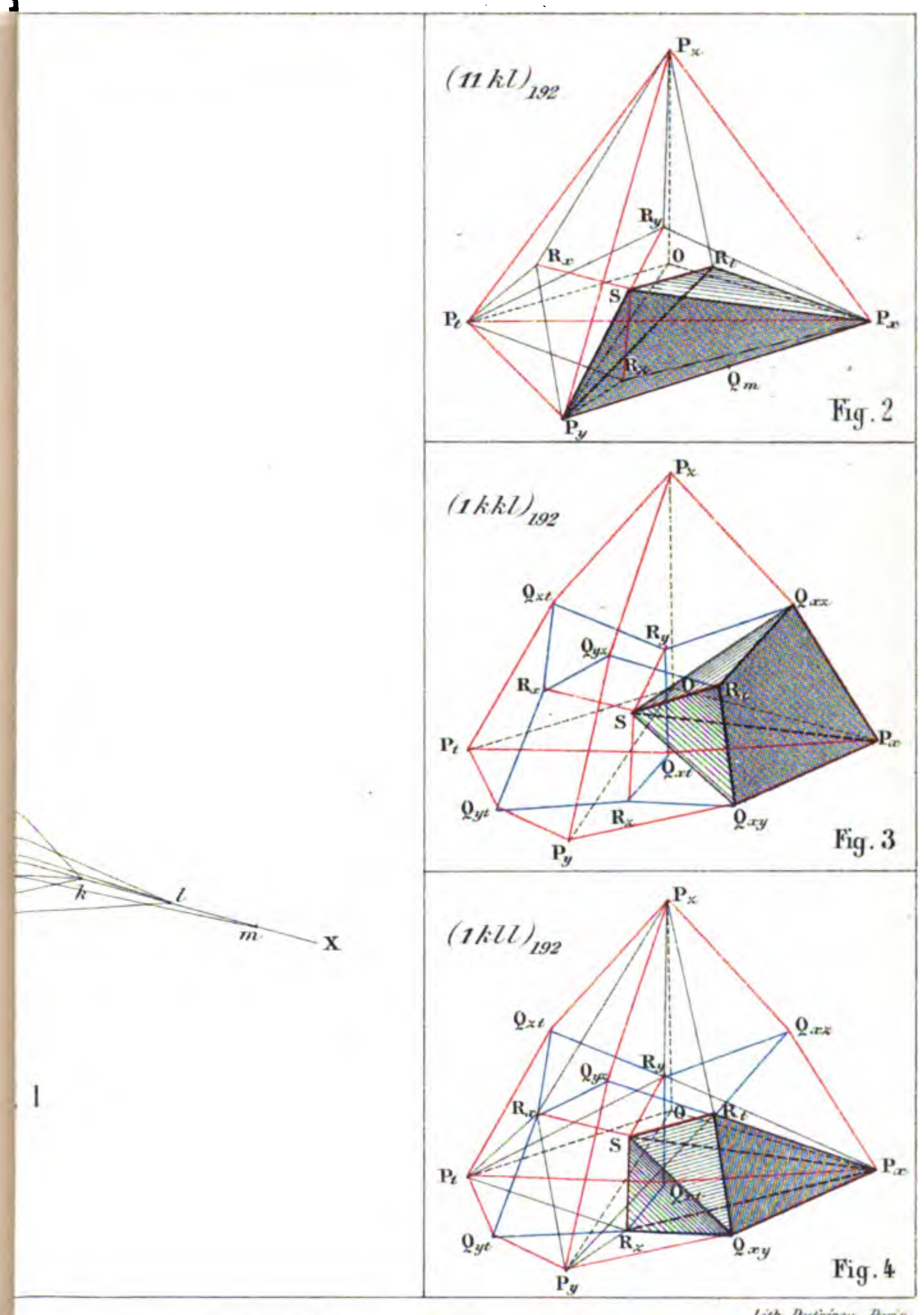
Bordeaux. — Imp. G. GOUNOUILHOU, rue Guiraude, 11.



Lith. Dufrénoy, Paris

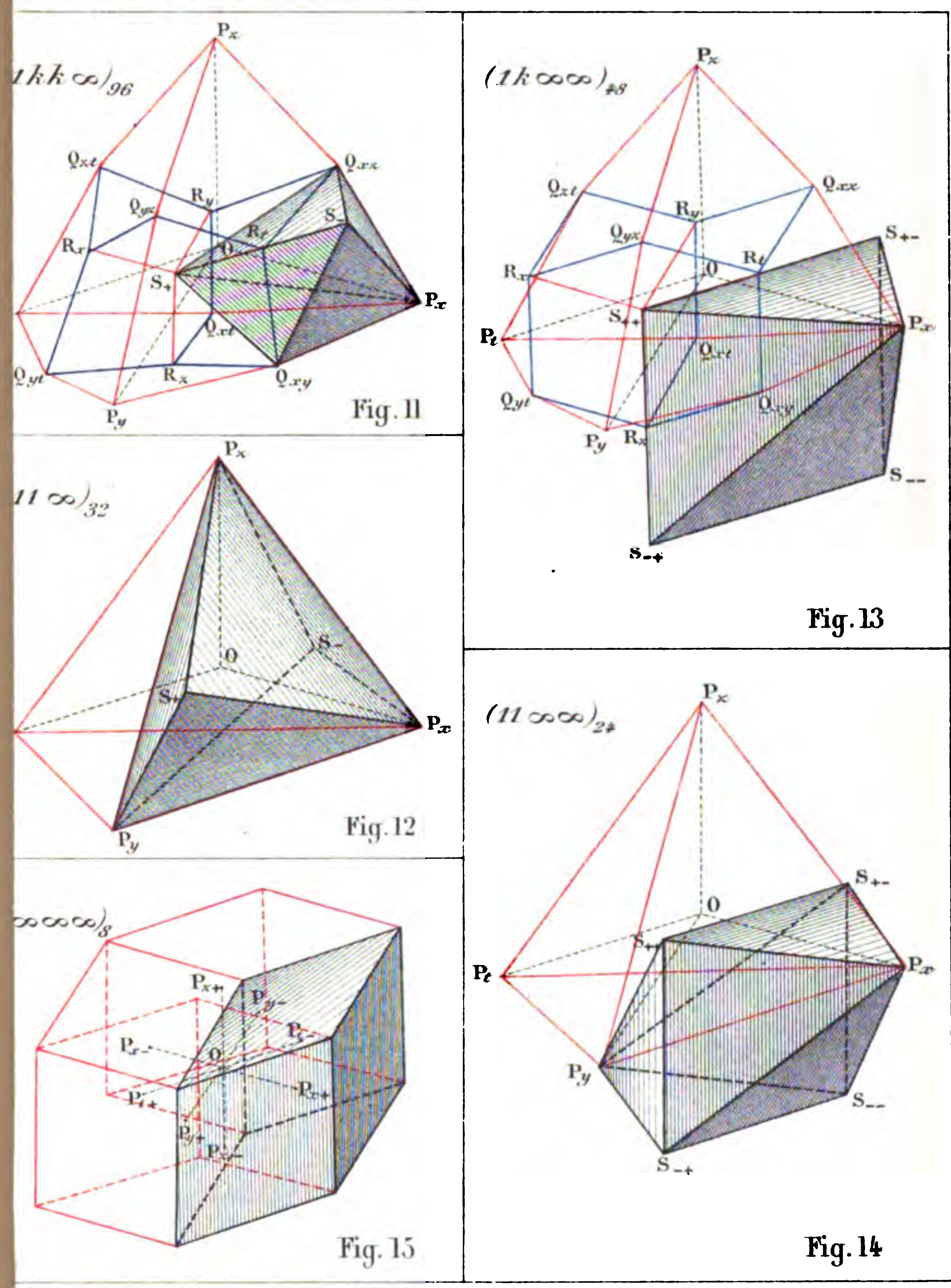
PÉCULIER DE L'ESPACE À 4 DIMENSIONS.

Bordeaux. — Imp. G. GOUNOUILHOU, rue Guiraude, 11.



Lith. Dufrénoy, Paris.

PÉCULIER DE L'ESPACE À 4 DIMENSIONS.



Lith. Dufrénoy, Paris.

RÉGULIER DE L'ESPACE À 4 DIMENSIONS.

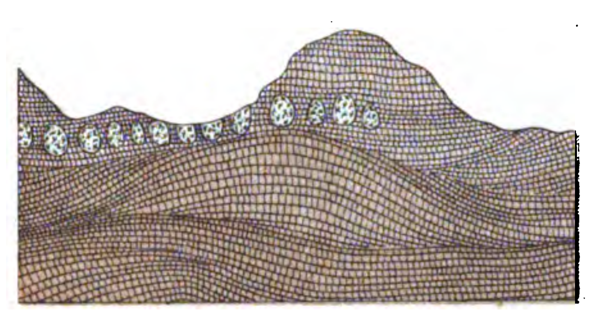


Fig. 1

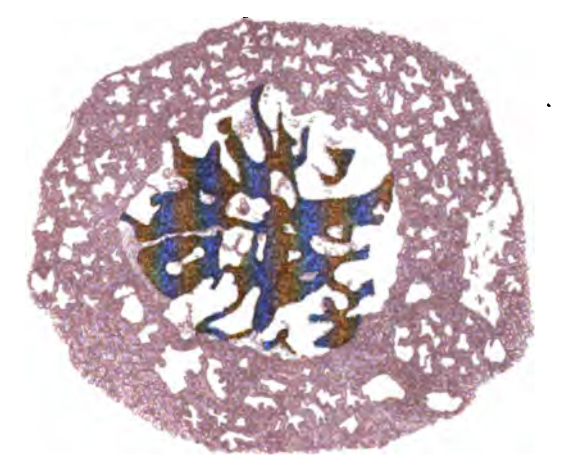


Fig 2

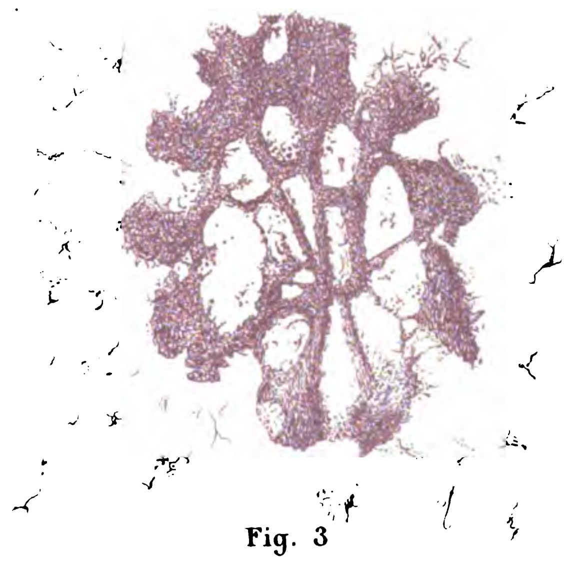


Fig. 3

E. Morieu, sc.

Lith. Dufrénoy, Paris

G. BLEICHER _ COLORATION DES PLAQUES MINCES DE ROCHES CALCAIRES.

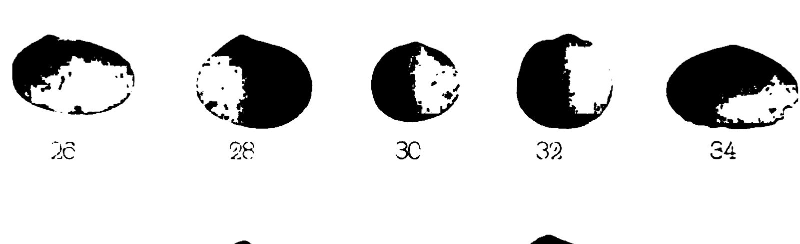
1 2 3 4 5

6 7 8 9 10

11 12 13 14 15

16 17 18 19 20

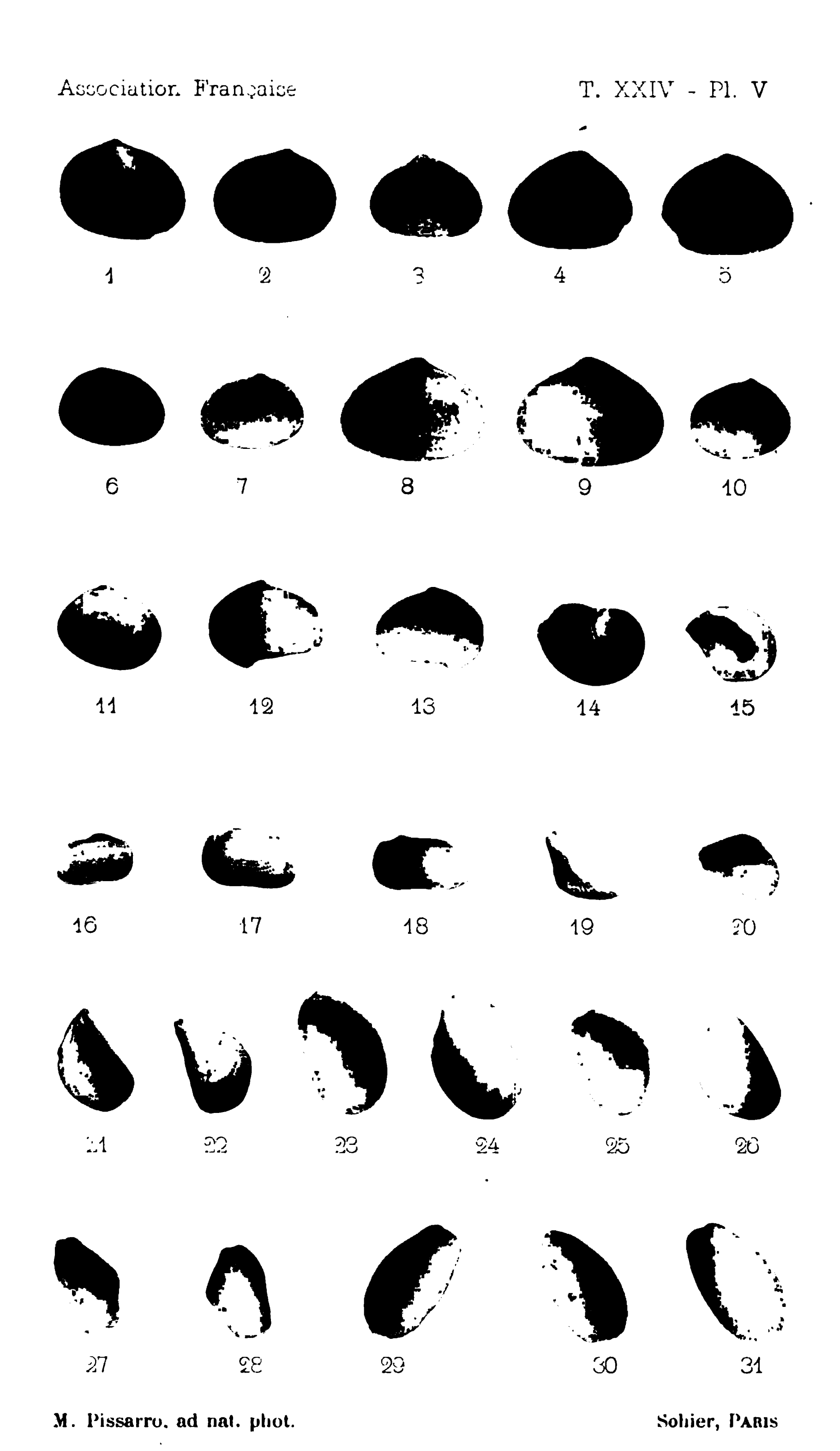
21 22 23 24 25



27 29 31 33 35

M. Pissarro, ad nat. phot. Sohier, Paris

M. COSSMANN. - ESPÈCES NOUVELLES OU PEU CONNUES DES FALUNS DE BORDEAUX.



M. Pissarro. ad nat. phot. **Sohier, PARIS**

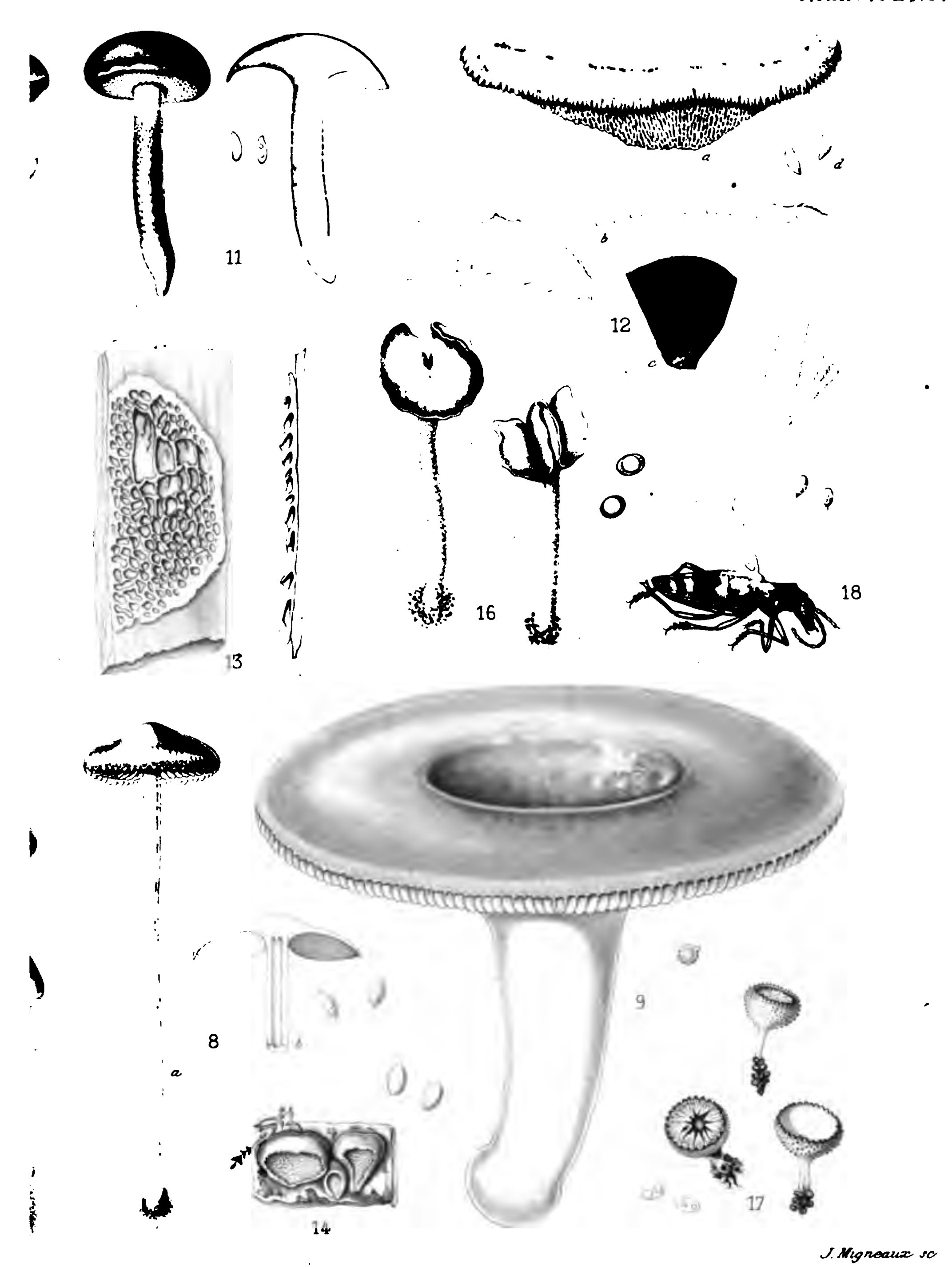
M. COSSMANN. - ESPÈCES NOUVELLES OU PEU CONNUES DES FALUNS DE BORDEAUX.



L. Quélet del.

L. QUÉLET. — QUELQUES ESPÈCES CRITIQUES OU N

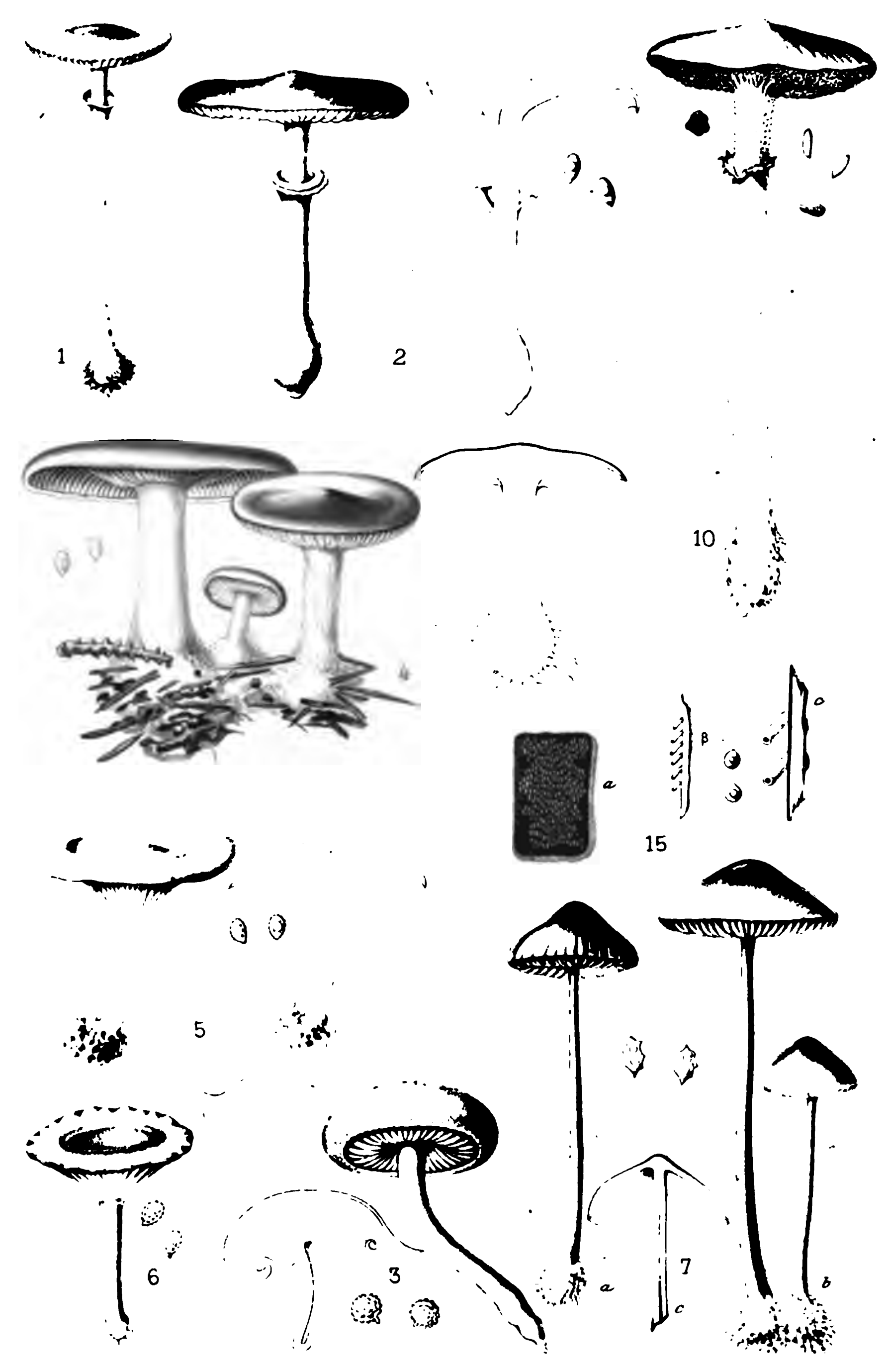
Imp. J.



J. Migneaux sc

...NOUVELLES DE LA FLORE MYCOLOGIQUE DE LA FRANCE

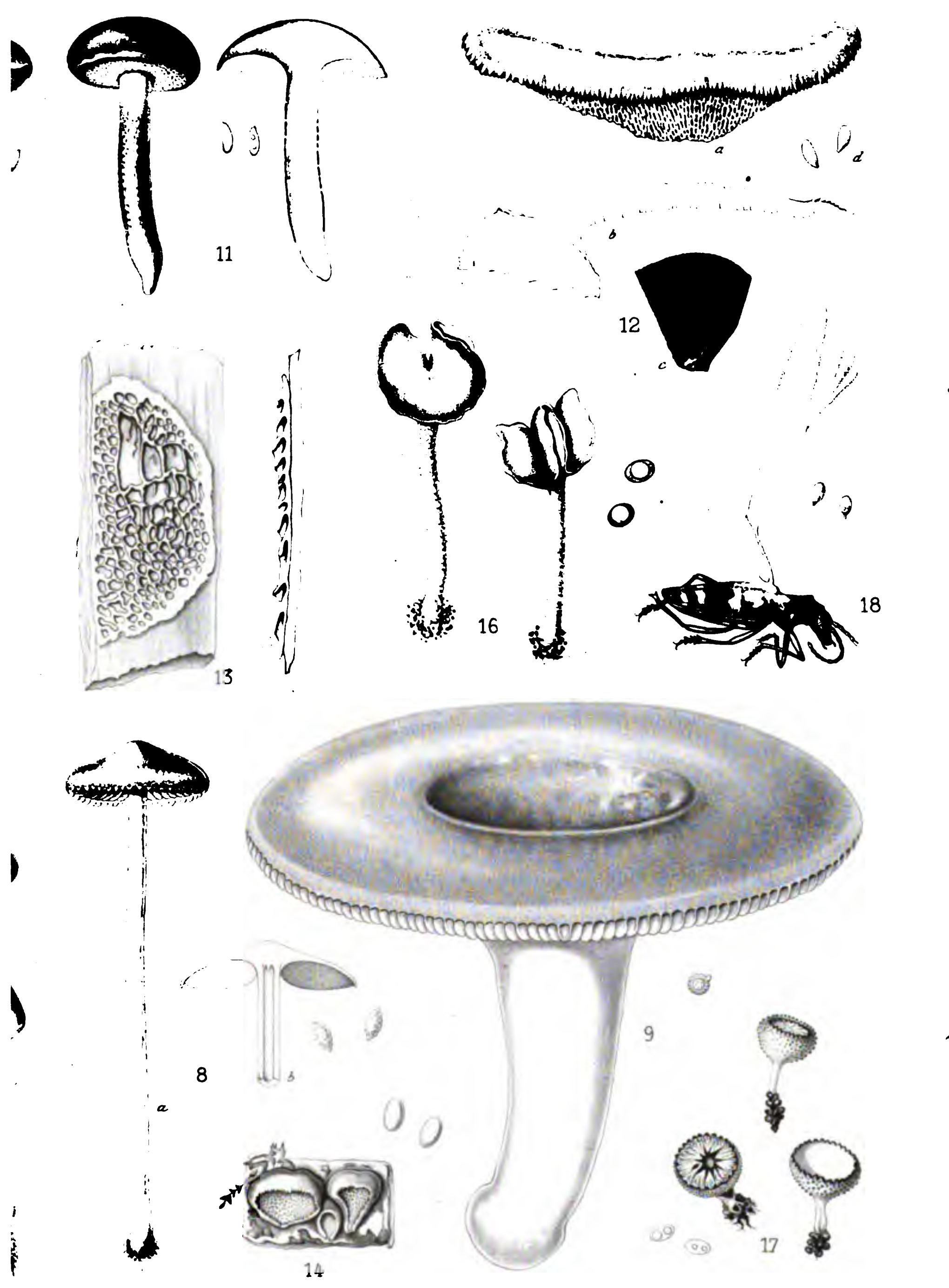
...Lenour. Paris



L Quélet del.

L. QUÉLET. — QUELQUES ESPÈCES CRITIQUES OU N

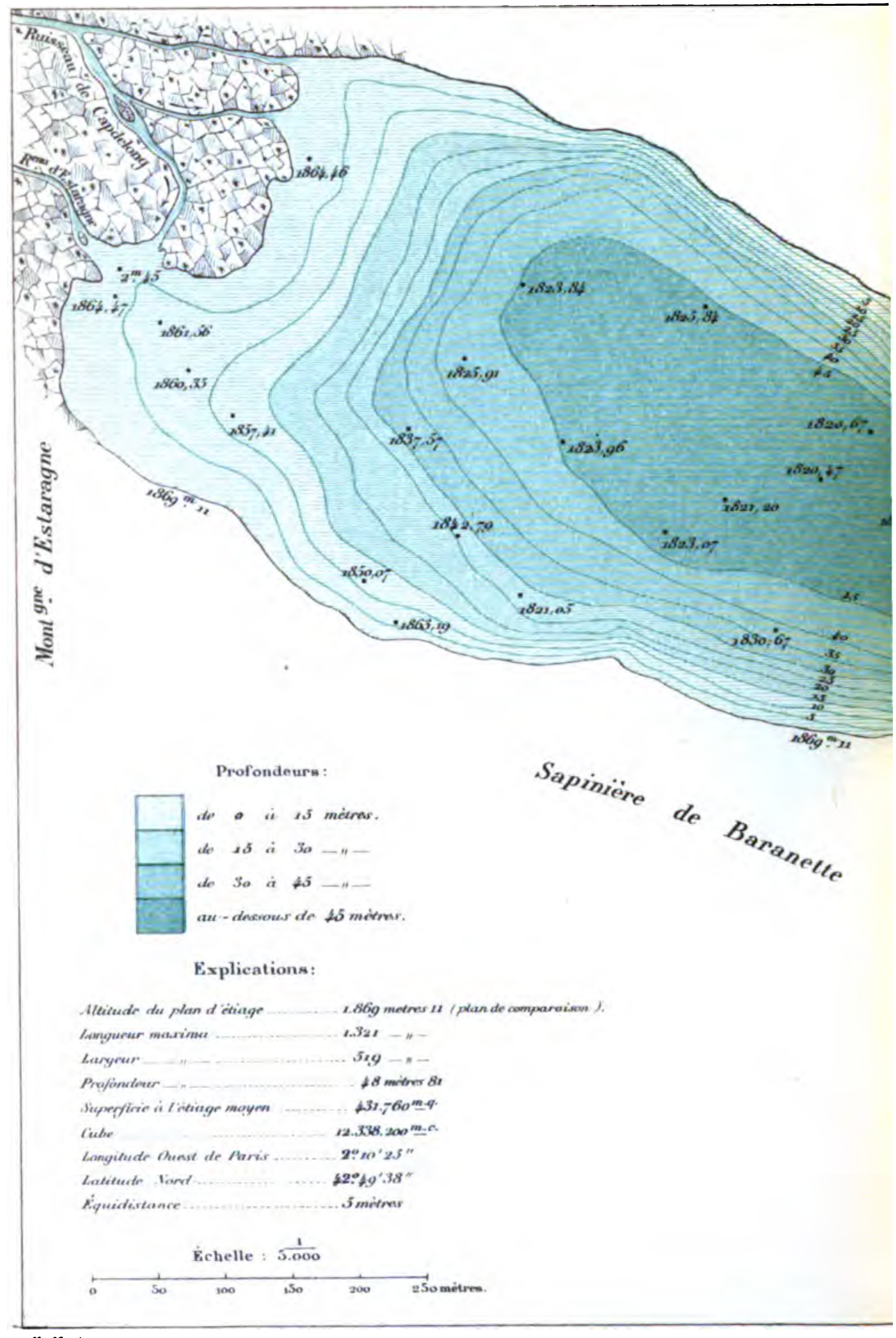
Imp J. B



J. Migneaux sc

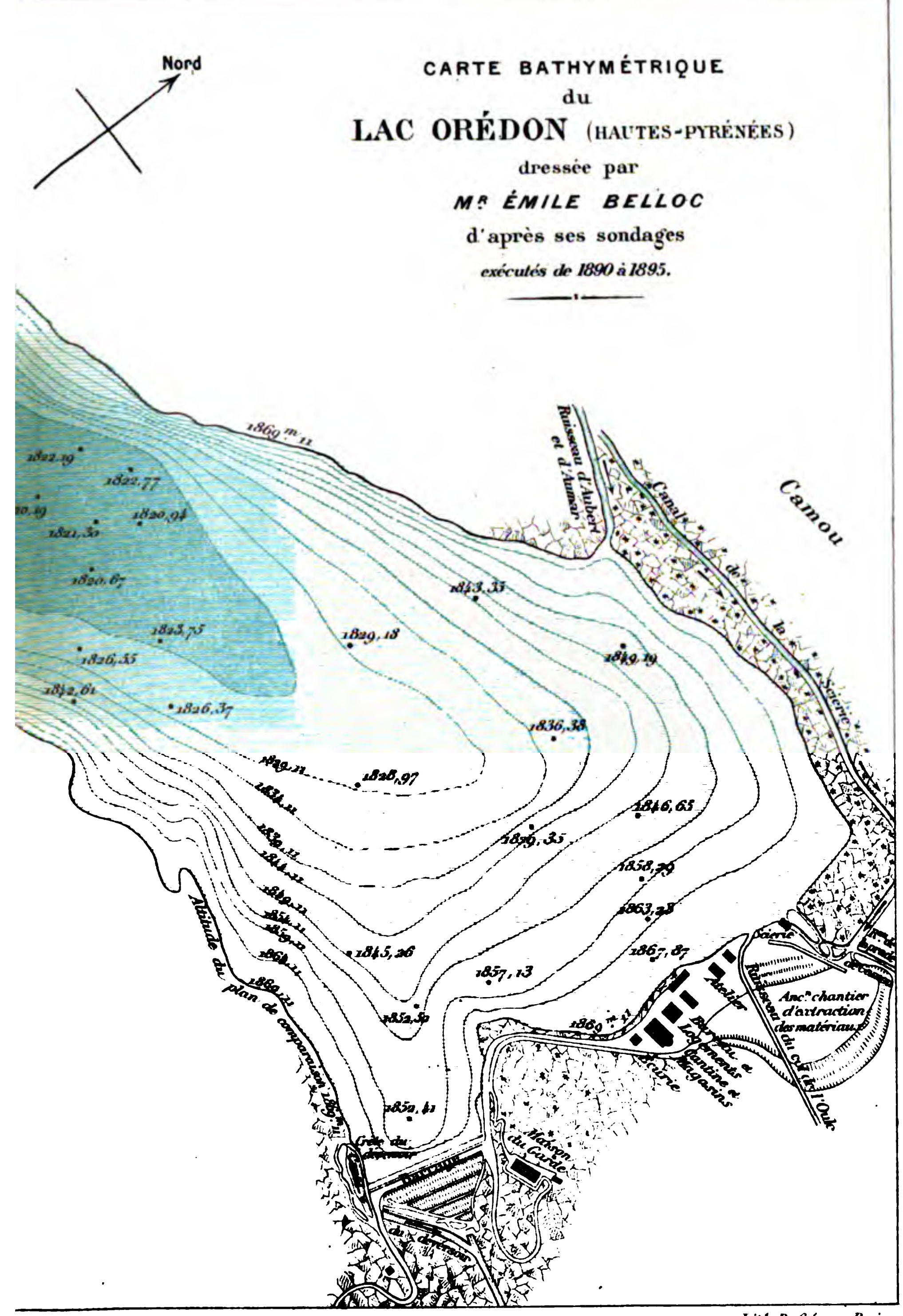
…NOUVELLES DE LA FLORE MYCOLOGIQUE DE LA FRANCE

…Lenour Paris



E. Morieu, sc.

ÉMILE BELLOC — SEUILS



Lith. Dufrénoy, Paris.

ET BARRAGES LACUSTRES.